
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования

**«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И
РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)**

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой ЭМИС

_____ И. Г. Боровской

«__» _____ 2012 г.

С.И. КОЛЕСНИКОВА

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
СТАТИСТИКА**

Методические указания к самостоятельной работе студентов для направления 080100.62

«Экономика»

2012

Колесникова С.И Теория вероятности и математическая статистика. Методические рекомендации к самостоятельной работе студентов направления 080100.62 «Экономика» – Томск: Изд-во ТУСУР, 2012. – 16с.

В методических рекомендациях к самостоятельной работе также приведены примеры контрольных тестов для оценивания знаний студентов.

**Методические указания к самостоятельной работе студентов (СРС) и примеры
контрольных тестов для оценивания**

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 1.....	4
1.1. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) №1 по теме: «Основы теории вероятностей. Случайные события» (10 час).....	4
1.2. Типовые тесты к разделу 1 (пример)	5
1.3. Подготовка к интерактивному занятию №1 «Формулы полной вероятности и Байеса. Схема независимых испытаний. Формула Бернулли. Биномиальное распределение» (8 ч)	5
2. УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 2.....	7
2.1. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) №2 по теме: «Случайные величины. Распределение вероятностей» (8 час).....	7
1.2. Типовые тесты к разделу 2 (пример)	8
2.3. Подготовка к интерактивному занятию №2 «Случайные величины. Распределение вероятностей» (8 ч).....	9
3. УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 3.....	10
Подготовка к проверочной индивидуальной работе и ее выполнение.	11
3.2. Типовые тесты к разделу 3 (пример)	11
3.3. Подготовка к интерактивному занятию №3 «Основы теории случайных процессов» (8 ч)	12
4. УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 4.....	14
Подготовка к проверочной индивидуальной работе и ее выполнение.	14
4.2. Типовые тесты к разделу 4 (пример)	14
4.3. Подготовка к интерактивному занятию №4 «Основные понятия математической статистики» (10 ч)	15

№ п/п	№ раздела дисциплины из табл. 5.1	Вид самостоятельной работы	Трудоемкость (час.)	Компетенции ОК, ПК	Контроль выполнения работы (Опрос, тест, Индивидуальные домашние задания (ИДЗ), и т.д)
1.	1	Подготовка к проверочной индивидуальной работе и ее выполнение	10	ОК-12, ОК-13, ПК-14, ПК-15	Отчет по ИДЗ. Отчет по ИнЗ.
2	1	Подготовка к интерактивному занятию №1	8	ОК-12, ОК-13, ПК-14, ПК-15	
	2	Подготовка к проверочной индивидуальной работе и ее выполнение	8	ОК-12, ОК-13, ПК-14, ПК-15	Отчет по ИДЗ. Отчет по ИнЗ.
3	2	Подготовка к интерактивному занятию №2	8	ОК-12, ОК-13, ПК-14, ПК-15	
4	3	Подготовка к проверочной индивидуальной работе и ее выполнение	8	ОК-12, ОК-13, ПК-14, ПК-15	Отчет по ИДЗ. Отчет по ИнЗ.
5	3	Подготовка к интерактивному занятию №3	8	ОК-12, ОК-13, ПК-14, ПК-15	
6	4	Подготовка к проверочной индивидуальной работе и ее выполнение	12	ОК-12, ОК-13, ПК-14, ПК-15	Отчет по ИДЗ. Отчет по ИнЗ..
7	4	Подготовка к интерактивному занятию №4	10	ОК-12, ОК-13, ПК-14, ПК-15	
8	1-4	Подготовка к тестированию и экзамену	36	ОК-12, ОК-13, ПК-14, ПК-15	

Обозначения: ИДЗ - индивидуальные домашние задания
СРС - самостоятельная работа студентов
ИнЗ - интерактивное занятие

З-Эл – знания элементарные (определения, понятия, умение приводить иллюстрирующие примеры);

З-Пр – знания продуктивные (умение применить знания элементарные для решения учебных задач);

У-Эл – «умения» элементарные (уметь пользоваться готовыми частными алгоритмами для решения типовых задач), умение решать задачи по шаблону (копировать);

У-Пр – «умения» продуктивные (применять положения и известные частные алгоритмы дисциплины для решения практических задач);

В-Эл – элементарное владение методами дисциплины и уверенное осуществление (построение) основных операций для решения типовых задач;

В-Пр – продуктивно распознавать проблемы, алгоритмизировать их анализ и применять методы дисциплины для решения практических задач;

1. УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 1

1.1. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) №1 по теме: «Основы теории вероятностей. Случайные события» (10 час)

Цель занятия: Проведение исследований на базе поискового метода по одной из заданных тем.

Форма текущего контроля освоения компетенций ОК-12, ОК-13 (уровни З-Эл; У-Эл; В-Эл), ПК-14, ПК-15 (уровни З-Пр, У-Пр, В-Пр): *отчет* по выбранной теме и подготовка презентации-защиты:

Рекомендуемые темы:

- Основания теории вероятностей и экономические задачи.
- Аксиоматика Колмогорова и вероятностные задачи.
- История теории вероятностей.
- История математической статистики.
- Основные элементы вероятностного пространства: алгебры множеств, сигма-алгебры и вероятностной меры.
- Статистические методы оценивания экономических показателей.
- Вероятностные методы в экономике.
- Математические основания теории вероятностей и математической статистики.
- Оценка вероятности безотказной работы по критериям остаточного ресурса.

1.2. Типовые тесты к разделу 1 (пример)

№	Вопросы	Ответы
1.	Какое из следующих событий достоверное: а) попадание в мишень при трех выстрелах б) появление 17 очков при бросании трех игральных костей в) появление не более 18 очков при бросании трех игральных костей	
2.	Событие А – «попадание в мишень первым выстрелом». Событие В – «попадание в мишень вторым выстрелом». В чем состоит событие А+В?	
3.	Событие А – «появление нечетного числа очков при бросании игральной кости». Событие В – «не появление трех очков при бросании игральной кости». В чем состоит событие АВ?	
4.	На тренировках занимаются 12 баскетболистов. Сколько может быть образовано тренером разных стартовых пятерок? а) 792; б) 580; в) 120;	
5.	В ящике имеются 4 белых и 7 черных шаров. Какова вероятность того, что наудачу вынутый шар окажется белым? а) 1/4; б) 4/11; в) 4/7;	
6.	В ящике 40 деталей: 20 – первого сорта, 15 – второго сорта, 5 – третьего сорта. Найти вероятность того, что наугад извлеченная деталь окажется не третьего сорта (событие А). а) 1/8; б) 3/16; в) 7/8;	
7.	Полная группа событий – это а) группа событий, когда в результате опыта неизбежно должно произойти одно из них; б) группа событий, вероятности которых равны между собой; в) группа взаимоисключающих друг друга событий; г) группа событий, вероятности которых равны 1.	

1.3. Подготовка к интерактивному занятию №1 «Формулы полной вероятности и Байеса. Схема независимых испытаний. Формула Бернулли. Биномиальное распределение» (8 ч)

Цель занятия: активное воспроизведение ранее полученных знаний по разделу 1 «Основы теории вероятностей. Случайные события» в «незнакомых» условиях (применение основных понятий темы раздела 1 для решения задачи: построение вероятностных моделей для практически важных текстовых задач).

Дополнительная литература для подготовки к занятию:

- 1) <http://www.math.ru/lib/book/djvu/50zadach.djvu> Ф. Мостеллер. Пятьдесят занимательных вероятностных задач с решениями. 1975. — 112 с.
- 2) Секей Г. Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике. РХД, 2003.
- 3) Самостоятельный интернет-поиск.

Форма текущего контроля освоения компетенций ОК-12, ОК-13, ПК-14, ПК-15 уровни 3-Пр, У-Пр, В-Пр (см. табл.1 методических указаний к практическим занятиям): *отчет* по решению практических текстовых задач, *типовая формулировка* которых следующая:

Задача И1.1. *Дни рожденья.* (Начальный уровень) Доказать, что парадокс дней рождения - это не парадокс. «Парадоксальное» утверждение: вероятность совпадения дней рождения (числа и месяца) хотя бы у двух членов группы из 23 и более человек, превышает 50%. Для 60 и более человек вероятность такого совпадения превышает 99%, хотя 100% она достигает, согласно принципу Дирихле, только когда в группе не менее 367 человек (с учётом високосных лет).

Задача И1.2. *Осторожный фальшивомонетчик.* (Начальный уровень) В каждый ящик в сто монет кладется одна фальшивая (m фальшивых в общем случае). Для проверки из ста ящиков берутся по одной монете из каждого последовательно. Какова вероятность, что фальшивомонетчик не будет обнаружен?

Задача И1.3 *Долговечность ламп.* (Начальный уровень). На складе вперемешку хранятся лампы, полученные с четырех заводов: 250 – с первого завода, 525 – со второго, 275 – с третьего и 950 – с четвертого. Вероятность того, что лампа проработает больше 1500 часов, для продукции этих заводов соответственно равна 0.15, 0.3, 0.2 и 0.1. Найти вероятность того, что взятая наугад лампа проработает больше 1500 часов.

Задача И1.4 *Задача по кредитам.* (Средний уровень). Средний процент невозврата кредита, выданного банком, составляет 5%. Найти вероятность того, что при выдаче банком ста кредитов, проблема с невозвратом возникнет не менее, чем в двух случаях.

Задача И1.5 *Задача по кредитам.* (Средний уровень). Средний процент невозврата кредита, выданного банком, составляет 5%. Найти вероятность того, что при выдаче банком ста кредитов, проблема с невозвратом возникнет не менее, чем в двух случаях.

Задача И1.6 *Успеваемость.* (Средний уровень). В группе из десяти студентов, пришедших на экзамен, три студента подготовлены отлично, четыре – хорошо, два – посредственно и один – плохо. Отлично подготовленный студент знает все 20 вопросов экзаменационных билетов, хорошо подготовленный – 16, посредственно подготовленный – 10, плохо подготовленный – 5. Вызванный наугад студент ответил на все три вопроса билета. Найти вероятность того, что этот студент подготовлен отлично.

Задача И1.7 *Лотерея.* (Высокий уровень). В шкафу стоят однотипные приборы, из которых 15 новых и 10 уже бывших в эксплуатации. Берутся наугад два прибора и эксплуатируются в течение некоторого времени, после чего возвращаются в шкаф. Затем вторично берутся наугад два прибора. Найти вероятность того, что оба вторично взятых прибора новые.

Задача И1.8 *Шары.* (Высокий уровень). В первой урне – 1 белый и 2 черных шара, во второй – 3 белых и 3 черных шара. Из второй урны наугад переложили в первую

один шар, а затем из первой урны вынули наугад один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар находился ранее во второй урне, если известно, что он белый.

Задача И1.9 *Попадание в цель.* (Высокий уровень). По самолету производится три выстрела. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0.5, при втором – 0.6, при третьем – 0.8. При одном попадании самолет выходит из строя с вероятностью 0.3, при двух попаданиях – с вероятностью 0.6, при трех попаданиях – с вероятностью 1. Найти вероятность того, что в результате трех выстрелов самолет будет выведен из строя.

Задача И1.10 *Сортировочная станция.* (Высокий уровень). На железнодорожную сортировочную станцию поступает состав из k вагонов, направляемых в различные адреса; в адрес A_1 направляются k_1 вагонов, в адрес A_2 — k_2 вагонов, в адрес A_3 — k_3 вагонов ($k_1 + k_2 + k_3 = k$). Вагоны в составе занимают то или другое положение независимо друг от друга; все места в составе для любого вагона равновероятны. Найти вероятность того, что все вагоны, направляемые в один и тот же адрес, будут стоять рядом.

Ознакомиться со следующим материалом (по указанным источникам):

- 1) Формулы полной вероятности и Байеса на примере задач типа:
- 2) Схема независимых испытаний. Формула Бернулли. Биномиальное распределение;
- 3) Предельные теоремы в схеме Бернулли.

Подготовить отчет команды, сформированной на ИнЗ 1, по обсуждаемым задачам, содержащий положения:

- 1) Постановка решаемых задач.
- 2) Изложение обзора вариантов их решения.
- 3) Защита выбранного варианта и решение задач.
- 4) Подготовка презентации-защиты работы команды.

Ознакомиться с формами текущего контроля

Таблица 1

№ п / п	Наименование разделов	Формы контроля				
		Знаний	Умений	Навыков	Оценки личностных качеств	Компетенции/ожидаемый уровень освоения
1	Основы теории вероятностей. Случайные события	Сдача индивидуальных заданий		Отчет по решению реальных практических задач на интерактивном занятии	Соблюдение установленных сроков для отчета и теста	ОК-12, ОК-13/ Уровни: 3-Эл, У-Эл, В-Эл ПК-14, ПК-15/ 3-Пр, У-Пр, В-Пр
		Контрольная работа				
		Отчет по ИнЗ №1				

2. УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 2

2.1. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) №2 по теме: «Случайные величины. Распределение вероятностей» (8 час)

Цель занятия: Проведение исследований на базе поискового метода по одной из заданных тем.

Форма текущего контроля освоения компетенций ОК-12, ОК-13 (уровни 3-Эл; У-Эл; В-Эл), ПК-14, ПК-15 (уровни 3-Пр, У-Пр, В-Пр: отчет по выбранной теме и подготовка презентации-защиты:

Рекомендуемые темы:

- Дискретные вероятностные распределения и экономические задачи.

- Вероятностные методы и экономическая статистика.
- Определение вероятности разорения фирм.
- Непрерывные вероятностные распределения и экономические задачи.
- Логика вероятностного исследования.
- Вероятностные методы в менеджменте.
- Практические интерпретации пуассоновского распределения.
- Вероятностные парадоксы.
- Вероятностные методы в исследовании систем управления.
- Теория вероятностей и теория возможностей. Примеры.

1.2. Типовые тесты к разделу 2 (пример)

1	<p>В серии из n испытаний вероятность того, что событие A произойдет ровно m раз, если p — вероятность появления события A в одном испытании, можно вычислить по формуле</p> <p>а) $(1-p)^{m-1} \cdot p^n$;</p> <p>б) $\frac{1}{\sqrt{2\pi np(1-p)}} \cdot e^{-\frac{(m-np)^2}{2np(1-p)}}$;</p> <p>в) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$, $x_1 = \frac{m+np}{\sqrt{npq}}$, $x_2 = \frac{m-np}{\sqrt{npq}}$;</p> <p>г) $\frac{C_a^m \cdot C_b^{n-m}}{C_{a+b}^n}$.</p>	
2	<p>Формула Пуассона $P(m) = \frac{a^m \times e^{-a}}{m!}$, где $a=np$, дает наиболее точное значение вероятности</p> <p>а) при значениях p, близких к 1;</p> <p>б) при значениях p, близких к 0;</p> <p>в) если p близко к 0,5;</p> <p>г) при любом значении p.</p>	
3	<p>Наивероятнейшее число m_0 появления события в независимых испытаниях лежит в пределах</p> <p>а) $0 \leq m_0 \leq 1$;</p> <p>б) $0 \leq m_0 \leq np - q$;</p> <p>в) $np + p - 1 \leq m_0 \leq np + p$;</p> <p>г) $\frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}} \leq m_0 \leq \frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}}$.</p>	
4	<p>Локальная теорема Муавра-Лапласа вычисляет вероятность наступления события m раз в n испытаниях с большей точностью, если</p> <p>а) n близка к нулю;</p> <p>б) $0 \leq n \leq 100$;</p> <p>в) $np + p - 1 \leq n \leq np + p$;</p> <p>г) n достаточно велико.</p>	
5	<p>Имеется 20 стандартных ящиков однородных деталей. Вероятность того, что в одном взятом наудачу ящике детали окажутся стандартными, равна $3/4$. Тогда наивероятнейшее число ящиков, в котором все детали стандартные, равно</p> <p>а) $m_0=15$;</p> <p>б) $m_0=14$;</p> <p>в) $m_0=16$;</p> <p>г) $m_0=20$.</p>	

6	<p>Пусть в серии из n испытаний, в каждом из которых событие A появляется с вероятностью $p=1/2$, число испытаний достаточно велико. Тогда вероятность наступления события A m раз удобнее считать по формуле</p> <p>а) Муавра-Лапласа; б) Пуассона; в) Бернулли; г) сложения вероятностей.</p>	
7	<p>Какие из перечисленных ниже случайных величин являются дискретными:</p> <p>а) число попаданий в мишень при десяти независимых выстрелах; б) отклонение размера обрабатываемой детали от стандарта; в) число нестандартных изделий, оказавшихся в партии из 100 изделий; г) число очков, выпавших на верхней грани при одном подбрасывании игральной кости?</p> <p>Варианты ответа:</p> <p>а) а,б,в; б) в,г; в) а,в,г; г) б,в,г.</p>	

2.3. Подготовка к интерактивному занятию №2 «Случайные величины. Распределение вероятностей» (8 ч)

Цель занятия: активное воспроизведение ранее полученных знаний по разделу 2 «Случайные величины. Распределение вероятностей» в «незнакомых» условиях (применение основных понятий темы раздела 2 для решения задачи: построение вероятностных моделей для практически важных текстовых задач).

Дополнительная литература для подготовки к занятию:

- 1) <http://www.alleng.ru/d/econ/econ292.htm> Юдин С.В. Математика в экономике. Тула: РГТЭУ, 2009. — 228 с.
- 2) http://www.aup.ru/books/m155/2_12.htm Орлов А.И. Математика случая. Вероятность и статистика – основные факты. Учебное пособие. М.: МЗ-Пресс, 2004.
- 3) Самостоятельный интернет-поиск.

Форма текущего контроля освоения компетенций ОК-12, ОК-13, ПК-14, ПК-15 уровни 3-Пр, У-Пр, В-Пр (см. табл.2 методических указаний к практическим занятиям): *отчет* по решению практических текстовых задач, *типовая формулировка* которых следующая:

Задача И2.1. Брак деталей. (Начальный уровень) Деталь, взятая с конвейера, считается годной, если отклонение X её контролируемого размера от номинала не превышает 0.15мм. Величина X распределена нормально, причём $\sigma(X)=0.9$ мм. Найти вероятность того, что деталь не будет признана браком.

Задача И2.2. Контроль деталей. (Начальный уровень) Завод изготавливает бруски. Номинальный размер (длина) бруска $d = 10$ мм. Фактический диаметр – случайная величина с мате-матическим ожиданием 12.5 мм и среднеквадратическим отклонением 0.26 мм. При контроле бракуются все бруски, диаметр которых отличается от номинала более, чем на 0.01 мм. Определить процент брака.

Задача И2.3. Числовые характеристики с.в. (Начальный уровень) Найти числовые характеристики (матожидание, дисперсию, моду, медиану) для нормального, показательного, равномерного законов.

Задача И2.4. Дальность полёта (Средний уровень) Средняя дальность полёта пули равна t . Предполагается, что дальность полёта X распределена по нормальному закону со

средним квадратичным отклонением 50м. Найти, какой процент снарядов даёт перелёт от 150 м до 200 м.

Задача И2.5. Стрельба по цели (Средний уровень) Производится стрельба по цели, имеющей вид полосы шириной 65 м. Прицеливание производится по средней линии полосы. Среднеквадратическое отклонение точки попадания от середины полосы равно 18 м. Найти вероятность попадания в полосу при одном выстреле.

Задача И2.6. Закон Пуассона. (Средний уровень) В цехе $n=100$ станков. Количество отказов k за смену подчиняется закону Пуассона с параметром $\lambda=0.34$. Найти вероятность того, что количество отказов находится в интервале: $3 \leq k \leq 5$.

Задача И2.7. Проценты. (Высокий уровень). Банкомат выдаёт стандартные суммы в 500, 100 и 50 долл., причём первые составляют 10%, а последние - 60% всех выдач. В среднем банкомат производит 100 выдач в сутки. Определить размер денежной суммы, которую необходимо заложить в банкомат утром, чтобы этой суммы с вероятностью 0,9 хватило для выдачи наличности вкладчикам до следующего утра.

Задача И2.8. Торговля. (Высокий уровень). Торговец газетами ходит по вагонам электропоездов. В каждом из вагонов он может продать газету с вероятностью $1/3$. Случайная величина X - число вагонов, в которые заходил торговец прежде, чем продал первые 100 газет. Найти распределение случайной величины X .

Задача И2.9. Стоимость акции. (Высокий уровень). Почему стоимость акции лучше описывается логнормальным распределением, чем нормальным?

Ознакомиться со следующим материалом (по указанным источникам):

- 1) Непрерывные распределения: нормальное, показательное, равномерное.
- 2) Неравенство Чебышева. Закон больших чисел и его следствие;
- 3) Центральная предельная теорема Ляпунова.
- 4) Примеры практических вероятностно-статистических задач с данными распределениями.

Подготовить отчет команды, сформированной на ИнЗ 2, по обсуждаемым задачам, содержащий положения:

- 1) Постановка решаемых задач.
- 2) Изложение обзора вариантов их решения.
- 3) Защита выбранного варианта и решение задач.
- 4) Подготовка презентации-защиты работы команды.

Ознакомиться с формами текущего контроля

Таблица 2

№ п / п	Наименование разделов	Формы контроля				
		Знаний	Умений	Навыков	Оценка личностных качеств	Компетенции/ожидаемый уровень освоения
1	Случайные величины. Распределение вероятностей	Сдача индивидуальных заданий		Отчет по решению реальных практических задач на интерактивном занятии	Соблюдение установленных сроков для отчета и теста	ОК-12, ОК-13/ Уровни: 3-Эл, У-Эл, В-Эл ПК-14, ПК-15/ 3-Пр, У-Пр, В-Пр
		Контрольная работа				
		Отчет по ИнЗ №2				

3. УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 3

Подготовка к проверочной индивидуальной работе и ее выполнение.

3.1. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) №3 по теме: «Основы теории случайных процессов» (8 час)

Цель занятия: Проведение исследований на базе поискового метода по одной из заданных тем.

Форма текущего контроля освоения компетенций ОК-12, ОК-13 (уровни З-Эл; У-Эл; В-Эл), ПК-14, ПК-15 (уровни З-Пр, У-Пр, В-Пр): отчет по выбранной теме и подготовка презентации-защиты:

Рекомендуемые темы:

- о Основания теории вероятностей и теории массового обслуживания.
- о Модели теории запасов.
- о История возникновения пуассоновского процесса и обоснование его применения.
- о История винеровского процесса.
- о Типы систем массового обслуживания.
- о Потoki Эрланга.
- о Задачи телефонии и задачи экономики.
- о Модели теории случайных процессов в социально-экономических приложениях.
- о Модели теории случайных процессов в теории надежности.

3.2. Типовые тесты к разделу 3 (пример)

№	Вопросы	Отв еты
1.	Формула Пуассона для вычисления вероятности того, что в n независимых испытаниях событие A произойдет m раз, имеет вид: а) $P(m) = \frac{a^m \cdot e^{-a}}{m!}$; б) $P_n(m) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2}$; в) $P_n(m) = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}$; г) $P_n(m) = q^{m-1} \cdot p$.	
2.	Закон Пуассона описывает распределение 1) вероятности появления двух или более событий в течение элементарного интервала времени Δt 2) числа n событий попадающих на любой интервал x $P(n, x) = \frac{(\lambda x)^n e^{-\lambda x}}{n!}, n = 1, 2, \dots$ 3) вероятности того, что на интервале времени z не появится ни одного события: $P(0, z) = e^{-\lambda z}$	
3.	Случайный процесс, протекающий в системе, называется марковским, если 1) если вероятность появления двух или более событий в течении элементарного интервала времени Δt есть величина бесконечно малая по сравнению с вероятностью появления одного события на этом интервале, т.е. $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} P(n, \Delta t) = 0$ при $n=2, 3, \dots$ 2) он учитывает влияние случайных факторов на поведение объекта (системы, процесса) и, следовательно, оценивает будущее с позиций вероятности тех или иных событий. 3) для любого момента времени t_0 вероятностные характеристики процесса в будущем зависят только от его состояния в данный момент t_0 и не зависят	

	от того, когда и как система пришла в это состояние.	
4.	Параметры в модели ARIMA(p, d, q) означают: 1) большие нуля или равные нулю, и обозначают параметр авторегрессии, порядок интегрирования и скользящего среднего соответственно; 2) произвольные целые числа, обозначающие параметр авторегрессии, порядок интегрирования и скользящего среднего соответственно; 3) большие нуля или равные нулю, и обозначают точность модели, величину запаздывания и число слагаемых в модели.	
5.	Дисперсией случайного процесса $X(t)$ называется неслучайная функция $Dx(t)$, которая при любом значении t равна 1) математическому ожиданию соответствующего сечения случайного процесса 2) дисперсии соответствующего сечения случайного процесса 3) среднему квадратическому отклонению соответствующего сечения случайного процесса 4) вариации соответствующего сечения случайного процесса.	
6.	Корреляционной функцией случайного процесса $X(t)$ называется неслучайная функция $Kx(t, t')$ двух аргументов t и t' , которая при каждой паре значений t и t' равна 1) сумме математических ожиданий соответствующих сечений случайного процесса 2) сумме дисперсий соответствующих сечений случайного процесса 3) ковариации соответствующих сечений случайного процесса 4) произведению дисперсий соответствующих сечений случайного процесса	
7.	Случайный процесс $X(t)$ называется марковским процессом, если для любых двух моментов времени t_0 и t_1 , $t_0 < t_1$, условное распределение $X(t_1)$ при условии, что заданы все значения $X(t)$ при $t \leq t_0$ равно: 1) $X(t_1)$ 2) $X(t_0)$ 3) $X(t_0, t_1)$ 4) $X(t_0 + t_1)$	

3.3. Подготовка к интерактивному занятию №3 «Основы теории случайных процессов» (8 ч)

Цель занятия: активное воспроизведение ранее полученных знаний по разделу 3 «Основы теории случайных процессов» в «незнакомых» условиях (применение основных понятий темы раздела 3 для решения задачи: построение вероятностных моделей для практически важных текстовых задач).

Дополнительная литература для подготовки к занятию:

- 1) Денисенко Т.И. Использование марковских цепей при решении различных прикладных задач // Фундаментальные исследования. – 2009. – № 1 – С. 27-28
www.rae.ru/fs/?section=content&op=show_article&article_id=7781400.
- 2) <http://www.teorver-online.narod.ru>
- 3) Самостоятельный интернет-поиск.

Форма текущего контроля освоения компетенций ОК-12, ОК-13, ПК-14, ПК-15 уровни 3-Пр, У-Пр, В-Пр (см. табл.3 методических указаний к практическим занятиям): *отчет* по решению практических текстовых задач, *типовая формулировка* которых следующая:

Задача ИЗ.1. Эскадрилья бомбардировщиков состоит из четырех самолетов. Боевое задание она получает один раз в день. Если к концу дня из-за потерь, нанесенных противником, наличный состав самолетов уменьшается до нуля, одного или двух, то

командир эскадрильи получает один самолет из резерва; этот самолет доставляется ночью. Если наличный состав равен трем или четырем самолетами, то командир не имеет права на пополнение. На следующий день, если в наличии имеется три или четыре самолета, то задание эскадрилье дается; в противном случае задание отменяется. Во время выполнения задания каждый самолет может быть выведен из строя с вероятностью p .

Ввести понятие состояния эскадрильи так, чтобы функционирование эскадрильи можно было описать с помощью цепи Маркова, построить матрицу P и исследовать ее на регулярность.

Задача И3.2. Задана матрица: $P_1 = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,6 \\ 0,3 & 0,7 \end{pmatrix}$ вероятностей перехода дискретной цепи

Маркова из i -го состояния в j -ое за один шаг ($i, j=1, 2$). Распределение вероятностей по состояниям в начальный момент $t=0$ определяется вектором $\vec{q} = (0,1; 0,9)$. Найти:

- 1) матрицу P_2 перехода цепи из состояния i в состояние j за два шага;
- 2) распределение вероятностей по состояниям в момент $t=2$;
- 3) вероятность того, что в момент $t=1$ состоянием цепи будет A^2 ;
- 4) стационарное распределение.

Задача И3.3. Задана матрица $\Lambda = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & 0 & -4 \end{pmatrix}$ интенсивностей переходов непрерывной

цепи Маркова. Составить размеченный граф состояний, соответствующий матрице Λ ; составить систему дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний; найти предельное распределение вероятностей.

Ознакомиться со следующим материалом (по указанным источникам):

- 1) Цепи Маркова с конечным числом состояний и непрерывным временем;
- 2) Цепи Маркова и их использование в моделировании социально-экономических процессов;
- 3) Теория массового обслуживания: основные модели.
- 4) Свойства пуассоновского потока.

Подготовить отчет команды, сформированной на ИнЗ 3, по обсуждаемым задачам, содержащий положения:

- 1) Постановка решаемых задач.
- 2) Изложение обзора вариантов их решения.
- 3) Защита выбранного варианта и решение задач.
- 4) Подготовка презентации-защиты работы команды.

Ознакомиться с формами текущего контроля

Таблица 3

№ п / п	Наименование разделов	Формы контроля				
		Знаний	Умений	Навыков	Оценка личностных качеств	Компетенции/ожидаемый уровень освоения
1	Основы теории случайных процессов	Сдача индивидуальных заданий		Отчет по решению реальных практически задач на <i>интерактивном</i> занятии	Соблюдение установленных сроков для отчета и теста	ОК-12, ОК-13/ Уровни: З-Эл, У-Эл, В-Эл ПК-14, ПК-15/ З-Пр, У-Пр, В-Пр
		Контрольная работа				
		Отчет по ИнЗ №3				

4. УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 4

Подготовка к проверочной индивидуальной работе и ее выполнение.

4.1. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) №4 по теме: «Основные понятия математической статистики» (12 час)

Цель занятия: Проведение исследований на базе поискового метода по одной из заданных тем.

Форма текущего контроля освоения компетенций ОК-12, ОК-13 (уровни З-Эл; У-Эл; В-Эл), ПК-14, ПК-15 (уровни З-Пр, У-Пр, В-Пр): отчет по выбранной теме и подготовка презентации-защиты:

Рекомендуемые темы:

- о Основания теории статистики.
- о Модели теории статистических оценок.
- о История возникновения нормального закона и его применение в статистике.
- о Гауссовский процесс и практические задачи.
- о Методы интервальных оценок.
- о Свойства точечных оценок
- о Задачи статистики и задачи экономики.
- о Модели регрессии в социально-экономических приложениях.

4.2. Типовые тесты к разделу 4 (пример)

№	Вопросы	Отв еты
8.	По выборочным данным (5% отбор), удельный вес неуспевающих студентов на 4 курсе составил 5 %, а на 1 курсе – 15%. На каком курсе при одинаковой численности выборочной совокупности ошибка выборки больше?	
9.	Сопоставьте значение показателя и его смысл а) Коэффициент регрессии равен 0,95. б) Коэффициент эластичности равен 0,95. в) Коэффициент детерминации равен 0,95. г) Коэффициент корреляции равен 0,95.	
10.	В выборке численностью 100 единиц, произведенной случайным повторным способом, дисперсия равна 1,44. Определите предельную ошибку выборки при вероятности $p=0,683$.	
11.	При каком значении линейного коэффициента корреляции связь между Y и X можно признать более существенной: а) $r_{yx} = 0,25$; б) $r_{yx} = 0,14$; в) $r_{yx} = - 0,57$.	
12.	Укажите функцию Лапласа: а) $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ б) $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ в) $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-x}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$	

13.	Определите, в каком ряду средняя арифметическая равна медиане: а) 3,5,7,6,9 б) 6,5,8,9,6 в) 4,9,8,5,5 г) 3,4,8,9,7	
14.	Второй квартиль равен: а) средней арифметической выборки б) моде в) медиане	

4.3. Подготовка к интерактивному занятию №4 «Основные понятия математической статистики» (10 ч)

Цель занятия: активное воспроизведение ранее полученных знаний по разделу 4 «Основные понятия математической статистики» в «незнакомых» условиях (применение основных понятий темы раздела 4 для решения задач: построение статистических моделей для практически важных текстовых задач).

Дополнительная литература для подготовки к занятию:

- 1) <http://www.alleng.ru/d/econ/econ292.htm> Юдин С.В. Математика в экономике. Тула: РГТЭУ, 2009. — 228 с.
- 2) Козлов М. В. Элементы теории вероятностей в примерах и задачах. МГУ, 1990.
- 3) http://www.aup.ru/books/m155/2_12.htm Орлов А.И. Математика случая. Вероятность и статистика – основные факты. Учебное пособие. М.: МЗ-Пресс, 2004.
- 4) Самостоятельный интернет-поиск.

Форма текущего контроля освоения компетенций ОК-12, ОК-13, ПК-14, ПК-15 уровни 3-Пр, У-Пр, В-Пр (см. табл.4 методических указаний к практическим занятиям): *отчет* по решению практических текстовых задач, *типовая формулировка* которых следующая:

Задача И4.1. В заданной таблице (табл. 6.1□1 пособия С.И.Колесниковой) приведены размеры диаметров головок 100 заклепок (в мм), изготовленных станком (который делает их тысячами). Все контролируемые условия, в которых работал станок, оставались неизменными. В тоже время диаметры головок раз от разу несколько изменялись. Характерная черта случайных колебаний: изменения выглядят бессистемными, хаотичными.

Выполнить задания:

1. Для выборки диаметров головок заклепок вычислить среднее значение, медиану, дисперсию, минимальный и максимальный элементы.
2. Для выборки диаметров шляпок заклепок построить гистограмму частот с шагом группировки h (например, 0,075мм) на интервале от X_{\min} (например, 13мм) до X_{\max} (например, 13,75мм) (без учета сильно выделяющегося наблюдения)
3. Используя инструмент <Описательная статистика> создать таблицу основных статистических характеристик и разместить ее с соответствующим заголовком справа от исходных данных. Уметь объяснить смысл каждой статистики.
4. Обработать данные с целью выдвижения гипотезы о виде распределения наблюдаемой случайной величины и ее проверки.
5. Проверить выдвинутую гипотезу. Сделать выводы.

Задача И4.2. Путем опроса получены данные (табл. 6.1□-6.10 пособия С.И.Колесниковой), $n=80$.

Выполнить следующие задания:

- а) получить дискретный вариационный ряд и статистическое распределение выборки;
- б) построить полигон частот;
- в) составить ряд распределения относительных частот;

- г) составить эмпирическую функцию распределения;
 д) построить график эмпирической функции распределения;
 е) найти основные числовые характеристики вариационного ряда (по возможности использовать упрощающие формулы для их нахождения):
- 1) выборочное среднее $M(X)$;
 - 2) выборочную дисперсию $D(X)$;
 - 3) выборочное среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$;
 - 4) коэффициент вариации V ;
 - 5) интерпретировать полученные результаты.

Задача И4.3.

Составить выборочное уравнение прямой линии регрессии для корреляционной зависимости объема продаж M (в кг) товара от их цены V (в руб) по данным, приведенным в таблице (табл. 6.1 □ 6.10 пособия С.И.Колесниковой).

Ознакомиться со следующим материалом (по указанным источникам):

- 1) Точечные оценки параметров распределения;
- 2) Доверительный интервал и доверительная вероятность;
- 3) Метод наименьших квадратов;
- 4) Элементы корреляционного анализа.
- 5) Задача Гальтона о росте детей высоких родителей: рост «регрессирует» в среднем, т.е. в среднем дети высоких родителей не так высоки, как их родители.

Подготовить отчет команды, сформированной на ИнЗ 4, по обсуждаемым задачам, содержащий положения:

- 1) Постановка решаемых задач.
- 2) Изложение обзора вариантов их решения.
- 3) Защита выбранного варианта и решение задач.
- 4) Подготовка презентации-защиты работы команды.

Ознакомиться с формами текущего контроля

Таблица 4

№ п / п	Наименование разделов	Формы контроля				
		Знаний	Умений	Навыков	Оценка личностных качеств	Компетенции/ ожидаемый уровень освоения
1	Основные понятия математической статистики	Сдача индивидуальных заданий		Отчет по решению реальных практически задач на <i>интерактивном</i> занятии	Соблюдение установленных сроков для отчета и теста	ОК-12, ОК-13/ Уровни: З-Эл, У-Эл, В-Эл ПК-14, ПК-15/ З-Пр, У-Пр, В-Пр
Контрольная работа						
Отчет по ИнЗ №3						