

**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ  
(ТУСУР)**

**Кафедра физики**

**ИЗУЧЕНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ  
КОЛЕБАНИЙ**

**Руководство к компьютерной лабораторной работе**

**2007**

Федеральное агентство по образованию

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ  
(ТУСУР)

Кафедра физики

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой физики

\_\_\_\_\_ Е.М. Окс  
\_\_\_\_\_

Физика

ИЗУЧЕНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Руководство к компьютерной лабораторной работе

Разработчики: преподаватели каф. физики

доцент \_\_\_\_\_ Л.А. Троян

проф. \_\_\_\_\_ В.А. Бурдовицин

\_\_\_\_\_ 2007г.

## ВВЕДЕНИЕ

Целью работы является изучение работы колебательного контура, свободных затухающих электромагнитных колебаний и их характеристик.

### 1. КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Для возбуждения и поддержания электромагнитных колебаний используют колебательный контур, представляющий собой замкнутую цепь, которая состоит из последовательно соединенных конденсатора емкостью  $C$ , катушки индуктивности  $L$  и омического (активного) сопротивления  $R$ . Омическое сопротивление является суммой сопротивлений соединительных проводов, провода катушки индуктивности и включенного в контур резистора. Принципиальная схема колебательного контура приведена на рис.2.1.

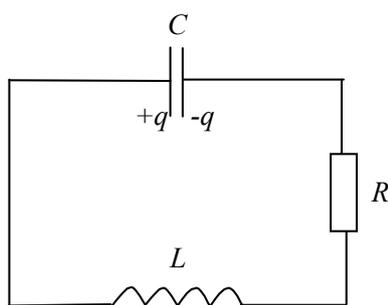


Рисунок 2.1 - Колебательный контур

Рассмотрим, как возникают колебания в контуре. В начальный момент с помощью генератора одиночных импульсов конденсатор заряжается до некоторой разности потенциалов на его обкладках  $U$ . При этом обкладкам конденсатора сообщен заряд  $\pm q$ , а энергия электрического поля конденсатора  $W = \frac{CU_0^2}{2}$ . Если теперь генератор отключить, а конденсатор замкнуть на катушку с индуктивностью  $L$ , то начнется его разрядка и в катушке возникнет ток. Этот возрастающий от нуля ток приводит к возникновению магнитного поля. Следовательно, энергия электрического поля между обкладками конденсатора постепенно переходит в энергию магнитного поля катушки. В момент полной разрядки конденсатора ток в катушке достигает максимального значения  $I_0$  и энергия магнитного поля  $W = \frac{LI_0^2}{2}$ . В момент полной разрядки конденсатора ток в катушке, казалось бы, должен прекратиться. Однако уменьшению тока в катушке препятствует явление самоиндукции, поддерживающее ток в прежнем направлении. Этот убывающий от максимального значения  $I_0$  ток продолжает переносить заряды от одной обкладки конденсатора к другой в том же направлении и перезаряжает конденсатор. Перезарядка заканчивается, когда ток становится равным нулю. В этот момент энергия магнитного поля катушки переходит в энергию электрического поля конденсатора. В следующий момент начинает разряжаться

конденсатор, а ток потечет в противоположном направлении. Ток разряда конденсатора возрастает, пока конденсатор не разрядится полностью, а затем убывает, но вследствие явления самоиндукции снова перезаряжается конденсатор, и контур возвращается в исходное состояние. На этом завершается один период колебаний в контуре.

Взаимное превращение энергии электрического и магнитного полей сопровождается потерями (диссипацией) энергии на нагревание проводников. И если энергия не пополняется извне, то колебания в контуре затухают – амплитуда колеблющихся величин (заряд на обкладках конденсатора, напряжение, ток) каждого последующего цикла колебаний меньше предыдущего. Чем больше омическое сопротивление контура, тем быстрее затухают колебания в нем.

Закон затухания колебаний зависит от свойств колебательной системы. Система называется линейной, если характеризующие данную систему в рассматриваемом процессе параметры не изменяются. Линейные системы описываются линейными дифференциальными уравнениями. Электрический контур можно считать линейной системой, если его сопротивление  $R$ , емкость  $C$  и индуктивность  $L$  не зависят ни от тока в контуре, ни от напряжения.

Найдем дифференциальное уравнение, описывающее свободные затухающие колебания линейной системы – электрического колебательного контура. Для этого воспользуемся законом Ома и вытекающим из него вторым правилом Кирхгофа, которые справедливы для цепей постоянного и квазипостоянного токов. В данном случае в цепи протекает переменный ток, но учитывая, что размеры контура  $l$  не слишком велики (т.е.  $l \ll c/v$ , где  $c$  – скорость света, с которой распространяются электромагнитные колебания;  $l$  – длина контура;  $v$  – частота колебаний), то можно считать, что мгновенное значение тока будет практически одинаково во всех точках контура. Удовлетворяющие такому условию токи называются квазистационарными. Тогда согласно второму правилу Кирхгофа для  $RLC$ -контура, в котором протекают квазистационарные токи, можно записать

$$U_L + U_R + U_C = 0, \quad (2.1)$$

где  $U_L$  – падение напряжения на индуктивности,  $U_C$  – падение напряжения на емкости,  $U_R$  – падение напряжения на резисторе, или

$$L \frac{dI}{dt} + RI + \frac{q}{C} = 0. \quad (2.2)$$

Учитывая, что  $I = \frac{dq}{dt}$ , и разделив (2.2) на  $L$ , получим следующее уравнение

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0. \quad (2.3)$$

Так как величина заряда на обкладках конденсатора пропорциональна разности потенциалов на них ( $q=CU$ ), то уравнение, описывающее изменение напряжения на конденсаторе, будет аналогично предыдущему уравнению, т.е.

$$\frac{d^2U}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dU}{dt} + \frac{1}{LC} U = 0. \quad (2.4)$$

Введя обозначения  $\delta = R/2L$ ,  $1/LC = \omega_0^2$ , получим

$$\frac{d^2U}{dt^2} + 2\delta \frac{dU}{dt} + \omega_0^2 U = 0, \quad (2.5)$$

где  $\delta$  - коэффициент затухания,  $\omega_0^2$  - частота собственных незатухающих колебаний контура. Уравнение (2.5) является линейным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами и описывает свободные затухающие колебания.

При условии  $\delta < \omega_0$  решение уравнения (2.5) имеет вид

$$U(t) = U_m(t) \cos(\omega t + \varphi) = U_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi), \quad (2.6)$$

где  $\varphi$  - начальная фаза,  $\omega$  - частота свободных затухающих колебаний,  $U_m(t)$  - амплитуда затухающих колебаний.

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}. \quad (2.7)$$

$$U_m(t) = U_0 e^{-\delta t}, \quad (2.8)$$

где  $U_0$  - значение напряжения при  $t = 0$ . Амплитуда затухающих колебаний уменьшается с течением времени тем быстрее, чем больше коэффициент затухания  $\delta$ . Для  $\varphi = 0$  график зависимости (2.6) изображен на рис.2.2 сплошной линией, а зависимости (2.8) – пунктирной.

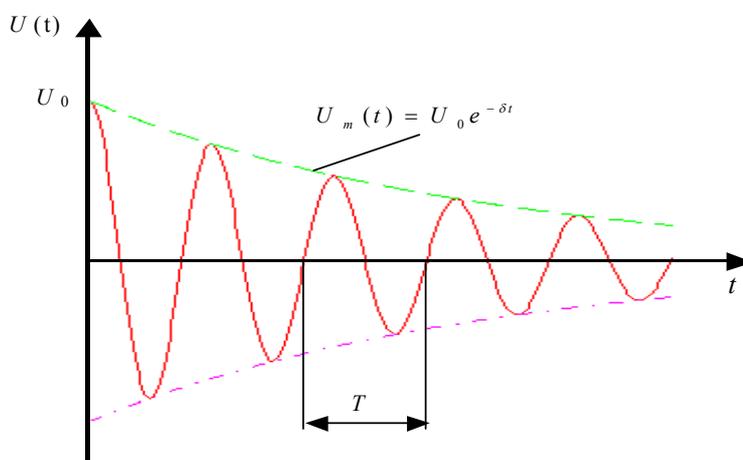


Рисунок 2.2 - Затухающие колебания

Затухающие колебания не являются периодическими, т.к. максимальное значение колеблющейся величины  $U_1$ , достигаемое в некоторый момент времени  $t_1$ , в последующем при  $t > t_1$  никогда не повторяется. Однако при затухающих колебаниях какой-либо величины, она обращается в нуль, достигает максимальных и минимальных значений через равные промежутки времени

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}. \quad (2.9)$$

Величины  $T$  и  $\omega$  называют условно периодом (условным периодом) и циклической частотой (условной частотой) затухающих колебаний.

Промежуток времени  $\tau$ , в течение которого амплитуда затухающих колебаний уменьшается в  $e$  раз ( $e = 2.718$ ), называется временем релаксации. Введение понятия времени релаксации позволяет уточнить физический смысл коэффициента затухания

$$\frac{U_0 e^{-\delta t}}{U_0 e^{-\delta(t+\tau)}} = e, \text{ отсюда } e^{\delta\tau} = e^1,$$

$$\delta\tau = 1, \delta = 1/\tau. \quad (2.10)$$

Это позволяет определять коэффициент затухания как величину, обратную промежутку времени, за которое амплитуда колебаний уменьшается в  $e$  раз. Для количественной характеристики быстроты убывания амплитуды затухающих колебаний пользуются понятием логарифмического декремента.

Логарифмический декремент затухания показывает в логарифмических единицах, во сколько раз убывает амплитуда колебаний за один период. Это безразмерная величина  $\Theta$ , равная натуральному логарифму отношения значений амплитуд двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающихся на период

$$\Theta = \ln \frac{U_m(t)}{U_m(t+T)} = \ln \frac{U_0 e^{-\delta t}}{U_0 e^{-\delta(t+T)}} = \ln e^{\delta T} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N}, \quad (2.11)$$

где  $N$  - число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в  $e$  раз.

Следовательно, логарифмический декремент есть величина обратная числу колебаний, за которое амплитуда уменьшается в  $e$  раз. Если в формулу (2.11) подставить значение для  $\delta = R/2L$  и  $T = 2\pi/\omega$ , то

$$\Theta = \delta T = \frac{R\pi}{L\omega}. \quad (2.12)$$

Согласно (2.7), частота определяется параметрами контура ( $R, L, C$ ), следовательно, можно утверждать, что логарифмический декремент является характеристикой контура, т.к. его величина определяется только параметрами контура. Колебательный контур также характеризуют добротностью, безразмерной величиной  $Q$ , пропорциональной отношению энергии  $W(t)$  колебаний контура в произвольный момент времени  $t$  к убыли этой энергии за интервал времени равный периоду

$$Q = 2\pi \frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)}. \quad (2.13)$$

Т.к. энергия колебаний пропорциональна квадрату амплитуды колебаний  $A(t)$ , то

$$Q = 2\pi \frac{A^2(t)}{A^2(t) - A^2(t+T)} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\delta T}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\Theta}}.$$

При слабом затухании ( $\delta \ll \omega_0$ )  $1 - e^{-2\delta T} \approx 2\delta T \approx 2\Theta$ ,

$$Q \approx \pi/\Theta \approx \pi N. \quad (2.14)$$

Из (2.14) можно видеть, что добротность пропорциональна числу колебаний, совершаемых за промежуток времени, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в  $e$  раз. В случае слабого затухания, когда  $\Theta < 1$ ,  $\omega = \omega_0$ , величина добротности определяется параметрами колебательного контура и равна

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (2.15)$$

При увеличении коэффициента затухания условный период  $T$  затухающих колебаний возрастает и обращается в бесконечность при  $\omega_0 = \delta$ . При этих условиях свободных колебаний в контуре не происходит, а колеблющаяся величина асимптотически стремится к нулю при  $t \rightarrow \infty$  (см. рис. 2.3). Такой процесс называется аperiодическим. Сопротивление контура, при котором наступает аperiодический процесс, называется критическим  $R_{kp}$  и определяется из условия  $\omega_0 = \delta$ ,

$$R_{kp} = 2 \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (2.16)$$

Очевидно, что при всех значениях омического сопротивления контура

$R < R_{kp}$  - процесс колебательный,  $R \geq R_{kp}$  - процесс аperiодический.

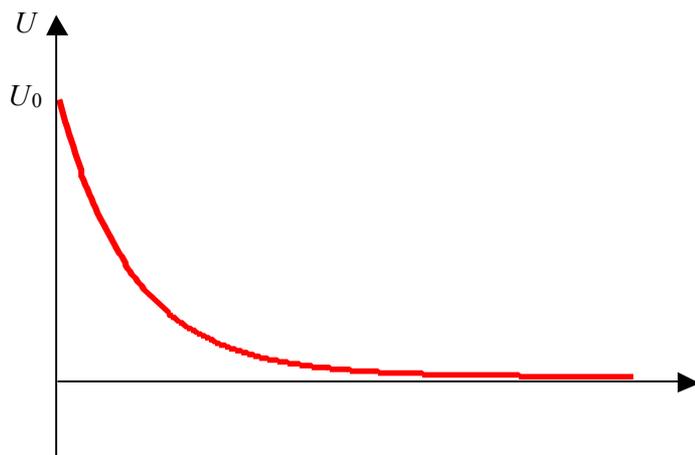


Рисунок 2.3 - Аперiodический процесс.

### 3. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Схема установки представлена на рис.3.1. Колебания в контуре II возбуждаются с помощью импульса, формируемого компьютером I.

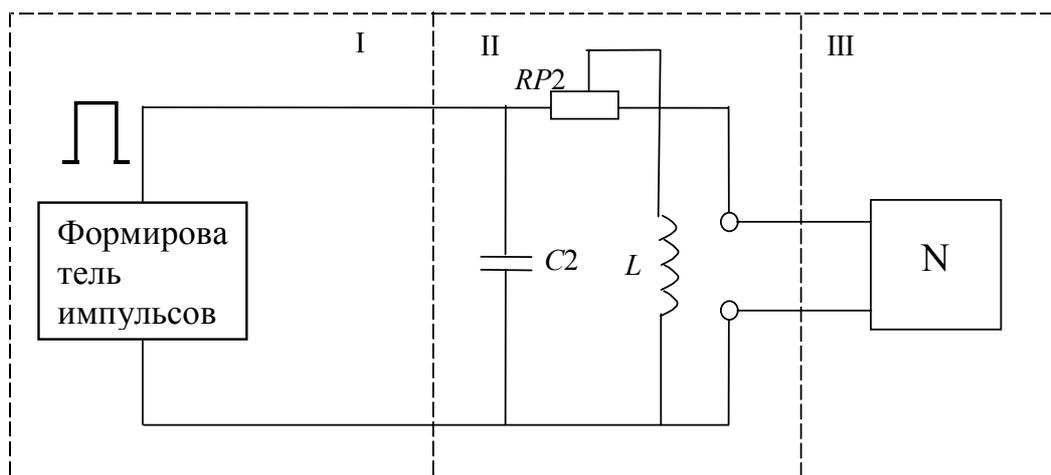


Рисунок 3.1 - Принципиальная электрическая схема установки

Схема смонтирована в настольном макете, расположенном слева от монитора. В качестве резистора  $RP2$  в колебательном контуре II используется переменный резистор, максимальное значение сопротивления которого 470 Ом устанавливается поворотом ручки потенциометра по часовой стрелке в крайнее положение. При повороте ручки против часовой стрелки в крайнее положение значение сопротивления  $RP2=0$ . В этом случае активное сопротивление колебательного контура складывается из сопротивления соединительных проводов контура и активного сопротивления катушки индуктивности,  $R = R_X$ . В дальнейшем это сопротивление необходимо рассчитать по результатам измерений. Емкости конденсаторов различны в разных макетах и приведены в таблице.

Таблица 3.1 Значения параметров элементов контура.

| №         | 1   | 2    | 3   | 4    | 5    | 6    | 7   | 8    | 9    | 10   | 11   | 12  |
|-----------|-----|------|-----|------|------|------|-----|------|------|------|------|-----|
| С,<br>мкФ | 0,1 | 0,12 | 0,1 | 0,18 | 0,15 | 0,15 | 0,1 | 0,18 | 0,18 | 0,15 | 0,18 | 0,1 |

Возбуждение контура производится периодически от импульсов, формируемых компьютером I. Колебания регистрируются осциллографом, представленном на экране монитора. Каждый импульс, подаваемый на колебательный контур, возбуждает один цуг затухающих колебаний.

Измерения амплитуды и периода колебаний осуществляются с помощью осциллографа и скобок, расположенных в углах экрана и перемещаемых с помощью «мыши».

#### 4. ЗАДАНИЕ

- 4.1. Наблюдать свободные затухающие колебания в контуре.
- 4.2. Исследовать влияние величины активного сопротивления контура на характер затухания колебаний.
- 4.3. Убедиться в наличии экспоненциального закона убывания амплитуды со временем.
- 4.4. На основе экспериментальных данных определить параметры затухающих колебаний:  $\delta$ ,  $\omega_0$ ,  $\omega$ ,  $T$ ,  $R_x$ ,  $R_{кр}$ ,  $\Theta$ ,  $Q$ , где  $R_x$  – сопротивление соединительных проводов и катушки.

#### 5. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

- 5.1. Включить экспериментальный макет кнопкой «СЕТЬ» на передней панели. Тумблер S1 в правой части горизонтальной панели перевести в правое положение.
- 5.2. Войти в «среду» «Реально-виртуальная лаборатория», для чего на экране монитора установить указатель мыши на значок «Лаборатория» и нажать дважды на левую кнопку. При этом открывается меню с перечнем работ.
- 5.3. Выбрать строку с названием работы и щелкнуть мышью. На экране появляется стенд, а на макете загорается сигнальная лампочка. Переключатель на макете следует перевести в положение, соответствующее выбранной работе.
- 5.4. Включить питание стенда, для чего активизировать мышью кнопку . При этом на экране осциллографа должна появиться картина затухающих колебаний.
- 5.5. Вращением рукоятки на макете в крайнее положение против часовой стрелки, установить нулевое значение сопротивления  $RP2$ , т.е.  $RP2=0$ .
- 5.6. Измерить амплитуды и периоды пяти первых колебаний. Для этого, взяв мышью вертикальные измерительные скобки, находящиеся в углах экрана осциллографа, подвести их

к двум соседним максимумам, а горизонтальные скобки подвести соответственно к оси симметрии картины колебаний и к выбранному максимуму. Всякий раз нажимать кнопку «Передача данных в таблицу».

5.7. Заполненную таблицу либо перерисовать в рабочую тетрадь (Таблица 5.1), либо соответствующей кнопкой на экране монитора переслать в *Excel*.

5.8. На макете, вращая рукоятку потенциометра, увеличить сопротивление **RP2** до максимально возможного, следя за тем, чтобы в картине колебаний оставалось не менее пяти максимумов. Зафиксировать в таблице значение **RP2**. Повторить п. 5.6.

5.9. На основании результатов измерений вычислить значения логарифмического декремента затухания для обоих случаев

$$\Theta = \ln \frac{U_n}{U_{n+1}}, \text{ где } n - \text{ номер измеряемой амплитуды.}$$

За истинное значение логарифмического декремента контура взять значение среднего арифметического для каждого из двух значений **RP2**.

5.10. Проверить справедливость экспоненциального закона убывания амплитуды со временем  $U = U_0 e^{-\delta t}$ . Для этого привести выражение к виду  $\ln \frac{U_0}{U} = \delta \cdot t$ , из которого

следует, что в координатах  $\ln \frac{U_0}{U}$ ,  $\delta \cdot t$  экспериментальные точки должны укладываться

на прямую, а  $\delta$  – угловой коэффициент этой прямой. В данном случае время удобнее вы-

ражать в периодах  $t = nT$ . Построить графики зависимости  $\ln \frac{U_0}{U}$  от  $nT$  для случаев

**RP=R<sub>1</sub>** и **RP=R<sub>2</sub>**.

5.11. Из графиков определить значения коэффициентов затухания  $\delta_1$  и  $\delta_2$ .

Таблица 5.1

Результаты измерений

| Активное сопротивление контура <b>R</b> | Номер измеряемой амплитуды <b>n</b> | Амплитуда <b>U<sub>n</sub></b> | Логарифмический декремент $\Theta$ | Среднее значение $\langle \Theta \rangle$ | $\ln \frac{U_0}{U_n}$ | Период колебаний <b>T</b> |
|---|-------------------------------------|--------------------------------|------------------------------------|---|-----------------------|---------------------------|
| <b>R=R<sub>x</sub></b>                  | 1                                   |                                |                                    |   |                       |                           |
|   | 2                                   |                                |                                    |   |                       |                           |
|   | 3                                   |                                |                                    |   |                       |                           |
|   | 4                                   |                                |                                    |   |                       |                           |
|   | 5                                   |                                |                                    |   |                       |                           |

|             |   |  |  |  |  |  |
|-------------|---|--|--|--|--|--|
| $R=R_x+RP2$ | 1 |  |  |  |  |  |
|             | 2 |  |  |  |  |  |
|             | 3 |  |  |  |  |  |
|             | 4 |  |  |  |  |  |
|             | 5 |  |  |  |  |  |

5.12. Зная  $\delta_1$  и  $\delta_2$ , определить индуктивность контура.

5.13. Рассчитать суммарное активное сопротивление проводников  $R_x$ . Учитывая, что в контуре используется конденсатор с емкостью, указанной в таблице 3.1, рассчитать собственную частоту контура и частоту затухающих колебаний.

5.14. Рассчитать период колебаний для двух значений сопротивлений  $RP=R_1$  и  $RP=R_2$ . Полученные значения сравнить с измеренными. Рассчитать критическое сопротивление  $R_{кр}$ . Оценить добротность контура.

## 6. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

6.1. Какова цель работы?

6.2. В какой системе можно получить свободные электромагнитные колебания?

6.3. Какие характеристики колебаний изменяются при увеличении активного сопротивления в контуре?

6.4. Каким должно быть соотношение между элементами контура ( $R, L, C$ ), чтобы в контуре смогли существовать электромагнитные колебания?

6.5. Каким образом можно подтвердить экспоненциальный характер изменения амплитуды со временем?

6.6. Как экспериментально определяется коэффициент затухания?

6.7. Какими параметрами контура определяется его собственная частота?

6.8. Как соотносятся между собой собственная частота и частота затухающих колебаний?

6.9. Какие физические величины изменяются в контуре по колебательному закону?

6.10. Чем обусловлено затухание колебаний в контуре?

6.11. Какие характеристики колебаний изменятся при изменении индуктивности контура?

6.12. Как нужно изменить параметры контура, чтобы при однократной зарядке конденсатора его разрядка осуществлялась аperiodически?



## Тестовые вопросы для допуска к работе «Затухающие колебания»

## Вариант-1

1. Каков физический смысл коэффициента затухания?
  - 1) Величина, равная времени, в течение которого амплитуда уменьшается в  $e$  раз;
  - 2) Величина, обратная времени, в течение которого амплитуда уменьшается в  $e$  раз;
  - 3) Величина, показывающая, во сколько раз амплитуда колебаний изменяется за период.
2. По какому закону убывает амплитуда колебаний в контуре?
  - 1) По линейному;
  - 2) По гиперболическому;
  - 3) По экспоненциальному.
3. Каков критерий перехода от колебательного характера изменения напряжения на конденсаторе к апериодической разрядке?
  - 1)  $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$  ;    2)  $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$  ;    3)  $R > \sqrt{\frac{L}{C}}$
4. Среди приведенных дифференциальных уравнений указать то, которое описывает колебания в контуре с затуханием.
  - 1)  $L\frac{dI}{dt} + RI = 0$  ;    2)  $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC}q = 0$  ;    3)  $L\frac{dI}{dt} + \frac{q}{C} = 0$  .
5. Каков физический смысл логарифмического декремента затухания?
  - 1) Величина, равная числу колебаний, за которые амплитуда уменьшается в  $e$  раз.

## Вариант 2.

1. Каким образом возбуждаются колебания в контуре?
  - 1) Подачей синусоидального сигнала от внешнего генератора.
  - 2) **Подачей на конденсатор кратковременного прямоугольного импульса напряжения, сформированного в компьютере.**
  - 3) Подключением контура к питающей сети.
2. Затухание колебаний в контуре есть следствие:
  - а) наличия в контуре активного сопротивления;
  - б) потерь энергии на нагревание проводов и излучение электромагнитных волн;

- в) сдвига фаз между током и напряжением на конденсаторе;  
г) сдвига фаз между напряжениями на конденсаторе и катушке.
- 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) **а,б.**
3. Какие характеристики и каким образом изменяются при увеличении активного сопротивления в контуре?
- 1) Возрастает частота свободных колебаний.
  - 2) **Возрастает период свободных колебаний.**
  - 3) Увеличивается время существования свободных колебаний.
4. Какие характеристики и каким образом изменяются при увеличении индуктивности катушки в контуре?
- 1) Увеличивается коэффициент затухания.
  - 2) Увеличивается частота свободных колебаний.
  - 3) **Уменьшается коэффициент затухания.**
5. Каким образом следует производить измерения амплитуды колебаний?
- 1) При получении на экране картины затухающих колебаний нажимать кнопку *STOP*.
  - 2) Прикладывая к экрану линейку.
  - 3) **Совместить измерительные скобки с осью симметрии картины колебаний и с амплитудным значением сигнала, после чего нажать кнопку «Передача данных в таблицу».**

**Указать погрешности!!!**