# МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР)

Кафедра радиоэлектроники и систем связи (РСС)

		УТВЕРЖДАЮ
	Заведу	лющий кафедрой РСС
_		А.В. Фатеев
<b>‹</b> ‹	<b>&gt;&gt;</b>	2019 г.

# Методы и устройства радиофотоники в системах радиосвязи

Методические указания по выполнению практических работ для студентов направления 11.04.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи»

Разработчик	
Профессор кафед	дры РСС, д.фм.н
	_ А. С. Задорин;
«»	2019 г.

Задорин А. С. Методы и устройства радиофотоники в системах радиосвязи. Методические указания по выполнению практических работ: учебное пособие — Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2019. — 109 с.

Приводятся описания практических работ по дисциплине «Методы и устройства радиофотоники в системах радиосвязи» для студентов-магистрантов направления 11.04.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи».

<sup>©</sup> Задорин А. С., 2019.

<sup>©</sup> Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2019.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

O	ГЛАВЛЕНИЕ	3
В	ведение	5
	Литература	9
1.	Тема. Источники когерентного излучения в РФ	10
	Свойства лазерного излучения	10
	Основы взаимодействия излучения с веществом	13
	Межзонные переходы в полупроводниках	
	Зонная диаграмма инжекционного лазера	17
	Структурная схема инжекционного лазера	19
	Полупроводниковые лазеры на двойном гетеропереходе	
	Перестраиваемые ПП- лазеры с распределенным брэгговским отражателем	23
	Контрольные вопросы	26
	Рекомендуемая литература	26
2.	Тема. Математические и физические основы РФ.	27
	Преобразование Фурье	27
	Угловой спектр плоских волн	28
	Дифракция оптического пучка	29
	Число Френеля и границы области дифракции.	30
	Пример. Дифракция на отверстии в экране.	30
	Функция рассеяния точки оптической системой.	31
	Фурье-оптика.	32
	Контрольные вопросы	34
	Рекомендуемая литература	34
3.	Пространственная фильтрация оптических сигналов.	35
	Примеры пространственной фильтрации изображений	
	Контрольные вопросы	38
	Рекомендуемая литература	39
4.	Тема. Приемники оптического излучения в РФ	40
	Принцип действия фотоприемников	
	Параметры фотоприёмников	41
	Помехоустойчивость линейного режима работы ПрОМ с ЛФД	
	Помехоустойчивость гейгеровского режима работы ЛФД	
	Контрольные вопросы	
	Рекомендуемая литература	
5.	Тема. Устройства управления оптическим излучением в РФ	
	Физические эффекты в кристаллах	48
	Электрооптические модуляторы света (ЭОМ)	
	Контрольные вопросы	
	Рекомендуемая литература	
6.	Тема. Планарные оптические волноводы радиофотонных схем	
	Краткие теоретические сведения	54
	Контрольные вопросы	56
	Рекомендуемая литература	
7.		
	Краткие теоретические сведения	
	Оптические волокна	
	Волоконно-оптические-разветвители	
	Контрольные вопросы	62

	Рекомендуемая литература	62
8.	Тема. Диэлектрические микрорезонаторы	64
	Краткие теоретические сведения.	
	Модель элементов связи резонатора	
	Контрольные вопросы	
	Рекомендуемая литература	
9.		
	Краткие теоретические сведения	
	Спектр шумов АГ	
	Фазовый шум	
	Закономерности изменения $S_{\varphi}(f)$	
	Частотный шум	
	Амплитудный шум АГ	
	Оптоэлектронный автогенератор на ВО-ЛЗ	76
	Порог самовозбуждения ОЭАГ	77
	Частота и амплитуда сигнала ОЭАГ	79
	Способы подавления паразитных мод в ОЭАГ	
	Инжекционная схема ОЭАГ.	
	Многоконтурная схема ОЭАГ	
	Микроминиатюризация схем ОЭАГ	
	Задачи к разделу	
	Рекомендуемая литература	
1(	<ol> <li>Тема. Сигнальные акустооптические Фурье-процессоры</li> </ol>	
1,	Краткие теоретические сведения	
	Акустооптический эффект	85
	Акустооптический анализатор энергетического спектра радиосигналов	
	Антенные решетки с многоканальными акустооптическими модуляторами света	
	Контрольные вопросы к разделу	
	Рекомендуемая литература	
1	1. Тема. Защищенные системы оптической квантовой связи	
1.	Краткие теоретические сведения	
	Аксиомы квантовой механики	
	Состояние квантовой частицы	91
	Интерференция амплитуд вероятности состояния квантовой частицы	
	Теорема о запрете клонирования состояний квантовых частиц	
	Приготовление состояний квантовых частиц	
	Приготовление фоковских состояний	
	Приготовление когерентных состояний	
	Приготовление временных кубитов в интерферометре Маха-Цендера	
	Интерференция одиночных фотонов в интерферометре Маха-Цендера	
	Протоколы кодирования в системах КРК	
	Алгоритм протокола ВВ84	
	Ограничение на уровень ошибок в протоколе ВВ84	
	Особенности работы протокола В92	
	Стратегии измерений кубитов нелегитимным пользователем	
	Способы кодирования в системах КРК. Поляризационное кодирование	
	Фазовое кодирование	
	Рекомендуемая литература	
	т скомендуемая литература	109

#### Введение

Радиофотоника (РФ) (Microwave Photonics - MWP) представляет собой междисциплинарную научно-техническую область знаний, охватывающую традиционные направления радиоэлектроники, СВЧ-оптоэлектроники, интегральной и волновой оптики и ряда других областей науки, в рамках которой проводятся исследования взаимодействия оптического излучения и радиочастотного сигнала для построения широкополосных систем приема, передачи и обработки информации, устойчивым к электромагнитным помехам, с низкими потерями и искажениями [1]

Направление радиофотоника в последние десятилетия широко внедряются в такие важных отрасли промышленности как телекоммуникации, системы радиосвязи, радиолокация и радиоэлектронная борьба. Указанные инновации значительно превышает любую из развивающихся в настоящее время областей естественных знаний [1].

В современном понимании фотоника означает обширную область знаний, в которой изучаются разнообразные явления, связанные с оптическим излучением (светом). Одним направлений фотоники является сверхвысокочастотная ИЗ новых оптоэлектроника, появившаяся в результате интеграции оптоэлектроники и СВЧрадиоэлектроники. В развитие СВЧ-оптоэлектроники в нашей стране получил распространение новый термин «радиофотоника» (РФ), охватывающий более широкую область знаний. Основные объекты исследования РФ: полупроводниковые лазеры, фотодиоды и фототранзисторы, СВЧ-диоды и транзисторы с дополнительным оптическим вводом, а также узлы и модули на основе их сочетания между собой и со сверхскоростной цифровой и аналоговой компонентной базой микроэлектроники.

Цели и задачи РФ: исследование и разработка сверхбыстродействующих активных оптоэлектронных приборов и устройств с полосой пропускания в радиодиапазоне и их применение в различных оптических и радиотехнических системах передачи информации, а также активных приборов и устройств формирования и обработки сигналов радиочастотного диапазона с использованием оптических и оптоэлектронных средств.

К фундаментальным преимуществам радиофотонной технологии, позволяющим совершенствовать характеристики радиоэлектронной аппаратуры СВЧ-диапазона, можно отнести следующие [1].

**Базирующиеся на фундаментальных свойствах носителей информации**: фотон - безмассовая элементарная частица, способная существовать, только двигаясь со скоростью света. Электрический заряд фотона равен нулю. Это обеспечивает:

• повышенное быстродействие (до десятков фемтосекунд),

• расширенную полосу пропускания (до терагерцевого диапазона).

В результате улучшаются тактико-технические показатели традиционных узлов формирования и обработки СВЧ-сишалов: генератора, преобразователя частоты, линии задержки, фильтра и т.д.

**Базирующиеся на свойствах среды распространения:** кварцевое оптическое волокно:

- малые потери при передаче (<0,2 дБ/км) и независимость их от частоты модуляции в радиочастотном диапазоне;
- расширенная рабочая полоса частот (до 15 ТГц);
- высокие массогабаритные характеристики;
- нечувствительность к электромагнитным наводкам: улучшение электромагнитной совместимости внутри системы;

В результате улучшаются тактико-технические показатели и характеристики передачи радиоэлектронных систем (РЭС).

Принципиальным недостатком использования радиофотонной технологии в РЭС является необходимость операций прямого и обратного преобразований в оптический диапазон, в ходе которых возникают существенные потери мощности сигнала. Тем не менее их влияние в значительной степени компенсируется за счет малых собственных потерь в волокне.

Использование вышеуказанных фундаментальных достоинств обеспечивает конкретные практические преимущества, приводящие к возможности улучшения тактикотехнических характеристик РЭС.

В литературе используются следующие определения для фотонного и радиофотонного устройств [1].

**Фотонное устройство** - обособленный функциональный узел, структура которого содержит исключительно элементы оптического диапазона.

**Радиофотонное** устройство - обособленный функциональный узел, структура которого содержит элементы радио- и оптического диапазонов.

С этих позиций компонентную базу радиофотоники и строящиеся на их основе функциональные элементы и устройства можно разделить на пять типов. А именно приборы и элементы с прямым взаимодействием СВЧ- и оптического излучений, которые включают:

- оптико-электрический преобразователь, типа полупроводникового фотодиода;
- электрооптический преобразователь, типа полупроводникового лазера;

- датчик СВЧ-сигнала с оптическим управлением, типа оптоэлектронного генератора СВЧ-сигналов;
- преобразователь оптического сигнала, типа оптического модулятора;
- преобразователь СВЧ-сигнала, коэффициент усиления которого регулируется оптическим сигналом, оптоэлектронная схема задержки, оптоэлектронный смеситель.

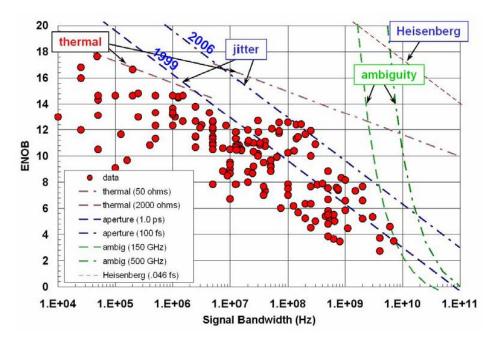


Рис.1. Эффективное число битов электронных АЦП как функция частоты аналогового входного сигнала [R. H. Walden, IEEE J. Sel. Areas Commun. vol. 17, no. 4, 1999]

Общая отличительная черта всех вышеперечисленных приборов и функциональных элементов заключается в работе в C (1530—1565 нм) и/или L (1565—1625 нм) спектральных диапазонах по классификации МСЭ-Т. Основными причинами такого выбора являются самые низкие потери в кварцевом волокне и самая широкая рабочая спектральная полоса, что, например, позволяет эффективно заменить применяемый в АФАР набор переключаемых линий задержек на базе большого числа СВЧ-линий передачи на многоволновую передачу со спектральным разделением каналов по одной общей волоконно-оптической линии. Также только в указанных диапазонах существует уникальная возможность компенсации потерь за счет экономичных и высокотехнологичных волоконных усилителей. Устройства данного типа, основанные на чисто оптическом взаимодействии, появились в процессе развития волоконно-оптических систем и также могут быть эффективно применены в радиофотонной аппаратуре. К ним относятся: преобразователь оптического сигнала с оптической накачкой, например эрбиевый, рамановский и бриллюэновский волоконные усилители, датчик оптического сигнала с оптической накачкой, например эрбиевый волоконный генератор.

# Проблематика радиофотонных устройств

#### Отсутствие оцифровки сигналов в радиофотонных ИС

- В настоящее время большинство РФИС работают в аналоговом режиме. Из- за этого они накапливают ошибки по мере увеличение количества устройств. Это приводит к значительному ухудшению качества сигнала и требует регенерации сигналов (см.рис.1).
- В некоторых перспективных применениях, таких как сверхширокополосная связь и радары высокого разрешения, использование цифровой обработки сигнала является ключевым требованием.
- Только цифровая обработка сигналов в них обеспечивает существенное улучшение характеристик приборов и возможность быстрого изменения функциональных возможностей.
- Ограничивающим фактором к использованию цифровой обработки сигнала
- обычно является быстродействие и компактность электронных (CMOS) АЦП

#### Ключевая задача в разработке радиофотонных систем

Переход от аналоговых к цифровым сигналам является ключевой задачей радиофотоники на ближайшие годы.

Целью настоящего пособия, предназначенного для организации практических работ по дисциплине «Методы и устройства радиофотоники в системах радиосвязи» для студентов магистрантов направления 11.04.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», является развитие у студентов компетенции по исследованию и проектированию устройств РФ. Тематика работ охватывает все основные разделы дисциплины и направлена на закрепление и самостоятельное освоение знаний, полученных на лекциях.

Большая часть предлагаемых работ рекомендуется для самостоятельного домашнего выполнения.

В пособии используется пораздельная нумерация литературных ссылок, рисунков и формул. Ссылки на рисунки и формулы из других разделов оформляются с указанием соответствующего раздела, отделенного от номера формулы точкой. Например, формула (2.18) и т.п.

# Литература

1. В. Дж. Урик-мл., Дж. Д. МакКинни, К. Дж. Вилльямс. Основы микроволновой фотоники. Техносфера. 2016 376 с. ISBN: 978-5-94836-445-2

#### 1. Тема. Источники когерентного излучения в РФ

В настоящее время полупроводниковые лазеры (ППЛ) широко используются практически во всех отраслях науки, производства, в сферах обслуживания, в системах связи и хранения информации, в медицине, метрологии и т.д.. Такой широкий спектр приложений обусловлен возможностью их накачки непосредственно электрическим током. Современные полупроводниковые лазеры характеризуются высоким КПД, работают в широком спектральном диапазоне.

В данном разделе описаны принцип действия ППЛ, их характеристики и устройство.

#### Свойства лазерного излучения

**Монохроматичность.** Ширина спектра излучения является одной из основных характеристик лазера. Для оценки ширины спектра пользуются понятием ширины спектральной линии на уровне 0,5 от ее максимума и степени монохроматичности (спектральной чистотой излучения). В случае спектральной линии степень монохроматичности  $\mu$  равна:

$$\mu = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_a}$$
.

Идеально монохроматического излучения с шириной спектра  $\Delta\lambda$  равной нулю не может быть по самой природе излучения, поэтому обычно монохроматическим считается излучение, имеющее достаточно узкий спектральный интервал, который можно охарактеризовать одной длиной волны или частотой. Можно выделить монохроматическую составляющую и из обычного излучения с помощью спектральных приборов. Однако в этом случае степень монохроматичности получается не менее  $10^{-6}$ , в то время как степень монохроматичности лазерного излучения достигает  $10^{-10}$ .

Весьма важно отметить, что с помощью спектральных приборов нельзя получить мощное монохроматическое излучение (чем больше монохроматичность излучения, тем меньше мощность). Это связано с тем, что в обычных источниках излучения мощность распределена в широком спектральном диапазоне, а в ОКГ вся излучаемая мощность сосредоточена в одной или нескольких чрезвычайно узких линиях. Очень высокая степень монохроматичности может быть получена в газовых лазерах, работающих в одномодовом режиме.

Когерентность. Понятие когерентности в применении к колебаниям относится к связи или согласованности между фазами колебаний в различных точках пространства в один и тот же момент времени или между фазами колебаний в одной и той же точке пространства, но в различные моменты времени. Тепловые источники света не являются

когерентными и не могут давать явления интерференции. Однако и от некогерентного источника можно получить почти когерентный пучок конечного сечения, но при этом будет использована только очень малая часть энергии источника (приблизительно в  $10^{13}$  раз меньше плотности излучения источника).

В отличие от обычных источников излучение лазеров обладает высокой степенью пространственной и временной когерентностью.

Когерентность характеризуется функцией когерентности, которая изменяется от 1 (полная когерентность) до 0 (полная некогерентность). Степень когерентности можно определить экспериментально путем наблюдения интерференционной картины, образуемой при расщеплении светового пучка на два и последующего их сложения после прохождения оптических путей разной длины. Контрастность полос интерференционной картины и, следовательно, степень когерентности определяются из выражения:

$$V = \frac{(I_{max} - I_{min})}{(I_{max} + I_{min})}$$

Когерентность излучения имеет значение в тех применениях лазера, где происходит расщепление и последующее сложение составляющих лазерного пучка. К этим применениям относятся интерферометрическая лазерная дальнометрия, голография. С когерентностью излучения связана "пятнистая" или "зернистая" картина лазерного излучения при наблюдении его рассеяния от экрана. Это явление обусловлено интерференцией волн, рассеиваемых экраном.

В *пространственной когерентности* можно убедиться, исследуя соотношения фаз в двух точках пространства в одинаковые моменты времени. Если в этих двух точках разность фаз электромагнитных волн в момент времени t 0 равна нулю и эта разность сохраняется через некоторый промежуток времени t, то существует идеальная пространственная когерентность волнового фронта в этих двух точках.

Если электромагнитное поле в некоторой точке пространства имеет одинаковые фазы во времени t и t+n, то в этой точке существует идеальная **временная когерентность**. Если соотношение фаз сохраняется в течение некоторого конечного времени, то последнее называется **временем когерентности**. Время когерентности равно  $1/\Delta v$ , где  $\Delta v$ — ширина линии излучения в герцах.

Время когерентности, умноженное на скорость света, представляет собой *длину когерентности*. Последняя характеризует глубину резкости в голографии и предельные дистанции, на которых возможны интерферометрические измерения.

Временная и пространственная когерентность – независимые параметры: один вид когерентности может существовать в отсутствии другого.

**Поляризация излучения.** Вектор напряженности электрического поля E электромагнитной световой волны расположен в плоскости  $N \cdot r = 0$ , перпендикулярной направлению ее распространения N. В данной плоскости он может изменяться по величине и направлению. Поляризацией световой волны является характеристика распределения направлений этого вектора в плоскости  $N \cdot r = 0$ . Если излучение поляризовано, то в течении периода волны ее вектор E описывает регулярные колебания в плоскости  $N \cdot r = 0$ . В противном случае излучение называется неполяризованным.

Если в случае поляризованной волны колебание вектора E происходит вдоль одного направления, то такую волну называют линейно- поляризованной. Эллиптической поляризацией характеризуется волна, конец вектора напряженности электрического поля E которой описывает в плоскости  $N \cdot r = 0$  эллипс. Круговая поляризация волны, очевидно, является частным случаем эллиптической..

**Направленность** излучения Направленным называют излучение, распространяющееся в пределах небольшого телесного угла. Таким образом, направленность характеризуется телесным углом, в котором распространяется большая часть излучения. Обычные источники обладают очень низкой направленностью излучения (в пределах телесного угла от  $2\pi$  до  $4\pi$ ).

От обычных источников можно получить почти параллельные лучи, если на большом расстоянии установить диафрагму или поместить источник в фокальной плоскости коллиматора. Однако энергия такого пучка будет весьма мала. ППЛ излучают в очень небольшом телесном угле. Их излучение является когерентным и поэтому фронт волны представляет собой, как правило, почти плоскость или сферу очень большого радиуса, т.е. лазер можно рассматривать как источник почти параллельных лучей с очень небольшой расходимостью. В принципе эта расходимость ограничена только дифракцией на выходном отверстии. Причем направленность излучения лазеров достигается не в результате каких-то специальных приемов, а благодаря когерентности излучения. Необходимо отметить, что создание идеально параллельного пучка света невозможно и при помощи лазеров, можно лишь добиться очень малого угла расхождения. Нижний предел для расходимости пучка, определяемый дифракцией, может быть оценен из выражения:

$$\theta = \frac{K\lambda}{d}$$

где d — диаметр отверстия или диаметр пучка в наиболее узкой его части, K — коэффициент, зависящий от амплитудного профиля пучка. Для пучка с равномерным распределением поля K = 2,44, для гауссова K = 1,27.

С помощью оптической системы, когерентное излучение ППЛ можно сфокусировать в пятно чрезвычайно малых размеров, где плотность энергии будет большой.

Из последней формулы видно, что теоретическим пределом минимального диаметра лазерного пучка являются размер его апертуры и длина волны. В реальной ситуации этот предел трудно достижим из-за неидеальности пространственных характеристик лазерного пучка и искажений в линзах.

**Яркость и мощность излучения.** Яркость B определяется, как мощность, приходящаяся на единицу площади и на единицу телесного угла. Для луча круглого сечения радиусом R, угловой расходимостью Q и полной мощностью P имеем:

$$B = \frac{P}{\pi R^2 \theta^2}.$$

Спектральная яркость  $B_v = B/\Delta v$ , где  $\Delta v$  — ширина лазерной линии в герцах.

Лазер даже небольшой мощности имеет яркость, которая на несколько порядков превосходит яркость обычных источников. Это свойство является следствием высокой направленности лазерного пучка. Согласно одной из теорем оптики, яркость источника нельзя повысить с помощью оптической системы. Поэтому для повышения яркости необходимо улучшать модовый состав излучения и снижать угловую расходимость пучка.

Мощность излучения или лучистый поток представляет собой энергию, переносимую излучением за единицу времени. Если энергия излучается в виде импульсов, то пользуются понятием импульсной и средней мощности.

# Основы взаимодействия излучения с веществом

Существует три возможных процесса взаимодействия квантовых систем и электромагнитного излучения, которые схематически показаны на рис. 1.

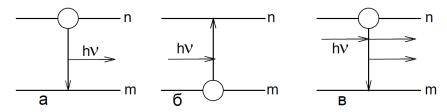


Рис. 1. Квантовые переходы при взаимодействии с фотоном: а – спонтанный переход с испусканием фотона; б – вынужденный переход с поглощением фотона; в – вынужденный переход с испусканием фотона

Рассмотрим переходы частицы из одного состояния в другое с выделением или поглощением энергии электромагнитного поля. Возбужденная частица в произвольный момент времени может самопроизвольно перейти в более низкое энергетическое состояние, излучив при этом квант света. Такое излучение называется спонтанным. Скорость спонтанного перехода с уровня n на уровень m определяется выражением:

$$\frac{dN_n}{dt} = A_{nm}N_n,$$

где  $N_n$  – концентрация частиц на уровне n. Коэффициент  $A_{nm}$  есть вероятность перехода или коэффициент Эйнштейна для спонтанного излучения, [ $c^{-1}$ ].

Величина, обратная  $A_{nm}$ , называется спонтанным временем жизни. Значение коэффициента Эйнштейна для спонтанных переходов в оптическом диапазоне может изменяться от  $10^8$  с<sup>-1</sup> для разрешенных переходов до 1 с<sup>-1</sup> для запрещенных переходов.

Случайность спонтанных переходов приводит к тому, что различные атомы излучают независимо. Поэтому спонтанное излучение ненаправленно, некогерентно, неполяризовано и немонохроматично. Такое естественное излучение испускают все обычные источники света.

Другим оптическим процессом является поглощение излучения частицей, переходящей в результате этого в возбужденное состояние. Скорость поглощения:

$$\frac{dN_m}{dt} = -B_{mn}\rho(v)N_m$$

где  $B_{nm}$  — коэффициент Эйнштейна для вынужденного излучения, P(v) — спектральная плотность излучения,  $N_n$  — концентрация частиц на уровне n. Произведение  $B\rho(v)$  имеет размерность, обратную времени.

Следует отметить, что  $B_{nm}=B_{mn}$  с точностью до постоянного множителя. Связь между коэффициентами спонтанного и вынужденного испускания определяется соотношением:

$$\frac{A_{nm}}{B_{nm}} = \frac{8\pi h v^3}{c^3}$$

Стимулированное излучение является процессом, составляющим физическую основу работы ОКГ. Важная особенность стимулированного излучения — *вторичный фотон неотличим от первичного, стимулирующего фотона*. Оба фотона характеризуются одинаковыми параметрами: частотой, фазой, импульсом и поляризацией. В инверсной среде, используемой в ОКГ, стимулированное излучение становится процессом, который определяет механизм размножения фотонов.

Предположим, что на систему, содержащую частицы m и n, падает электромагнитная волна с частотой v и спектральной плотностью  $\rho(v)$ . При этом единицей объема среды в процессе вынужденного поглощения поглотится мощность, равная:

$$W_n = h\nu B_{nm} \rho(\nu) N_m$$

В то же время в процессе вынужденного излучения выделится мощность:

$$W_{usn} = h\nu B_{nm} \rho(\nu) N_n$$

Разность этих мощностей представляет собой мощность излучения, вышедшую из активной среды:

$$W_{\mu 37} - W_n = h \nu B_{nm} \rho(\nu) [N_n - N_m]$$

Здесь учтено, что  $B_{mn}=B_{nm}$ . Очевидно, что если  $W_{u_{3,n}}$  больше  $W_n$ , то мощность волны будет увеличиваться по мере прохождения среды. В противном случае среда поглощает волну.

Таким образом, при выполнении условия  $N_n$  больше  $N_m$ , то есть при наличии в системе инверсной заселенности уровней, можно получить оптический квантовый усилитель света. Инверсия заселенностей является необходимым, но недостаточным условием для получения усиления в данной среде. Необходимо так же, чтобы усиление за счет процессов вынужденного излучения превышало все возможные потери.

Рассмотрим подробнее вопрос о коэффициенте усиления системы. Изменение интенсивности излучения при прохождении оптически активной среды описывается уравнением:

$$dI_{v} = -x_{v}I_{v}dx$$

представляющим собой закон Бугера в дифференциальной форме. Здесь  $x_v$  – коэффициент поглощения. Если в рассматриваемой среде существует инверсная заселенность, то коэффициент поглощения меньше нуля, то есть волна не затухает, а усиливается. В этом случае о среде с инверсной заселенностью можно говорить как о среде с отрицательным коэффициентом поглощения. Для лазерных сред *отрицательный коэффициент поглощения получил название коэффициента усиления*. Он непосредственно характеризует усилительные свойства среды. В случае, когда усиление значительно, указывают коэффициент усиления в децибелах:

$$K = 10 \cdot lg(\frac{P_{\text{вых}}}{P_{\text{ex}}})$$
, дБ.

При распространении волны в инверсной среде часть ее интенсивности теряется за счет различных потерь. Этот процесс так же можно описать уравнением Бугера, который с учетом потерь в среде и ее усилительные свойства можно представить в виде:

$$dI_v = (x_v - x_n)I_v dx$$

Очевидно, что усиление будет иметь место при  $x_v >> x_n$  то есть необходимо иметь некоторую критическую или пороговую инверсную заселенность, определяемую выражением:

$$x_{v} = -\frac{hvB_{nm}(N_{n} - N_{m})\rho(v)}{P(v)c},$$
$$x_{v} = -\frac{hvB_{nm}(N_{n} - N_{m})}{c}.$$

Усилительные свойства среды можно улучшить, если использовать положительную обратную связь, то есть возвращать часть сигнала в активную среду, обеспечивая многократное прохождение его. При этом достигается гораздо большее усиление. Если усиление существенно перекрывает потери среды и системы обратной связи, то произойдет самовозбуждение усилителя, начнется генерация излучения.

Заметим, что увеличение плотности излучения в среде вызовет уменьшение плотности инверсии, так как баланс процессов изменится в сторону обеднения верхнего уровня и дополнительного заселения нижнего уровня. Этот процесс называется насыщением усиления и определяет нелинейный характер усиления излучения инверсной средой.

#### Межзонные переходы в полупроводниках

Электроны и дырки в полупроводниках как и свободные частицы, имеют массу  $m^*$  и импульс  $p2=2Em^*$ , но строго говоря, это эффективная масса и импульс, несколько отличающиеся от подобных характеристик свободных частиц [2].

Если рекомбинация электронно-дырочной пары не сопровождается возбуждением или поглощением фонона6, то такой переход электрона в валентную зону называется npsmыm (рис.2). В таком случае в соответствии с законом сохранения импульса электрон до и после перехода должен иметь равные импульсы. При numerous переходах поглощение излучения numerous сопровождается возбуждением или поглощением фонона, т.е. колебанием кристаллической решетки полупроводника с порцией энергии numerous где numerous частота звуковых колебаний решетки. При непрямых переходах для процесса рекомбинации необходимо, чтобы электрон и дырка имели почти равные, но противоположные импульсы, отличающиеся на ничтожно малый импульс фонона, т.е.:

$$p_{\scriptscriptstyle \ni} = p_{\scriptscriptstyle \perp} + p_{\scriptscriptstyle \perp}$$

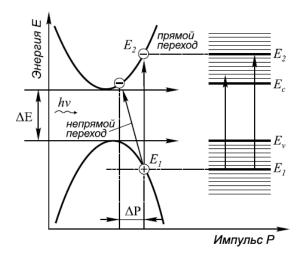


Рис.2. Прямые и непрямые переходы в полупроводнике, P – импульс, соответствующий колебаниям кристаллической решетки

Поскольку вероятность излучательных переходов с участием трех частиц ниже, чем двух, то, следовательно, вероятность излучательной рекомбинации в непрямозонных полупроводниках будет заведомо меньше, чем в прямозонных. Таким образом, для оптоэлектронных устройств предпочтительнее использовать полупроводниковые соединения с прямозонной энергетической структурой, спектральный диапазон которых соответствует области фундаментального поглощения.

#### Зонная диаграмма инжекционного лазера

Место контакта полупроводников n-u p- типов называют электронно-дырочным p-n переходом (гомопереходом), важной характеристикой которого является потенциальный барьер. В момент соединения p-u n-полупроводников со своими значениями энергий уровней Ферми электроны и дырки будут рекомбинировать в области p-n перехода, излучая фотоны, и через время порядка  $10^{-8}$  с носители заряда перейдут в новое равновесное состояние, уровни Ферми совместятся, а излучение прекратится. Это равновесие носит динамический характер, выражающийся в том, что диффузный ток дырок из p-области в n-область полностью скомпенсирован током, создаваемым электронами, движущимися в противоположном направлении. В равновесных условиях уровни Ферми в p-u n-u областях совпадают (см.рис.3). Качественных изменений можно достичь, если приложить к p-n переходу внешнее напряжение  $U_0$ , которое понижает потенциальный барьер u приводит u инжекции (отсюда u инжекционный лазер) электронов из u-области и дырок из u-области в область электронно-дырочного перехода,

как показано на рис.3. Теперь токи не скомпенсированы. Два уровня Ферми становятся разделенными промежутком, равным приложенному потенциалу.

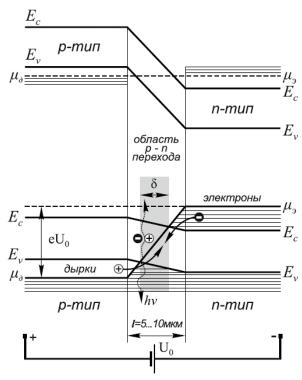


Рис. 4. Энергетическая схема p—n перехода вырожденного полупроводника GaAs до и после включения источника напряжения  $U_0$  в прямом направлении

При этом уровень Ферми для электронов  $\mu_c$  в зоне проводимости в некоторой области перехода  $\delta$  окажется выше «дна» зоны проводимости  $E_c$  для полупроводника n-типа, а уровень Ферми в валентной  $\mu_v$  в этой же области полупроводника — ниже «потолка» валентной зоны  $E_v$  для полупроводника р-типа. Это означает, что плотность электронов у дна зоны проводимости окажется выше, чем у потолка валентной зоны, а также, что в одной и той же области p-n перехода будет выполняться условие инверсной населенности.

Если в этой области распространяется излучение с энергией квантов, удовлетворяющей условию,

$$\mu_c - \mu_v > E_2 - E_1 = h\nu$$

то оно может индуцировать только переходы, направленные вниз от заполненных состояний зоны проводимости на свободные состояния у потолка валентной зоны.

Минимальный ток, при котором усиление излучения за счет вынужденных переходов равно его потерям в кристалле полупроводника, называется **пороговым**. Условие инверсии в p-n переходе тем более выражено, чем выше электрическое поле в переходе, то есть чем 22 больший ток протекает через этот переход. Вначале, при малых

значениях тока, наблюдается спонтанное излучение (рекомбинационная люминесценция), распространяющееся во всех направлениях. При увеличении смещения ток достигает порогового значения, при котором создаются условия для стимулированного излучения, и p-n переход испускает монохроматичный луч света, направленный в плоскости p-n перехода.

# Структурная схема инжекционного лазера

Структурная схема инжекционного лазера на гомопереходе приведена на рис. 5.

Две боковые грани кристалла параллельны и представляют собой отражатели оптического резонатора, длина которого составляет 10-200 мкм. За счет большого показателя преломления n=2,4-3,6 для диапазона длин волн  $\lambda=0,8-2,9$  мкм получается значительным (20%-40%) коэффициент отражения на границе кристалл-воздух.

Полированные грани, образующие оптический резонатор, обеспечивают положительную обратную связь, необходимую для генерации излучения.

Момент генерации вынужденного излучения в полупроводниковом лазере определяется по резкому сужению спектральной линии и уменьшению расходимости излучения. Физическая природа этого сужения такая же, как и в других типах лазеров: в активной среде происходит усиление лишь тех мод, которые соответствуют собственным колебаниям резонатора при выполнении условия инверсии населенностей. Расстояние между продольными модами определяется следующим соотношением [1-3]:

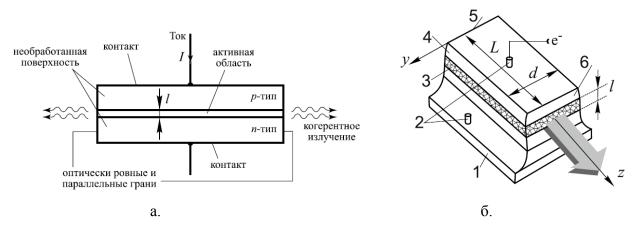


Рис. 5. а.) Структура полупроводникового лазера на гомопереходе.

б.) 1 – молибденовая золоченая подложка, 2 – электрические контакты инжекции носителей, 3 – p-n переход полупроводника, 5 – полированные грани, 6 - полупроводник

п-типа

$$\Delta v = c \{2L(n - v_0 dn/dv)\}^{-1}$$

где dn/dv — градиент показателя преломления в области частот генерируемого излучения, L — длина кристалла, c — скорость света, n — показатель преломления,  $v_0$  — частота излучения лазера. Величина  $\Delta v$  составляет порядка  $10^{15}$  Гц.

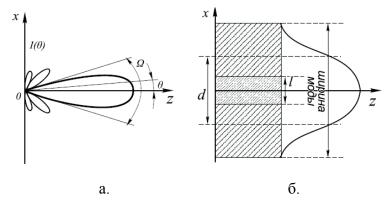


Рис. 6. Распределения поля излучения ЛД в дальней зоне (а) и в области активного слоя (б)

На рис.6 изображена типичная диаграмма направленности лазерного полупроводникового диода (ЛД) с главным и боковыми лепестками. Угловое распределение интенсивности  $I(\theta)$  соответствует дифракционной картине, создаваемой щелью ширины d равномерно возбужденного активного слоя. Это означает, что распределение поля излучающей моды Ex ограничено по высоте в направлении, нормальном к плоскости перехода.

Ширину p-n перехода d в продольном направлении (см. на рис.6) можно оценить по угловому раствору лепестка

В среде с показателем преломления n, у любого изначально параллельного пучка с шириной d в пределах дальней зоны появляется дифракционная расходимость, определяемая углом

$$\Omega \approx 1.22 \lambda / nd$$
.

При комнатной температуре лазеры на гомопереходах обладают высокой пороговой плотностью тока (порядка  $10^5$  A/cм2). Это значение обусловлено следующими основными причинами:

- 1. Размер лазерного пучка ( $\sim$ 5 мкм) значительно превышает активную область в поперечном направлении (l=1 мкм ). В результате чего он проникает далеко в p- и n- области, где не выполняется условие инверсной населенности, и испытывает сильное поглощение.
- 2. Значительная часть электронов проходит через *p*–*n* переход не участвуя в рекомбинации. Практически энергии фотонов излучения получаются меньше вследствие взаимодействия носителей друг с другом, с кристаллической решеткой, примесями,

экситонами и т.д. В создании вынужденного излучения участвует сравнительно малая часть носителей. Это требует протекания больших токов инжекции ( $\sim 10^5$  A/cм2 для GaAs) через p-n переход. По этим причинам лазеры на гомопереходах в непрерывном режиме могут работать лишь при криогенных температурах.

#### Полупроводниковые лазеры на двойном гетеропереходе

Идея использования гетеропереходов в полупроводниковой электронике была выдвинута в начале 50-х XX века В. Шокли. В 1963 году независимо Ж. Алферовым и Г. Крёмером были описаны полупроводниковые лазеры на двойных гетеропереходах [1-3]

Гетеропереходом называют контакт двух полупроводников различного вида и разного типа проводимости, например, pGe – nGaAs (в гомопереходах используется один и тот же вид полупроводника, например, pSi – nSi). Поскольку в гетеропереходах используются разные материалы, необходимо, чтобы у этих материалов с высокой точностью совпадали два параметра: температурный коэффициент расширения и постоянные кристаллической решетки [1-4].

В подобной реализации пороговая плотность тока при комнатной температуре может быть уменьшена на два порядка (до  $\sim 10^3$  A/cм2). В результате чего лазер оказывается способным работать в непрерывном режиме уже при комнатной температуре. Необходимо выделить три важных фактора, за счет которых достигается эффективное снижение пороговой плотности тока.

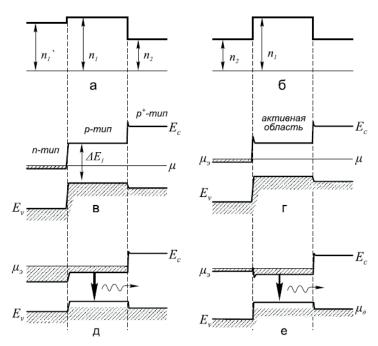


Рис. 7. Профиль показателя преломления (а, б) и схематичная зонная структура гетеро-ППЛ до (в, г) и после (д, е) включения источника питания; слева односторонняя гетероструктура, справа двойная гетероструктура

**Покализация фотонов.** Показатель преломления активного слоя n<sub>1</sub> значительно больше, чем показатель преломления n<sub>2</sub> внешних слоев (см. рис. 8, а и 8, б), в результате чего в активной области образуется волноводоподобная структура, удерживающая лазерный пучок внутри активного слоя за счет полного внутреннего отражения. В результате уменьшаются дифракционные потери (локализация фотонов), а также потери, обусловленные поглощением генерируемого излучения областями полупроводника, в которых отсутствует инверсная населенность.

**Эффект** локализация носителей. Ширина запрещенной зоны  $\Delta E_1$  активной области значительно меньше ширины запрещенной зоны внешних слоев  $\Delta E_2$ , поэтому на обеих границах образуется, например, p–p гетеропереход, потенциальный барьер которого эффективно удерживает инжектированные электроны и дырки в активном слое (рис. 7,в). Таким образом, при прежнем значении плотности тока в активном слое будет сосредоточено больше носителей заряда, чем в случае лазера на гомопереходе.

**Односторонняя инжекция и суперинжекция.** Вследствие разницы значений ширины запрещенных зон, краевые области лазерного пучка с частотой v  $\Delta E_1/h$  меньше поглощаются во внешних слоях, и потери обуславливаются лишь свободными носителями заряда. Кроме того, барьер для основных носителей заряда широкозонного полупроводника (слева) меньше, чем барьер для носителей заряда узкозонного полупроводника (справа), что гарантирует одностороннюю инжекцию из широкозонного эмиттера в узкозонную базу полупроводникового диода.

Точно также в гетеропереходе потенциальный барьер для инжекции из широкозонного материала меньше по сравнению с гомопереходом, поэтому при наложении прямого напряжения потенциальный барьер снимается раньше. Так, для электронов это происходит, когда внешнее напряжение  $U_0$  меньше контактной разности потенциалов на величину  $\Delta E_c/e$ . Это явление получило название *суперинжекции* [Superinjection], или сверхинжекции.

Эффективность инжекционных гетеролазеров инжекционных гетеролазеров оказывается ограниченной, прежде всего, степенью нагрева самой активной среды и эффективностью теплоотвода. При прохождении через p-n переход тока, кристалл нагревается, что приводит к росту порогового тока. Нагрев определяется главным образом потерями мощности при безызлучательной рекомбинации и омического нагрева при протекании через полупроводник тока инжекции  $P_{om}$ = $i^2R$ . По этой причине полупроводниковые лазеры оснащаются эффективными системами отведения тепла, а для

стабилизации их параметров (модового состава, длины волны и мощности излучения) системами поддержания заданного температурного режима полупроводникового кристалла.

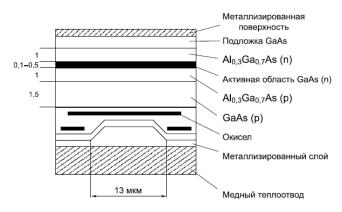


Рис.8. Пример структуры ЛД с двойным гетеропереходом  $Al_{0,3}Ga_{0,7}As(p) - GaAs(p)$  и  $GaAs(n) - Al_{0,3}Ga_{0,7}As(n)$ , активная область — слой из GaAs(n)

Пример структуры ЛД с двойным гетеропереходом показан на рис.8.

Гетероструктура состоит из трех компонентов: полупроводник р-типа из GaAs расположен между компонентами p+- и n-типов из  $Al_xGa_{1-x}As$ . Эту двойную гетероструктуру помещают на подложке из GaAs с электронной проводимостью, сверху на электрическом контакте устанавливают шайбу из GaAs с дырочной проводимостью. n- р гетеропереход мешает дыркам перемещаться в область n-типа, что препятствует электронам инжектировать в область перехода.

В р — р+ гетеропереходе из-за увеличения ширины запрещенной зоны  $\Delta E$  создается потенциальный барьер, отражающий инжектируемые электроны и ограничивающий рекомбинационное излучение областью перехода. Пороговая плотность тока в такой гетероструктуре уменьшается до порядка  $2\times10^3$  A/cм², что приблизительно в 20 раз меньше, чем в лазерах на гомопереходах.

#### Перестраиваемые ПП- лазеры с распределенным брэгговским отражателем

Как известно, лазер представляет собой одну из разновидностей  $A\Gamma$ , а его структурная схема соответствует рис. 1 [1-4].

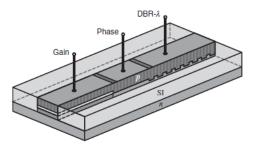
Пороговое условие стационарной генерации лазера, описывается выражением (1) и означает компенсацию внутренних потерь резонатора ( $\alpha_i$ ), а также потерь на отражение от зеркал ( $\alpha_m$ ) усилением активной среды, определяемым коэффициентами оптического ограничения ( $\Gamma$ ) и погонного усиления активной среды  $g_a(\lambda)$  [1-3],

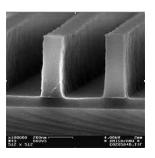
$$\Gamma g_{\alpha}(\lambda) - \alpha_i - \alpha_m = 0 \tag{1}$$

Отсюда следует, что условие баланса амплитуд в резонаторном контуре лазера определяется кривой,

$$g_c(\lambda) = \Gamma g_{\alpha}(\lambda) - \alpha_i - \alpha_m \tag{2}$$

Условие баланса фаз, в свою очередь, зависит от длины оптического резонатора L и его эффективного показателя преломления n для N-й продольной моды резонатора с центром на длине волны  $\lambda_N$ .





а. б.

Рис. 9 a) Схема структуры трехсекционного DBR-лазера и б) микрофотография фрагмента профиля брэгговской решетки [1].

$$\lambda_N = \frac{2\tilde{n}L}{N} \tag{3}$$

Отсюда следует, что, если выполняется условие (1), то аналогично рис. , в лазерном резонаторе могут формироваться множество из M продольных с интервалом  $\Delta\lambda$  [1-3],

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda^2}{2\mu L_{cav}} \tag{4}$$

Для обеспечения одномодового режима (M=1) в лазере с распределенным брэгговским отражателем (Distributed Bragg Reflector - DBR) одно из зеркал резонатора Фабри-Перо заменяется избирательным брэгговским зеркалом (см. рис. б). При этом для обеспечения волновой перестройки конструкция такого лазера обычно представляет собой трехсекционное устройство, в котором секции разделены пассивной волноводной областью, как показано на рис. а. В этой схеме брэгговская решетка замыкается просветляющим

покрытием (AR), минимизирующим отражения от конца решетки. Центральная секция длиной  $L_p$ , отделяющая брэгговское зеркало от обеспечивающей оптическое усиление активной секции, обеспечивает необходимый фазовый сдвиг. Эта пассивная область изготовлена из полупроводника с большей, чем активная область шириной запрещенной зоны, что снижает поглощение света в последних двух секциях структуры. Контроль уровней токов инжекции в соответствующих секциях обеспечивает почти независимое управление оптическим усилением и длиной волны генерируемого света. При этом так

ток  $I_A$  секции усиления длиной  $L_p$  управляет оптической выходной мощностью, а резонансная длина волны брэгговской решетки контролируется током  $I_B$ . Поле в этом сегменте согласуется по фазе с волной первой секции за счет соответствующей регулировки тока  $I_P$ , так, что,

$$2\beta_a L_a + 2\beta_p L_p + \phi_1 + \phi_2 = 2\pi p$$

Таким образом, обеспечивается точная подстройка мощности, частоты, а также коэффициента подавления паразитных мод (side mode suppression ratio - SMSR) лазера.

Одновременным управлением токами IP и IB в фазовом и брэгговском секторах структуры рис. удается обеспечить непрерывную перестройку его длины волны в диапазоне  $\sim 4$  нм [Ошибка! Источник ссылки не найден.-2]. Механизм инжекционной ависимости  $\lambda(I)$  при этом связан со снижением эффективного показателя преломления  $N_{\rm эф}$  и соответствующего сдвига длины волны при увеличении тока инжекции I<sub>P</sub> [Ошибка! Источник ссылки не найден.-2]. Поэтому инжекция носителей в брэгговское зеркало, характеризуемое периодом решетки  $\Lambda$ , приводит к снижению брэгговской длины волны  $\lambda_{\rm B}=2N_{\rm эф}\Lambda$ . Следовательно диапазон перестройки длины волны  $\Delta\lambda$  DBR-лазера будет связан с величиной изменения  $N_{\rm эф}$  как [Ошибка! Источник ссылки не найден.-2],

$$\Delta \lambda = \lambda_B \frac{\Delta N_{3\phi}}{N_{3\phi}} \tag{5}$$

На практике в DBR-лазере инжекция носителей позволяет изменять значение  $\Delta\lambda$  в пределах ~5% [1-3].

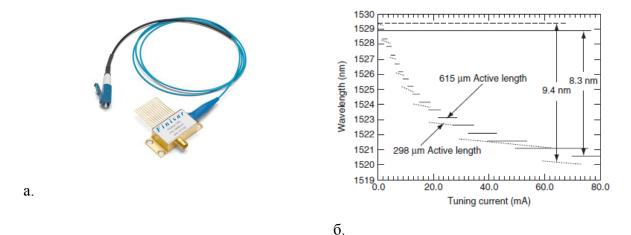


Рис. 10 a) конструкция перестраиваемого полупроводникового лазера б) его перестроечная характеристика в зависимости от тока инжекции в секции решетки [1].

На рис. приведены вид перестраиваемого полупроводникового лазера и его характерная перестроечная характеристика, т.е. зависимость  $\lambda(I)$  от тока инжекции в секции решетки.

#### Контрольные вопросы

- 1. Как зависит мощность излучения инжекционного лазера от плотности тока через переход?
- 2. Каковы размеры излучающей области полупроводникового лазера?
- 3. Какую ширину имеет линия излучения полупроводникового лазера?
- 4. В чем заключаются преимущества полупроводниковых инжекционных лазеров перед другими типами лазеров?
- 5. Для чего нужен оптический резонатор? Может ли лазер работать без резонатора?
- 6. От чего зависит длина волны полупроводникового оптического излучателя?

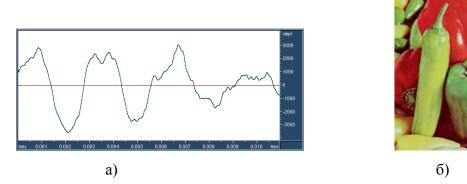
# Рекомендуемая литература

- 1 Keiser, G. Optical Fiber Communications [Text] / G. Keiser.// New York: McGraw-Hill, Inc.–1991 461 p.
  - 2 Розеншер, Э. Оптоэлектроника (пер. с франц.) / Э. Розеншер, Б. Винтер. Техносфера, 2004. 592 с.
  - 3 Методическое пособие к лабораторным работам «Полупроводниковый ОКГ» и «Лазер на гетероструктурах» по курсу «Квантовая радиофизика» под ред. Семашко В.В., Институт Физики Казанского (Приволжского) федерального университета, 2014 г.
  - 4 Фриман, Р. Волоконно оптические системы связи / Р. Фриман Техносфера, 2003. 440 с.

# 2. Тема. Математические и физические основы РФ.

- Описание сигналов. Двумерное преобразование Фурье и его свойства. Понятия, воздействия и реакции системы, системного оператора,. Свойство линейности. Свойство пространственной инвариантности (изопланарности). Общая схема решения задач на нахождение отклика линейных систем. Описание линейной инвариантной системы в частотной и пространственной областях.
- Особенности распространения световых волн. Понятие волнового поля. Плоские монохроматические волны. Модель дифракции волн Френеля-Кирхгофа. Приближения Френеля и Фраунгофера. Угловой спектр плоских волн и его физический смысл. Распространение углового спектра. Линейный пространственный фильтр. Импульсный отклик свободного пространства. Функция рассеяния оптической системы.

#### Преобразование Фурье



 $Puc.1. \ a.)s(t)$  — звуковой сигнал 6)f(x,y) — пространственный сигнал (изображение)

Преобразование Фурье вводится как интегральная операция, позволяющая для функции f(x), отвечающей определенным условиям, как правило, выполняющимся в физических экспериментах, найти спектр  $F(\omega)$ 

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-i\omega x) dx,$$

где  $\omega$  - частота. Функцию  $F(\omega)$  называют Фурье образом функции f(x). В зависимости от описываемого процесса, понятие спектра и частоты наполняется конкретным физическим содержанием. Так, в системах связи имеют дело с электрическими сигналами, являющимися функциями времени. Соответственно под спектром сигналов подразумевают спектр временных частот. В оптике имеют дело с волновыми полями, являющимися функциями пространственных координат. В соответствии с этим под спектром понимают спектр пространственных частот.

#### Угловой спектр плоских волн

Важной альтернативой решению дифракционной задачи с помощью разложения по сферическим волнам представленным интегралом Кирхгофа, является разложение волнового поля в плоскости экрана в  $F_0(k_x, k_y)$  - спектр пространственных частом (СПЧ) поля  $u_0(x, y)$ :

$$u(x, y, 0) = u_0(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} F_0(k_x, k_y) \exp[i(k_x x + k_y y)] dk_x dk_y$$
(1)

$$F_0(k_x, k_y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int u_0(x, y) \exp[-i(k_x x + k_y y)] dx dy$$
 (2)

Соотношения (1) и (2) представляют собой пару преобразований Фурье, связывающих между собой пространственное распределение поля  $u_0(x, y)$  с  $F_0(k_x, k_y)$ ,

Каждая компонента в  $F_0(k_x,k_y)$  представляет собой двухмерную пространственную гармоническую решетку. Рассмотрим, например, решетку, расположенную в плоскости XZ (рис.1)с вектором решетки n. Из рисунка видно, что поверхности равных фаз этой решетки будут пересекать направление нормали решётки с пространственным периодом

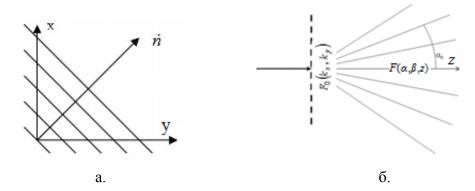


Рис.2. Спектры пространственных частот и угловой спектр плоских волн

$$\Lambda = 2\pi/\sqrt{k_x^2 + k_y^2}.$$

Подобно тому, как временная частота описывает число колебаний в единицу времени, пространственная частота описывает число пространственных периодов по координатным осям на единицу длины.

Каждая подобная решетка из спектра  $F_0(k_x,k_y)$  взывает дифракцию падающего на решетку светового пучка на угол,

$$Sin\alpha = \lambda/\Lambda.$$
 (3)

где  $\alpha$  – угол, составляемый вектором n, с осью z (рис.26)).

Сопоставляя (2) и (4) мы видим, что реально возникающие в результате дифракции на решетке плоские волны имеют те же проекции волновых векторов на ось x, что и формально описанные компоненты СПЧ, представленные в разложении (2) функции пропускания решетки  $F_0(k_x,k_y)$ . Это есть реальный физический процесс дифракции волны на периодической структуре решетки. В результате этого процесса в пространстве z>0 формируется угловой спектр плоских волн  $F(\alpha,\beta,z)$  (УС) (рис.2.б). В этом спектре, согласно (3), каждая плоская волна, распространяющаяся под углами  $\alpha$  и  $\beta$  к поверхности решетки, является результатом дифракции падающей волны на соответствующей составляющей пространственного спектра  $F_0(k_x, k_y)$ .

#### Дифракция оптического пучка

Рассмотрим основные закономерности и распространения углового спектра  $F(\alpha,\beta,z)$  в области z>0. Формирование изображения в данной области является результатом интерференции компонент  $F(\alpha,\beta,z)$  в различных точках пространства z>0. Как отмечалось выше, комплексная амплитуда каждой такой составляющей определяется соответствующей компонентой решетки СПЧ  $F(k_x,k_y,0)$ , а ее волновой вектор ограничен дисперсионным уравнением, так, что:

$$k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}$$

Отсюда видно, что угловой спектр  $F(\alpha,\beta,z)$  зависит от координаты z и изменяется как,

$$F(\alpha, \beta, z) = F(\alpha, \beta, 0) exp(iz\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}). \tag{4}$$

Соотношение (3) показывает, что в ходе распространения светового пучка его угловой спектр должен испытывать *фазовые искажения*, которые приводят к разрушению его исходного пространственного профиля.



Рис.3. Дифракционная гармоническая решетка и ее пространственный спектр

Согласно (4), при этом свободное пространство действует как фильтр пространственных частот с *оптической передаточной функцией* (частотной

характеристикой)  $H(k_x,k_y)=exp(iz\sqrt{k^2-k_x^2-k_y^2})$ . Таким образом, свободное пространство обладает фильтрующими свойствами: пространственные гармоники с частотами  $k_x^2+k_y^2>k^2$  практически им не пропускаются. В то же время все пространственные гармоники в полосе  $k_x^2+k_y^2\leq k^2$  пропускаются без искажения по амплитуде, хотя и с различными фазовыми набегами.

### Число Френеля и границы области дифракции.

Из рисунка 3 видно, что дифракционные искажения структуры объектного поля по координате z связаны с площадями объекта и апертуры наблюдения S и  $S_0$ , а также дальности R до точки наблюдения. В качестве соответствующей характеристики пространственного размера зоны используется показатель N, называемый **числом Френеля**,

$$N = S \cdot S_0 / (\lambda R)^2. \tag{5}$$

Условием отсутствия дифракционных искажений является N >> 1.

Установим связь числа Френеля с числом элементов разрешения апертуры на объекте. Пусть объект с площадью  $S_0$  наблюдается с помощью апертуры площади S на дальности R на длине волны  $\lambda$ . При этом угловое разрешение приемной апертуры S будет  $\lambda S^{1/2}$ , а соответствующее линейное разрешение -  $\lambda R/S^{1/2}$ . В таком случае число элементов разрешения объекта, видных из точки приема, с помощью приемной антенны будет описываться именно формулой (5). Таким образом, число Френеля оказывается равным числу разрешаемых элементов объекта. Число Френеля характеризует информационное богатство формируемого изображения, т. е. сложность его формы и распределение яркости. Чем больше N, тем богаче пространственная информация, содержащаяся в изображении.

В *ближней волновой зоне*, где дифракционные искажения минимальны, N>>1. В дальней волновой зоне (*зоне Фраунгофера*)  $N\ll1$ .

# Пример. Дифракция на отверстии в экране.

Рассмотрим непрозрачный экран с отверстием с диаметром a, функция пропускания g(x, y) которого имеет вид: g(x, y)=1 - в отверстии, g(x, y)=0 - вне отверстия. Поле в плоскости экрана можно записать в виде:

$$u_0(x, y) = u_{\Pi}(x, y) \cdot g(x, y),$$
 (5)

где  $u_{\Pi}(x, y)$  - поле падающей волны в плоскости z=0. Ввиду (5), спектр пространственных частот поля за экраном будет равен свертке углового спектра падающей волны и оптической передаточной функции экрана  $\Phi(k_x)$ , т.е.,

$$F_{0}(k_{x}, k_{y}) = F_{\Pi}(k_{x}, k_{y}) * \Phi(k_{x}, k_{y}) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi, \eta) \Phi(k_{x} - \xi, k_{y} - \eta) d\xi d\eta$$
(6)

Для нормально падающей на экран плоской волны  $u_{\rm II} \exp(ik)$ ,  $F_{\rm II} = \delta(k_x)\delta(k_y)$ . Поэтому для щели шириной a, края которой параллельны оси y, спектр пространственных частот оптическая передаточная функция экрана  $\Phi(k_x)$  находится как,

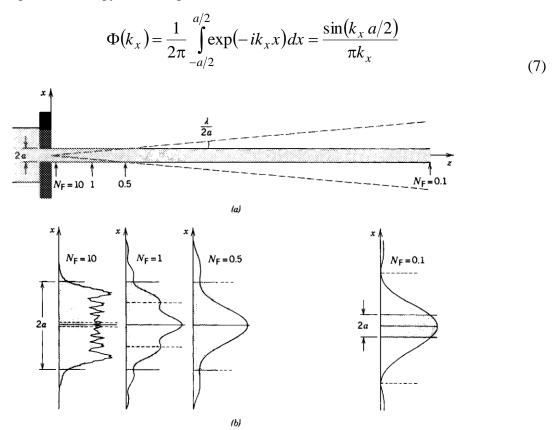


Рис.4. Дифракция на щели диаметром D = 2a.

- (а) Затененная область область геометрической оптики. Пунктирная линия ширина дифрагированного пучка в зоне Фраунгофера.
- (б) Искажения оптического изображения отверстия экрана в четырех осевых сечениях, отмеченных стрелками на (а) для **чисел Френеля**, *N*=10,1,0,5 и 0,1.

Отсюда находим, ширина углового спектра за экраном составляет  $\Delta k_x = 2\pi/a$ , то есть для угла  $\theta$  между вектором k и осью z получаем  $\sin(\theta) = \lambda/a$ . Распределение угловых амплитуд в найденном спектре показано на рис.4а. Как видим, в дальней зоне (зоне дифракции **Фраунгофера**), где угловые составляющие УС расходятся, найденное распределение совпадает со спектром одиночного импульса (рис.4.в).

#### Функция рассеяния точки оптической системой.

В приведенном выше примере любая точка входной плоскости в пределах отверстия может рассматриваться как точечный источник света единичной амплитуды, излучающий сферическую волну exp(ikr)/r. Эта волна, проходя через линзу, создаёт в

плоскости изображения некоторое поле  $\Phi(\xi)$ , которое является функцией координат (x,y) выходной плоскости и положения точечного источника  $(\xi,\eta)$ . Данное распределение называется функцией рассеяния точки оптической системой, которая является аналогом импульсной характеристики линейной электронной системы [2].

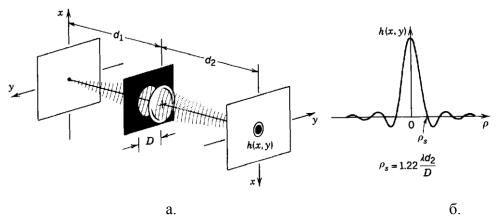


Рис. 5. Функция рассеяния точки оптической системой

На рис.5 показан вид  $\Phi(\xi)$ , а также пример рассеяния источников  $S_1$  в  $\Phi(\xi_1)$ . На основе принципа суперпозиции, зная функцию рассеяния точки, можно найти поле в плоскости изображения для произвольного поля на входе  $f(\xi,\eta)$  как свертка входного изображения с функцией рассеяния,

$$f(\xi, \eta) = f_0(x, y) * \Phi(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f_0(x, y) \Phi(\xi - x, \eta - y) dx dy \eta$$

#### Фурье-оптика.

Как видно из рис.4.б, в области волновой зоны, где параметр Френеля  $N \ll 1$ , угловое распределение дифракционного поля совпадает с СПЧ  $F(k_x,k_y,0)$  при z=0. Это означает возможность создания аналогового оптического Фурье-процессора. Для осуществления этой идеи область пространства, где все спектральные компоненты УС разделены (зона Фраунгофера) будем называть плоскостью Фурье или плоскостью пространственных частот  $\Sigma_i$ . Эта зона обычно формируется помощью линзы. Линза фокусирует падающие на нее плоские волны в фокальную плоскость (рис.6). Можно показать, что распределение поля в этой плоскости совпадает со спектром пространственных частот  $F_0(k_x,k_y)$  пространственного сигнала в сигнальной плоскости  $\Sigma_0$  процессора [4].

Волну, распространяющуюся вдоль оптической оси, линза фокусирует в фокальной точке на оси, а волну, распространяющуюся под углом  $\alpha$  к оси — на расстоянии  $\alpha f$  от оси, где f — фокусное расстояние линзы. Таким образом, спектр плоских волн, распространяющихся под различными углами  $\alpha$  к оси, линза преобразует в соответствующий спектр сфокусированных точек в фокальной плоскости.

Интенсивность света в каждой точке будет пропорциональна интенсивности фокусируемой волны. Таким образом, схему на рис.6 можно рассматривать как простейшее аналоговое оптическое устройство, осуществляющее преобразование Фурье. Так если в переднюю фокальную плоскость линзы  $\mathcal{I}$  разместить транспарант  $\mathcal{I}$ , функция пропускания которого равна f(x,y), то при освещении транспаранта информация о нем переносится на освещающее излучение за счет пространственной модуляции его амплитуды, фазы. При пространственной модуляции амплитуды и фазы волны образуется угловой спектр F плоских волн.

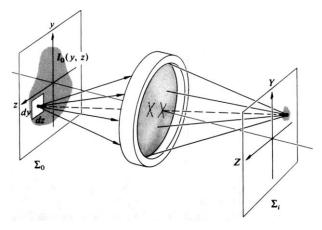


Рис. 6. Оптический Фурье -процессор.

Каждую спектральную составляющую линза фокусирует в точку в задней фокальной плоскости  $\Phi$ , которую в данном случае и называют  $\Phi$ урье плоскостью или плоскостью пространственных частот. О преобразовании  $\Phi$ урье в оптике говорят, что оно переводит пространство объектов в СПЧ. Линза также выполняет и обратное преобразование (1), т.е. преобразует пространство СПЧ в координатное пространство  $\Phi$ урье плоскости.

Пространственная координата  $x_f$  Фурье плоскости при этом связана с пространственной частотой  $\omega_{\rm x}$  соотношением

$$\omega_{x} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_{f}}{f} \tag{8}$$

Направление в физической и прикладной оптике, получившее название **Фурье- оптика**. Существенным обстоятельством, позволившим развить Фурье оптику, явился тот факт, что угловой спектр плоских волн  $F(\omega_x, \omega_y)$  и породившее его поле U(x,y) являются Фурье парами, то есть выражаются друг через друга через прямое и обратное преобразование Фурье.

Аналоговое преобразование Фурье просто осуществить методами когерентной оптики, осветив плоской волной, который мы будем рассматривать как некий оптический

сигнал. Тогда задняя фокальная плоскость является плоскостью пространственных частот  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ . Можно считать, что каждая плоская волна преобразуется в точку, расположенную на том или ином расстоянии от оптической оси, определяемом углом распространения этой волны. В результате распределение светового поля в плоскости пространственных частот  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  отображает угловой спектр плоских волн.

С практической точки зрения разложение исходного волнового поля по плоским волнам является альтернативой разложению Гюйгенса - Френеля по сферическим волнам.

#### Контрольные вопросы

- 1 Какие типы искажений характерны для дифракционных изображений оптических сигналов, и по каким причинам они возникают?
- 2 Какую информацию об изображении можно получить по его Фурье-образу?
- 3 Назовите некоторые методы определения количественных характеристик пространственных оптических сигналов.
- 4 Как определяются дифракционная угловая расходимость оптического сигнала и на каких расстояниях этот эффект проявляется?
- 5 Какую дифракционную картину создает амплитудная синусоидальная дифракционная решетка?
- 6 Что такое пространственная частота и пространственный спектр оптического сигнала?
- 7 Каково назначение каждого из оптических элементов в схеме по пространственной фильтрации?
- 8 Почему уменьшение диафрагмы фотообъектива увеличивает резкость изображения?

#### Рекомендуемая литература

- 1. Штанько А.Е., Иванова С.Д. Курс лекций по дисциплине «Оптико-электронные измерительные системы» для студентов МГТУ «СТАНКИН», обучающихся по специальности 200106.65 «Информационно- измерительная техника и технологии». Москва 2013 г.
- 2. В. Дж. Урик-мл., Дж. Д. МакКинни, К. Дж. Вилльямс. Основы микроволновой фотоники. Техносфера. 2016 376 с. ISBN: 978-5-94836-445-2
- 3. С.И. Баскаков Радиотехнические сигналы и цепи. М., Высшая школа, 2003.

4.

#### 3. Пространственная фильтрация оптических сигналов.

Рассмотрим основные идеи пространственной оптической фильтрации на схеме процессора Катрона рис. 1 [1].

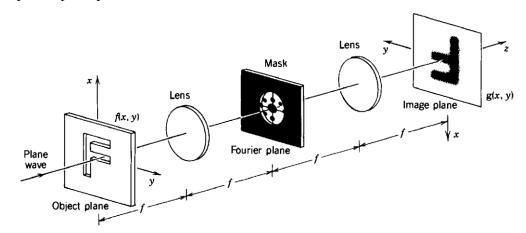


Рис.1. Обобщенная схема процесса пространственной фильтрации сигнала

Эта схема состоит из двух линз Л1 и Л2 с общей фокальной плоскостью  $\Phi$  (задняя фокальная плоскость линзы Л1 совпадает с передней фокальной плоскостью линзы Л2). Плоскость  $\Phi$  мы будем называть частотной или фурье-плоскостью. Передняя фокальная плоскость линзы Л1 является «входной» плоскостью нашей системы (и поле в ней f(x,y) входной сигнал фильтра), а задняя фокальная плоскость линзы Л2 - «выходная» плоскость и поле в ней g(x,y) — выходной сигнал фильтра. Образование выходного сигнала (изображения) можно рассматривать в два этапа: во-первых, линза Л1 преобразует входное поле f(x,y) в поле  $g_{\phi}(x,y)$  в частотной плоскости  $\Phi$ , и эти поля связаны преобразованием  $\Phi$ урье:

$$g_{\Phi}(x,y) = F\left(\frac{kx}{f}, \frac{ky}{f}\right)$$
 (1)

Поле  $g_{\phi}(x,y)$  можно рассматривать как первичное изображение. В соответствии с изложенным выше, в первом разделе, оно представляет собой преобразование Фурье поля f(x,y), т.е. представлено соответствующим спектром пространственных частот (СПЧ). На втором этапе с помощью линзы Л2 происходит обратное преобразование Фурье СПЧ  $g_{\phi}(x,y)$  в искомое поле g(x,y) (вторичное. изображение):

$$g(x,y) = \iint g_{\Phi}(\xi,\eta)e^{-i(\frac{kx}{f}\xi + \frac{ky}{f}\eta)} d\xi d\eta.$$
(2)

Таким образом, система рис.1 осуществляет два последовательных преобразования Фурье, в результате чего получаем g(x,y) = f(-x,-y), т. е.

$$g(x,y) = \iint F(u,v)e^{-i(ux+vy)} dudv = f(-x,-y)$$

Модифицируем далее схему рис.1, расположив в ее частотной плоскости плоский транспарант-маску с комплексным коэффициентом пропускания  $T(k_x/f, k_y/f)$ . Данный транспарант, очевидно, осуществляет пространственную модуляцию падающей на него волны. Следовательно поле  $g_{\phi}(x,y)$  на выходе транспаранта является произведением падающего на плоскость  $\Phi$  поля СПЧ на комплексный коэффициент пропускания транспаранта  $T(k_x/f, k_y/f)$ .

$$g_{\Phi_+}(x,y) = F\left(\frac{kx}{f}, \frac{ky}{f}\right) \cdot T\left(\frac{kx}{f}, \frac{ky}{f}\right)$$

Теперь для выходного сигнала g(x,y) получим,

$$g(x,y) = \iint F\left(\frac{k\xi}{f}, \frac{k\eta}{f}\right) T\left(\frac{k\xi}{f}, \frac{k\eta}{f}\right) e^{i\left(\frac{kx}{f}\xi + \frac{ky}{f}\eta\right)} d\xi d\eta.$$

Полученные соотношения показывают, что поле на выходе частотной плоскости является произведением спектров входного сигнала и СПЧ транспаранта:  $G(u,v)=F(u,v)\cdot T(u,v)$ 

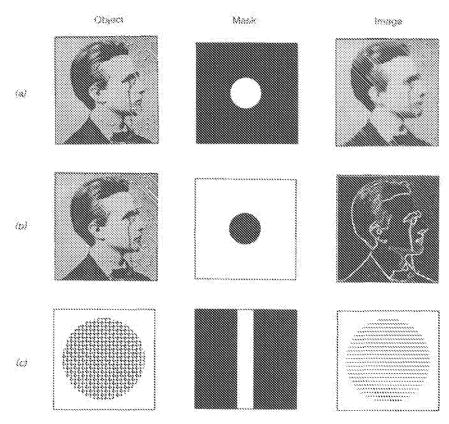


Рис.2. Примеры объекта, маски и изображения, отфильтрованного различными типами фильтров. Белым цветом окрашена прозрачная часть маски, а черным- не прозрачная.

Таким образом, СПЧ транспаранта T(u,v) представляет частотную характеристику рассматриваемого фильтра пространственных частот.

Изложенный выше принцип пространственной фильтрации позволяет решать не только сугубо оптические задачи (улучшения качества изображений и характеристик оптических систем), но также широкий круг задач, связанных с обработкой информации. Оптические системы обработки информации имеют очевидные преимущества перед существующими электронными системами:

- во-первых, высокая скорость обработки, которая лимитируется лишь скоростью ввода и съёма данных (сам процесс преобразования входного сигнала в выходной происходит со скоростью распространения оптического сигнала);
- во-вторых, информация, подлежащая обработке, записывается в виде комплексной коэффициента пропускания плоского транспаранта, расположенного во входной плоскости, т. е. оптическая система обладает двумя степенями свободы. Обработка происходит одновременно по всей области задания входной функции f(x,y). Электронные системы обладают одной степенью свободы временем, и обработка входного сигнала f(t) происходит последовательно во времени. На плоском транспаранте можно записать большое число функций одной переменной fn(x) (n номер «канала», определяемый координатой yn: fn(x) = f(x,yn)) и, таким образом, осуществлять одновременную обработку в большом числе каналов;
- в-третьих, огромная информационная ёмкость запоминающих устройств и высокая надёжность кодирования и хранения информации.

## Примеры пространственной фильтрации изображений.

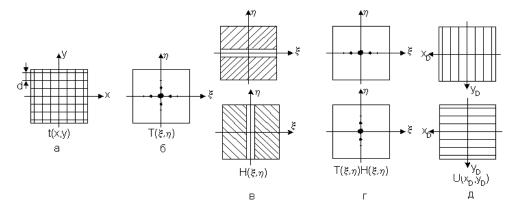


Рис.1. Примеры пространственной фильтрации.

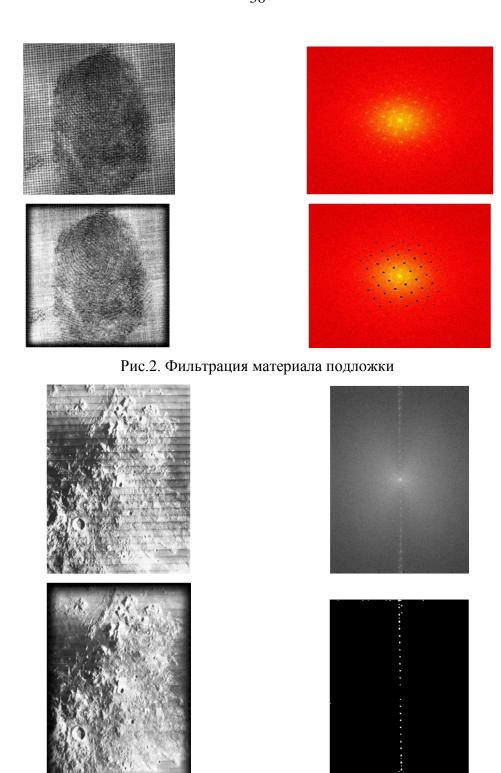


Рис. 3. Фильтрация орбитальных снимков Луны

# Контрольные вопросы

- 1. Как определяются дифракционная угловая расходимость светового пучка и граница дальней зоны?
- 2. Какую дифракционную картину создает амплитудная синусоидальная дифракционная решетка?

- 3. Что такое пространственная частота и пространственный спектр?
- 4. Каково назначение каждого из оптических элементов в схеме Катрона по пространственной фильтрации?
- 5. Почему уменьшение диафрагмы фотообъектива увеличивает резкость изображения?
- 6. В чем заключается сходство и отличие действия оптических фильтров от электрических?
- 7. Что собой представляет оптический фильтр нижних частот, верхних частот?
- 8. На дифракционную решетку со ступенчатой функцией пропускания  $T(x,y) = T(x+n\Lambda)$  падает плоская волна с нулевой пространственной частотой. Найти вид сигнала на выходе решетки и его пространственную спектральную плотность. Результаты изобразить на графиках.

## Рекомендуемая литература

- 1. Локшин, Г.Р. Дифракция. Пространственная фильтрация: учебное пособие по курсу Общая физика. Изд. 2-е, испр. и доп. М.: МФТИ, 2016. 156 с. ISBN 978-5-7417-0590-2
- 2. В. Дж. Урик-мл., Дж. Д. МакКинни, К. Дж. Вилльямс. Основы микроволновой фотоники. Техносфера. 2016 376 с. ISBN: 978-5-94836-445-2

## 4. Тема. Приемники оптического излучения в РФ

При проектировании оптико-электронных приборов и систем (ОЭП) одной из часто возникающих проблем является выбор приемника оптического излучения, являющегося одним из важнейших узлов этих устройств. В данной теме рассмотрены принципы выбора приемника при проектировании оптико-электронных приборов.

#### Принцип действия фотоприемников

Фотоприёмником (ФП) называется оптоэлектронный прибор, чувствительный к оптическому излучению и предназначенный для его преобразования в электрический сигнал [1-3].

В оптоэлектронике, в основном, используются полупроводниковые (ПП) ФП работающие на основе *внутреннего* фотоэффекта.

ФП, в которых возможно осуществление ряда преобразований оптического принятого сигнала, называются фотоприёмными устройствами или приемным оптическим модулем (ПрОМ).

В ПрОМ осуществляется:

- селекция и усиление с помощью объектива входного оптического излучения;
- детектирование оптического сигнала;
- предварительное усиление, фильтрация и др.);

При необходимости к ПрОМ могут включаться элементы для охлаждения, термостабилизации, стабилизации рабочей точки и коммутации для многоэлементных ФПрУ.

Принцип действия ФП основан на квантовых переходах частиц в энергетических уровнях. Для перехода электрона из связанного состояния (валентной зоны) в свободное (зону проводимости) в чистом ПП необходимо сообщить энергию фотона

$$hf \ge \Delta E_3$$
, или  $\lambda_{npeo}[M\kappa M] \le hc/\Delta E_3 = 1,242/\Delta E_3[9B]$ 

где ширина запрещённой зоны  $\Delta E_3$  зависит от типа ПП и температуры, т.е. это переход с *поглощением* энергии. Если  $hf < \Delta E_3$  излучение проходит ПП без потерь..

Под действием светового потока в ПП возникают свободные носители или изменяется их концентрация. Это явление и называется *внутренним фотоэффектом*. Проводимость пропорциональна концентрации носителей и увеличивается под действием светового потока, но энергетическое распределение носителей и их кинетическая энергия при этом не меняются..

### Параметры фотоприёмников

Специфическими параметрами ФП. являются фотоэлектрические [1-3]:

- чувствительность (фоточувствительность) S, характеризующая реакцию  $\Phi\Pi$  на воздействие потока излучения  $P_{\Sigma}$ .
- *квантовый выход*, определяется как отношение числа генерируемых электроннодырочных пар  $N_{\scriptscriptstyle 3-\partial}$  к числу фотонов  $N_{\scriptscriptstyle \phi}$ , которое можно выразить через S,

$$S_I = \frac{\eta q}{hf} = \frac{\eta \lambda [\mu M]}{1.24}$$

где q- заряд частицы; h- постоянная Планка.

- коэффициент поглощения материала ФП  $K_{noc}(\lambda)$ ; он является одним из основных факторов, определяющих  $S_I$  и  $\eta$ .
- *постоянная времени*  $\Phi\Pi$   $\tau$  интервал времени после прекращения облучения, по истечении которого напряжение сигнала уменьшится в e- раз. Параметр  $\tau$  определяет верхнюю граничную частоту, для которой чувствительность снижается до 0,707 от немодулированного сигнала.

$$f_{zp} \approx \Delta f \approx \frac{1}{\tau}$$

- Пороговый поток (пороговая чувствительность).  $\Phi_{nop}$  показывает возможность регистрации малых оптических сигналов на фоне шумов. Обычно учитываются четыре источника шумов  $\Phi_{ui}$ :
  - 1. Tепловые шумы  $\Phi_m \sim \Delta f T R_H$  (T- абсолютная температура;  $R_H$  сопротивление нагрузки  $\Phi\Pi$ );
  - 2. Дробовые шумы  $\Phi_{\partial p}$ ~ $IR_{H}\Delta f$  (возникают за счёт дискретности потока частиц);
  - 3. Избыточные шумы (возникают из-за неоднородности ПП);
  - 4. Радиационные шумы (флуктуационные, фоновые).
- В ФПрУ обычно применяется схема детекторного приёмника, полоса которого намного шире полосы частот сигнала, поэтому пользуются *спектральным* пороговым потоком, имеющим размерность, определяемую преобладающими шумами.

## Помехоустойчивость линейного режима работы ПрОМ с ЛФД

Рассмотрим параметры приемного оптического модуля (ПрОМ) в линейном режиме работы лавинного фотодиода (ЛФД-APD). Будем считать, что канал связи построен на основе оптического волокна (ОВ) длиной L и с погонным затуханием  $\alpha$ [дБ/км]. Внутренние шумы предварительного усилителя ПрОМ представим приведенными к входу

шумовыми источниками тока и напряжения  $S_E$ ,  $S_I$  (рис.1) [1]. Нагрузочный резистор ЛФД и суммарную емкость выходной цепи ПрОМ обозначены как R и C.

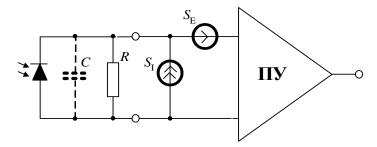


Рис. 1. Эквивалентная схема предварительного усилителя ПрОМ

Обозначим битовую скорость исходного трафика как  $B_0$ , а битовую последовательность регенерированных приемником символов - B. Различия между  $B_0$  и B определяет помехоустойчивость приемника — вероятность генерации ложных символов  $P_f$  и пропуска символов  $P_l$  в B. При отыскании оптимальных схемотехнических решений ПрОМ необходимо контролировать обе указанные зависимости. Рассмотрим каждую из них.

Ключевым фактором снижения B обусловлен внутренними шумами ПрОМ, которые, с одной стороны, с вероятностью  $P_l$ , приводят к пропускам сигнальных посылок в моменты опроса пороговой схемы, а с другой, с вероятностью  $P_f$  - к генерации ложных символов в последовательности B.

Сделаем допущение, касающееся формы импульсной характеристики  $\delta_c(t)$  ЛФД, которую определим как его реакцию на одиночный фотон. Эта реакция определяется, с одной стороны, скоростями процесса лавинной ионизации и дрейфа плазменного сгустка в p-n-переходе, и разряда емкости C выходной цепи ПрОМ – с другой. Обозначим длительность импульса  $\delta_c(t)$  как  $\tau_0$ . Форма отклика  $\delta_c(t)$  ЛФД на одиночный фотон приведена на рис. 2. Аппроксимируем указанную импульсную характеристику гауссовой кривой: где  $\sigma$  – параметр формы импульса, определяющий долю тактового интервала  $T_0 = 1/B_0$ , занимаемого сигналом  $\delta_c(t)$ , так, что  $\tau_0 = \sigma$   $T_0$ .

Воспользовавшись (2.2), определим вероятности  $P_l$  и  $P_f$ , связанные с внутренними источниками шума ПрОМ. Среди этих источников рассмотрим шумы нагрузки ЛФД, а также внутренними шумами источников  $S_E$ ,  $S_I$ . При этом распределение плотностей вероятности p(n) числа n фотоэлектронов в нагрузке ЛФД в отсутствии ( $u_c = 0$ ) и присутствии ( $u_c = M$ ) фотона также будем считать гауссовыми:

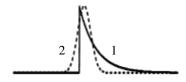


Рис. 2. Форма сигнального тока ЛФД в режиме счета фотонов (1) и гауссова аппроксимация импульсной характеристики ЛФД (2)

$$u_c(t) = \frac{u_0}{\sqrt{2\pi\alpha}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\alpha^2 T^2}\right),\tag{2}$$

$$\begin{cases} p(n/u_c = 0) = \frac{u_0}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma^2}\right), \\ p(n/u_c = M) = \frac{u_0}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{(n-M)^2}{2\sigma^2}\right); \end{cases}$$
(3)

с безразмерной дисперсией о [5]:

$$\sigma^{2} = \frac{2i_{tt}}{e} \tau I_{2}(\alpha) + \frac{\tau I_{2}(\alpha)}{e^{2}} \left( S_{I} + \frac{4kt}{R} \right) + S_{E} \left[ \frac{I_{2}(\alpha)}{R^{2}} + (2\pi C)^{2} \frac{I_{3}(\alpha)}{\tau e^{2}} \right]; \tag{4}$$

где t — температура в градусах Кельвина; k — постоянная Больцмана;  $i_{tt}$  — темновой ток; R — нагрузочное сопротивление ЛФД;  $\tau = 1/B$  — длительность импульсной характеристики ПрОМ, обратная ширине полосы частот приемника B.

Параметр  $\alpha$  в (2) связан с формой сигнала, определяющий долю тактового интервала  $=1/B_0$ , занимаемого сигнальным импульсом  $u_{\rm c}(t)$  (см. рис.2). Физически значение  $\alpha T$  описывает время, необходимое для разряда лавины и заряда диодов до номинального напряжения питания. Этот параметр ограничивает максимальную скорость регистрации фотонов и называется мёртвое время (dead time). В дальнейшем будем считать, что длительность  $\tau$  поддерживающих данный режим стробирующих импульсов так же  $\sim \alpha T$ .

Коэффициенты  $I_2$ ,  $I_3$  в формуле (3) называются интегралами Персоника и выражается через отношение спектров огибающей оптического сигнала на выходе и входе ПрОМ [1]. Аргументом этих зависимостей является безразмерная нормированная частота  $\Omega = \omega/T$ :

$$I_2 = \int_{0}^{\infty} \left| \frac{H'_{\text{BbIX}}(\Omega)}{H_{\text{BX}}(\Omega)} \right|^2 d\Omega, \quad I_3 = \int_{0}^{\infty} \left| \frac{H_{\text{BbIX}}(\Omega)}{H_P(\Omega)} \right|^2 \Omega^2 d\Omega$$
 (5)

Искомые параметры помехоустойчивости ПрОМ, вероятности  $P_l$  и  $P_f$  выражаются через формулы (2), (3) как:

$$P_{l} = \int_{-\infty}^{U_{\text{nop}}} p(n/u_{c} = 0)dn , P_{f} = \int_{-U_{\text{nop}}}^{\infty} p(n/u_{c} \neq 0)dn ,$$
 (6)

где  $U_{\text{пор}}$  — порог срабатывания приемника, выраженный через число электронов n, проходящих через нагрузку ЛФД за время  $\tau$ .

Значение  $P_f$  определяет среднюю частоту  $F_r$  генерации ложных импульсов кода, вызываемых внутренними шумами ПрОМ [1]:

$$F_r = P_f B_0. (7)$$

Особенностью ряда РФ- технологи является малость времени dead time  $\tau$  по сравнению с длительностью тактового интервала  $T=1/B_0$ . Это избавляет от необходимости введения высокочастотной коррекции АЧХ ФПУ, которая обычно используется в ВОСП для восстановления формы принимаемых символов. Здесь становится возможным, наоборот, сужение полосы частот ФПУ и снижение шумов приемника.

Вследствие указанных особенностей системы тракта КРК сигнал  $P_c(t)$  на выходе ФПУ системы КРК может значительно уширятся относительно импульсов (2). Обычно допуск на такое отклонения регламентируется требованием минимизации межсимвольной интерференции. Таким свойством обладает, например, широко распространенный тракт с характеристикой H(f) вида «приподнятого косинуса»:

$$H(f) = \frac{1 + \cos\left(\frac{\pi f}{T}\right)}{2}$$

Для АЧХ ФПУ данного вида и сигналов (2) зависимости  $I_2$ , $I_3$  в (6), (7) от  $\alpha$  изображены на рис.3.

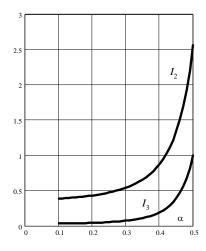


Рис.3. Расчетные зависимости  $I_2$ , $I_3$  от  $\alpha$ 

Приведенные соотношения определяют суммарную плотность вероятности шумов в присутствии и в отсутствии сигнальной посылки  $p_{\rm c}$  и  $p_{\rm n}$ . Аргументы в этих удобно выразить через числа фотоэлектронов n. В таком случае искомые вероятности  $P_l$  и  $P_f$  запишутся как:

$$P_{l} = \int_{-\infty}^{U_{0}} p_{c}(n) dn, \ P_{f} = \int_{-U_{0}}^{\infty} p_{n}(n) dn,$$
 (8)

где  $U_0$  - порог срабатывания компаратора ФПУ, выраженный через n.

Пример распределений  $P_l$  и  $P_f$  изображен на рис. 4. Порог срабатывания компаратора выставлен таким образом, чтобы обеспечить требуемую вероятность  $P_l$  или  $P_f$ .

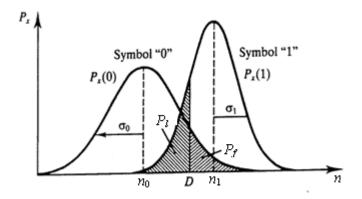


Рис. 4. Зависимости распределений  $p(n/u_c)$  от среднего числа фотоэлектронов n

В системах КРК кодовый символ передается по средствам кодирования состояния фотона. Здесь необходимо соблюдение допустимого уровня ошибок, а не его минимизация.

#### Помехоустойчивость гейгеровского режима работы ЛФД

Новые возможности в достижении предельной скорости формирования ключа и чувствительности ПрОМ открывают лавинные фотодиоды специальной конструкции G-SPAD (Single Photon Avalanche Diode), способные работать в ключевом режиме, который в литературе называется гейгеровским. В гейгеровской моде напряжение питания диода  $U_a$  превышает пороговое напряжения  $U_b$  лавинного пробоя на величину так называемого перенапряжения ( $U_a$ .-  $U_b$ ). В этих условиях возбуждение G-SPAD единичным фотоэлектроном приводит к формированию в p-n переходе диода лавинного процесса с глубокой внутренней положительной обратной связью, приводящего без дополнительного усиления к формированию в нагрузке G-SPAD сигнального отклика  $i_s$  в несколько вольт. На этом фоне внутренние шумы ПрОМ оказываются пренебрежимо малыми.

Механизмы возникновения ошибок в системе (пропуски сигнала и ложные срабатывания ПрОМ) в ключевом режиме G-SPAD являются эффекты афтерпалсинга и спонтанного формирования лавин электронами темнового тока  $i_{tt}$ , который при перенапряжении перехода диода трансформируется в хаотическую последовательность коротких импульсов.

Для реализации преимуществ G-SPAD по чувствительности и быстродействию требуется решение ряда схемотехнических задач. Для снижения влияния афтерпалсинга и

DCR на помехоустойчивость системы контроллер G-SPAD должен обеспечивать импульсный режим работы диода, называемый временным стробированием (Time-gated single photon counting - TGSPC), при котором питание ( $U_a$ - $U_b$ ) подается на диод лишь в течении короткого времени  $\tau$ ~1нс с частотой  $B_0$  [1,6].

Дадим далее оценку  $P_l$  и  $P_f$  в нелинейном режиме лавинного диода с временным стробированием.

Основной справочной характеристикой чувствительности G-SPAD, определяющей значение  $P_l$ , является эффективность регистрации фотонов  $\varepsilon$ =(1- $P_l$ ), равная вероятности регистрации падающего на фоточувствительную площадку G-SPAD фотона. Величина  $\varepsilon$  равна:

$$\varepsilon = A \cdot P_G$$

где A — геометрическая эффективность G-SPAD и  $P_{\rm G}$  — вероятность возникновения гейгеровского разряда.

Сигнальный отклик  $i_s$  G-SPAD в гейгеровском режиме намного превышает шумы, поэтому формулы (4)-( 6) для расчета вероятностей  $P_f$  здесь не применимы. Если обозначить средние частоты генерации ложных символов, обусловленные эффектами афтерпалсинга и DCR соответственно как  $F_{ap}$  и  $F_{dcr}$ , то получим:

$$P_{f} = (F_{an} + F_{der})/B_{0}. (9)$$

#### Контрольные вопросы

- 1 Какие физические эффекты лежат в основе фотоэлектрических приемников оптических излучений?
- 2 Назовите основные требования, предъявляемые к фотоприемнику.
- 3 Что называется p-i-n фотодиодом?
- 4 Какой из режимов работы обеспечивает большее быстродействие и высокую чувствительность фотодиодов?
- 5 Чем определяется соотношение сигнал/шум в схеме  $\Phi \Pi \mathcal{Y}$  с интегрирующим усилителем и p-i-n фотодиодом?
- 6 Чем определяется соотношение сигнал/шум в схеме ФПУ с трансимпедансным усилителем и ЛФД?
- 7 Каким образом определяется минимальная мощность на входе фотодетектора?
- 8 Что представляет коэффициент ошибок?
- 9 Какой тип ФПУ имеет более высокую чувствительность?
- 10 Основные технические характеристики фотоприемных устройств.
- 11 Источники шума в фотоприемном устройстве и их природа.

## Рекомендуемая литература

- 1 .Keiser, G. Optical Fiber Communications [Text] / G. Keiser.// New York: McGraw-Hill, Inc.–1991 461 p
- 2 Розеншер, Э. Оптоэлектроника (пер. с франц.) / Э. Розеншер, Б. Винтер. Техносфера, 2004. 592 с.
- 3 Фриман, Р. Волоконно оптические системы связи / Р. Фриман Техносфера, 2003. 440 с.

## 5. Тема. Устройства управления оптическим излучением в РФ

В оптическом диапазоне возможны все известные виды модуляции: амплитудная (АМ) и её разновидности: частотно – импульсная (ЧИМ), широтно-импульсная (ШИМ), фазовая (ФМ), частотная (ЧМ) и поляризационная (ПМ). На практике, из–за трудностей регистрации ЧМ, ФМ и ПМ эти виды чаще всего преобразуются в АМ в самом модуляторе или с помощью специального устройства.

Простейшими амплитудными модуляторами являются колеблющиеся или вращающиеся заслонки, зеркала, призмы и т.д., т.е. используется механическая модуляция, которая обладает большой инерционностью.

В основе современных модуляторов лежат физические эффекты в оптически анизотропных средах: электрооптические, магнитооптические и акустооптические.

#### Физические эффекты в кристаллах

Пинейный электрооптический эффект Поккельса возникает при подаче на подложку из оптически анизотропного кристалла управляющего напряжения. Под его воздействием изменяются показатели преломления обыкновенной и необыкновенной волн. При этом их разность, а также соответствующая разность набега фаз пропорциональна приложеному электрическому полю E:

$$\Delta n = n_{e1} - n_{e2} \sim E; \qquad \Delta \varphi = \varphi_{e1} - \varphi_{e2} \sim E. \tag{1}$$

Эффект Поккельса характеризуется высоким быстродействием (до  $40\cdot10^{13}$   $\Gamma$ ц) и малыми нелинейными искажениями.

Особенно сильно эффект Поккельса проявляется в пьезоэлектриках GaAs, GaP,  $LiNbO_3$  (ниобат лития),  $LiTaO_3$  (танталат лития),  $SiO_2$ . Эти кристаллы обладают большой твёрдостью, малыми потерями (1-2)%/см и негигроскопичны, но имеют большой коэффициент отражения  $\rho \approx 0,33$ . Ещё более сильно эффект проявляется в кристаллах КДР  $(KH_2\ PO_4)$  и КДА  $(KH_2\ AsO_4)$ , но они гигроскопичны, хрупки и склонны к растрескиванию.

Квадратичный электрооптический эффект Керра возникает при подаче управляющего напряжения на изотропную среду, вследствие чего она становится одноосной. При этом разность коэффициентов преломления необыкновенной и обыкновенной волн и разность набега их фаз пропорциональны квадрату напряжённости электрического поля:

$$\Delta n = n_e - n_0 \sim E^2; \qquad \Delta \varphi = \varphi_e - \varphi_0 \sim E^2$$
 (2)

Этот эффект более слабый чем эффект Поккельса и для построения оптических модуляторов используется мало.

 $A \kappa y c moon mu ч e c \kappa u u$  эффект проявляется в любой прозрачной среде и состоит в том, что при воздействии гармонической акустической волной  $\lambda_{a\kappa}$  в среде возникают упругие деформации, т.е. сгущения и разряжения коэффициента преломления n. Такую среду можно рассматривать как квазистационарную фазовую  $\partial u \phi p a \kappa u u o n e me p u o n e p u o n$ 

$$Q = \lambda l / n \Lambda_{ax}^2 \,, \tag{3}$$

где l- толщина акустически возмущённой среды в направлении распространения света. При Q<<1 существует дифракция Pamana-Hamma с большим числом дифракционных максимумов (случай monkoù решётки или решётки с большим периодом по аналогии с антенными решётками в радиодиапазоне). Случай Q≥1 соответствует дифракции Брэгга, при которой существует только главный и один дифракционный максимумы, если луч входит в среду под yглом Брэгга  $\theta$  $_{5}$ 

$$\theta_{\rm E} = \arcsin(\lambda/2n\Lambda_{\rm ak}),\tag{4}$$

Магнитооптический эффект Коттона-Мутона аналогичен электрооптическому эффекту Кэрра и возникает в поперечно намагниченном кристалле специальных видов граната (или стекол). Под действием магнитного поля кристалл из анизотропного становится одноосным и разность коэффициентов преломления необыкновенной и обыкновенной волн пропорциональна квадрату напряженности магнитного поля.

$$\Delta n = n_e - n_0 = K_{KM} H_{ynp}^2,$$

где  $K_{\kappa M}$  – коэффициент Коттона-Мутона, зависящий от типа материала.

Магнитооптический эффект Фарадея возникает в продольно намагниченных гиротропных средах, в которых свойства среды для волн круговых поляризаций правого и левого вращения оказываются разными. В гиротропной подмагниченной среде при распространении волн круговой поляризации для поляризаций правого и левого вращения действуют разные магнитные проницаемости, а, следовательно, и коэффициенты преломления. Это приводит к тому, что при прохождении одинакового расстояния они получают разный набег фазы. Если на вход подаётся линейная поляризация, то её можно представить в виде суперпозиции двух круговых с разным направлением вращения. После прохождения гиротропной среды они получают разность фаз и суммируются на выходе уже с другой ориентацией вектора E, т.е. эффект Фарадея приводит к повороту плоскости поляризации линейно поляризованной волны. При этом угол поворота зависит от управляющего магнитного поля

$$\varphi_{M} = V_{g} H_{vnp} l \cos \theta \,, \tag{5}$$

где  $V_{s}$ - постоянная Верде, зависящая от типа материала;  $\theta$ - угол между направлением света и управляющего магнитного поля  $H_{vnn}$ , l- длина среды вдоль распространения света.

### Электрооптические модуляторы света (ЭОМ)

Фазовый волноводный электрооптический модулятор бегущей волны (рис 1), являющийся базовым управляемым элементом более сложных устройств, представляет собой отрезок оптического волновода (ОВ) с нанесенными металлическими управляющими электродами.

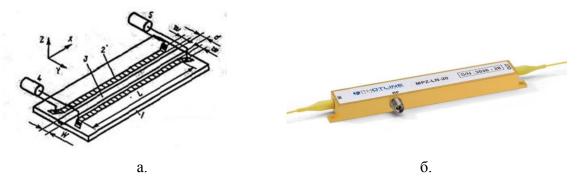


Рис.1. Фазовый оптический волноводный модулятор бегущей волны

В основе его работы лежит линейный электрооптический эффект Поккельса, благодаря которосму изменение фазового сдвига  $\Delta \phi$  светового поля, связанное с подачей управляющего напряжения, и вызывающее изменение коэффициента фазы волноводной моды определяется как:

$$\Delta \varphi = \pi U / U_{\pi}, \tag{6}$$

где

$$U_{\pi} = 2\lambda d / n_{e1}^3 r_{non} l, \qquad (7)$$

- *полуволновое напряжение*, обеспечивающее сдвиг фаз  $\Delta \varphi = \pi$ , *U*-управляющее напряжение модулятора,  $r_{non}$  - поперечный электрооптический коэффициент подложки модулятора, который зависит от типа кристалла и угла его среза, l- длина электродов.

Для волноводных материалов полуволновое напряжение при поперечном эффекте Поккельса составляет несколько вольт.

Амплитудный электрооптический модулятор по схеме интерферометра Маха— Цандера (ИМЦ) является основным вариантом внешнего модулятора в аналоговых и в цифровых волоконно-оптических линиях связи (ВОЛС), радиофотонике [1-3]. К преимуществам данного устройства относятся: высокая частота модуляции; компактность; надежность. К недостаткам электрооптических модуляторов ИМЦ относят их высокую стоимость.

Конструктивно ИМЦ объединяет два рассмотренных выше волноводных фазовых модулятора, оптические порты которых объединены волноводными Y-разветвителями (рис.2). Таким образом, в основе работы ИМЦ лежит электрооптический эффект Поккельса. По этой причине СВЧ поле, распространяясь по верхнему и нижнему ОВ вдоль микрополосковых электродов, изменяет показатель преломления оптического волновода одном из плеч интерферометра на  $\Delta n_0$ . В результате в указанном плече ИМЦ возникает относительный сдвиг фазы сигнала  $\varphi$ ,

$$\Delta \varphi = \Delta \beta_0 L = k_0 \Delta n_0 L, \tag{8}$$

где  $\Delta \beta_0$  – постоянная распространения, L – длина взаимодействия,  $k_0 = \omega/c$  – волновое число,  $\Delta n_0$  – изменение начального показателя преломления.

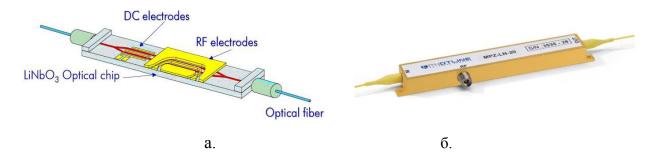


Рис.2. Электрооптический амплитудный модулятор Маха-Цендера

На выходе второго Y-разветвителя волны из обоих плеч ИМЦ складываются (интерферируют) с учетом фазового сдвига  $\Delta \phi$ . Например, при  $\Delta \phi = 180^{0}$  они подавляют друг друга.

Таким образом, фазовая модуляция в плечах ИМЦ на выходе второго Y-разветвителя преобразуется в амплитудную модуляцию. В результате передаточная характеристика ИМЦ, т.е. зависимость интенсивности света на его выходе от приложенного к электродам напряжения V(t) имеет вид

$$I_{\text{out}}(t) = T_{\text{mod}} \frac{I_{\text{in}}}{2} \left[ 1 + \cos\left(\frac{\pi}{V_{\pi}} V(t) - \varphi\right) \right], \tag{9}$$

где  $I_{\rm out}(t)$  —интенсивность выходного излучения;  $I_{\rm in}$ —интенсивность входного излучения; —  $T_{\rm mod}$  — коэффициент передачи модулятора;  $V_{\pi}$  — полуволновое напряжение модулятора;  $\phi$  — фазовый сдвиг.

Для сбалансированного модулятора Маха–Цендера фазовый сдвиг ф равен нулю. Передаточная характеристика интенсивности такого ИМЦ с симметричной топологией волноводов и компенсацией ф, за счет подачи напряжения смещения на DC-электроды, приведена на рис. 3.

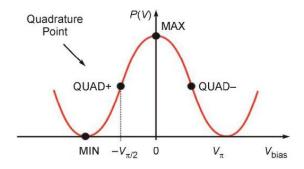


Рис. 3. Передаточная характеристика интенсивности ИМЦ

P(V) – интенсивность выходного излучения модулятора;  $V_{\rm bias}$  – постоянное DC напряжение смещения;  $V_{\pi}$  – полуволновое напряжение; QUAD+, QUAD- точки квадратуры

Из рис 3 видно, что для работы на линейном участке передаточной характеристики необходимо постоянное четверть волновое смещение  $V_{\pi/2} = V_{\pi}/2$ .

Основными параметрами модуляторов Маха-Цендера являются:

- рабочий диапазон длин волн,
- полоса модуляции,
- вносимые потери,
- полуволновое напряжение,
- коэффициент экстинкции (контрастности Extinction ratio) отношение максимального коэффициента пропускания оптического модулятора к минимальному

В качестве примера в таблице 1 представлены характеристики ИМЦ компании iXBlue Photonics.

Таблица 1. Основные характеристики ИМЦ компании iXBlue Photonics

модулятора         MX800- -LN-20         MX950- -LN-20         -LN-20         -LN-40         -LN-40         -LN-10           Орегаting wavelength         800 nm (780-850)         900 nm (850-960)         1060 nm (980-1150)         1310 nm (1270-1330)         1550 nm (1530-1625)         2050 m (1900-22           Electro-opti- cal bandwidth         25 GHz         25 GHz         18 GHz         30 GHz         30 GHz         12 GH           Vπ RF@ 50 kHz         3,5 V         3,5 V         3,5 V         4 V         5 V         9,5 V							
Параметры         -LN-20         -LN-20         -LN-20           Operating wavelength         800 nm (780–850)         900 nm (850–960)         1060 nm (1270–1330)         1550 nm (1530–1625)         2050 m (1900–22)           Electro-optical bandwidth         25 GHz         25 GHz         18 GHz         30 GHz         30 GHz         12 GH           Vπ RF@         3,5 V         3,5 V         3,5 V         4 V         5 V         9,5 V	Тип	NIR-	NIR-	NIR-MX-	MX 1300	MXAN	MX2000
Operating wavelength         800 nm (780–850)         900 nm (850–960)         1060 nm (1270–1330)         1550 nm (1530–1625)         2050 m (1900–22)           Electro-optical bandwidth         25 GHz         25 GHz         18 GHz         30 GHz         30 GHz         12 GH           Vπ RF@         50 kHz         3,5 V         3,5 V         3,5 V         4 V         5 V         9,5 V	модулятора	MX800-	MX950-	-LN-20	-LN-40	-LN-40	-LN-10
wavelength       (780–850)       (850–960)       (980–1150)       (1270–1330)       (1530–1625)       (1900–22)         Electro-optical bandwidth       25 GHz       25 GHz       18 GHz       30 GHz       30 GHz       12 GH         Vπ RF@       50 kHz       3,5 V       3,5 V       3,5 V       4 V       5 V       9,5 V	Параметры	-LN-20	-LN-20				
Electro-optical bandwidth 25 GHz 25 GHz 18 GHz 30 GHz 30 GHz 12 GH Vπ RF@ 50 kHz 3,5 V 3,5 V 3,5 V 4 V 5 V 9,5 V	Operating	800 nm	900 nm	1060 nm	1310 nm	1550 nm	2050 nm
cal bandwidth       25 GHz       25 GHz       18 GHz       30 GHz       30 GHz       12 GH         Vπ RF@       50 kHz       3,5 V       3,5 V       3,5 V       4 V       5 V       9,5 V	vavelength	(780-850)	(850-960)	(980-1150)	(1270-1330)	(1530–1625)	(1900-2200)
cal bandwidth       25 GHz       25 GHz       18 GHz       30 GHz       30 GHz       12 GH         Vπ RF@       50 kHz       3,5 V       3,5 V       3,5 V       4 V       5 V       9,5 V	Electro-opti-						
50 kHz 3,5 V 3,5 V 4 V 5 V 9,5 V		25 GHz	25 GHz	18 GHz	30 GHz	30 GHz	12 GHz
	Vπ RF@						
V- DC dad	50 kHz	3,5 V	3,5 V	3,5 V	4 V	5 V	9,5 V
Vπ DC elect-	Vπ DC elect-						
rodes 3,9 V 3,9 V 4,5 V 5,5 V 6,5 V 11 V	rodes	3,9 V	3,9 V	4,5 V	5,5 V	6,5 V	11 V
Optical input 13 dBm 10 dBm 20 dBm 20 dBm 20 dBm 20 dBm	Optical input	13 dBm	10 dBm	20 dBm	20 dBm	20 dBm	20 dBm
power, max   (20 mBt)   (10 mBt)   (100 mBt)   (100 mBt)   (100 mBt)   (100 mBt)   (100 mBt)	ower, max	(20 мВт)	(10 мВт)	(100 мВт)	(100 мВт)	(100 мВт)	(100 мВт)
RF input	RF input						
	-	28 dBm	28 dBm	28 dBm	28 dBm	28 dBm	28 <b>dB</b> m
Bias voltage   -20÷+20 V	Bias voltage	−20÷+20 V	−20÷+20 V	−20÷+20 V	-20÷+20 V	−20÷+20 V	−20÷+20 V
DC extinc-	OC extinc-						
tion ratio 22 dB 25 dB 25 dB 22 dB 22 dB 22 dB	ion ratio	22 <b>dB</b>	25 dB	25 dB	22 dB	22 dB	22 <b>dB</b>

### Контрольные вопросы

- 1. Какие электрооптические эффекты возникают в твердых и жидких диэлектриках?
- 2. Какие типы модуляции оптических сигналов могут быть получены с помощью электрооптических эффектов?
- 3. Какие типы модуляции оптических сигналов могут быть получены с помощью акустооптического эффекта?
- 4. Принципы действия амплитудного модулятора света типа ИМЦ.
- 5. Объясните назначение основных конструктивных узлов электрооптического модулятора

### Рекомендуемая литература

- 1 Keiser, G. Optical Fiber Communications [Text] / G. Keiser.// New York: McGraw-Hill, Inc.–1991 461 p
- 2 Розеншер, Э. Оптоэлектроника (пер. с франц.) / Э. Розеншер, Б. Винтер. Техносфера, 2004. 592 с.
- 3 В. Дж. Урик-мл., Дж. Д. МакКинни, К. Дж. Вилльямс. Основы микроволновой фотоники. Техносфера. 2016 376 с. ISBN: 978-5-94836-445-2

## 6. Тема. Планарные оптические волноводы радиофотонных схем

### Краткие теоретические сведения

В качестве элементов связи оптических резонаторов, используемых в различных схемах РФ, широко используются планарные оптические волноводы (ПОВ). Структура ПОВ со показана на Рис. . Здесь через h обозначена толщина пленки ПОВ, а через  $n_{\rm f}$ ,  $n_{\rm s}$ ,  $n_{\rm c}$  – показатели преломления пленки, подложки и покровного слоев соответственно.

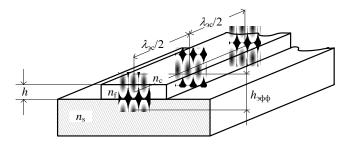


Рис. 1. Структура элемента связи на основе планарного оптического волновода

Как известно, по волноводной структуре рис. может распространяться спектр из счетного числа N независимых волновых процессов — мод, каждая из которых характеризуется постоянной распространения  $\beta_N$ , а также соответствующим амплитудным профилем  $E_{mN}$  [1].

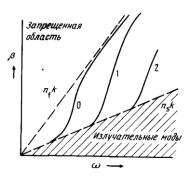


Рис. 2. ω-β-диаграмма волноводной структуры типа ПОВ [3]

Постоянные распространения  $\beta_N$  N-й моды при этом оказываются связанными с частотой  $\omega$  и толщиной пленки h дисперсионным уравнением ПОВ, в соответствии с которым значение  $\beta_N$  может изменяться в пределах, ограниченных значениями постоянных распространения плоской волны в материалах подложки и пленки [4], так, что:

$$kn_{s} < \beta < kn_{f} \tag{2}$$

Указанная связь иллюстрируется  $\omega$ - $\beta$ -диаграммой, показанной на рис., [2]. Строгое описание дисперсионного уравнения ПОВ и  $\omega$ - $\beta$ -диаграммы асимметричного плоского волновода вытекает из соответствующего волнового уравнения.

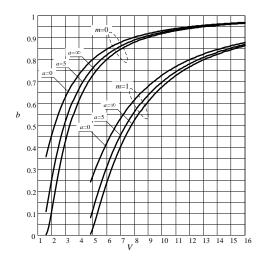


Рис. 3. Зависимости нормированного волноводного показателя преломления b ПОВ от нормированной частоты V для m=0 и 1 при различных параметрах асимметрии a волноводной структуры

При этом наиболее общий характер результатов можно получить, если использовать нормировку нескольких параметров волновода. Основными из этих параметров являются нормированная частота  $\Pi OB \ V$ , связанная с толщиной пленки  $\Pi OB$  соотношением [4],

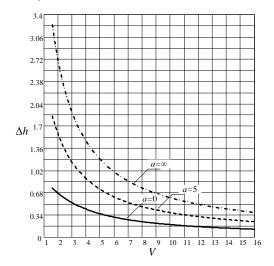


Рис. 4. Зависимости волноводного параметра локализации  $\Delta h = h_{3 \phi \phi}/h$ -1 фундаментальной моды ПОВ от нормированной частоты V при различных параметрах асимметрии a волноводной структуры

$$V = kh\sqrt{n_f^2 - n_s^2} \tag{3}$$

нормированный волноводный показатель преломления b, связанный с эффективным показателем преломления  $N_{2\Phi}$  [Ошибка! Источник ссылки не найден.-6]:

$$b = (N^2 - n_s^2)/(n_f^2 - n_s^2)$$
(4)

а также нормированный параметр асимметрии а ПОВ,

$$a = (n_s^2 - n_c^2)/(n_f^2 - n_s^2)$$
 (5)

С учетом указанных нормировок, дисперсионное уравнение для *ТЕ*-мод ПОВ можно записать в форме Когельника - Рамасвами [4]:

$$V\sqrt{1-b} = \nu\pi + \arctan\sqrt{b/(1-b)} + \arctan\sqrt{(b+a)/(1-b)}$$
 (6)

Для *ТМ*-моды ПОВ параметр асимметрии следует определить как [1,**Ошибка! Источник сылки не найден.**]:

$$a = \frac{n_f^4}{n_c^4} \frac{n_s^2 - n_c^2}{n_f^2 - n_s^2} \tag{7}$$

Результат численного решения уравнения Когельника - Рамасвами (6) в форме нормированной  $\omega$ - $\beta$ -диаграммы, т.е. зависимости нормированных показателя преломления b от частоты V для порядков моды v=0,1,2 и различных параметров асимметрии a, представлен на рис.

Энергия поля волноводной моды в ПОВ при ее распространении, как известно, локализована не только в волноводной пленке, но также в подложке и покровном слое волновода, где она экспоненциально снижается [5]. В данной связи эффективная высота слоя  $h^*$ , в котором локализована энергия моды в ПОВ, очевидно превышает высоту волновода h. Можно показать, что при малой асимметрии ПОВ и слабонаправляющей пленке величина  $h^*$  и может быть оценена как [6]:

$$d_e = d\{1 + [B^{-1/2} + (B+a)^{-1/2}]/V\}$$
(8)

Результат численного решения уравнений (6) и (8)) представлен на рис. в виде графиков зависимости относительного уширения поля фундаментальной моды  $\Delta h = h_{3\varphi\varphi}/h$ -1 от нормированной частоты V при различных параметрах асимметрии a волноводной структуры.

Из графиков на рис. и рис. видно, что в одномодовом режиме работы планарного волновода необходимая для создания элементов связи слабая локализация поля фундаментальной моды наблюдается в асимметричных волноводных ПОВ- структурах.

## Контрольные вопросы

- 1 Какие типы оптических волноводов используются в интегральнооптических устройствах?
- 2 По каким параметрам классифицируются оптические волноводы?
- 3 Какие законы оптики приводят к волноводному распространению электромагнитных волн?
- 4 Каковы свойства гофрированных волноводов?
- 5 Какие устройства интегральной оптики могут быть реализованы с помощью микрорезонаторов?

6 В чем отличие мод шепчущей галереи от волноводных мод?

## Рекомендуемая литература

- 7 Тамир, Т.(ред.) Волноводная оптоэлектроника./ Т.Тамир.-Мир, 1991-575 с.
- 8 Унгер, Х.-Г. Планарные и волоконные оптические волноводы / Х.-Г. Унгер –М.: Мир, 1980-656 с.
- 9 Хаус, Х. Волны и поля в оптоэлектронике / Х. Хаус- М.: Мир, 1988. –432 с.
- 10 Снайдер, А. Теория оптических волноводов /А.Снайдер, Дж. Лав М., «Радио и связь», 1987-656 с.
- 11 Фриман, Р. Волоконно оптические системы связи / Р. Фриман Техносфера, 2003. 440 с.

## 7. Тема. Оптические волокна

### Краткие теоретические сведения

#### Оптические волокна

Рассмотрим далее особенности построения элементов связи (ЭС) устройств РФ

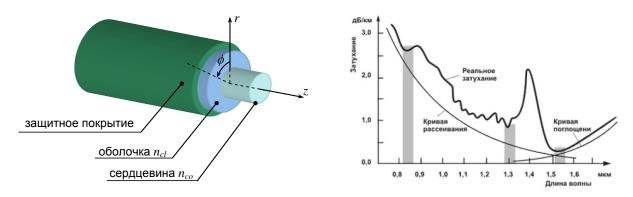


Рис. 1. Структура элемента связи на основе ОВ и дисперсия затухания

на основе одномодового оптического волокна (OB), представляющего собой волновод круглого сечения из оптически прозрачного диэлектрика, структура которого обеспечивает направленное распространение вдоль него оптических волн (рис.) [1-7]. Основные технические характеристики выпускаемых в настоящее время кварцевых ОВ представлены в таблица

Тип ОВ Мат.-л Мат.-л Диаметр Коэф.-т Диаметр Числ. сердцев. оболочки сердцев./оболочки, затухания, оболоч., апертура NA дБ/км мкм мкм 9/125 250 ~ 0.5 Одномодововое, Кварц Кварц ≤0.4 ступенчатый профиль ПП

Таблица 1. – Технические характеристики ОВ [2]

эффективной ЭС, очевидно, необходима создания слабая локализация канализируемого электрического поля. Этим требованиям удовлетворяют т.н. слабонаправляющее ОВ, у которых различие в показателях преломления сердцевины и оболочки  $\Delta n << 1$ . Структура поля **E** волноводных мод (BM), переносящих энергию в таких ОВ, может описываться линейной поляризацией. Это, так называемые линейнополяризованные (LP) моды [1-7]. В цилиндрической системе координат решение соответствующего волнового уравнения для поперечных компонент электрического поля Е волноводных мод (ВМ) будут иметь вид [3]:

$$\mathbf{E}_{s}(r,\phi,z,t) = \begin{cases} \mathbf{e}_{s} \cdot E_{s} \cdot \frac{J_{l}\left(\frac{u \cdot r}{a}\right)}{J_{l}(u)} \cdot \begin{Bmatrix} \cos l\phi \\ \sin l\phi \end{Bmatrix} \cdot e^{j(\omega t - \beta_{s}z)}, \quad r < a \\ \mathbf{e}_{s} \cdot E_{s} \cdot \frac{N_{l}\left(\frac{w \cdot r}{a}\right)}{N_{l}(w)} \cdot \begin{Bmatrix} \cos l\phi \\ \sin l\phi \end{Bmatrix} \cdot e^{j(\omega t - \beta_{s}z)}, \quad r > a \end{cases}$$

$$(1)$$

где  $J_l$ ,  $N_l$  — функции Бесселя и Неймана порядка l, описывающие профиль ВМ в области сердцевины и оболочки соответственно;

 $\mathbf{e}_s$  – вектор поляризации ВМ;

$$u = a\sqrt{k_0^2 n_{co}^2 - \beta_s^2}, \quad w = a\sqrt{\beta_s^2 - k_0^2 n_{cl}^2}, \quad b = \frac{u}{w}.$$
 (2)

Нормированная частота V данной волноводной структуры определяется выражением аналогичным формуле (3) для ПОВ [Ошибка! Источник ссылки не найден.-Ошибка! Источник ссылки не найден.]

$$V = \sqrt{u^2 + w^2} = k_0 a \sqrt{n_{co}^2 - n_{cl}^2}$$
 (3)

Характеристическое уравнение рассматриваемого слабонаправляющего OB со ступенчатым профилем показателя преломления находится из уравнения [4]:

$$u \frac{J_{l\pm 1}(u)}{J_{l}(u)} = \pm w \frac{N_{l\pm 1}(w)}{N_{l}(w)} \tag{4}$$

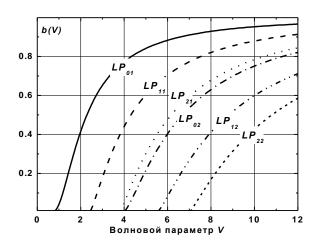


Рис. 3. Дисперсионные характеристики b(V) *LP* мод

В общем случае для заданного азимутального порядка l решению уравнения (4) удовлетворяют множество мод с различным радиальным порядком m.В качестве примера на рис. показано семейство решений уравнений (1)-(4) относительно нормированного волноводного параметра LP мод низких порядков.

Из данных рис. видно, что для каждой такой ВМ существует характерное значение параметра V, при котором  $b(V_c)=0$ . Данное значение  $V_c$  называется частотой отсечки [5]. Для ВМ, которые являются с точки зрения лучевого приближения направляемыми лучами, b>0, при этом параметры u и w являются действительными величинами. При  $V<V_c$  ВМ не является направляемой, а относится к классу вытекающих мод, а параметры u и v становятся комплексными величинами.

Из решения уравнение (4) можно отыскать параметры u и w, с помощью которых, а также соотношения (1), можно рассчитать профили ВМ. Некоторые из результатов таких расчетов представлены на рис.

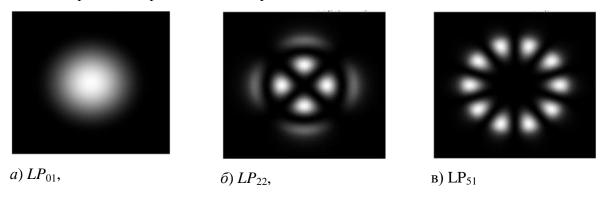


Рис. 4 Распределения интенсивностей в сечении ОВ (профили) некоторых LP мод

Из рис.  $\epsilon$  видно, что в поперечном сечении ОВ структура поля LP мод с радиальным индексом  $\ell=1$  и высоким азимутальным индексом  $\phi$  напоминает распределение поля МШГ в высокодобротных СВЧ и оптических резонаторах (см. раздел 8). Отмеченный тип ВМ относится к т.н. винтовым лучам, траекторией распространения которых является винтовая линия вдоль оси z ОВ вблизи его поверхности [Ошибка! сточник ссылки не найден.]. При этом z компонента волнового числа винтового луча  $\beta_z$  всегда намного превосходит соответствующие поперечные волновые числа  $\beta_1$  и  $\beta_{\phi}$ , т.е.

$$\beta_{7} >> \beta_{1} \approx \beta_{0} \approx 1$$
 (5)

Для используемых для построения высокодобротных резонансных систем фундаментальных мод с высоким азимутальным индексом (МШГ) превалирующей в последней формуле будет ф-компонента волнового числа ВМ, т.е.:

$$\beta_{\phi} >> \beta_{1} \approx \beta_{r} \approx 1$$
 (6)

#### Волоконно-оптические-разветвители

В устройствах РФ оптические волокна используются не только для передачи сигналов по схеме точка-точка, но и для создания разветвленных структур. Для этой цели

необходимы соответствующие ВО-разветвители. На практике для этих целей используют два типа ВО-разветвителей. К первому из них относится X- разветвитель, который имеют две пары волоконных выводов, рис. [Ошибка! Источник ссылки не найден.,Ошибка! точник ссылки не найден.].

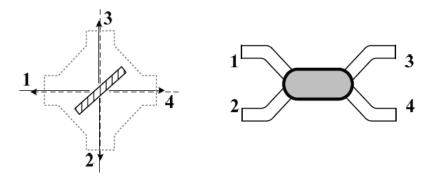


Рис. 5. Волоконный Х-разветвитель как аналог полупрозрачного зеркала

Свойства данного элемента характеризуются коэффициентами передачи  $k_{ij}$ , определяемыми в соответствии с формулой:

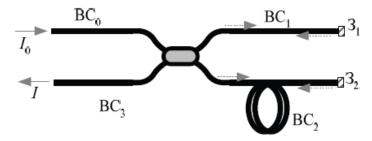


Рис. 6. Схема построения ВО-интерферометра Майкельсона [1-6]

$$I_{\text{iBMX}} = k_{ij} I_{\text{iBX}} \tag{7}$$

Здесь  $I_{jвых}$  - выходная интенсивность на j-ом выводе при входной интенсивности  $I_{iвх}$  на iом входе и нулевой входной интенсивности на остальных выводах. Для идеального Xразветвителя характерны следующие соотношения:

- отсутствие внутренних потерь, т.е.  $\sum k_{ij} = 1$ ,
- отсутствие отражений, т.е.  $k_{ii}$ =0,
- отсутствие перекрестного прохождения, т.е.  $k_{12}=k_{21}=k_{34}=k_{43}=0$ ,
- симметричность:  $k_{ij} = k_{ji}$ .

На основе X-разветвителя можно построить различные схемы волоконно-оптических интерферометров. Пример схемы ВО-интерферометра Майкельсона приведен на рис. [Ошибка! Источник ссылки не найден.].

При формировании интерференционных ВО-устройств используются также разветвители

с тремя волоконными выводами, это т.н. Ү-разветвители [1-6], (см. рис. 0.1). Такое

устройство описывается четырьмя основными коэффициентами, характеризующими передачу интенсивности из нулевого в 1-й и 2-й выводы и наоборот, из 1-го и 2-го в нулевой, т.е:

$$I_{1\text{Bbix}} = k_{01}I_{0\text{Bx}}, \quad I_{2\text{Bbix}} = k_{02}I_{0\text{Bx}},$$
 (0.1)

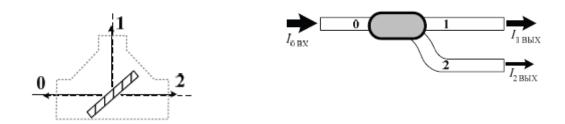


Рис. 0.1 Волоконный У-разветвитель как аналог полупрозрачного зеркала

Указанные разветвители обладают, как правило, малыми внутренними потерями и их можно полагать симметричными, т.е.  $k_{10}=k_{01}$ , и  $k_{20}=k_{02}$ . Если пренебречь внутренними потерями, то получим:

$$k_{10} + k_{02} = k_{10} + k_{20} = 1.$$
 (8)

## Контрольные вопросы

- 1 Что называется оптическим волокном?
- 2 Какие стандарты ОВ вы знаете?
- 3 В чем различия, одномодового оптического волокна от многомодового?

## Рекомендуемая литература

- 1 Тамир, Т.(ред.) Волноводная оптоэлектроника./ Т.Тамир.-Мир, 1991-575 с.
- 2 Keiser, G. Optical Fiber Communications [Text] / G. Keiser.// New York: McGraw-Hill, Inc.–1991 461 p.
- 3 Унгер, Х.-Г. Планарные и волоконные оптические волноводы / Х.-Г. Унгер –М.: Мир, 1980 656 с.
- 4 Xayc, X. Волны и поля в оптоэлектронике / X. Xayc- M.: Мир, 1988. –432 с.
- 5 Снайдер, А. Теория оптических волноводов /А.Снайдер, Дж. Лав М., «Радио и связь», 1987 656 с.
- 6 Розеншер, Э. Оптоэлектроника (пер. с франц.) / Э. Розеншер, Б. Винтер. –Техносфера, 2004.– 592 с.
- 7 Фриман, Р. Волоконно оптические системы связи / Р. Фриман Техносфера, 2003. 440 с.

#### 8. Тема. Диэлектрические микрорезонаторы

В схемах многих РФ устройств ключевую роль играют резонансные системы, выполненные на основе оптических микрорезонаторов (ОМР), работающих в режиме резонанса бегущей волны (РБВ) и возбуждаемых модами «шепчущей галереи» (МШГ). В данное теме дано краткое описание таких устройств.

## Краткие теоретические сведения.

Особенностью диэлектрических резонаторов (ДР) в схемах ОЭАГ на рис. 6 работающих на азимутальных типах модах (АМ), т. е. колебаний с вариациями поля в направлении криволинейной координаты вокруг оси резонатора заключается в том, что излучение из ДР АК может быть сделано как угодно малым даже при  $\varepsilon$ =10... 2, если только число вариаций по азимуту достаточно велико [1]. Слабое излучение азимутальных колебаний объясняется тем, что они формируются распространяющимися внутри диэлектрика и падающими на боковую криволинейную поверхность ДР под очень пологими углами. При этом их коэффициент отражения очень близок к единице. Впервые подобная физическая закономерность обнаружена на факте аномально слабого затухания акустических волн вблизи внутренней стенки кольцевой галереи здания [1]. Поэтому колебания в ДР АМ часто называют модами «шепчущей галереи».

Зависимости электромагнитных полей ДР АК от угла  $\phi$  для каждого из двух сдвинутых по азимуту на четверть периода колебаний  $\Phi_s(\phi)$  и  $\Phi_c(\phi)$  описываются гармоническими функциями

$$\Phi_{s}(\varphi) = \begin{cases} \sin(n\varphi + \Psi) \\ \cos(n\varphi + \Psi) \end{cases} \quad \Psi_{c}(\varphi) = \begin{cases} \cos(n\varphi + \Psi) \\ \sin(n\varphi + \Psi) \end{cases}$$
(1)

где n — азимутальный индекс или порядок колебания;  $\Psi$  — угол, определяемый азимутальным положением источника возбуждения или неоднородности, нарушающей азимутальную симметрию. Верхние и нижние записи в (1) применимы к разным составляющим поля. Каждому номеру n соответствуют два различных собственных колебания с азимутальными зависимостями  $\Phi_s$  и  $\Phi_c$ .

Дисковый резонатор представляет собой азимутально-симметричную конструкцию. Если свойства материала также азимутально-однородны и эта симметрия не нарушается дополнительными элементами конструкции (в том числе и внешними по отношению к ДР) или устройствами возбуждения, колебания с  $\Phi_s(\varphi)$  и  $\Phi_c(\varphi)$  имеют одинаковые резонансные частоты и добротности

$$f_{ps} = f_{pc}, \qquad Q_{sa} = Q_{ca} \tag{2}$$

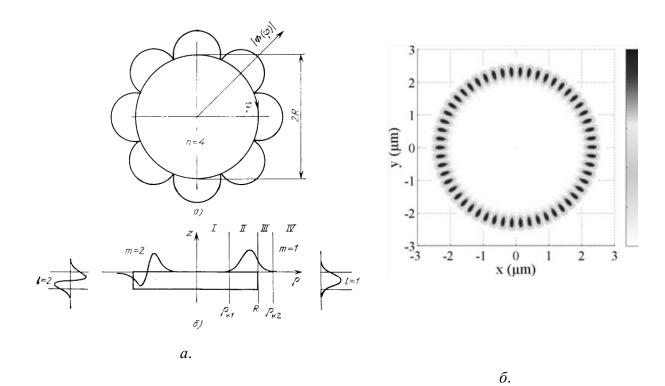


Рис. 4. (а) Распределение электромагнитного поля азимутальных колебаний (б) Нормализованное распределение электрического МШГ-поля в оптическом резонаторе диаметром 5 мкм для индексов n = 27 и s = 1 [1].

Если азимутально-однородный ДР АМ возбуждается открытым концом волновода или коаксиальным зондом, поднесенным к диску в плоскости, проходящей через ось диска, то в нем возбуждается только одно из колебаний  $\Phi_s(\varphi)$  или  $\Phi_c(\varphi)$  (1)). Если же возбуждение ДР АК осуществляется через распределенную связь с диэлектрическим волноводом, обладающую высокой направленностью, в ДР АК возникают оба колебания (1), сдвинутые по фазе на 90° так, что они в сумме представляют собой волну

$$\Phi_0 = \cos(v\varphi + \Psi) \pm j\sin(v\varphi + \Psi) = e^{\pm j(v\varphi + \Psi)}$$
(3)

бегущую вокруг диска в ту или другую сторону. Здесь угловая постоянная распространения v на резонансной частоте равна целому числу n. Многократное наложение этих волн создает интерференционный эффект, так что при резонансе ( $f = f_p$ ; v = n) суммарная амплитуда резко возрастает. Этот резонанс проявляется в резком изменении коэффициента передачи по связанному с диском волноводу; при этом отражение от ДР АК отсутствует.

В общем случае устройство связи или другие конструктивные элементы нарушают азимутальную симметрию ДР АК, внося азимутальную нерегулярность. При этом условия (2) нарушаются — собственные колебания с двумя видами азимутальных зависимостей (1) будут иметь разные  $f_p$ , разные  $Q_a$  или разные и  $f_p$  и  $Q_a$ . Если это различие достаточно

велико, то возникает расщепление собственных колебаний. При этом режим бегущей волны (3), строго говоря, не реализуем. Существуют следующие закономерности АМ в ДР:

-азимутальные распределения полей имеют характер стоячей волны (1).

-распределения в направлении z оси ДР (рисунке 4,6) имеют такой же характер, как у поверхностных волн плоских диэлектрических волноводов [1,**Ошибка! Источник** сылки не найден.].

–радиальные распределения полей описываются функциями Бесселя внутри диэлектрика и функциями Ганкеля (второго порядка) во внешней области. Для низших по радиусу колебаний они имеют вид, показанный на рисунке 4,6.

Для объяснения радиального распределения полей АК удобно воспользоваться представлениями о каустических поверхностях, понимая каустику как границу, разделяющую области с волновым и «запредельным, экспоненциально убывающим» характером полей. В ДР АМ можно представить наличие каустических поверхностей, которые расположены там, где выполняется условие  $2\pi\rho_k\sqrt{\varepsilon_p}=n\lambda$ ; при  $\rho > \rho_k$  парциальные радиальные волны распространяются, а при  $\rho < \rho_k$  - нет. При этом внутренняя каустика характеризуется радиусом,

$$\rho_{k1} = \frac{n\lambda}{2\pi\sqrt{\varepsilon_p}} \tag{4}$$

а внешняя - радиусом,

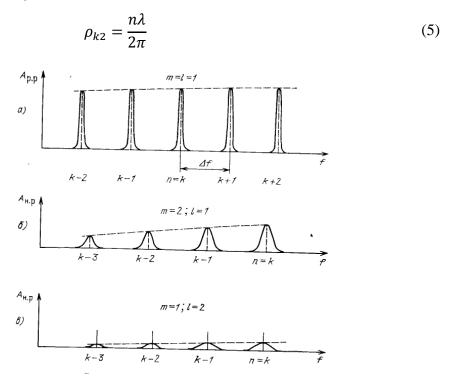


Рис. 5. Модовые спектры дискового резонатора:

m, l и n – радиальный, продольный и азимутальный модовые индексы.

Область  $R < \rho < \rho_{k2}$  поверхности диска оказывается внутри внешней каустики и поле здесь убывает почти экспоненциально. При  $\rho > \rho_{k2}$  поле приобретает характер бегущей по радиусу волны излучения. Увеличение азимутального индекса n, в соответствии с (5), отодвигает каустику от резонатора, уменьшая излучение с открытого резонатора. Спектр собственных ДР показанный на рисунке 4а,б. представляет собой мод квазипериодическую последовательность узких резонансных пиков, разделенных областями  $\Delta v_{\rm FSR}$  свободной дисперсии FSR (Free Spectral Range). Данные типы азимутальных мод физически могут существовать одновременно, поэтому актуальной является проблема разрежения модового спектра [1,Ошибка! Источник ссылки не айден.]. Частотный спектр ДР АК может быть разрежен, например, путем введения в резонатор нерегулярностей, т.е. избирательно влиять на интенсивность различных типов колебаний. Разрежению спектра ДР АК способствует также выбор надлежащей конструкции элементов связи ДР. Благодаря этому резонатор может иметь одно высокодобротное колебание в широкой полосе частот, называемой одномодовой областью, которая может составлять 15 ... 35 %.

#### Модель элементов связи резонатора

Для возбуждения ОМР используется несколько способов, основанных на т.н. принципе локализации. Согласно этому принципу для возбуждения фундаментальной моды в ОМР возбуждающий пучок света ЭС должен проходить мимо резонатора на некотором расстоянии от его поверхности. Это расстояние определяет внешнюю границу локализации МШГ, т.н. внешнюю каустику, где тангенциальная скорость волны, туннелирующей в окружающее пространство, сравнивается с соответствующей скоростью света [1].

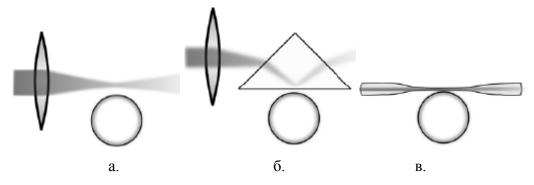


Рис.6 – Некоторые пособы возбуждения МШГ в ОМР [29]:

- (а) связь путем фокусировки пучка;
  - (б) связь с помощью призмы;

#### (в) связь с помощью растянутого оптического волокна

На рисунке 6 показаны некоторые способы практической реализации данного принципа. Зазор на рисунке 6 играет роль потенциального барьера, коэффициент пропускания которого определяет нагруженную добротность ОМР О. Величина О экспоненциально зависит от расстояния между поверхностью резонатора и элементом связи. Изменяя это расстояние можно менять в широких пределах добротность Q, оптимизируя, таким образом, уровень связи ЭС. В схемах ОЭАГ элементы связи ОМР строятся по схеме волоконного элемента связи, в котором связь с сердцевиной волокна обеспечивается на растянутом утончающемся участке оголенного ОВ. На этом участке ступенчатая сердцевина волокна с большим показателем преломления уже не может удерживать моды, которые переходят в моды оболочки, спадающие в окружающее пространство. В некоторой области перетяжки с оптимальным диаметром обеспечивается синхронизм с модами резонатора. При дальнейшем утолщении волокна моды из оболочки опять переходят в сердцевину. Поскольку толщина растянутого участка изменяется в широких пределах, оптимизировать связь можно смещая резонатор вдоль волокна. Такой элемент связи имеет малые потери ввода и в одномодовом режиме легко обеспечивает режим критической связи [2].

Следуя [1], рассмотрим простую модель дискового диэлектрического резонатора (ДДР) и элемента связи (ЭС), конфигурация которых показана на рисунке **Ошибка! сточник ссылки не найден.** Обозначим через  $A_0(t)$  амплитуду циркулирующей в резонаторе с диаметром a моды, а B(t) – амплитуду распространяющейся по ЭС моды накачки.

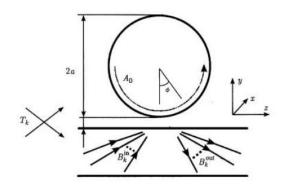


Рис. 7. Схема возбуждения азимутальных мод в ДДР

Обозначим локальный амплитудный коэффициент передачи ЭС, описывающие связь резонатора с возбуждаемой МШГ, как T, а коэффициент внутреннего отражения -R. При большой добротности резонатора можно считать, что амплитуда МШГ мало изменяется

при ее обороте вокруг его оси, следовательно,  $R \ll 1$ . В этом случае, пренебрегая поглощением и рассеянием в ЭС, т.е полагая, что  $R^2 = 1 - T$ , получаем,

$$R = \sqrt{1 - T^2} \approx 1 - \frac{T^2}{2} \tag{6}$$

Далее величины, связанные с ЭС, будут помечаться индексом «с», а с ДДР – «s». Уравнение связанных волн для амплитуд МШГ и ЭС в данном случае принимают вид:

$$A_0(t) = iTB^{in}(t) + RA_0(t - \tau_0)e^{\frac{i2\pi n_s L}{\lambda} - \frac{\alpha L}{2}}$$

$$B^{out}(t) = RB^{in}(t) + iTA_0(t)$$
(7)

 $au_0 = rac{n_s L}{c}$  есь - время оборота МШГ на расстоянии L вокруг ДДР,

$$L = 2\pi a \tag{8}$$

оптический путь моды, примерно равный длине окружности ДДР,  $\lambda$  – длина волны,  $n_s$  – показатель преломления резонатора, с – скорость света,  $\alpha$  — коэффициент затухания мощности в резонаторе.

Если потери на один оборот малы, то вблизи резонансной частоты

$$\omega_0 = \frac{2\pi c}{\lambda_0} \tag{9}$$

 $n_s L \approx m \lambda_0$ ,

где m — целое число. Раскладывая в (7)  $A_0(t-\tau_0)=A_0(t)-\tau_0 dA_0/dt$  в ряд по  $\tau_0$  получаем:

$$\frac{dA_0}{dt} + (\delta_c + \delta_0 - i\Delta\omega)A_0 = i\frac{T\Gamma}{\tau_0}B^{in}$$
(10)

где

$$\delta_0 = \frac{\alpha c}{2n_s}, \qquad \delta_0 = \frac{1 - R}{R\tau_0} \approx \frac{T^2}{2\tau_0} \tag{11}$$

Здесь введен коэффициент перекрытие мод  $\Gamma \leq 1$ :

$$\Gamma = \frac{\mathbf{T}\mathbf{B}^{in}}{TR^{in}},\tag{12}$$

описывающий степень соответствия профилей полей МШГ и моды ЭС в области взаимодействия.

Декремент  $\delta_0$  в (7) определяет собственную добротность резонатора,

$$Q_0 = \frac{2\pi n_s}{\alpha \lambda_0},\tag{13}$$

а декремент  $\delta_c$  определяет добротность элемента связи. Соотношение между  $\delta_0$  и  $\delta_c$  связывает нагруженную добротность ДДР со степенью перекрытия мод ЭС и МШГ,

обеспечивающее обмен энергией между резонатором и элементом связи. Стационарное решение (10) имеет вид:

$$A_0 = \frac{i2\delta_c B^{in}}{\delta_0 + \delta_c - i\Delta\omega} \frac{\Gamma}{T} = \frac{i\Gamma B^{in}}{\delta_0 + \delta_c - i\Delta\omega} \sqrt{\frac{2\delta_c}{\tau_0}}$$
(14)

Из (10) видно, что амплитуда поля в резонаторе будет максимальна, когда собственная добротность ДДР совпадает с добротностью связи, т.е. при  $\delta_0$ = $\delta_c$ . При этом амплитуда моды ЭС на выходе области взаимодействия равна,

$$\mathbf{B}^{out} = \mathbf{B}^{in} - B^{in} \frac{2\delta_c \Gamma}{\delta_0 + \delta_c - i\Delta\omega} \frac{\mathbf{T}}{T'}$$
 (15)

а соответствующая интенсивность имеет вид:

$$|B^{out}|^2 = \left|B^{in}\right|^2 \left(1 - \frac{2\delta_c \delta_0 \Gamma^2}{(\delta_0 + \delta_c)^2 - \Delta\omega^2}\right). \tag{16}$$

Выражение (15) показывает, что сигнал на выходе ЭС представляет собой результат интерференции входного поля и поля, переизлученного МШГ из ДДР.

Наиболее важным частным случаем является В режиме идеального соответствия мод  $(\Gamma = 1)$  из (15) следует, что:

$$B^{out} = B^{in} \frac{\delta_0 - \delta_c - i\Delta\omega}{\delta_0 + \delta_c - i\Delta\omega}$$
 (17)

Отсюда видно, что при  $\delta_0 = \delta_c$  мощность моды ЭС на ее выходе обращается в нуль, т. е. вся подводимая к ДДР мощность расходуется на его нагревание (диссипативные потери). Этот т.н. режим критической связи (рис. 17).

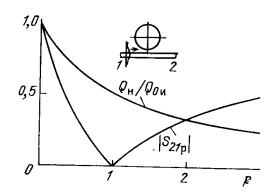


Рис.17.Зависимость модуля элемента  $S_{21}$  матрицы рассеяния и отношения  $\delta_c/\delta_0$  от параметра связи [1].

Иногда эффективность связи оценивают по глубине провала K на резонансной частоте в частотной передаточной характеристике. Из выражения (16) можно получить:

$$K = \frac{4Q_0 Q_c \Gamma^2}{(Q_0 + Q_c)^2} = \frac{4Q\Gamma^2}{Q_0 + Q_c}$$
$$\frac{1}{Q} = \frac{2\delta_0}{\omega} + \frac{2\delta_c}{\omega} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_c}$$

Примеры практической реализации ЭС на основе растянутого ОВ с ОМР приведены выше. Так показанный на рис. 17 ЭС обеспечивал перекачку более 99% энергии входного поля в фундаментальную МШГ. Это соответствует глубина провала  $K \sim 0.99$ . Резонатор в данной схеме изготавливался из кристалла фторида кальция диаметром около 5,5 мм. Минимальный диаметр растянутого ОВ в данном ЭС составил 1 мкм, и обеспечивал уровень потерь меньше 1 дБ. Изготавливался данный ЭС путем нагревания одномодового волокна SMF-28 в пламени горелки и медленного его вытягивания. При этом измеренная величина оптической добротности составила около  $10^8$ .

## Контрольные вопросы

- 1 В чем отличие мод шепчущей галереи от волноводных мод?
- 2 Сколько круговых проходов туда и обратно совершит фотон в резонаторе прежде, чем с вероятностью (1-1/e) исчезнет из него (поглотится или выйдет), если зеркала резонатора имеют коэффициент прохождения T и коэффициент поглощения L
- 3 Как связано это число круговых проходов фотона с резкостью резона-тора F?
- 4 Затухание световой волны ( $\lambda 0 = 630$  нм в вакууме) в кварцевом волокне составляет 1дБ/км. Какую добротность будет иметь оптический микрорезонатор с модами шепчущей галереи, изготовленный из этого волокна, если исключены все источники потерь, кроме потерь в материале?
- 5 Как осуществляется связь оптического нанорезонатора с внешними устройствами?

### Рекомендуемая литература

- 1 Городецкий М.Л. Оптические микрорезонаторы с гигантской добротностью. Изд. Физматлит, 2011 г. 415 с.
- 2 Xayc, X. Волны и поля в оптоэлектронике / X. Xayc- M.: Мир, 1988. -432 с.

## 9. Тема. Методы РФ в архитектуре генераторов радиосигналов

Одной из наиболее важных характеристик генераторов СВЧ- сигналов является их спектральная чистота.. Ее количественным показателем является уровень фазовых шумов, измеряемый спектральной плотностью мощности излучения АГ L(f) в одной боковой полосе при заданной отстройке f от несущей частоты  $f_0$  в частотном интервале 1  $\Gamma$ ц [1-3]. СВЧ-автогенераторы с низким уровнем L(f) является важнейшим узлом современных радиотехнических систем. Низкий уровень L(f) необходим для различных приложений. Например, в радиолокационной технике подавление фазовых флуктуаций должно обеспечиваться на частотах отстройки в диапазоне от десятков герц до десятков МГц. Так, смещение несущей частоты  $\sim$ 10  $\Gamma$ Гц. доплеровской РЛС, при регистрации отраженного сигнала от цели, движущейся в направлении радара со скоростью около  $\sim$ 500 км/ч составляет всего  $\sim$ 10 кГц. Очевидно, что для обнаружения цели в данных условиях необходимо, чтобы фазовый шум принимаемого сигнала на доплеровской частоте, т.е. уровень L(10 кГц.), был на  $\sim$ 80 дБ. ниже мощности неподвижного радиолокационного фона.

В других радиоэлектронных системах — системах передачи данных фазовый шум появляется во временной области в виде динамического дрожания - джиттера, оказывающего влияние на устойчивость синхронизации и уровень системных битовых ошибок. Поэтому для обеспечения высокой скорости передачи данных здесь также необходимо минимизировать фазовый шум на частотах отстройки  $f \sim$  нескольких к $\Gamma$ ц..

В простых схемах АГ, построенных на основе затягивания частоты формируемого сигнала высокодобротной резонансной системой (РС) в активной петле обратной связи (ОС), эта задача решается за счет высокой добротности РС. В СВЧ- диапазоне в качестве таковой находят применения диэлектрические, коаксиальные резонаторы, резонаторы на поверхностных и объемных акустических волнах и др. При этом наиболее высокая спектральная чистота СВЧ-сигнала достигается с помощью сложных резонансных систем. Например, наименьший уровень  $L(1 \ \Gamma \text{ц}) \sim 100 \ \text{дБн/} \Gamma \text{ц}$  СВЧ- сигналов формируется в АГ с высокодобротными сапфировыми резонаторами, охлаждаемыми до сверхнизких температур. Создание таких устройств требует сложной криогенной оснастки и др. дорогостоящего лабораторного оборудования.

Повышение рабочей частоты АГ также может быть достигнуто, например, на основе резонатора, построенного железо-иттриевого граната (YIG), резонансная частота которого в однородном магнитном поле является линейной функцией его напряженности.

Недостатками такого YIG-АГ осциллятора являются большой вес, габариты, высокая потребляемая мощность и стоимость.

Задача создания малошумящего, легкого и компактного АГ-СВЧ, совместимого с габаритами гибридной интегральной микросхемы сегодня остается актуальной и представляет собой серьезный вызов для разработчиков радиоаппаратуры. Наиболее значительные успехи в данной связи достигнуты фирмой ОЕwaves. Основой ее технологической новацией явилось оптоэлектронная конверсия (ОЭК) (от лат. conversio - «обращение», «превращение», «изменение»), т.е. промежуточное преобразования СВЧ сигналов радиодиапазона в соответствующие оптические сигналы, позволившее ~ на пять порядков сократить характерные размеры РС при сохранении ее добротности. Использованные в данных разработках методы оптоэлектроники и радиофотоники попрежнему сохраняют свой потенциал по преодолению многих проблемных барьеров, препятствующих развитию классических электронных АГ СВЧ- диапазона, таких как быстрый рост потерь с увеличением частоты, высокая чувствительность к паразитным электромагнитным помехами, большой форм-фактор устройств и др. В рамках данной темы рассмотрены основные современные подходы по созданию малошумящих АГ СВЧ-диапазона.

#### Краткие теоретические сведения

Базовая структура АГ приведена на рис. [1-6]. Она представляет собой усилитель с положительной обратной связью (ОС), компенсирующего потери в петле ОС на заданной частоте  $\omega_0$ . Условия самовозбуждения данной схемы известны как условия баланса фаз и амплитуд (условие Баркгаузена) [1-6]:

$$|A\beta(j\omega)| = 1,\tag{1}$$

$$\arg A\beta(j\omega) = 0, (2)$$

что эквивалентно,

$$A\beta(j\omega) = 1. \tag{3}$$

Для формирования сигнала необходимо, чтобы частотная характеристика петли ОС  $|\beta(j\omega)|^2$  имела вид выраженной резонансной кривой. Графики соответствующих зависимостей  $A\beta(j\omega)$ , показаны на рис. . Запуск автоколебаний в данной схеме чаще всего вызывается случайными флуктуациями в петле ОС. При этом, если  $|A\beta(j\omega)| > 1$ , то автоколебательный процесс экспоненциально возрастает. Если же коэффициент усиления

активного элемента приближается к насыщению, то амплитуда колебаний достигает максимальной величины, а автогенератор входит в стационарный режим, где  $A\beta(j\omega)=1$ .

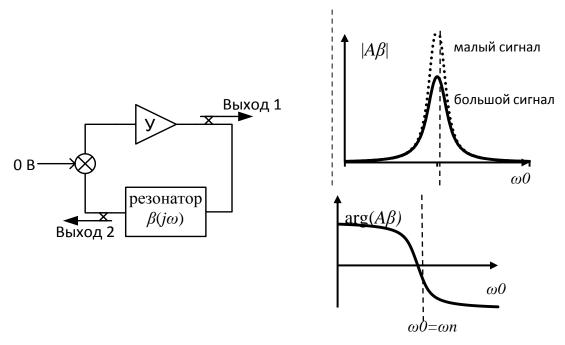


Рис. 1 Базовая схема автогенератора с обратной связью, генерирующей на собственной частоте резонатора.

# Спектр шумов АГ

Экспериментальные наблюдения показывают, что линия излучения сигнала АГ всегда искажается шумами, сосредоточенными в узкой полосе вокруг несущей частоты  $\omega_0$ . Можно показать, что основной механизм этих искажений обусловлен фазовыми шумами (ФШ) [1-6].

## Фазовый шум

При описании фазового шума АГ наиболее часто используемым показателем является односторонняя спектральная плотность мощности случайной флуктуации фазы  $\varphi(t)$ , определяемая как  $S_{\varphi}(f)$ , измеряемая в [рад $^2$ /Гц.] [1-6]. Другим способом описания шумов АГ является частотная спектральная плотность мощности,

$$S_{x}(f) = \frac{1}{(2\pi\nu_{0})^{2}} S_{\varphi}(f) \tag{2}$$

На практике распространена также оценка  $\mathcal{L}(f)$  уровня спектральной плотности мощности ФШ в одной боковой полосе при заданной отстройке f от несущей частоты в частотном интервале 1  $\Gamma$ ц.,

$$\mathcal{L}(f) = \frac{1}{2} S_{\varphi}(f),\tag{3}$$

рекомендуемая стандартом IEEE 1139 для описания уровня фазового шума [6].

### Закономерности изменения $S_{\omega}(f)$

Для АГ, построенных на основе затягивания частоты формируемого сигнала высокодобротным резонатором в активной петле ОС, распространенным эмпирическим приближением зависимости  $S_{\varphi}(f)$  является степенная аппроксимация Лисона [1-5],

$$S_{\varphi}(f) = \sum_{\substack{i=-4\\ \text{(или меньше)}}}^{0} b_{i} f^{i} \tag{4}$$

В логарифмическом масштабе различные участки спектра (4) можно представить прямыми линиями, наклон которых к координатным осям связан со степенным показателем i в (4) как  $i \times 10$  (дБ/декада). Обозначения соответствующих шумовых процессов приведены в таблица [1-6].

Шумовой процесс Единицы Закономерность крутизна измерения  $b_0 f^0$ 0  $paд^2/\Gamma ц$ белый фазовый шум paд<sup>2</sup> -1 фликкер фазовый шум -2 белый частотный шум  $paд^2 \Gamma ц$  $paд^2 \Gamma u^2$ -3 фликкер частотный шум  $paд^2 \Gamma \mu^3$ -4 случайное блуждание частоты

Таблица 1Слагаемые фазового шума АГ

#### Частотный шум

Другой механизм ФШ связан со случайными вариациями частоты  $\Delta v(t)$  АГ, описываемыми соответствующей спектральной плотностью мощности  $S_{\Delta v}(f)$ . Учитывая связь частоты и фазы сигнала АГ, несложно установить, что:

$$S_{\Delta v}(f) = f^2 S_{\varphi}(f) \tag{5}$$

$$S_{y}(f) = \frac{f^2}{v_0^2} S_{\varphi}(f) \tag{6}$$

В литературе коэффициенты  $S_v(f)$  обозначаются через  $h_i$ .. Сравнивая (5) и (6), находим

$$S_{y}(f) = \sum_{i=-2}^{2} h_{i} f^{i} \tag{7}$$

Где 
$$h_i = \frac{1}{v_0^2} b_{i-2}$$
 (8)

### Амплитудный шум АГ

Амплитудным шумом в АГ обычно пренебрегают. Связано это с тем, что спектральная плотность амплитудного  $S_{\alpha}(\omega)$  (АШ) и  $S_{\psi}(\omega)$  фазового (ФШ) шумов АГ описываются как, [Ошибка! Источник ссылки не найден., Ошибка! Источник ссылки найден.]:

$$S_{a}(\omega - \omega_{0}) = \frac{\delta * S_{i}}{9\beta^{2}G_{0}^{2}v_{0}^{6}\left[1 + Q_{0}^{2}\left(\frac{\omega - \omega_{0}}{\omega_{0}}\right)^{2}\right]},$$

$$S_{\psi}(\omega - \omega_{0}) = \frac{\delta * S_{i}}{9\beta^{2}G_{0}^{2}v_{0}^{6}Q_{0}^{2}\left(\frac{\omega - \omega_{0}}{\omega_{0}}\right)^{2}},$$

где  $Q_0$  - добротность РС АГ.

Из последних формул видно, что вблизи рабочей частоты АГ превалирующими являются именно фазовые шумы генератора. Таким образом, высокая спектральная чистота автоколебаний должна достигаться, прежде всего, за счет снижения уровня ФШ АГ.

#### Оптоэлектронный автогенератор на ВО-ЛЗ

В работе Яо и Малеки описан оптоэлектронный автогенератор (ОЭАГ), способный генерировать высокостабильные оптические сигналы на частотах до 70 ГГц [7]. Два основных типа ОЭАГ были опубликованы этими авторами в 1994-96 годах. Базовая структура такого устройства показана на рис. .

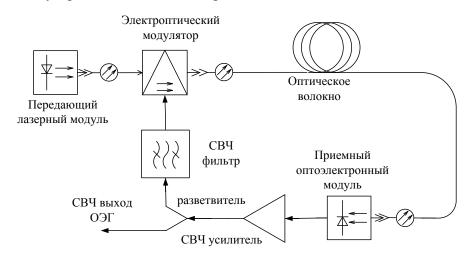


Рис. 2 Структура одноконтурного ОЭАГ [7]

Как видно из рисунка 2, данный автогенератор, по существу, представляет собой разновидность известного типа АГ с задержанной обратной связью. Оптоволоконная линия задержки (ОВ-ЛЗ) в данной схеме представляет собой резонатор бегущей волны с эквивалентной нагруженной оптической добротностью  $Q_{\rm opt}$  пропорциональной времени

задержки  $\tau$  OB-ЛЗ. При этом эквивалентная добротность ОЭАГ на несущей радиочастоте  $f_{\rm rf}$  определяется формулой:

$$Q_{rf} = Q_{opt} \cdot \frac{f_{rf}}{f_{opt}} \tag{9}$$

Здесь  $Q_{\rm opt}$  – добротность OB - резонатора на оптической частоте  $f_{\rm opt}$ ,

$$Q_{\rm opt} = 2\pi f_{opt} \tau_d \tag{10}$$

Оценка  $Q_{rf}$  по формуле (10) для l~4 км. дает значение ~ $10^6$ . Столь высокая добротность OB - резонатора обеспечивает низкий уровень фазовых шумов ОЭГ. При отстройке от несущей f~10 кГц., L(f)~-150 дБ/Гц. [7].

В рассматриваемой схеме свет лазерного источника последовательно проходит через электрооптический модулятор (ЭОМ) и контур оптического волокна (ОВ), в фотоприемнике приемного оптоэлектронного модуля он преобразуется в радиочастотный (РЧ) сигнал. Этот сигнал усиливается, фильтруется и помощью направленного ответвителя (НО) разделяется, часть мощности сигнала поступает обратно в контур ОС, на радиочастотный порт ЭОМ, а другая - на РЧ выход ОЭАГ.

В работе схемы можно выделить два колебательных процесса, происходящих на различных частотах, на оптической частоте  $v\approx200$  ТГц и радиочастоте  $f_0$ =4÷100 ГГц. Лазерный АГ при этом является источником накачки для радиочастотного генератора. В обоих генераторах их спектры формируются за счет некоррелированных между собой флуктуаций, имеющими различную природу. Ширина спектральной линии указанных АГ определяется добротностью соответствующих резонансных систем. Отсюда можно заключить, что в ОЭАГ спектр радиочастотных колебаний генерации формируется не только шумами имеющими электронную природу, но и фазовыми флуктуациями оптического излучения лазера.

Основным достоинством данного типа ОЭАГ является низкий уровень фазового шума. В экспериментах Яо и Малеки его уровень на несущей частоте 800 МГц и отстройке по частоте на 10 кГц. был менее -130 дБн/Гц. Задержка в петле ОС составляла 1,25 мкс.

Наиболее важным здесь является значительные потенциальные возможности ОЭАГ с ОВ-ЛЗ по расширению рабочего частотного диапазона до  $\sim$ 100 ГГц. при заданном уровне L.

#### Порог самовозбуждения ОЭАГ

Следуя [7], определим порог самовозбуждения ОЭАГ. Для этого учтем, что мощность оптического сигнала на выходе ЭОМ, возбуждаемого напряжением  $V_{in}(t)$  равна,

$$P(t) = \left(\frac{\alpha P_0}{2}\right) \left\{ 1 - \eta \sin \pi \left[ \frac{V_{in}(t)}{V_{\pi}} + \frac{V_B}{V_{\pi}} \right] \right\},\tag{9}$$

где  $\alpha$  - потери вносимые модулятором,  $V_{\pi}$  - его полуволновое напряжение,  $V_B$  - напряжение смещения,  $P_o$  - мощность оптического сигнала на выходе лазера,  $\eta$  - коэффициент затухания модулятора.

В фотоприемнике оптический сигнал P(t) преобразуется в электрический, уровень которого на выходе радиочастотного усилителя составит:

$$V_{out}(t) = \rho P(t)RG_A = V_{ph} \left\{ 1 - \eta \sin \pi \left[ \frac{V_{in}(t)}{V_{\pi}} + \frac{V_B}{V_{\pi}} \right] \right\}, \tag{10}$$

где 
$$V_{ph} = \left(\frac{\alpha P_0 \rho}{2}\right) R G_A = I_{ph} R G_A,$$
 (11)

ho - чувствительность детектора, R - сопротивление нагрузки фотоприемника,  $G_A$  - коэффициент усиления усилителя,  $I_{ph} \equiv \alpha P_o \rho/2$  фототок.

Обратная связь в схеме ОЭАГ формируется путем подачи сигнала (10) обратно на СВЧ - порт ЭОМ. Следовательно, петлевое усиление  $G_S$  в разомкнутом контуре ОС равно,

$$G_{s} \equiv \frac{dV_{\text{out}}}{dV_{\text{in}}}\Big|_{V_{\text{in}}=0} = -\frac{\eta \pi V_{\text{ph}}}{V_{\pi}} \cos\left(\frac{\pi V_{\text{B}}}{V_{\pi}}\right)$$
(12)

Отсюда видно, что наибольшее усиление достигается в режиме, когда  $V_B = 0$  или  $V_B = V_\pi$ . Согласно (12) для самовозбуждения ОЭАГ необходимо, чтобы петлевое усиление сигнала превысило единицу. Отсюда находим порог самовозбуждения  $V_{\rm ph}$  ОЭАГ:

$$V_{ph} = \frac{V_{\pi}}{\pi \, \eta \, \cos[\pi V_B / V_{\pi}]} \tag{13}$$

В идеальном случае, когда  $\eta = 1$  и  $V_B = 0, V_{\pi}$ , из (13) следует,

$$V_{ph} = \frac{V_{\pi}}{\pi} \tag{14}$$

Заметим, что согласно (11) и (14), при достаточной мощности лазера  $P_o$ , когда  $I_{ph}R \ge V_{\pi}/$ , в петле ОС может не потребоваться дополнительного усиления ( $G_A$ =1). Это значит, что мощность  $P_o$  обеспечивает необходимую энергию самовозбуждения ОЭАГ. Устранение усилителя в контуре ОС в данном режиме позволяет исключить шумовые источники электронного усилителя, что приводит к снижению  $\mathcal{L}(f)$ . Оценка  $V_{ph}$  по формулам (11), (14) для ЭОМ с параметрами  $V_{\pi}$ =3,14 В, R=50 Ом, чувствительности фотодетектора 0,8 А/В показывает, что для реализации данного режима необходимый уровень оптической мощности составляет 25 мВт.

## Частота и амплитуда сигнала ОЭАГ

Как и в других типах АГ, автоколебательный процесс в ОЭАГ инициируется шумами схемы, которые можно рассматривать как совокупность случайных гармонических составляющих,

$$\overline{V}_{in}(\omega, t) = \overline{V}_{in}(t)e^{i\omega t}, \tag{15}$$

где  $\bar{V}_{in}(t)$  - частотная составляющая комплексной амплитуды шума.

При циркуляции составляющих (15) в петле ОС ОЭАГ, имеет место соотношение:

$$\overline{V}_{n}(\omega, t) = \overline{F}(\omega)G(V_{0})\overline{V}_{n-1}(\omega, t - \tau'), \tag{16}$$

где  $\tau'$ - временная задержка парциальных гармоник возбуждаемого сигнала в OB, а n – номер оборота гармоники сигнала при ее циркуляции в петле OC. При этом,

$$\bar{V}_{n=0}(\omega,t) = \bar{V}_{in}(\omega,t).$$

Полный сигнал в любой момент времени представляет собой сумму гармоник, циркулирующих в петле ОС ОЭАГ,

$$\overline{V}(\omega, t) = \frac{G_a \overline{V}_{in} e^{i\omega t}}{1 - \overline{F}(\omega) G(V_0) e^{-i\omega \tau'}}$$
(17)

Соответствующая РЧ мощность шумовой составляющей, циркулирующей на частоте  $\omega$ , будет:

$$P(\omega) = \frac{G_A^2 |\overline{V}_{in}(\omega)|^2 / 2R}{1 + |F(\omega)G(V_0)|^2 - 2F(\omega)|G(V_0)|\cos[\omega \tau' + \phi(\omega) + \phi_0]'}$$
(18)

Отсюда видно, что при постоянной  $\bar{V}_{in}(\omega)$ , подобно резонатору Фабри-Перо (РФП), АЧХ ОЭАГ содержит эквидистантый набор резонансных частот (мод), (Рис. ). В литературе указанные промежутки называются областями свободной дисперсии FSR (Free Spectral Range)  $\Delta f_{\rm FSR}$  [13]. Частоты мод определяются соотношением,

$$\omega_{\mathbf{k}}\tau' + \phi(\omega_{\mathbf{k}}) + \phi_0 = 2\mathbf{k}\pi,\tag{19}$$

где k=1,2,3... - номер моды.

Моды представляют собой возможные автоколебательные режимы ОЭАГ.

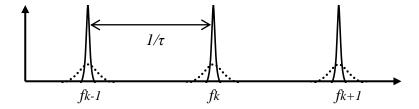


Рис. 2 Модовый спектр ОЭАГ.

Селекция мод в петле ОС ОЭАГ осуществляется РЧ- фильтром, обеспечивающим необходимое усиление только для одной из них.

#### Способы подавления паразитных мод в ОЭАГ

Основным недостатком резонансной системы ОЭАГ, построенной на оптоволоконной ЛЗ, является тот факт, что при увеличении добротности системы (длины ОВ) наблюдается быстрый рост числа генерируемых паразитных частот. Как видно из рисунка **Ошибка! сточник ссылки не найден.**, плотность этих частот характеризуется диапазоном  $\Delta v_{\rm FSR}$  области свободной дисперсии (FSR - Free Spectral Range). Этот вывод иллюстрируется данными таблицы Таблица.

Таблица Таблица 2. Параметры одноконтурных схем ОЭАГ

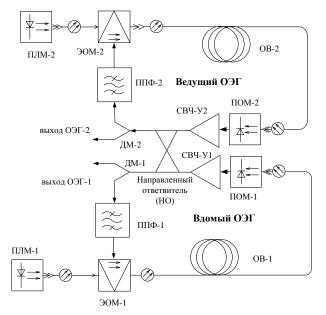
	<i>l<sub>вот</sub></i> =50м	<i>l<sub>вот</sub></i> =75м	<i>l<sub>вот</sub></i> =100 м	<i>l<sub>ВОТ</sub></i> =750 м
Время задержки, мкс	0,2502	0,3753	0,5003	2,502
FSR, MΓц	3,33	2,44	1,84	0,39
Мощность генерации, дБм	44,1	44,1	44,1	44,1
Уровень побочных мод, дБ	86,9	85,3	81,7	83,3
Добротность (практическая)	$0.83 \cdot 10^4$	1.67·10 <sup>4</sup>	2.5·10 <sup>4</sup>	10.104
Добротность (расчетная)	$0.76 \cdot 10^4$	1,146·10 <sup>4</sup>	1.528·10 <sup>4</sup>	11.46·10 <sup>4</sup>

Известно, что одним из известных способов подавления паразитных мод ОЭАГ является использование эффекта конкуренции мод в нелинейной среде автогенератора, например, за счет использования двухконтурной и инжекционной схем ОЭАГ [1-6].

#### Инжекционная схема ОЭАГ.

Схема ОЭАГ с инжекционной синхронизацией (ИС) мод представлена на рисунке 1 [Ошибка! Источник ссылки не найден.-7]. Данная схема объединяет нелинейную среду вух ОЭГ – ведущего (Master loop) и ведомого (Slave loop). Механизм этой связи основан на инжекции через направленные ответвители (НО) части генерируемой в петлях обратной связи генераторов СВЧ -мощности в контур соседнего генератора. Работа данной схемы также основана на конкуренции мод двух генераторов. Здесь, конкурентное преимущество имеют моды с близкими частотами. Взаимодействие этих мод в нелинейной среде приводит к фазовой синхронизации основных и подавлению паразитных мод.Взаимодействие колебательных процессов в петлях обратной связи ведущего и ведомого ОЭГ может привести к их синхронизации и подавлению паразитных мод. На схеме рисунка 1 такой обмен энергиями мод в петлях «master» и «slave» обеспечивается направленным ответвителем (НО). Это, так называемая инжекционная связь (ИС) контуров ОЭГ [1-7]. Результат расчета спектров излучения ОЭГ по рисунку 1, а также соответствующего распределения L(f) для схемы ОЭГ-ИС, при длинах ОВ в первом

и втором контурах равных  $l_1$ = 75 м. и  $l_2$  = 750 м. соответственно, представлен на рисунке 2. Отметим, что согласно (10), для длины OB  $l_2$  = 750 м. оценка эквивалентной добротности колебательной системы ОЭГ будет:  $Q = \pi f_0 \tau = 1.138 \cdot 10^5$ .



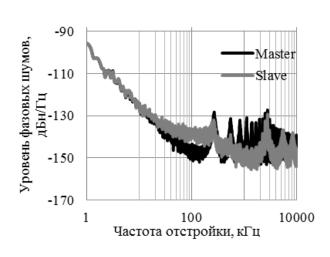
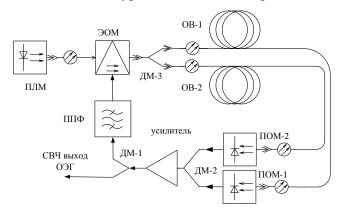


Рис. 1 – Структурная схема ОЭГ с инжекционной синхронизацией мод

Рис. к 2. Односторонняя спектральная плотность мощности фазовых шумов L(f)

# Многоконтурная схема ОЭАГ.

В многоконтурной схеме ОЭАГ резонансная система образуется из нескольких



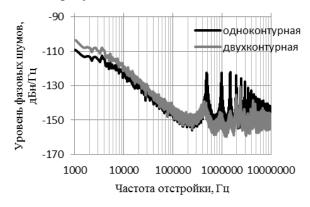


Рис. 3 – Структурная схема двухконтурного ОЭАГ

Рис.4. Односторонняя спектральная плотность мощности фазовых шумов L(f)

отрезков ОВ различной длины [1-7]. На рисунке 3 показана одна из таких схем. Расчетное значение нагруженной добротности, например, двухконтурного ОЭАГ определяется как среднее арифметическое добротностей обоих контуров.

При такой длине OB в пределах полосы пропускания полосно-пропускающего фильтра только одна резонансная мода является общей для обоих контуров ОЭГ. Этот тип колебаний и должен превалировать над остальными модами.

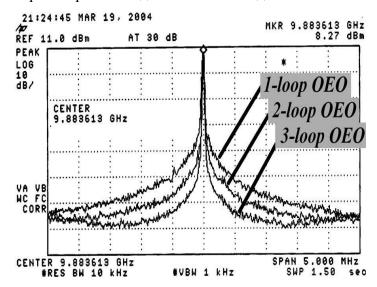


Рис.5. Спектры фазовых шумов 1-, 2- и 3-контурных ОЭАГ

Результаты расчета L(f) двухконтурного ОЭАГ приведены на рисунке 4. ОВ- резонатор здесь изготовлен из ОВ с длинами  $l_1$ = 83 м. и  $l_2$  = 414 м. На рисунке 4 хорошо видны эквидистантно расположенные паразитные моды. Значение FSR соответствует расчетной модели и равно  $\Delta f \approx 50$  кГц.

В качестве примера эффективного подавления паразитных мод в многоконтурных ОЭАГ на рисунке Рис.5 приведены результаты экспериментальных измерений спектров фазовых шумов 1-, 2- и 3-контурных оптоэлектронных автогенераторов [7].

Сравнение уровней фазовых шумов схем рисунка 1 и рисунка 3 показывает, что в данном отношении лучшие результаты обеспечивает инжекционная схема ОЭАГ. По сравнению с двухконтурным генератором рисунка 3 она обеспечивает выигрыш ζ в нагруженной добротности оптоволоконного резонатора равный,

$$\zeta = 2l_{max}/(l_{min} + l_{max}),$$

где  $l_{\min}$  и  $l_{\max}$  – длины волокон  $OB_1$  и  $OB_2$  в контурах схем рисунка 1.

Отсюда видно, что максимум  $\zeta \rightarrow 2$  достигается при большом различии в длинах волокон.

#### Микроминиатюризация схем ОЭАГ

АГ-СВЧ Развитием приведенных выше схем являются оптоэлектронные автогенераторы (ОЭАГ), в которых за счет промежуточных преобразований энергии СВЧ колебаний в энергию световой волны с несущей частотой  $v_0$  реализуется возможность использования в качестве резонансной системы АГ высокодобротных оптических микрорезонаторов. Такие устройства обеспечивают минимальный уровень фазовых шумов, описываемый спектральной плотностью мощности его излучения L(f) в одной боковой полосе при заданной отстройке f от несущей частоты  $f_0$  в частотном интервале 1 Гц.].Схема показана на рисунке 6. Наиболее высокие значения ненагруженной добротности  $Q_0$  таких устройств в широком температурном диапазоне достигаются в высокодобротных оптических микрорезонаторах (ОМР), возбуждаемых гибридными модами  $EH_{mnk}$ ,  $HE_{mnk}$  с большим азимутальным m но низкими радиальным и аксиальным индексами n и  $k \sim 1$ . В литературе данный тип фундаментальных мод OMP называется модами «шепчущей галереи» (МШГ).

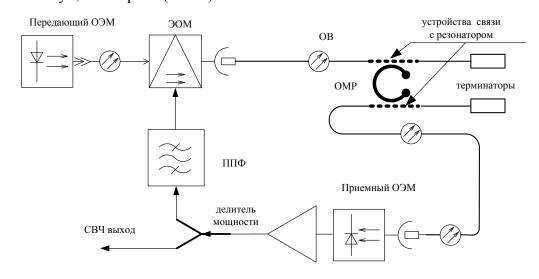


Рис.6 – Структурная схема ОЭАГ на основе ОМР

ОЭМ - лазерный диод в составе передающего оптоэлектронного модуля, ОВ - одномодовое оптическое волокно, ЭОМ – электрооптический модулятор, ОЭМ - фотодиод, в составе приемного оптоэлектронного модуля

### Задачи к разделу

- 1 В чем основное отличие оптоэлектронного генератора радиосигналов от традиционного?
- 2 Чем описывается спектральная чистота оптоэлектронного генератора радиосигналов?

- 3 В чем заключается проблематика создания оптоэлектронного генератора с OB-линией задержки?
- 4 Каковы перспективы создания оптоэлектронного генератора в формате микросхемы?

## Рекомендуемая литература

- 1. У. Томаси. Электронные системы связи /- М.: Техносфера, 2007. 1360 с.
- 2. Капранов, М.В. Теория колебаний в радиотехнике: учеб. пособие для вузов / М.В. Капранов, В.Н. Кулешов, Г.М. Уткин– М.: Наука, 1984 г. 320 с.
- 3. Rubiola, E. Phase noise and frequency stability in oscillators / E. Rubiola Cambridge: Cambridge University Press, 2008 228 p.
- 4. Риле, Ф. Стандарты частоты. Принципы и приложения / Ф. Риле Пер. с англ. —М.: Физматлит, 2009, 511 с.
- 5. Букингем, М. Шумы в электронных приборах и системах/ М. Букингем Москва: «Мир», 1986 г. –399 с.
- 6. IEEE Standard Definitions of Physical Quantities for Fundamental Frequency and Time Metrology-Random Instabilities // IEEE Standard 1139-2008. New York, 2009.
- 7. Yao, X. S. High frequency optical subcarrier generator/ X. S. Yao, L. Maleki // Electronics Letters–1994–vol. 30, no. 18.– p. 1525.

## 10. Тема. Сигнальные акустооптические Фурье-процессоры

## Краткие теоретические сведения

Возможности обработки радиосигналов оптическими методами с помощью оптических процессоров определяются следующими преимуществами когерентного излучения как носителя информации:

- высокая информационная емкость оптического сигнала, обусловленная его двумерной природой, а также высокой несущей частотой света;
- простота двумерных пространственных интегральных преобразований над световым полем;
- высокая скорость обработки информации, ограниченная лишь скоростью ее вводавывода в процессор.

В рамках данной темы рассматривается один из таких способов ввода сигнальной информации, основанный на акустооптическом эффекте [1].

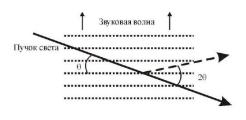
#### Акустооптический эффект

Как известно звуковая волна представляет собой периодическое изменение плотности вещества, либо напряжения деформации, распространяющиеся со скоростью звука в веществе. Изменение плотности среды приводит к изменению показателя преломления  $\Delta n$  (упругооптический эффект) Величина  $\Delta n$ , в первом приближении, пропорциональна изменению плотности среды. Модуляция показателя преломления n среды эквивалентна возникновению в среде искусственной анизотропии. В этом случае вариация  $\Delta n$  показателя преломления может быть представлены в виде:

$$\Delta n = A_0 p_{\theta \Phi \Phi} \cdot \sin(\mathbf{K} \cdot \mathbf{x} - \Omega \cdot t)$$

Здесь  $A_0$  — константа;  $p_{9\varphi\varphi}$  — эффективная упругооптическая постоянная; K и  $\Omega$  — волновой вектор и круговая частота звуковой волны соответственно; x — координата, отсчитываемая вдоль направления распространения; t — время.

В простейшем случае изотропной среды, звуковую волну в веществе можно представить в виде движущейся со скоростью звука фазовой дифракционной решетки. Пучок света, падающий на эту дифракционную решетку, может дифрагировать, то есть изменять свое пространственное распределение (рис. 1). Так как скорость звука много меньше скорости света, то в первом приближении можно рассматривать дифракцию света на неподвижной фазовой решетке. Такого рода обмен энергиями между оптическими волнами называют акустооптическим взаимодействием (АОВ).



Time-bandwidth product	1500
Center frequency	75 MHz
3 dB Bandwidth	50 MHz
Access time or aperture	30µs / 3x21mm
Deflection angle	3 deg.
Diffraction efficiency	> 65 MHz
Acoustic velocity	660 m/s
Wavelength	633 nm



Рис.1. Геометрия АОВ и общий вид АО-модулятора

Характер дифракции существенно зависит от толщины среды, в которой распространяется звуковая волна. При большой толщине среды ( $l>>\lambda$ ) световой пучок многократно взаимодействует с дифракционной решеткой. В этом случае имеет место дифракция Брэгга, при которой возникает только два дифракционных максимума - +1 и 0. Нулевой максимум совпадает по направлению с падающей волной. Максимум +1 порядка отличается по направлению на угол 2 $\theta$ . Такая дифракция происходит только при определенном угле  $\theta$  падения света на звуковую волну, удовлетворяющем условию Вульфа-Брэгга. Как правило, в акустооптических модуляторах используется режим дифракции Брэгга. Поэтому далее описание акустооптического эффекта проводится для данного режима дифракции.

Условие Вульфа-Брэгга определяется тем, что для возникновения дифракции, световые волны, отраженные от акустических волновых фронтов должны складываться в фазе. То есть оптическая разность хода при отражении должна быть кратна оптической длине волны. Отсюда можно вывести выражение, связывающее длины волн звука ( $\Lambda$ ), света ( $\lambda$ ) и угла падения света ( $\theta$ ), при выполнении которого возникает дифракция Брэгга:

$$\sin\theta = \lambda/2\Lambda n = \lambda f/2Vn \tag{1}$$

где n — показатель преломления вещества; V, f - скорость и частота звуковой волны.

Таблица 1. Акустооптические параметры некоторых материалов

Материал	Длина волны,	Скорость звука,	M
	МКМ	км/с	
Плавленый кварц	0.63	3.7	0.47
GaAs	1.15	5.1	104
YAG	1.15	7.2	0.33
$H_2O$	0.63	1.5	160
Te	10.6	2.2	4400

При отражении света от движущихся волновых фронтов звуковой волны возникает доплеровский сдвиг частоты света  $\Delta \omega$ :

 $\Delta\omega = 2\omega V \sin\theta \cdot n/c = \Omega$ .

Таким образом, влияние движения звуковой волны сводится к тому, что частота дифрагированной на звуке световой волны изменяется на частоту звуковой волны. Знак изменения частоты света зависит от взаимной ориентации волновых векторов света и звука.

Дифракционную эффективность при акустооптическом эффекте можно определить из выражения:

$$\frac{I}{I_0} = \sin^2\left(\frac{\pi l}{\sqrt{2} \lambda} \cdot \sqrt{M I_a}\right) \tag{2}$$

где  $I_a$  — мощность звуковой волны; M — коэффициент дифракционного качества материала. В таблице 1 приведены акустооптические характеристики некоторых материалов, используемых в акустооптических модуляторах. Таким образом, акустооптический эффект позволяет получить пространственную и частотную модуляцию излучения.

## Акустооптический анализатор энергетического спектра радиосигналов

Принцип работы акустооптического анализатора спектра радиосигнала поясняется с помощью рис.1. Анализируемые сигналы усиливаются широкополосным усилителем и подаются на ультразвуковой преобразователь акусто-оптической ячейки.

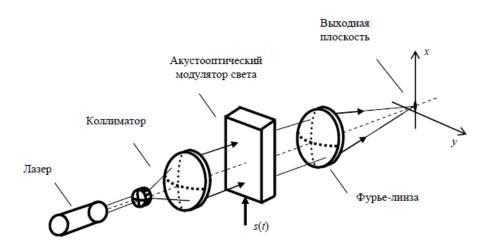


Рис.1. Структурная схема акустооптического анализатора энергетического спектра радиосигналов

Излучаемый лазером световой пучок расширяется с помощью коллиматора до диаметра D и падает на акустооптический модулятор под углом  $\Theta$ . Распространяющиеся в а модуляторе ультразвуковые волны с частотами в диапазоне f вызывают периодические изменения показателя преломления среды, формируя одномерный СПЧ вида  $F_0(k_x)=\delta(k_{x0})$ , т.е. бегущую дифракционную решетку. На этой решетке происходит дифракция

падающего на модулятор светового пучка. Лучи дифрагированного света первого порядка отклоняются в соответствии с (2.6) в диапазоне углов

$$\Delta\theta = \lambda \Delta f / 2Vn \tag{3}$$

Дифрагированные лучи собираются линзой, выполняющей преобразование Фурье, и фокусируются на поверхность позиционно-чувствительного фотоприемника.

Разрешающая способность  $\delta f$  акустооптического анализатора спектра характеризует его способность различить два сигнала с близкими частотами и определяется дифракционной расходимостью светового пучка, проходящего через ячейку. Угловая расходимость светового пучка с диаметром D равна,

$$\delta\Theta=2.44/D$$
.

Сопоставляя последние формулы, находим разрешающую способность спектроанализатора по частоте  $\delta f$ ,

$$\delta f = 2,44 \text{ V/D}. \tag{4}$$

Отношение D/V равно времени т прохождения акустического сигнала через апертуру акустооптической ячейки и характеризует быстродействие обработки сигнала акустооптическим устройством. Следовательно, связь быстродействия и разрешающей способности анализатора RF-спектра имеет вид,

$$\delta f = 2,44/\tau \tag{5}$$

#### Антенные решетки с многоканальными акустооптическими модуляторами света

Большие возможности по обработке радиосигналов достигаются при использовании для ввода информации в АО-процессор двухмерных акустооптических модуляторов. Соответствующие задачи, могут быть, например, связаны с необходимостью обработки информации массива из M – элементов фазированной антенной решетки ( $\Phi$ AP).

В данном случае, эта информация содержит сведения не только о радиочастотном спектре исследуемого диапазона, но и о направлениях прихода (пеленгах) соответствующих RF- сигналов на полотно ФАР. Рассмотрим структурную схему такой системы, в литературе называемой «Радиооптической антенной решеткой» (РО-ФАР), которая обеспечивает панорамный обзор пространства по одной из угловых координат и одновременный анализ спектра мощности радиосигналов, принимаемых элементами линейной ФАР. [3].

На этой схеме пространственно-временные сигналы  $\varepsilon(t)$ , принятые элементами ФАР, усиливаются, преобразуются в промежуточную частоту и поступают на соответствующие каналы многоканального АО-модулятора (МК-АОМ). Как и АОМ предыдущей темы, МК-АОМ осуществляет модуляцию когерентной световой волны  $E_0(t)$  лазера в соответствии с

изменениями параметров управляющих сигналов  $U_{\rm n}(t)$ , содержащих информацию о частоте, фазе и направлениях прихода радиосигналов.

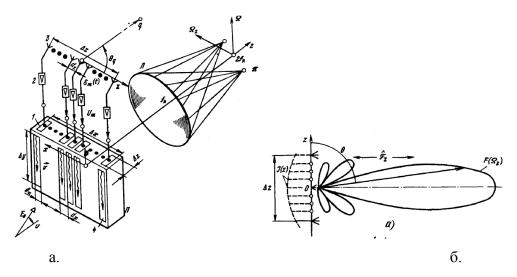


Рис.3. а. Структурная схема РО-ФАР.

### б. Синтезированная диаграмма направленности ФАР

Главным отличием данного модулятора является возможность формирования в нем двумерных сигнальных полей  $U_n(x,y,t)$ , которые преобразуются Фурье процессором в двухмерный СПЧ  $F(k_x,k_y)$ . Одна из координат этого спектра, по-прежнему связана с измерение частоты сигнала, а другая – с измерением пеленга (рис.4).

Таким образом, если пренебречь затуханием, параметров, то можно считать, что световой пучок в сигнальной плоскости процессора представляет собой оптическую модель ПВ-радиосигнала, принимаемого элементами ФАР.

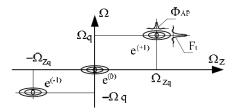


Рис.4. Двухмерный СПЧ  $F(k_x,k_y)$  в выходной плоскости АО-Фурье-процессора

Таким образом, если пренебречь затуханием, расходимостью акустических волн в каналах МК-АОМ, а также разбросом их параметров, то можно считать, что световой пучок в сигнальной плоскости процессора представляет собой оптическую модель ПВ-радиосигнала, принимаемого элементами ФАР. Ясно, что в данных условиях энергетический спектр  $F(k_x,k_y)$  в выходной плоскости АО-Фурье-процессора

рассматриваемой схемы отображает в соответствующем масштабе пространственновременной спектр принимаемых радиосигналов. Это обстоятельство и позволяет определить угловое и частотное распределения радиоисточников в пространстве.

Как и в случае одномерного анализатора спектра, разрешающая способность рассматриваемого устройства по частоте, будет определяться размерами светового поля  $F(k_x,k_y)$  по координате x в фокальной плоскости линзы, и описываться формулой (4). Координаты этого максимумов поля  $F(k_x,k_y)$  оси y (см.рис.4) при этом определяют пеленг соответствующего источника.

#### Контрольные вопросы к разделу

- 1. Какие существует режимы дифракции света на ультразвуке?
- 2. Чем различается дифракция света на акустических волнах и на дифракционной решетке?
- 3. Какие материалы используются в качестве звукопровода и преобразователя АОмодулятора?
- 4. Каковы основные характеристики акустооптического анализатора спектра радиосигналов?

## Рекомендуемая литература

- 1. А. И. Сидоров, «Основы фотоники: физические принципы и методы преобразования оптических сигналов в устройствах фотоники». Учебное пособие. СПб.: ФГБОУ ВПО «СПб НИУ ИТМО», 2014 г. 148 стр.
- 2. Балакший В. И., Парыгин В. Н., Чирков Л.Е. Физические основы акустооптики. М.: Радио и связь, 1985,- 280 с..
- 3. Егоров Ю. В., Наумов К. П., Ушаков В. Н. Акустооптические процессоры. М.: Радио и связь, 1991. 160 с.
- 4. Воскресенский Д.И. (ред.) Устройства СВЧ и антенны. Проектирование фазированных антенных решеток. Учебное пособие для вузов. 4-е издание, переработанное и дополненное. Москва: Радиотехника, 2012. 744 с.

### 11. Тема. Защищенные системы оптической квантовой связи

Темой данного раздела является знакомство с особенности поведения одиночных квантовых объектов, а также общими принципами построения системы квантового распределения ключей (КРК): протоколы и способы кодирования.

## Краткие теоретические сведения

Аксиомы квантовой механики. Наблюдаемые и операторы. Унитарные преобразования. Векторное пространство квантовых состояний Чистые и смешанные квантовые состояния. Квантовые измерения. Кубит. Неклонируемость кубита. Общие принципы квантовых вычислений. Однокубитовые квантовые вентили. Квантовая передача ключа одиночными фотонами. Алгоритмы ВВ84, В92. Проблема декогеренции кубитов.

#### Аксиомы квантовой механики

При описании работы систем квантового распределения ключа в дальнейшем воспользуемся следующими аксиомами квантовой механики [1,3]:

- 1. Принцип суперпозиции состояний. Любая микросистема, такая как атом, молекула или частица, в данном состоянии может рассматриваться как находящаяся частично в каждом из двух или более других состояний, т.е. любое состояние может рассматриваться как суперпозиция. Их можно реализоваться бесконечным числом разных способов.
- 2. Принцип недетерминированности. Наблюдение, производимое над микросистемой, заставляет ее принять одно или более конкретное состояние (что связано с типом измерения). Невозможно предсказать, в какое именно состояние перейдет данная система, но можно предсказать вероятность перехода конкретной системы в данное конечное состояние.
- 3. Бритва Дирака. Квантовая механика отвечает только на вопросы, связанные с результатами возможных экспериментов, а любые другие вопросы лежат вне ее сферы.

#### Состояние квантовой частицы

В общем случае вектор состояния квантовых частиц  $|\phi\rangle$  [1-7] представляет собой многомерный объект гильбертова пространства, однако во многих системах КРК состояние  $|\psi\rangle$  приготавливается в двумерном ортогональном базисе некоторой наблюдаемой, связанной с соответствующим эрмитовым оператором измерения **A** [1-7],

$$|\psi_2\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle,$$
 (1)

где  $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$  и  $\alpha$ ,  $\beta$  — соответственно, собственные векторы-столбцы оператора **A** и амплитуды вероятности нахождения частицы в данных состояниях, которые в общем случае являются комплексными числами. Индексом 2 здесь отмечено число возможных состояний частицы. Вектор-столбец называется «кет-вектор» [1-7].

Соотношение (1) устанавливает вид кодирования квантовой частицы в системе КРК, т.е. связь информационной составляющей с ее физическим свойством, и представляет собой элементарный квантовой бит - кубит [1-7]. В качестве его физической реализации может быть фотон или электрон. Векторы  $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$  составляют вычислительный базис кубита.

До измерения кубит имеет оба логических значения, т.е. находится в обоих состояниях вычислительного базиса одновременно, а измерение позволяет кубиту коллапсировать в одно из этих состояний. Это отличается от классического подхода, в рамках которого предполагается, что бит до измерения находится в одном из логических состояний, а измерение только обнаруживает этот факт.

Состояние вычислительного базиса являются ортогональными, поэтому с практической точки зрения векторами вычислительного базиса являются состояния фотона с горизонтальной или вертикальной поляризацией, или состояние электрона, характеризуемые направлением спина вверх или вниз.

Важно отметить, что отличие когерентной суперпозиции от некогерентной смеси состоит в том, что для первой всегда существует базис, в котором возможные значения кубита строго определены. При этом когерентное состояние есть состояние, в котором величины неопределенностей амплитуды и фазы равны.

Условие нормировки имеет вид:

$$\langle \psi | \psi \rangle = |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1. \tag{2}$$

где  $\langle \psi |$  - бра-вектор [Ошибка! Источник ссылки не найден.].

Таким образом, состояние кубита можно рассматривать как вектор в двумерном комплексном векторном пространстве. Условие (2) тогда означает, что этот вектор имеет единичную длину [1-7].

#### Интерференция амплитуд вероятности состояния квантовой частицы

Рассмотрим известный опыт Юнга [1] по интерференции света с использованием двух щелей (рис. 1). Распределение интенсивности падающего света описывается кривой  $I_x$  и имеет интерференционный характер.

Если уменьшать интенсивность света, характер данной кривой не будет изменяться даже в том случае, если источник будет испускать единичные фотоны. Аналогичная

ситуация наблюдается и при использовании источника моноэнергетических электронов. Таким образом, явление интерференции объясняется физическими свойствами отдельного квантового объекта.

Попытки отследить, через какую щель прошел фотон приводят, также как и при закрытии одной из щелей, к изменению картины на экране-детекторе – интерференция пропадает.

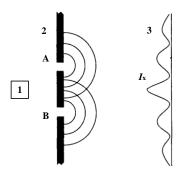


Рис. 1. Опыт Юнга по интерференции света с использованием двух щелей, где 1 – источник монохроматического света, 2 – пластина со щелями A и Б, 3 – экран-детектор.

Для описания данных эффектов в квантовой физике используется амплитуда вероятности некоторого s-состояния квантовой частицы. С ее помощью переход частицы из начального s-состояния в конечное f-состояние (регистрация вблизи координаты x на экране-детекторе) определяется квадратом модуля скалярного произведения  $\langle f | s \rangle$ :

$$\omega_{s\to f} = \left| \langle f | s \rangle \right|^2$$

Частица при этом проходит через щели A или B, т.е. есть две альтернативы. Амплитуды вероятностей для этих альтернатив записываются как:

$$\langle x \mid s \rangle_A = \langle x \mid A \rangle \langle A \mid s \rangle,$$
  
 $\langle x \mid s \rangle_B = \langle x \mid B \rangle \langle B \mid s \rangle.$ 

Когда обе щели открыты, данные альтернативы в таких условиях опыта неразличимы. По этой причине результирующая вероятность перехода  $s \rightarrow x$  имеет вид:

$$|\langle x \mid s \rangle|^2 = |\langle x \mid s \rangle_A + \langle x \mid s \rangle_A|^2 = |\langle x \mid s \rangle_A|^2 + |\langle x \mid s \rangle_B|^2 + \langle x \mid s \rangle_A \langle x \mid s \rangle_B^* + \langle x \mid s \rangle_A^* \langle x \mid s \rangle_B.$$

Кривая I(x), которая регистрируется на экране-детекторе, соответствует распределению попаданий частиц, что определяется вероятностью  $|\langle x|s\rangle|^2$ . Интерференционный характер I(x) объясняется наличием в  $|\langle x|s\rangle|^2$  слагаемых  $\langle x|s\rangle_A\langle x|s\rangle_B^*$  и  $\langle x|s\rangle_A^*\langle x|s\rangle_B$ . В результате интерференционное распределение попаданий фотонов или электронов на экране-детекторе, в том случае если обе щели открыты,

является следствием интерференции амплитуд вероятности перехода частицы из заданного начального в заданное конечное состояние [7].

## Теорема о запрете клонирования состояний квантовых частиц

Защищенность кодирования состояния одиночной квантовой частицы в системе КРК основывается на теореме о запрете клонирования [1-7], которая гласит, что невозможно создать точную копию неизвестного квантового состояния.

Рассмотрим доказательство ТЗК более подробно. Предположим, что существует преобразование Q, реализующее функцию копирования произвольной квантовой суперпозиции  $|\psi\rangle$ , при этом отметим, что данное преобразование не обязательно должно быть унитарным. Единственным условием будет то, что Q можно расширить до унитарного оператора U, действующего на замкнутую систему, состоящую из подсистемы в состоянии  $|\psi\rangle$ , которую нужно клонировать, и соответствующего окружения  $|\Omega\rangle$ . Состояние  $|0\rangle$  на ее входе необходимо для того, чтобы уравнять число входов и выходов, что является важным для унитарных матриц.

Если бы было возможно реализовать такой оператор U, то имелась бы вероятность построения клонирующего устройства Q, поэтому необходимо проверить существование оператора U. Наиболее подходящей проверкой унитарности является то, что унитарные операторы сохраняют внутреннее произведение. Используем две произвольные суперпозиции  $|\psi_{S1}\rangle$  и  $|\psi_{S2}\rangle$ , копирование каждой из них будет выглядеть следующим образом:

$$U: |\psi_{S1}\rangle |0\rangle |\Omega\rangle \rightarrow |\psi_{S1}\rangle |\psi_{S1}\rangle |\Omega_1\rangle,$$

$$U: |\psi_{S2}\rangle |0\rangle |\Omega\rangle \rightarrow |\psi_{S2}\rangle |\psi_{S2}\rangle |\Omega_2\rangle$$

где  $|\Omega_1\rangle$  и  $|\Omega_2\rangle$  описывают состояния окружения после успешного клонирования соответствующих суперпозиций. Тогда внутреннее произведение состояний на входе будет:

$$\langle \Omega,\,0,\,\psi_{S2}\,|\,\,\psi_{S1},\,0,\,\Omega\,\,\rangle = \langle \psi_{S2}\,|\,\,\psi_{S1}\rangle\,\,\langle 0|0\rangle\langle \Omega\,\,|\,\,\Omega\,\,\rangle = \langle \psi_{S2}\,|\,\,\psi_{S1}\rangle,$$

тогда на выходе получается

$$\langle \Omega_{2}, \psi_{S2}, \psi_{S2} \mid \psi_{S1}, \psi_{S1}, \Omega_{1} \rangle = \langle \psi_{S2} \mid \psi_{S1} \rangle \langle \psi_{S2} \mid \psi_{S1} \rangle \langle \Omega_{2} \mid \Omega_{1} \rangle = \langle \psi_{S2} \mid \psi_{S1} \rangle^{2} \langle \Omega_{2} \mid \Omega_{1} \rangle.$$

Правые части будут равны в том случае если  $\langle \psi_{S2}|\psi_{S1}\rangle = \pm 1$ , что равносильно  $|\psi_{S1}\rangle = |\psi_{S2}\rangle$  либо в случае  $\langle \psi_{S2}|\psi_{S1}\rangle = 0$ , что равносильно ортогональности  $|\psi_{S1}\rangle$  и  $|\psi_{S2}\rangle$ . Других возможностей обеспечить внутреннее произведение с условием того, что оно будет равно или меньше 1, не существует.

Отсюда следует основной *вывод ТЗК* о том, что *безошибочное копирование состояний возможно только для ортогональных кванттовых состояний* [1-7]. Именно данный факт используется при построении систем КРК.

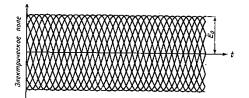
## Приготовление состояний квантовых частиц

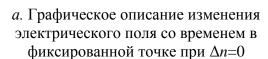
Для вектора  $|\psi\rangle$  известное соотношение неопределённостей энергия-время может быть выражено через неопределенность фазы  $\Delta \phi$  и числа фотонов  $\Delta n$  [1]:

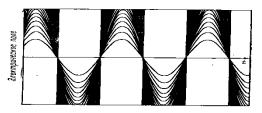
$$\delta t \cdot \delta E = \frac{\delta \phi}{\omega} \ge \frac{h}{2} \iff \delta \phi \cdot \delta n \ge \frac{1}{2}.$$
 (3)

Из (1.3) следует, что предел точности определения фазы  $\Delta \phi$  амплитуды вероятности вектора состояния  $|\psi\rangle$  ограничен точностью  $\Delta n$ .

В качестве иллюстрации на рис. 2 приведены взятые из [1] динамические зависимости квантовых полей приготовленных для  $\Delta n$ =0 и  $\Delta \phi$ =0 соответственно.







б. Графическое описание изменения электрического поля со временем в фиксированной точке при  $\Delta \phi = 0$ 

Рис. 2. Зависимости квантовых полей при фиксированном значении числа фотонов и фазы

Квантовые состояния с точно определенным числом фотонов ( $\Delta n$ =0), соответствующие рис. 1.2 (а), называются состояниями Фока, или фоковскими состояниями [1-7], а состояния с наименьшими неопределенностями фазы и числа фотонов, когда  $\delta \phi \cdot \delta n = \frac{1}{2}$  когерентными состояниями [1-7].

На практике используются различные способы приготовления вектора состояния  $|\psi\rangle$ . Одним из основных параметров, характеризующих статистические свойства состояния  $|\psi\rangle$  является статистический параметр Манделя  $\xi$ , связанный с дисперсией числа квантов  $\Delta n^2$  следующим образом:

$$(\operatorname{Vn}^2) = \langle \hat{n} \rangle (1 + \xi). \tag{4}$$

Если  $\xi$ ,=0, то вектор  $|\psi\rangle$  находится в когерентном состоянии, наиболее близком к классическому, при  $\xi$ ,>0 - в суперпуассоновском состоянии, которое также является классическим, а при  $\xi$ ,<0 в неклассическом субпуассоновском состоянии.

Рассмотрим подробнее особенности приготовления  $|\psi\rangle$ , а также соответствующие значения параметр Манделя  $\xi$ .

### Приготовление фоковских состояний

Состояния Фока  $|n\rangle$  являются собственными состояниями оператора числа фотонов **n** [1,7]:

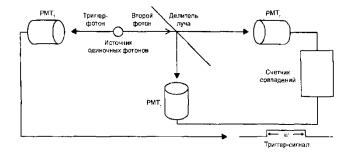
$$n|n\rangle = n|n\rangle.$$

Вектор  $|\psi\rangle$  в состояниях Фока  $|n\rangle$  характеризуются в состоянии с точным числом фотонов ( $\Delta n$ =0), поэтому, в данном состоянии флуктуации числа квантов должны отсутствовать, а статистический параметр Манделя  $\xi$ =-1. Состояния Фока сложны для приготовления.



а. Возбуждение атома калия

б. Поведение при релаксации



в. Структурная схема установки

Рис. 3. Эксперимент по приготовление однофотонного фоковского состояния

В качестве примера на рис. 3 приведена взятая из [1] структурная схема реализации способа приготовления однофотонного фоковского состояния. Здесь источником одиночных фотонов служит атом калия, который под действием лазера переходил в возбужденное состояние. При релаксации он переходит сначала на промежуточный уровень, излучая первый фотон, а затем на основной уровень с испусканием второго

фотона, который и используется в эксперименте. При этом первый фотон является триггер-сигналом для фиксации второго фотона.

Указанные способы приготовления фоковских состояний одиночных фотонов хотя и идеально соответствуют требованиям протоколов КРК, однако весьма сложны в практической реализации.

#### Приготовление когерентных состояний

Когерентные состояния  $|\alpha\rangle$  являются классическими состояниями светового поля традиционных источников (статистический параметр Манделя  $\xi \ge 0$ ) [7 В чистом виде такие состояния являются наиболее близким квантово-механическим аналогом свободного классического одномодового поля, например, лазерного источника [7].

Формально когерентные состояния  $|\alpha\rangle$  рассматриваются как собственные состояния оператора уничтожения **a**:

$$\dot{\alpha}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle. \tag{5}$$

В качестве собственных состояний оператора  $\mathbf{a}$  когерентные состояния обладают точно определенными амплитудами  $|\mathbf{a}|$  и фазами  $\arg(\mathbf{a})$ . Поскольку оператор  $\mathbf{a}$  не является эрмитовым, то его собственные значения комплексны. Они соответствуют комплексным амплитудам волны в классической оптике [1-7].

В фоковском базисе когерентные состояния представляются в виде [1-7]:

$$|\alpha\rangle = \sum_{m} e^{-(|a|^2/2)} \frac{a^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \tag{6}$$

Вероятностная интерпретация амплитуды вероятности вектора  $|\alpha\rangle$  позволяет установить, что вероятность нахождения n фотонов в когерентном состоянии  $|\alpha\rangle$  описывается пуассоновской статистикой:

$$p(n) = e^{-\langle n \rangle} \frac{\langle n \rangle^m}{m!},\tag{7}$$

где  $\langle n \rangle = |\mathbf{a}|^2$ , а соответствующий параметр Манделя  $\xi$ =0.

Статистические смеси когерентных состояний описывают световые поля теплового происхождения, которые характеризуются суперпуассоновской ( $\xi$ >0), т.е. отличной от (7) статистикой [Ошибка! Источник ссылки не найден.].

### Приготовление временных кубитов в интерферометре Маха-Цендера

Перспективы практической реализации теоретических разработок в области оптических квантовых вычислений и систем квантовой передачи информации во многом

определяются уровнем развития элементной базы квантовой оптики, а также соответствующих математических и расчетных моделей квантовых вентилей [1-7]. Специфика квантовых эффектов ограничивает возможности моделирования и оптимизации указанных устройств с помощью существующих оптических САD-систем, область применения которых лимитируется рамками традиционной волновой оптики. В данных условиях важной задачей становится разработка адекватных моделей квантовых вентилей [1-7] (квантовых гейтов – quantum gate [3]), т.е. набора логических квантовых устройств, изменяющих состояния кубита |φ⟩ в регистре квантового устройства в соответствии с заданным квантовым алгоритмом.

Одним из распространенных однокубитовых квантовых вентилей вычислительных и коммуникационных квантовых схем является интерферометр Маха-Цендера (ИМЦ) [7], предназначенный для приготовления и измерения фазовых сдвигов между амплитудами вероятности в заданном вычислительном базисе кубита. В ИМЦ на аппаратном уровне объединено несколько логических устройств: однокубитовые квантовые вентили Адамара Н, представленные волоконными сплиттерами и фазовращающий вентиль, реализованный в виде волоконно-оптического регулятора фазы а в плечах интерферометра Р, рис. 4.

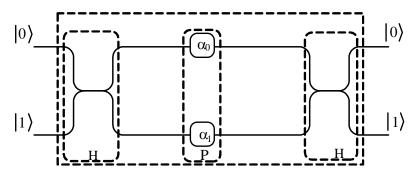


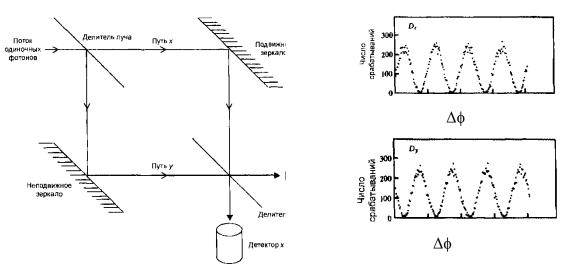
Рис. 4. Структурная схема интерферометра Маха-Цендера

Модификация указанного вентиля используется также и для формирования на выходе ИМЦ суперпозиции из двух сдвинутых во времени состояний  $|\alpha\rangle$ ,  $|\beta\rangle$ , образующих новый динамический измерительный базис кубита  $|\psi\rangle$ . В литературе такая суперпозиция называется time-bin qubit, ниже оно обозначается как временной или tb-кубит. В соответствии с изложенным выше, приготовление такого tb-кубита сопряжено с разбалансировкой интерферометра, а именно, с введением дополнительного отрезка оптического волокна (ОВ) в одно из плеч ИМЦ и соответствующей задержкой одиночного фотона на время  $\Delta$ . Интерферометр такого типа широко используется при решении многих задач квантовой оптики [7], однако для его моделирования используются, в основном, дескриптивные подходы, плохо сочетающиеся с традиционным математическим фор

## Интерференция одиночных фотонов в интерферометре Маха-Цендера

Как отмечалось выше, модуль амплитуды вероятности состояния квантовой частицы однозначно определяет вероятность ее регистрации. Фаза амплитуды вероятности  $\arg(|\psi\rangle)$  также является важной информацией о векторе  $|\psi\rangle$ , определяется схемой его приготовления и измерения и, в частности, характеризует нелокальный характер состояния  $|\psi\rangle$ .

В качестве примера обнаружения такой зависимости на рис. 5 показана схема и результаты эксперимента группы А. Аспекта по интерференции одиночных фотонов, в интерферометре Маха–Цендера (ИМЦ) [7]. В данном эксперименте состояния вектора  $|\psi\rangle$  приготавливалось по схеме рис. 2, так, что оно совпадало с состоянием Фока  $|n\rangle$ . Представленные на рис. 5  $\delta$  данные показывают, что рассматриваемые здесь квантовые частицы проявляют нелокальные свойства, позволяющие им проходить по обоим плечам интерферометра одновременно.



а. Схема эксперимента б. Число срабатываний детекторов в зависимости от разности фаз в плечах ИМЦ.

Рис. 5. Эксперимент по интерференции одиночных фотонов в ИМЦ [4,12]

Указанное свойство одиночных фотонов образовывать интерференционную картину в выходных портах ИМЦ является физической основой для фазового кодирования квантовых частиц при КРК.

Еще один важный практический вывод, вытекающий из данных рис.5, касается способа приготовления одиночных квантовых частиц. Как отмечалось, в описанном выше эксперименте состояния интерферирующих одиночных фотонов были фоковскими. Из (3) следует, что абсолютная фаза вектора  $|n\rangle$  в этом случае ( $\Delta n$ =0) становится полностью

неопределенной. Однако, как видно из рисунка 5  $\delta$ , сдвиг интерференционной картины определяется относительной фазой состояния  $|n\rangle$ , а именно, в полном соответствии с концепцией П. А. М. Дирака, интерференцией отдельных фотонов самих с собой. Отсюда следует, что картина, аналогичная рис. 5  $\delta$ , будет формироваться также и для когерентных состояний (3), как для чистых состояний Глаубера  $|\alpha\rangle$ , так и для всех возможных их смесей, включая хаотический свет. Отличительной особенностью интерференционной картины в этих случаях будет ненулевой разброс числа фотонов  $\Delta n$ .

## Протоколы кодирования в системах КРК

Основными протоколами кодирования одиночных состояний фотонов в систем КРК являются протокол ВВ84, предложенный Беннеттом и Брассардом в 1984 году и В92, разработанный Беннеттом в 1992 году [1-7]. А также множество других - ВВ84 (4+2), с шестью состояниями, Гольденберга-Вайдмана, Коаши-Имото и др.

Помимо этого, существуют протокол Экерта, основанный на принципах парадокса Эйнштейна-Подольского-Розенберга, происходит кодирование перепутанных состояний - E91 [1-7].

Первая экспериментальная демонстрация установки КРК была проведена в 1989 году [1-7]. В 2014 году была достигнута наибольшая длина квантового канала в 307 км с битрейтом в 12,7 кбит/с.

## Алгоритм протокола **BB84**

Протокол ВВ84 является наиболее изученным и простым для реализации КРК. Структурная схема такой системы изображена на рис. 6. Здесь на первом этапе происходит передача сигнальных импульсов по квантовому каналу (КК) между легитимными пользователями А (ПА) и Б (ПБ), в ПОМ происходит приготовление, а в КУ – кодирование состояний, далее в ДУ происходит декодирование, а в ПрОМ – детектирование. После этого по классическому канала производится обмен информацией о номере используемого для кодирования базиса, без раскрытия состояния. При этом считается, что нелегитимный пользователь может прослушивать классический канал, но не может вносить изменения в передаваемые данные, а перехват информационных посылок из квантового канала приводит к возникновению дополнительных ошибок [1-7].

Механизм защиты основан на случайной смене стороной ПА в каждом такте формируемой ею последовательности кубитов  $\mathbf{m}_{\rm A}$  состояний используемого для их приготовления вычислительного базиса. Альтернативные состояния базиса  $|0\rangle$ - $|1\rangle$  и  $|0'\rangle$ - $|1'\rangle$  в различных тактовых интервалах  $\mathbf{m}_{\rm A}$  при этом оказываются развернутыми друг

относительно друга на фиксированный угол  $\phi$ =45<sup>0</sup> [Ошибка! Источник ссылки не найден., 8, REF \_Ref437138213 \r \h \\* MERGEFORMAT Ошибка! Источник ссылки не найден.]. В целом система при этом ориентирована на проведение стороной ПБ проекционных измерений кубитов (измерений фон Неймана), т.е измерений с четким исходом, при которых **A** представлен проектором *i*- го кубита из  $\mathbf{m}_{A}$  на кет-векторы соответствующего вычислительного базиса. С этой целью при приготовлении  $\mathbf{m}_{Ai}$  в любом из альтернативных базисов  $|0\rangle$ - $|1\rangle$  или  $|0'\rangle$ - $|1'\rangle$  один коэффициентов  $\alpha$ ,  $\beta$  в (1), в зависимости от значения передаваемого символа (0 или 1), всегда обращается в ноль.

Для реализации проекционных измерений, поступающих из квантового канала последовательности  $\mathbf{m}_{A}$ . сторона ПБ формирует у себя собственную случайную последовательность  $\mathbf{m}_{B}$  состояний своего измерительного базиса, состоящую из тех же векторных комбинаций  $|0\rangle$ - $|1\rangle$  и  $|0'\rangle$ - $|1'\rangle$ . В силу некоррелированности  $\mathbf{m}_{A}$  и  $\mathbf{m}_{B}$  среднее число совпадения вычислительного и измерительного базисов в указанных последовательностях возможно лишь для половины элементов из которых и формируется ключевая последовательности  $\mathbf{k}_{AB}$ .

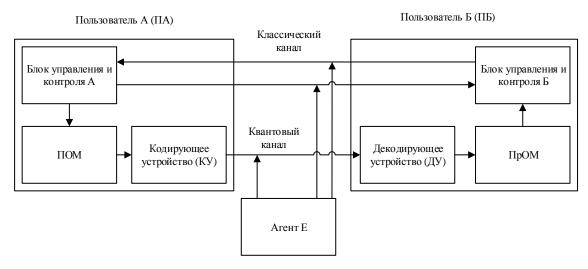


Рис. 6. Структурная схема системы КРК

Для второй половины элементов условия проекционных измерений не выполняются. Здесь измерительный базис  $\mathbf{m}_{\mathrm{b}i}$  оказывается повернутым относительно векторов вычислительного базиса ПА данного элемента  $\mathbf{m}_{\mathrm{A}}$ , следовательно, на стороне Б  $\mathbf{m}_{\mathrm{A}i}$  оказывается в суперпозиции состояний векторов измерительного базиса  $\mathbf{m}_{\mathrm{b}i}$ . Формально данная ситуация означает, что оба коэффициента  $\alpha$  и  $\beta$  измеряемого кубита  $\mathbf{m}_{\mathrm{A}i}$  отличны от нуля, и безошибочное копирование кубитов в данных условиях невозможно в принципе. Согласно ТЗК нелегитимному пользователю Еве, которая осуществляет атаку на канал

связи легитимных пользователей системы КРК, не сможет получить из сообщения даже частичную информацию без изменения ее случайным и неконтролируемым образом, что с большой вероятностью будет детектировано ПА и ПБ. Отсюда следует, что перспективы успешного копирования ключевой последовательности  $\mathbf{m}_{K}$  агентом Е могут быть связаны лишь с несовершенством программно-аппаратного устройства системы КРК ПА и ПБ. К основным системным показателям такого рода обычно относят уровень ошибок и B - скорость формирования  $\mathbf{k}_{AB}$  (битрейт), которые используются для контроля и детектирования атак АЕ [Ошибка! Источник ссылки не найден., Ошибка! Источник ссылки не йден.].

Теоретическим пределом ошибки, до которого данный протокол является защищенным, составляет около 11%. В случае использования Евой следующих атак: прием-перепосыл, прозрачное индивидуальное подслушивание, коллективной и когерентной атаки данная критическая величина корректна.

Однако для атаки с расщеплением по числу фотонов (photon number splitting attack – PNS), которая основана на том, что в системах КРК обычно используются ослабленные лазерные импульсы, вместо строго однофотонных, протокол ВВ84 является полностью незащищенным. Данная атака сводится к тому, что агент Е неразрушающим образом измеряет в разрыве квантового канала числа фотонов в импульсах. Однофотонные импульсы при этом блокируются, а пользователю Б транслируются только импульсы с двумя и более фотонами, один из которых агент Е сохраняет в своей квантовой памяти. Битовое состояние этого фотона АЕ может легко установить позднее, после раскрытия и согласования пользователями состояний соответствующих базисов по классическому каналу. АЕ маскирует заблокированные импульсы используя канал связи с меньшим затуханием [Ошибка! Источник ссылки не найден.], однако это возможно только при пределенной критической длине квантового канала, которая зависит от доли двух- и более фотонных импульсов в передаваемых информационных посылках.

#### Ограничение на уровень ошибок в протоколе ВВ84

Рассмотрим ограничения на допустимый уровень ошибок  $p^*$  в квантовом канале (КК), при использовании протокола ВВ84 [1-7]. При этом будем считать актуальной моделью КК двоичный симметричный канал (ДСК) без памяти.

Как известно, в присутствии шума средний битовый объем информации в передаваемых по ДСК символах  $R_i$  связан с вероятностью p ошибок их приема, или, соответственно, вероятностью правильного приема - q=1-p как:

$$R_i = I + (1-p)log_2(1-p) + plog_2p.$$
(8)

Из (8), в частности, следует, что R(p=0)=1, а также, что с приближением p к уровню 0,5 средний битовый объем информации в символах КК падает до нуля.

Соотношение (8) позволяет оценить допустимый уровень p в КК. Действительно, в соответствии с данным выше описанием протокола BB84, максимальное количество информации, которое нелегитимный пользователь может извлечь из каждого элемента последовательности кубитов  $\mathbf{m}_A$  в КК, не превышает половины бита. При этом вторая половина бита будет являться источником дополнительных ошибок  $p_E$ , вносимых клонмашиной (КМ) АЕ в КК. Суммарная вероятность ошибок  $p_\Sigma$  в этом случае будет равна:

$$p_{\Sigma} = p + p_{E} \tag{9}$$

Как отмечалось выше, уровень  $p_{\Sigma}$  строго контролируется сторонами ПА и ПБ в ходе процедуры КРК. Поэтому для извлечения информации о второй половине бита в элементах  $\mathbf{m}_{A}$ , АЕ может замаскировать  $p_{E}$  под естественные шумы канала p, обеспечив равенство  $p_{\Sigma}=p_{E}$ . Для этого он имеет теоретическую возможность такой реконструкции КК, при которой p=0. Для данного случая допустимый уровень шибок  $p^{*}$  в КК можно найти из уравнения (8) для,

$$R=1+(1-p^*)\log_2(1-p^*)+p\log_2 p^*=0.5.$$
(10)

Таким образом, безусловная защищенность КК системы КРК ограничена уровнем коэффициента квантовых ошибок Q-BER≈11%.

### Особенности работы протокола В92

Основное отличие от вышеописанного протокола для B92 в том, что для кодирования состояния фотона на передающей стороне используется один базис с двумя неортогональными состояниями – «0» соответствует поляризация  $0^0$ , «1» -  $45^0$ . Измерение при этом происходит в двух базисах: в прямом, где «0» -  $0^0$ , «1» -  $90^0$  и диагональном, где «0» -  $45^0$ , а «1» -  $135^0$ .

При этом важно отметить, что проекционные измерения, которые выполняются при совпадении передаваемого состояния и базиса для измерения, происходят только для символа «0». Иначе вероятности для появления «0» и «1» составляют 50%.

В том случае, когда ПБ получает в результате измерения «1» - это указывает на то, что он не угадал переданное ПА состояние и соответствующие биты в последовательностях  $\mathbf{m}_A$  и  $\mathbf{m}_B$  не совпадают. По классическому каналу пользователь Б сообщает номера битов, где получил «1», пользователю А. После инвертирования одним из пользователей ключевой последовательности, на сторонах ПА и ПБ получаются полностью совпадающие ключи  $\mathbf{k}_{AB}$ .

ТЗК не допускает точного копирования неизвестного квантового состояния, однако возможно создание клон-машиной нелегитимного пользователя неидеальных копий, для этого используются так называемые POVM-измерения [6] или измерений с тремя исходами [1-7]. В результате возможно два определенных исхода:

$$M_0 = \frac{I - |\psi_1\rangle\langle\psi_1|}{1 + \cos\eta}, M_1 = \frac{I - |\psi_0\rangle\langle\psi_0|}{1 + \cos\eta}$$

и одно неопределенное:  $M_? = I - M_0 - M_1$ . Причем величина последнего зависит от значения угла  $\eta$  между неортогональными состояниями внутри базиса. Чем он ближе  $\kappa$   $\pi/2$ , тем меньше неопределенных исходов измерений и тем ниже стойкость против перехвата, однако при этом увеличивается скорость передачи, например, для  $\pi/2$   $M_? = 0$ , для  $\pi/4$   $M_? = 75\%$ ,  $\pi/6$   $M_?$  составляет около 88% [1-7].

Атаке с блокированием части импульсов подвержен и протокол В92. Для него атака возможна даже в случае использования строго однофотонного источника – достаточно блокировать принятые состояния с неопределенными исходами, т.е. он является еще более уязвимым для подобного прослушивания, чем ВВ84 [1-7].

#### Стратегии измерений кубитов нелегитимным пользователем

Рассмотрим возможные подходы к созданию программно-аппаратных устройств, используемых нелегитимным пользователем для копирования ключевой последовательности  $\mathbf{k}_{Ab}$  в системе КРК. В дальнейшем такие устройства будем обозначать как клон-машина (КМ). Как указывалось ранее, КМ должны обеспечивать максимально корректные измерения не ортогональных состояний КЧ. Перечислим основные физические ограничения на указанные измерения.

Квантовая теория оптимального измерения двух, в общем случае не ортогональных, квантовых состояний с векторами  $|\psi_{\pm}\rangle$  дает оценку минимальной вероятности ошибки в их идентификации, как:

$$P_{?}(opt) = \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - 4\eta_{+}\eta_{-} \left| \left\langle \psi_{+} \left| \psi_{-} \right\rangle \right|^{2}} \right), \tag{11}$$

где  $\eta_{\pm}$  - априорные вероятности указанных состояний.

Соотношение (11) называется границей Хелстрома. Как видим, результат измерений Хелстрома векторов  $|\psi_{\pm}\rangle$  в рассматриваемом случае ограничен только двумя исходами, характеризуемыми некоторой вероятностью не корректных измерений.

В другом, альтернативном к описанным выше измерениям Хелстрома, способе дискриминации не ортогональных состояний  $|\psi_{\pm}\rangle$ , так называемом, методе обобщенных измерений, результатом измерений является три исхода. Два из этих исходов являются

корректными результатами измерений состояний  $|\psi_{\pm}\rangle$ , а третий, с вероятностью  $P_{?}$  дает не определенный результат измерения состояния КЧ и показано, что при этом достижимый минимум величины  $P_{?}$  составляет:

$$P_{?}(opt) = |\langle \psi_{+} | \psi_{-} \rangle|,$$

и называется границей Ivanovic-Dieks-Peres (IDP).

## Способы кодирования в системах КРК. Поляризационное кодирование

Рассмотрим принцип работы BB84 на примере первого предложенного протокола КРК, в котором  $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$  выражаются через два состояния поляризации поступательного движения фотона. Такая частица рассматривается как поляризационный кубит (ПК) (polarization qubit) [1-7].

Обычно пары состояний с поляризационным кодированием используют либо прямые с вертикальным (0°) и горизонтальным (90°) состояниями, либо диагональными 45° и  $135^{\circ}$ ; либо разнонаправленные круговые поляризации. Любые два из этих базисов могут быть использованы в протоколе. Ниже используются прямой и диагональный базисы.

Первым шагом в ВВ84 является квантовая передача. ПА создает случайный бит (0 или 1), а затем случайным образом выбирает один из двух базисов (прямолинейный или диагональный), чтобы передать его. Затем она готовит состояние поляризации фотона в зависимости от значения бита в базисе. Так, например, 0 кодируется в прямолинейной основе (+) в виде вертикального состояния поляризации, и 1 кодируется в диагональной основе (х) в виде 135 ° состоянии. ПА затем передает один фотон в указанном состоянии ПБ используя квантовый канал. Процесс выбора базиса случаен, ПА записывает состояние, базис и время отправки каждого фотона.

Согласно квантовой механике (в частности, квантовой неопределенности), невозможно измерение с различением 4 различных состояниях поляризации, когда они не все ортогональны. Возможно только измерение между любыми двумя ортогональными состояниями (ортонормированный базис). Так, например, измерения в прямом базисе дает результат по горизонтали или по вертикали. Если фотон был создан с горизонтальной или вертикальной поляризацией (прямой базис), то произойдет правильное измерение состояния, но если он был создан как 45 ° или 135 ° (диагональный базис), то прямое измерения выдает горизонтальное или вертикальное состояние наугад. Кроме того, после этого измерения вся информация об изначальной поляризации фотона будет потеряна.

Так как ПБ не знает базис фотона, все, что он может сделать, это выбрать базис для измерения наугад либо прямой или диагональный. Он делает это для каждого принятого фотона, записывая время, результат измерения и использованный базис. После приема

всех фотонов ПБ общается с ПА по публичному классическому каналу. Пользователь А передает какой базис был использован для каждого отправленного фотона, а пользователь Б базис, который он использовал для измерения. Они оба отбрасывают фотоны (биты), где ПБ использовал другой базис, что составляет половину от общего количества переданного ключа, оставляя половину битов в качестве общего ключа.

Структурная схема системы изображена на рис. 6. Пользователь А отправляет слабые импульсы с одного из четырех лазерных диодов, излучение каждого из которых поляризуется в строго определенном состоянии. Пройдя через систему светоделителей и квантовый канал, фотон попадает на проходит через светоделитель 50/50 на стороне ПБ – таким образом происходит рандомизация выбираемого для измерения базиса.

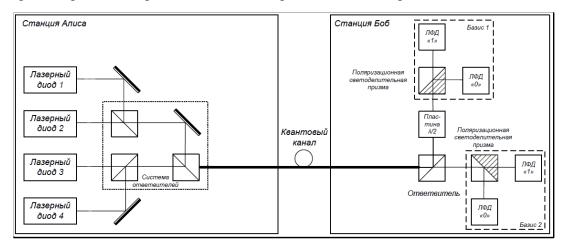


Рис. 6. Структурная схема поляризационного кодирования систем КРК

Для проверки на наличие подслушивания, ПА и ПБ сравнивается определенное подмножество их оставшихся битовых строк. Если нелегитимный пользователь получила информацию о поляризации фотонов, это вносит ошибки в измерения ПБ. В случае превышения порогового уровня в 11%, пользователи А и Б прекращают общения, т.к. возможно наличие в канале связи агента Е.

Существенным фактором, препятствующим применению ОВ для поляризационного кодирования, является поляризационная дисперсия волокна, приводящая к декогеренции ПК в ОВ, т.е. быстрому разрушению когерентных состояний (1). Поэтому использование ПК в ОВ нежелательно.

#### Фазовое кодирование

Принцип работы фазового кодирования основан на использовании эффекта интерференции амплитуд вероятности. С помощью двух интерферометров Маха-Цендера, один из которых установлен на стороне ПА (ИМЦ-А), а другой на стороне ПБ (ИМЦ-Б) с

установленными в плечах фазовые модуляторы (ФМ) достигается конструктивная и деструктивная интерференция, которая фиксируется с помощью двух ПрОМ, подключенных к выходным портам ИМЦ-Б.

При этом квантовое состояние  $|\psi\rangle$  на выходе обеих интерферометров в общем случае следует рассматривать как четырехуровневое, а соответствующий вектор  $|\psi_4\rangle$  - как кукварт. Однако при идентичных конструкциях интерферометров два из четырех возможных состояний  $|\psi\rangle$  оказываются вырожденными. При этом размерность вектора состояний одиночного фотона на выходных портах ИМЦ-Б снижается до 3, а объект  $|\psi_3\rangle$  следует рассматривать уже как кутрит [11]. Форма представления такого объекта аналогична (1.1),

$$|\psi_3\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle + \gamma|2\rangle$$
,

где  $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$  и  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  – кет-векторы состояний и амплитуды вероятности данных состояний кутрита соответственно. Нижний индекс здесь, как и ранее, указывает на число состояний  $|\psi_3\rangle$ .

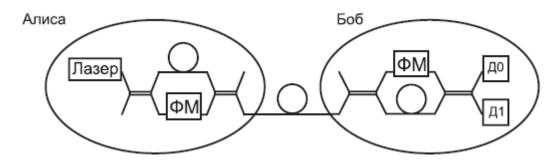


Рис. 1.7. Структурная схема фазового кодирования систем КРК

Информационным состоянием кутрита является вырожденное состояние  $|1\rangle$ . Физическими условиями вырождения является равенство суммарной оптической длины  $L_1$  короткого плеча ИМЦ-А и длинного плеча ИМЦ-Б с аналогичной суммой  $L_2$  длинного плеча ИМЦ-А и короткого плеча ИМЦ-Б. Условие балансировки системы из двух разбалансированных интерферометров  $L_1$ = $L_2$  дает возможность квантовой частице в состоянии  $|1\rangle$  интерферировать сама с собой [Ошибка! Источник ссылки не найден.]. езультаты данного эффекта проявляются в форме интерференции вероятностей в состоянии  $|1\rangle$ .

Передающая сторона использует один из четырех возможных фазовых сдвигов  $0^{\circ}$ ,  $\pi/2$  – для символа «0», что соответствует первому базису Б-1 а  $\pi$ ,  $3\pi/2$  – для «1», что соответствует второму Б-2 (рис. 1.7). Выбор базиса для измерения на стороне ПБ происходит за счет сдвига фазы на  $0^{\circ}$  для Б-1 или на  $\pi/2$  для Б-2. При этом в случае совпадения базисов пользователей A и Б и детектирования фотона с помощью Д0, ему

присваивается значение бита <0», а в Д1 – значение <1», рис.5. [Ошибка! Источник ссылки е найден.].

Особенностью систем с фазовым кодированием является то, что для корректной работы необходима точная подстройка разности оптических путей интерферометров с точностью до долей длины волны [1-7], в криптосистемах с самокомпенсацией «Plug&Play» для этих целей используются фарадеевские зеркала [1-7].

## Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

- 1. Использование формализма Дирака для представления векторов и операторов. Соотношение полноты в гильбертовом пространстве.
- 2. Спектральное разложение эрмитова оператора. Свойства собственных чисел и собственных векторов.
- 3. Классическое и квантовое описание статистического эксперимента, их сходство и отличия.
  - 4. Матрица плотности. Классическое и квантовое чистое состояние. Вектор состояния.
- 5. Определение и свойства проекционного оператора. Разложение единицы (спектральная ме-ра).
- 6. Спектральное разложение эрмитова оператора в терминах проекторов на собственные под-пространства.
- 7. Статистический постулат Борна-фон Неймана. Математическое ожидание и распределение вероятностей квантовой наблюдаемой.
  - 8. Пространство состояний q-бита. Шар Блоха. Векторы чистых состояний.
  - 9. Свойства матриц Паули. Наблюдаемая «проекция спина».
  - 10. Функции от эрмитова оператора. Совместимые наблюдаемые.
  - 11. Соотношение неопределенностей.
- 12. Проекционный постулат фон Неймана-Людерса. Изменение квантового состояния в резуль-тате измерения. Апостериорное состояние.
- 13. Определение и свойства унитарного оператора. Динамический постулат квантовой механи-ки. Уравнение Шредингера.
- 14. Состояния составной квантовой системы. Тензорное произведение векторов, матриц и опе-раторов.
  - 15. Пространство состояний системы из n q-битов. Одно- и двух- q-битные операции.
  - 16. Сцепленное (запутанное) состояние. Разложение Шмидта.
  - 17. Протокол сверхплотного кодирования.

- 18. Протокол телепортации квантового состояния.
- 19. Протокол ВВ84 квантового распределения секретного ключа.

## Рекомендуемая литература

- 1. Нильсен М., Чанг Н. Квантовые вычисления и квантовая информация. М.: Мир. 2006. 824c.
- 2. Квантовая криптография. Идеи и практика / под ред. С. Килина, Д. Хорошко, А. Низовцева. Минск : Белорусская наука, 2007. 391 с.
- 3. Кулик С.Д., Берков А.В., Яковлев В.П. Введение в теорию квантовых вычислений (методы квантовой механики в кибернетике): учебное пособие. Т. 2. М.: МИФИ, 2008. 532 с.
- 4. Кронберг, Д.А. Квантовая криптография. Учебное пособие/ Д.А. Кронберг, Ю.И. Ожигов, А.Ю. Чернявский. М.: МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, 2012. 112 с.
- 5. Кронберг, Д.А. Алгебраический аппарат квантовой информатики. Учебное пособие/ Д.А. Кронберг, Ю.И. Ожигов, А.Ю. Чернявский.. МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, 2012. 56 с.
- 6. Имре Ш., Балаж Ф. Квантовые вычисления и связь. Инженерный подход. Пер. с англ. М.: Физматлит, 2008. 320 с.
- 7. Емельянов В.И., Владимирова Ю.В. Квантовая физика: биты и кубиты: учеб. пособие. М.: Физический факультет МГУ, 2012. 176 с.
- 8. Румянцев К.Е., Голубчиков Д.М. Квантовая связь и криптография: Учебное пособие. Таганрог: ТТИ ЮФУ, 2009. 122 с.