

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования**

**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)**

Г.Н. Якушевич

РАДИОАВТОМАТИКА

Учебное пособие



Томск 2019

УДК 621.396.6 – 52(075.8)
ББК 32.84-05я73
Я49

Якушевич Г.Н.

Радиоавтоматика: учеб. пособие / Г.Н. Якушевич. –Томск: ТУСУР
Научно образовательный портал –2019. – 237 с.

Рассмотрены принципы построения и алгоритм моделирования функциональных, структурных схем и принципиальных схем следующих систем радиоавтоматики: частотной и фазовой автоподстройки частоты; дальномерной и угломерной; автоматической регулировки усиления. Для моделирования систем радиоавтоматики используется метод структурных схем, а также линеаризация (метод малых возмущений), позволяющая нелинейную систему представить линейной системой.

Пособие предназначено для студентов радиотехнических специальностей вузов.

УДК 621.396.6-52 (075.8)

©Якушевич Г.Н., 2019

© Томск. гос. ун-т систем
упр. и радиоэлектроники, 2019

Оглавление

Предисловие.....	7
Список сокращений.....	8
Введение.....	10
1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ В ОБЛАСТИ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ	
1.1. Модель системы автоматического регулирования.....	11
1.2. Классификация САР.....	13
1.3. Алгоритм моделирования САР.....	17
1.4. Элементы структурной схемы САР.....	18
1.5. Виды соединений звеньев САР.....	20
2. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СХЕМЫ	
2.1. Приемник прямого усиления.....	22
2.2. Супергетеродинный приемник.....	23
2.3. Супергетеродинный приемник с ЧАПЧ и АРУ.....	27
3. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ЧАСТОТНОЙ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ПОДСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ	
3.1. Функциональная схема системы ЧАПЧ.....	29
3.2. Структурная схема смесителя частоты.....	30
3.3. Структурная схема усилителя промежуточной частоты.....	32
3.4. Структурная схема частотного дискриминатора.....	34
3.5. Структурная схема фильтра низких частот.....	38
3.6. Структурная схема подстраиваемого генератора.....	40
3.7. Структурная схема системы ЧАПЧ в терминах частот.....	42
3.8. Структурная схема системы ЧАПЧ в терминах расстроек.....	43
4. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ФАЗОВОЙ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ПОДСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ	
4.1. Функциональная схема системы ФАПЧ.....	48
4.2. Структурная схема фазового дискриминатора.....	49
4.3. Структурная схема системы ФАПЧ в терминах частот.....	53
4.4. Структурная схема системы ФАПЧ в терминах расстроек.....	54

5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДАЛЬНОМЕРНОЙ СЛЕДЯЩЕЙ СИСТЕМЫ ИМПУЛЬСНОЙ РЛС	
5.1. Функциональная схема дальномерной следящей системы импульсной РЛС.....	57
5.2. Структурная схема дальномерной следящей системы импульсной РЛС.....	60
6. МОДЕЛИРОВАНИЕ УГЛОМЕРНОЙ СЛЕДЯЩЕЙ СИСТЕМЫ РЛС	
6.1. Функциональная схема угломерной следящей системы РЛС.....	63
6.2. Структурная схема угломерной следящей системы РЛС.....	64
7. ОБОБЩЕННЫЕ ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ И СТРУКТУРНАЯ СХЕМЫ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМ.....	66
8. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОЙ РЕГУЛИРОВКИ УСИЛЕНИЯ	
8.1. Функциональная схема ручной регулировки усиления.....	68
8.2. Функциональная схема системы АРУ.....	70
8.3. Структурная схема регулируемого усилителя.....	75
8.4. Структурная схема амплитудного детектора.....	81
8.5. Структурная схема системы АРУ с обратной связью.....	83
9. ДИСКРЕТНЫЕ САР	
9.1. Основные понятия о дискретных САР.....	87
9.2. Импульсные САР.....	88
9.2.1. Функциональная схема разомкнутой импульсной САР.....	88
9.2.2. Структурная схема и дискретная передаточная функция разомкнутой импульсной САР.....	91
9.2.3. Структурная схема и дискретная передаточная функция замкнутой импульсной САР.....	93
9.3. Цифровые САР.....	94
9.3.1. Функциональная схема цифровой САР.....	94
9.3.2. Структурная схема и дискретная передаточная функция цифровой САР.....	95

9.4. Нелинейные САР.....	96
9.5. Оптимальные и адаптивные САР.....	98
9.6. Помехоустойчивость САР.....	100
10. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ САР	
10.1. Передаточная функция линейной САР.....	102
10.2. Анализ линейных САР в частотной области.....	105
10.3. Анализ линейных САР во временной области.....	109
11. ХАРАКТЕРИСТИКИ ТИПОВЫХ ЗВЕНЬЕВ САР	
11.1. Типовые звенья САР.....	113
11.2. Пропорциональное звено.....	114
11.3. Аперидическое звено первого порядка.....	116
11.4. Аперидическое звено второго порядка.....	121
11.5. Интегрирующее звено.....	128
11.6. Дифференцирующее звено.....	131
11.7. Форсирующее звено.....	133
11.8. Запаздывающее звено.....	136
11.9. Неустойчивые звенья.....	139
11.10. Математические выражения для типовых звеньев.....	142
12. ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ САР	
12.1. Виды соединений звеньев САР.....	152
12.2. Передаточная функция замкнутой системы с задающим и возмущающим воздействием.....	156
12.3. Передаточные функции многоконтурных систем.....	157
12.4. Построение АЛАЧХ и АЛФЧХ САР по АЛАЧХ и АЛФЧХ типовых звеньев.....	162
13. АНАЛИЗ КАЧЕСТВА РАБОТЫ ЛИНЕЙНОЙ САР	
13.1. Показатели качества работы линейной САР.....	166
13.2. Точность работы линейной САР.....	166
13.2.1. Режим работы линейной САР.....	166
13.2.2. Статический режим линейной САР.....	167

13.2.3. Динамический стационарный режим линейной САР.....	171
13.3. Устойчивость линейных САР.....	176
13.3.1. Понятие об устойчивости линейных САР.....	176
13.3.2. Критерий устойчивости Михайлова.....	180
13.3.3. Критерий устойчивости Найквиста.....	185
13.3.4. Критерий устойчивости на основе ЛАЧХ и ЛФЧХ.....	191
13.3.5. Устойчивость систем с запаздыванием.....	193
13.3.6. Критерий устойчивости Гурвица.....	195
13.4. Качество переходного процесса.....	199
13.4.1. Показатели качества переходного процесса.....	199
13.4.2. Частотные критерии качества переходных процессов.....	201
13.4.3. Корневые критерии качества переходных процессов.....	207
13.4.4. Интегральные критерии качества переходных процессов.....	211
14. КОРРЕКЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЛИНЕЙНЫХ САР	
14.1. Схемы включения корректирующих звеньев.....	213
14.2. Последовательные корректирующие звенья.....	215
14.2.1 Пропорционально-дифференцирующее звено.....	215
14.2.2. Пропорционально-интегрирующее звено.....	219
14.2.3. Пропорционально-интегриродифференцирующее звено.....	222
14.2.4. Структурные схемы реализации корректирующих звеньев	225
14.2.5. Построение желаемых характеристик.....	226
14.3. Параллельные корректирующие звенья - обратные связи.....	228
14.3.1. Типы корректирующих обратных связей.....	228
14.3.2. Жесткая корректирующая обратная связь.....	229
14.3.3. Гибкая корректирующая обратная связь.....	232
Литература.....	236

Предисловие

Учебное пособие предназначено для бакалавров направлений подготовки 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи и 11.03.01 Радиотехника. Материал излагается с учетом того, что для некоторых специальностей изучение дисциплины начинается с 3-го курса, когда дисциплины общепрофессиональной подготовки еще не освоены.

Пособие состоит из 14 глав, которые можно разбить на две группы. Первую группу составляют разделы 1-9, в которых рассмотрены принципы построения и алгоритм моделирования непрерывных и дискретных систем радиоавтоматики, функциональные, структурные схемы и математические модели элементов и систем автоматического регулирования, во второй группе — разделы 10-14 приведены методы анализа, передаточные функции и частотные характеристики; способы практической оценки и обеспечения необходимых качественных показателей систем радиоавтоматики; обеспечение точности, устойчивости и качества систем в переходном режиме.

Список сокращений

А	— антенна
АД	— амплитудный детектор
АЛАЧХ	— асимптотическая логарифмическая амплитудно-частотная характеристика
АЛФЧХ	— асимптотическая логарифмическая фазочастотная характеристика
АРУ	— автоматическая регулировка усиления
АЧХ	— амплитудно-частотная характеристика
АФХ	— амплитудно-фазовая характеристика
ВД	— временной дискриминатор
ВУ	— воспроизводящее устройство
ВЦ	— входная цепь
Г	— гетеродин
Д	— детектор
ИПХ	— импульсная переходная характеристика
ИЭ	— импульсный элемент
ЛАЧХ	— логарифмическая амплитудно-частотная характеристика
ЛФЧХ	— логарифмическая фазочастотная характеристика
ООС	— отрицательная обратная связь
ОС	— обратная связь
ОУ	— операционный усилитель
ОЭ	— общий эмиттер
ПГ	— подстраиваемый гетеродин
ПД	— пространственный дискриминатор
ПОС	— положительная обратная связь
ПХ	— переходная характеристика
РЛС	— радиолокационная станция
РРУ	— ручная регулировка усиления
РУ	— регулируемый усилитель

САР	— система автоматической регулировки
См	— смеситель
У	— управляющий элемент
УВЧ	— усилитель высокой частоты
УЛЗ	— управляемая линия задержки
УНЧ	— усилитель низкой частоты
УПЧ	— усилитель промежуточной частоты
УУ	— устройство управления
ФАПЧ	— фазовая автоподстройка частоты
ФВ	— фазовращатель
ФД	— фазовый дискриминатор
ФНЧ	— фильтр низких частот
ФЧХ	— фазочастотная характеристика
ЧАПЧ	— частотная автоподстройка частоты
ЧД	— частотный дискриминатор
ЧФД	— частотно-фазовый дискриминатор

Введение

К первым промышленным регуляторам можно отнести автоматический поплавковый регулятор уровня в котле паровой машине И.И. Ползунова (1765г.) и центробежный регулятор скорости вала паровой машины Дж. Уатта (1784 г.). Эти регуляторы открыли путь потоку предложений по принципам регулирования и изобретений регуляторов, относящихся к механике [1-4].

Практические работы привели к созданию основ теории автоматического регулирования. Первые исследования динамики замкнутых автоматических систем, устойчивости и качества процессов регулирования принадлежат И. А. Вернадскому (1876г.) [1-4].

В настоящее время все радиотехнические устройства содержат автоматические регуляторы. Бытовая радиоэлектронная аппаратура обязательно имеет автоматическую регулировку усиления (АРУ), частотную автоподстройку частоты (ЧАПЧ) или фазовую автоподстройку частоты (ФАПЧ), стабилизаторы напряжения и т. д. Качество функционирования радиотехнических устройств зависит от систем автоматического регулирования (САР), которые в них используются.

Целью изучения дисциплины “Радиоавтоматика” является получение навыков в построении математических моделей и решении на их основе задач анализа и синтеза систем автоматического регулирования.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ В ОБЛАСТИ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

1.1. Модель системы автоматического регулирования

К САР относятся системы, функционирующие без участия человека (оператора).

Автоматическим регулированием называется целенаправленное изменение значения какой-либо физической величины с помощью автоматически действующих устройств при любых возмущающих воздействиях.

Процесс регулирования подразумевает наличие какого либо устройства — объекта управления (ОУ), требуемый режим работы которого автоматически изменяется в соответствии с сигналом управления, сформированным в устройстве управления (УУ) по управляющему воздействию. Таким образом, САР представляет совокупность ОУ и УУ, взаимодействующих между собой.

Обобщенная модель разомкнутой САР содержит (рис. 1.1) [1-11]:

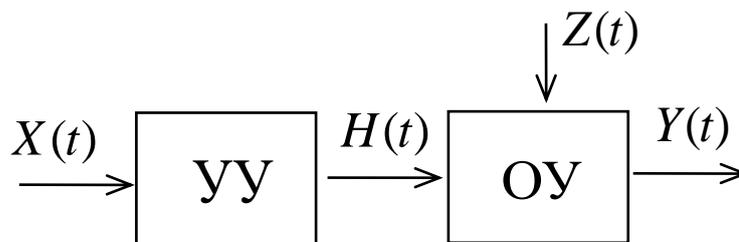


Рис. 1.1. Модель САР

ОУ — техническое устройство, в котором осуществляется автоматическое регулирование (например, в системах ФАПЧ ОУ является генератор, частота колебаний которого (выходной сигнал) автоматически поддерживается в соответствии с частотой входного сигнала, в системах автоматического сопровождения цели РЛС ОУ является электромеханическое устройство — антенна РЛС, продольная ось которой автоматически «следит» за

направлением на сопровождаемую цель, при этом угол отклонения продольной оси антенны от выбранного направления отсчета углов определяет выходной сигнал системы автоматического сопровождения цели РЛС);

УУ — устройство, которое осуществляет воздействие на ОУ с целью обеспечения требуемого режима работы;

$Y(t)$ — регулируемая выходная величина, характеризующая состояние ОУ;

$Z(t)$ — возмущающее воздействие — это любое воздействие на ОУ, приводящее к отклонению регулируемой величины $Y(t)$ от требуемого значения (температура, давление, влажность, изменение напряжения);

$H(t)$ — регулирующее воздействие УУ на ОУ с целью изменения его свойств для того, чтобы регулируемая величина $Y(t)$ была равна требуемому значению (сигнал управления, сформированный в УУ);

$X(t)$ — задающая входная величина, несущая информацию о том, как должна изменяться регулируемая величина $Y(t)$.

УУ на основе задающего воздействия $X(t)$ формирует сигнал управления $H(t)$ для ОУ, чтобы получить требуемое значение регулируемой величины $Y(t)$.

Математическая запись задачи САР определится тождеством $Y(t) \equiv X(t)$. Для систем радиоавтоматики задача САР вырождается в равенство $Y(t)=X(t)$, так как $Y(t)$ и $X(t)$ — величины одинаковой физической природы.

Тогда ошибка регулирования $E(t)$ определится следующим образом $E(t)=Y(t) - X(t)$.

Среди разнообразных САР, применяемых в радиотехнических устройствах, можно выделить класс систем, действие которых связано с использованием радиосигналов, — системы радиоавтоматики. К системам радиоавтоматики относятся САР, в которых регулируемой величиной является один из параметров радиосигнала [6-9], а именно:

- системы автоматического слежения за частотой синусоидальных колебаний — системы частотной подстройки частоты;
- системы автоматического слежения за фазой синусоидальных колебаний — системы частотной подстройки фазы;
- системы автоматического слежения за уровнем выходного сигнала — системы автоматической регулировки усиления;
- системы автоматического слежения за временным положением сигналов — системы слежения за дальностью;
- системы автоматического определения направления на источник радиоизлучения или отражающий объект — угломерные следящие системы.

1.2. Классификация САР

Рассмотрим классификацию САР по ряду признаков, существенных с точки зрения теории автоматического регулирования [1-11].

1. По характеру задающего воздействия $X(t)$:

- а) $X(t) = X_0 = \text{const}$ — системы автоматической стабилизации, задача которых поддерживать с допустимой ошибкой выходную величину $Y(t)$ при наличии возмущающих воздействий $Z(t)$;
- б) $X(t)$ — априорная (заранее заданная) функция времени — системы программного управления;
- в) $X(t)$ — случайная величина — следящие системы (закон изменения задающего воздействия $X(t)$ заранее не известен).

2. По виду протекающих процессов (используемые сигналы управления $H(t)$):

- а) системы непрерывного действия — состоят из звеньев, выходная величина которых изменяются плавно (без скачков) при плавном изменении входного воздействия;

б) системы дискретного действия — содержат хотя бы одно звено дискретного действия, выходная величина которого изменяется скачком при плавном изменении входного воздействия (релейные, импульсные, цифровые).

3. По виду статических характеристик (математическое описание):

а) линейные системы — описываются линейными уравнениями (применим принцип суперпозиции: реакция системы на любую комбинацию внешних воздействий равна сумме реакций на каждое из этих воздействий, поданных на систему порознь);

б) нелинейные системы — системы, содержащие хотя бы одно нелинейное звено.

4. По стабильности параметров системы во времени:

а) стационарные — все параметры не изменяются во времени;

б) нестационарные — системы с переменными параметрами во времени (при математическом описании такой системы некоторые коэффициенты являются функциями времени).

5. По числу выходных координат ОУ:

а) одномерные — источник постоянного напряжения;

б) двухмерные — источник переменного напряжения и частоты;

в) трехмерные — РЛС слежения за летательным аппаратом (три координаты: дальность, угол места и азимут).

6. По принципу построения:

а) разомкнутые системы (отсутствует связь между выходом ОУ и входом УУ) — управление возможно по задающему воздействию (рис. 1.2,а), по возмущающему воздействию (рис. 1.2,б) и комбинированному воздействию (рис. 1.2,в).

б) замкнутые системы, или системы с обратной связью (рис. 1.3.) — на вход УУ подается задающее воздействие и выходная величина ОУ (в системе имеется информация о текущем значении выходной величины ОУ, и УУ

стремится ликвидировать все отклонения за счет возмущающих воздействий, т.е. реализуется принцип управления по отклонению).

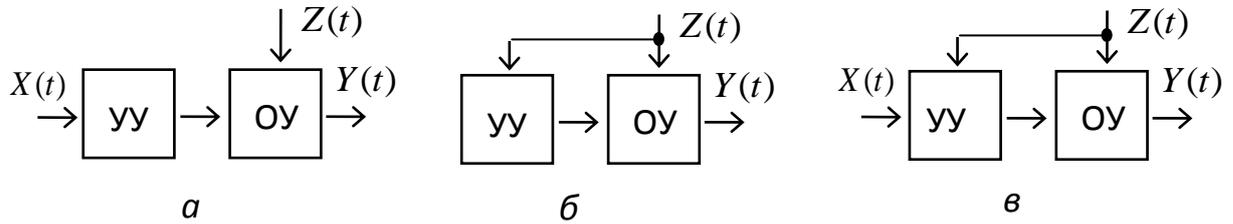


Рис. 1.2. Разомкнутые САР с управлением по воздействию:
а — задающему; б — возмущающему; в — комбинированному

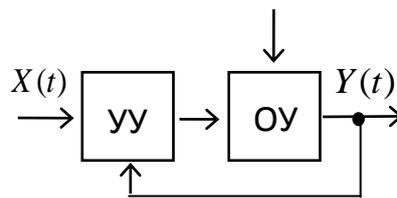


Рис. 1.3. САР с обратной связью

Разомкнутая система может быть реализована с управлением по задающему воздействию $X(t) = U_{ЭБ0}$ (рис. 1.4), с комбинированным управлением по задающему и возмущающему воздействиям $Z(t) = T_0$ (рис.1.5).

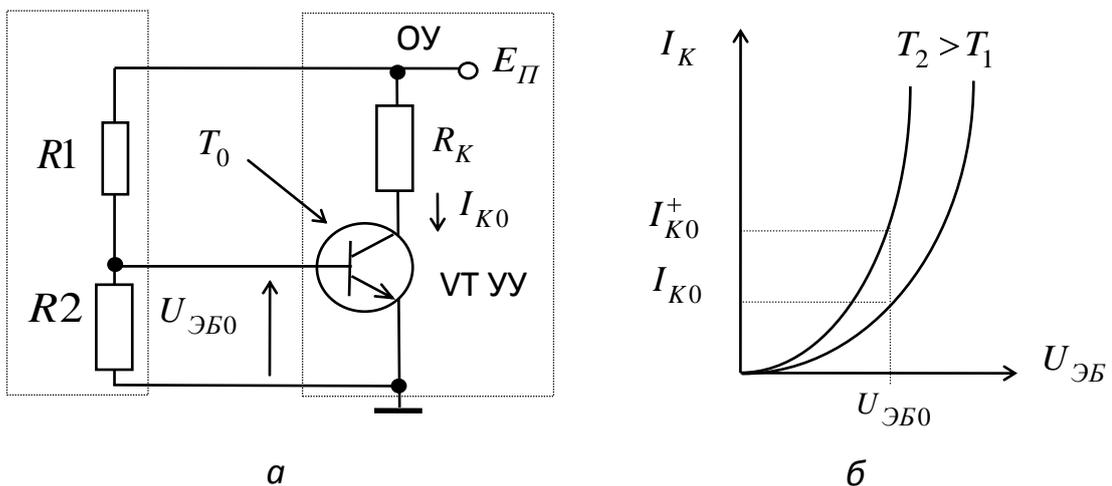


Рис. 1.4. Разомкнутая система с управлением по задающему воздействию: а — схема каскада с ОЭ; б — ВАХ биполярного транзистора

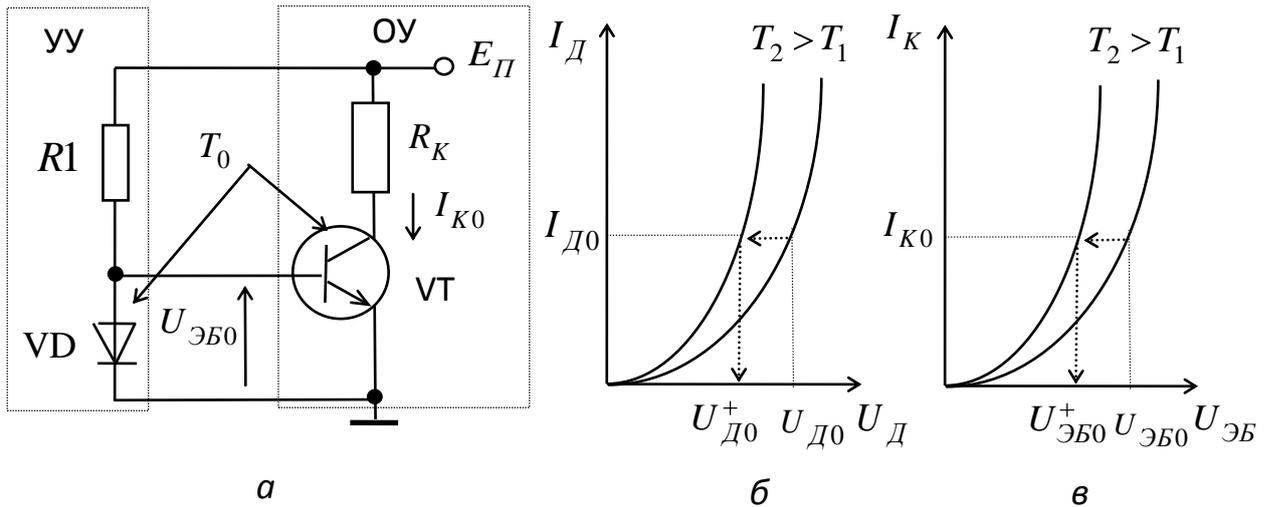


Рис. 1.5. Разомкнутая система с комбинированным управлением по задающему и возмущающему воздействиям:

a — схема каскада с ОЭ; *б* — ВАХ диода;

в — ВАХ биполярного транзистора.

Замкнутые системы с управлением по задающему воздействию и с комбинированным управлением по задающему и возмущающему воздействиям могут быть представлены каскадами на биполярных транзисторах, включенных по схеме с общим эмиттером (ОЭ) (рис. 1.6).

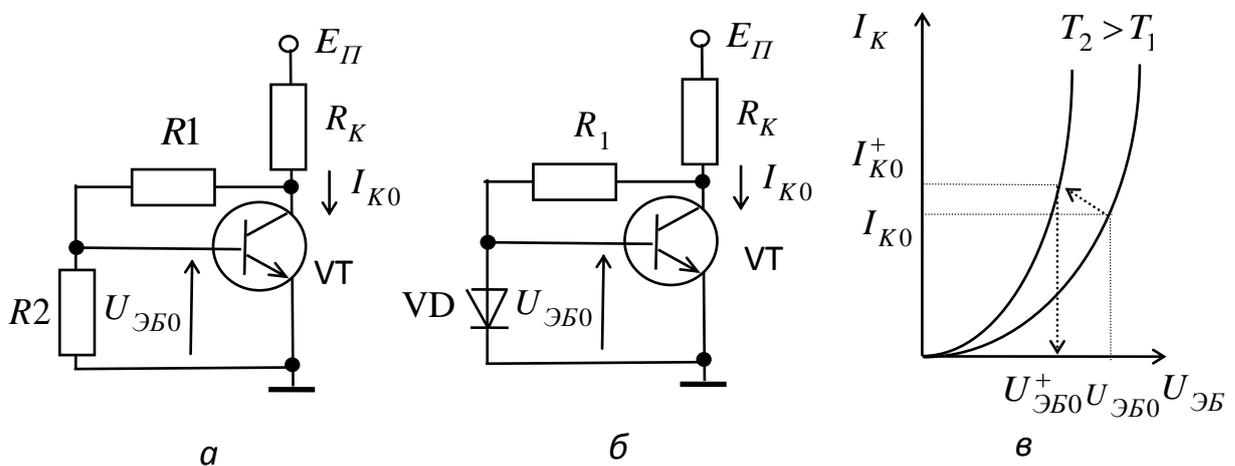


Рис. 1.6. Замкнутые системы:

a — управление по задающему воздействию;

б — комбинированное управление по задающему и возмущающему воздействиям; *в* — ВАХ транзистора.

Исходя из вольтамперной характеристики транзистора (см. рис. 1.4,б) видно, что при постоянном задающем напряжении $U_{ЭБ0}$, поступающем на базу

транзистора VT с резистора R2, изменение возмущающего воздействия в виде температуры T_0 приводит к резкому изменению тока коллектора I_{K0} . Для уменьшения влияния температуры на ток коллектора I_{K0} вместо сопротивления R2 ставят диод VD (см. рис. 1.5,а). При постоянном токе диода, заданным сопротивлением базы R1, при изменении температуры напряжение на диоде и, соответственно, базе транзистора изменяется (см. рис. 1.5,б и 1.5,в), что приводит к стабилизации тока коллектора I_{K0} транзистора.

Достоинство разомкнутой системы с комбинированным управлением — высокое качество регулирования при учете всех возмущающих воздействий, недостаток — необходимость учета большого количества зависимостей возмущающих воздействий.

Замкнутая система с управлением по задающему воздействию (см. рис. 1.6,а) работает по отклонению, и регулируемая величина тока коллектора, имеет какую то ошибку. Для повышения точности работы замкнутой системы вводят комбинированное управление по задающему и возмущающему воздействиям (см. рис. 1.6,б).

Достоинство замкнутой системы регулирования — универсальность, недостатки при грамотном построении замкнутой системы отсутствуют.

1.3. Алгоритм моделирования САР

Моделирование — сведение САР к функциональной, а затем структурной схеме. Функциональная схема — это графическое изображение САР на основе функциональных звеньев.

Структурная схема — это графическое изображение математического описания отдельных звеньев САР или САР в целом.

Одна и та же структурная схема может описывать функциональные схемы различные физических, общественных, экономических и других систем

регулирования, так как если эти системы будут иметь одинаковое математическое описание, то и поведение этих систем будет одинаковое.

Алгоритм моделирования САР состоит из следующих этапов (рис. 1.7).

1. Построение функциональной схемы САР. САР разбивается на функциональные звенья, каждое из которых имеет законченное функциональное назначение, при этом сложность функционального звена не имеет значения.

2. Определение структурных схем функциональных звеньев. Для каждого функционального звена находится связь между входной и выходной величиной в виде математического описания, на основе которого строится структурная схема звена.

3. Построение структурной схемы САР. Структурные схемы звеньев объединяются в структурную схему САР.



Рис. 1.7. Алгоритм моделирования САР

1.4. Элементы структурной схемы САР

В функциональной схеме система разбита на звенья, исходя из выполняемых ими функций, то есть назначения. Для построения структурной схемы систему разбивают на звенья по другому признаку, а именно исходя из удобства получения математического описания. То есть для составления

структурной схемы система разбивается на элементы, каждый из которых описывается простейшим математическим выражением (в виде передаточной функции). Структурная схема содержит следующие четыре типа элементов: звенья направленного действия, устройства сравнения (сумматоры), точки разветвления (узлы), линии связи. Эти элементы изображаются на структурной схеме в виде условных обозначений (рис. 1.8) [1-6].

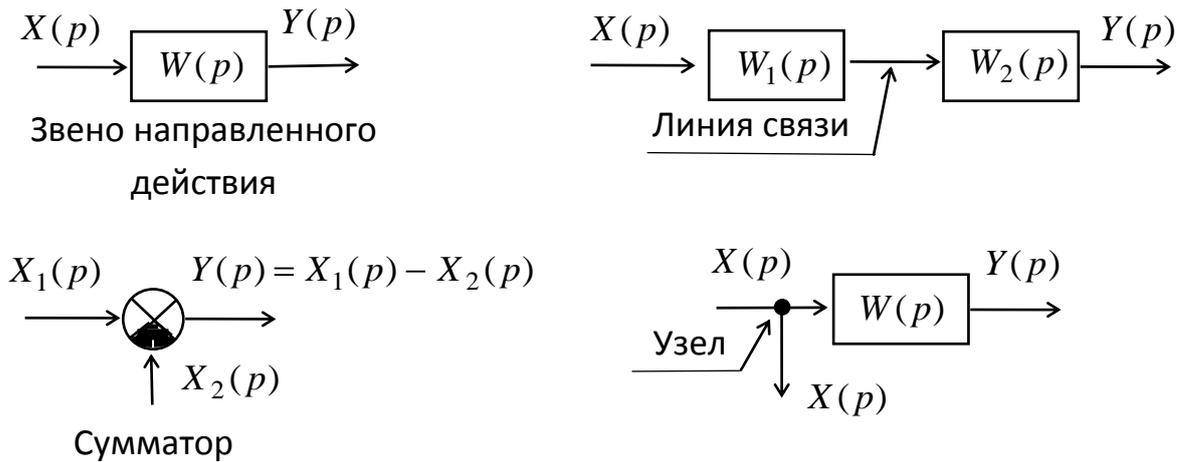


Рис. 1.8. Условное обозначение элементов структурных схем

Звено направленного действия — звено, передающее воздействие только в одном направлении, а именно Условные обозначения с входа на выход. В результате при разбиении системы на звенья направленного действия математическое описание каждого такого звена может быть составлено без учета связей его с другими звеньями. Звено направленного действия изображается прямоугольником, внутри которого записывается передаточная функция $W(p)$ равная отношению изображения выходной функции к изображению входной

$$W(p) = Y(p) / X(p).$$

Сумматор предназначен для суммирования сигналов $X_1(p)$ и $X_2(p)$ с учетом знака. Изображается в виде кружка с секторами. Белый сектор означает суммирование, ставим знак “+” а черный сектор — вычитание, ставим знак “-”.

Линия связи соединяет между собой звенья направленного действия. Изображается в виде стрелки, которая указывает направление распространения сигнала. Стрелками показывают также внешние воздействия, приложенные к отдельным звеньям системы.

Узел предназначен для разветвления сигналов по различным направлениям. Обозначается в виде точки в местах пересечения линий связи.

1.5. Виды соединений звеньев САР

В САР встречаются три вида соединений звеньев направленного действия: последовательное, параллельное и соединение звеньев по схеме с ОС (см. рис. 1.9) [1-4, 10-11].

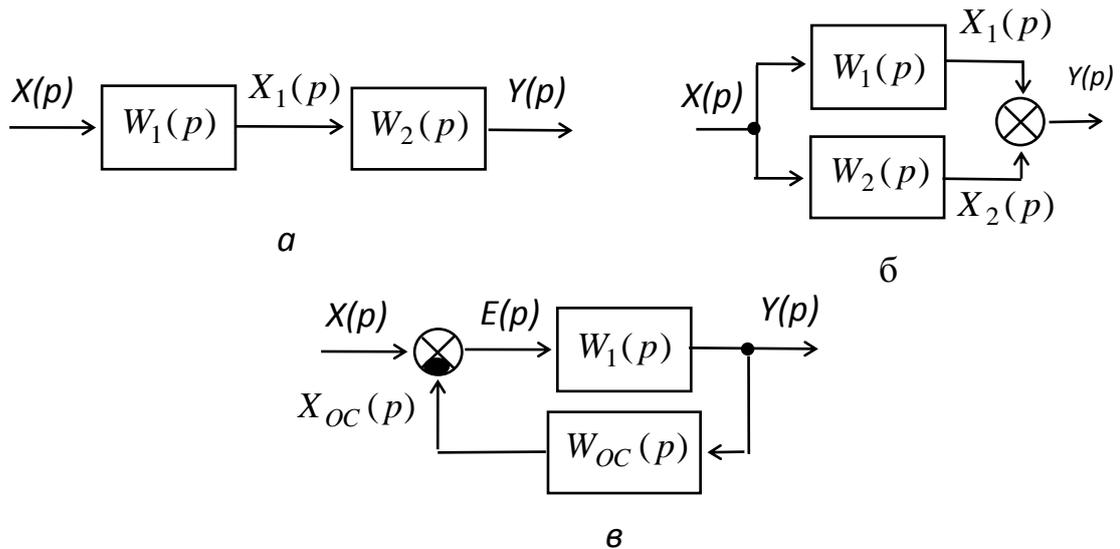


Рис. 1.9. Соединение звеньев: *а* — последовательное; *б* — параллельное; *в* — по схеме с ОС

При последовательном соединении выход каждого звена соединен с входом последующего (рис.1.9,*а*). Для изображения по Лапласу выходной величины запишем:

$$Y(p) = X_1(p) W_2(p) = X(p) W_1(p) W_2(p) = X(p) W_3(p) ,$$

где $W_{\Sigma}(p) = W_1(p) W_2(p)$ — эквивалентная передаточная функция последовательно соединенных звеньев, равная произведению передаточных функций отдельных звеньев.

При параллельном соединении звеньев на их входы подается один и тот же сигнал, а выходные сигналы суммируются (рис. 1.9,б).

Для изображения по Лапласу выходной величины получим:

$$\begin{aligned} Y(p) &= X_1(p) + X_2(p) = \\ &= X(p) W_1(p) + X(p) W_2(p) = X(p) W_{\Sigma}(p) \end{aligned}$$

где $W_{\Sigma}(p) = W_1(p) + W_2(p)$ — эквивалентная передаточная функция параллельно соединенных звеньев, равная сумме передаточных функций отдельных звеньев.

На рис. 1.9,в приведено соединение звеньев по схеме с отрицательной ОС (ООС). Для изображения по Лапласу выходной величины получим

$$\begin{aligned} Y(p) &= E(p) W_1(p) = [X(p) - X_{oc}(p)] W_1(p) = \\ &= [X(p) - W_{oc}(p) Y(p)] W_1(p) \end{aligned}$$

Отсюда получим

$$Y(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p) W_{oc}(p)} X(p) = X(p) W_{\Sigma}(p),$$

где $W_{\Sigma}(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p) W_{oc}(p)}$ — эквивалентная передаточная функция звеньев по схеме ООС.

Для передаточной функции звеньев, соединенных по схеме положительной ОС (ПОС), в знаменателе знак суммы “+” заменяется знаком вычитания “-”.

Таким образом, передаточная функция соединения звеньев по схеме с ОС равна дроби, в числителе которой передаточная функция разомкнутой системы (от точки приложения внешнего воздействия до точки, где определяется реакция), в знаменателе — сумма для ООС или разность для ПОС единицы и произведения передаточных функций всех звеньев.

2. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СХЕМЫ

2.1. Приемник прямого усиления

Функциональная схема отражает процесс преобразования информации в САР и состоит из функциональных звеньев, каждое из которых выполняет определенную функцию.

Приемник прямого усиления может входить в качестве функционального звена в УУ. Он предназначен для приема, усиления и демодуляции высокочастотного радиосигнала (рис 2.) [12-14].

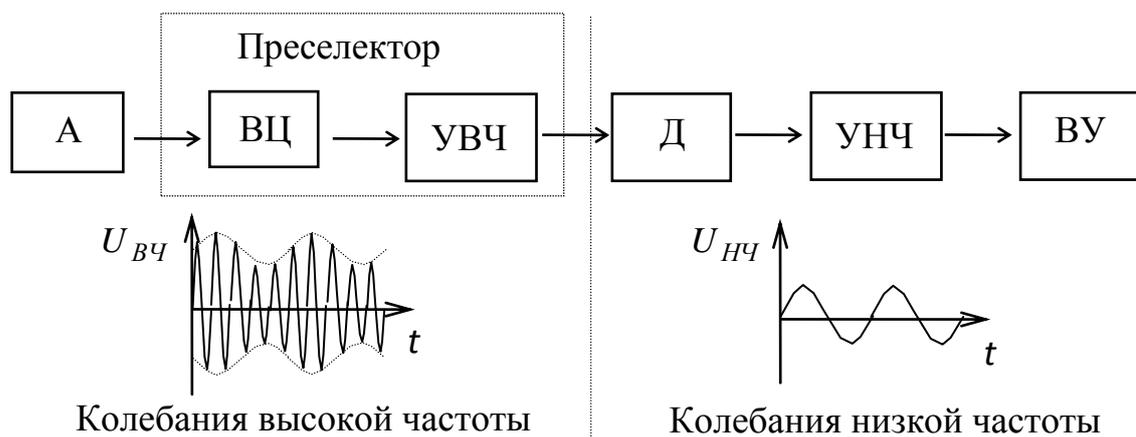


Рис. 2.1. Функциональная схема приемника прямого усиления и осциллограммы сигналов

Полезный радиосигнал с антенны (А) поступает на преселектор, содержащий входную цепь (ВЦ) и усилитель высокой частоты (УВЧ), где происходит выделение и усиление полезного сигнала и ослабление других радиосигналов. С преселектора полезный радиосигнал поступает на детектор (Д), где происходит его демодуляция или выделение модулирующих низкочастотных колебаний. Далее низкочастотные колебания усиливаются усилителем низкой частоты (УНЧ) до заданного значения и поступают на воспроизводящее устройство (ВУ).

В приемнике прямого усиления основное усиление сигнала и избирательность осуществляется в преселекторе непосредственно на частоте принятого сигнала. Поэтому он и называется приемником прямого усиления.

Так как в приемнике прямого усиления, усиление сигналов производится на различных частотах, то колебательные контура ВЦ и УВЧ приходится перестраивать по диапазону частот.

На амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) преселектора приемника прямого усиления для различных частот (рис. 2.2) видно, что с увеличением частоты полоса АЧХ преселектора расширяется и в нее попадают в виде помехи частоты соседних сигналов.

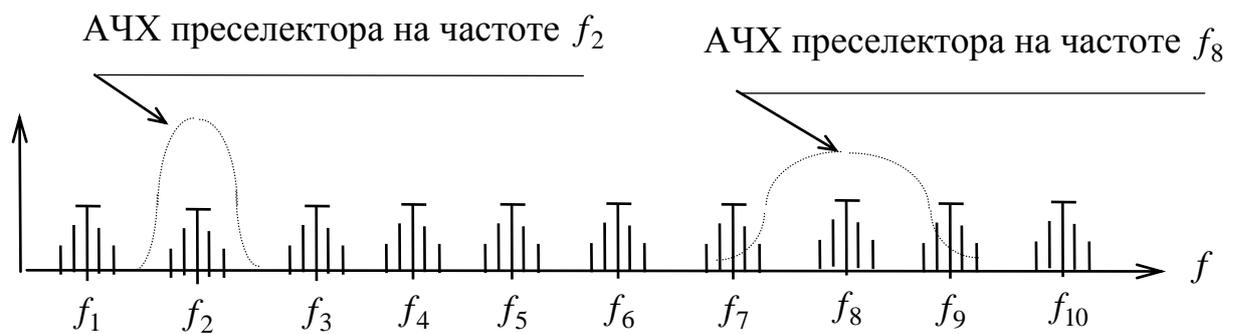


Рис. 2.2. АЧХ преселектора при настройке на частоту f_2 и f_8

Таким образом, приемник прямого усиления обладает следующими недостатками: плохой избирательностью, малой чувствительностью, непостоянным коэффициентом усиления и полосой пропускания в пределах рабочих частот, особенно в диапазонах коротких и ультракоротких волн.

2.2. Супергетеродинный приемник

В супергетеродинном приемнике принимаемый сигнал высокой частоты преобразуется в сигнал промежуточной частоты, на которой обеспечивается требуемое усиление и избирательность. Функциональная схема супергетеродинного приемника (рис. 2.3) отличается от функциональной схемы

приемника прямого усиления наличием двух элементов — преобразователя частоты, состоящего из смесителя (См) и гетеродина (Г), и усилителя промежуточной частоты (УПЧ) [12-14].

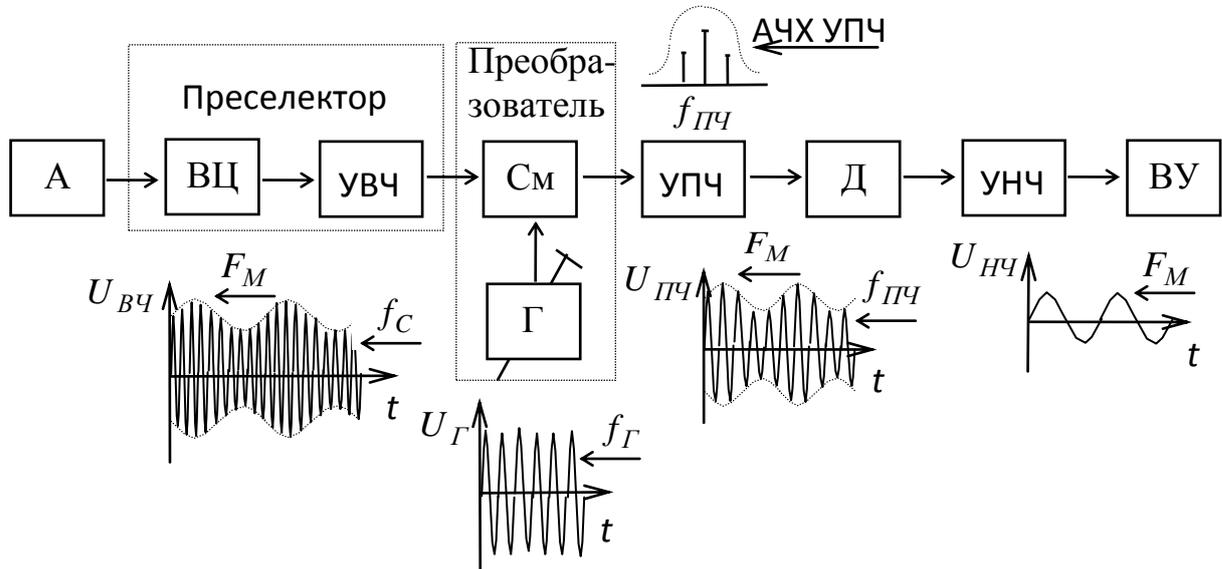


Рис. 2.3. Функциональная схема супергетеродинного приемника и осциллограммы сигналов

Полезный радиосигнал с антенны поступает на преселектор, где происходит предварительное усиление и избирательность. После преселектора полезный сигнал с частотой f_C подается на один из входов смесителя частоты. На другой вход смесителя частоты с гетеродина, малоомощного автогенератора, поступают непрерывные синусоидальные колебания с частотой f_Γ . При этом частота полезного сигнала f_C отличается от частоты гетеродина f_Γ на промежуточную частоту $f_{ПЧ0}$.

Таким образом, в результате взаимодействия двух напряжений, имеющих разные частоты f_C и f_Γ , в смесителе, как нелинейном элементе, образуется много комбинационных составляющих этих частот, в том числе и промежуточная частота равная разности частот гетеродина и сигнала. Условия преобразования амплитудно-модулированных сигналов с частотой модуляции F_M с несущих частот f_{C1} и f_{C2} в промежуточную частоту $f_{ПЧ0}$ запишутся следующим образом:

при частоте гетеродина больше частоты сигнала

$$f_G > f_C \text{ —}$$

для несущей частоты сигнала f_{C1}

$$f_{G1} - (f_{C1} \pm F_M) = f_{ПЧ0} \mp F_M ;$$

для несущей частоты сигнала f_{C2}

$$f_{G2} - (f_{C2} \pm F_M) = f_{ПЧ0} \mp F_M ;$$

при частоте сигнала больше частоты гетеродина

$$f_G < f_C \text{ —}$$

для несущей частоты сигнала f_{C1}

$$f_{G1} - (f_{C1} \pm F_M) = f_{ПЧ0} \pm F_M ;$$

для несущей частоты сигнала f_{C2}

$$f_{G2} - (f_{C2} \pm F_M) = f_{ПЧ0} \pm F_M .$$

Результаты преобразований амплитудно-модулированных сигналов с несущими частотами f_{C1} и f_{C2} в промежуточную частоту $f_{ПЧ0}$ представлены на рис. 2.4,а для $f_G > f_C$ и на рис. 2.4,б для $f_G < f_C$. При условии, что частота гетеродина больше частоты сигнала $f_G > f_C$ кроме переноса спектра модулирующих частот на промежуточную частоту происходит инверсия этого спектра.

Таким образом, для преобразования сигналов амплитудно-модулированных частот f_{C1} или f_{C2} в промежуточную частоту $f_{ПЧ0}$ необходима соответствующая частота гетеродина f_{G1} или f_{G2} , которую обеспечивает перестраиваемый гетеродин.

С выхода преобразователя напряжение промежуточной частоты подается на УПЧ. Резонансная амплитудно-частотная характеристика УПЧ (см. рис. 2.4), настроенная на промежуточную частоту, не перестраивается и обеспечивает высокую избирательность супергетеродинного приемника.

Спектр амплитудно-модулированного сигнала при выполнении условия $f_{ПЧ} = f_{ПЧ0}$ приведен на рис. 2.5,а. При увеличении частоты гетеродина на величину Δf_G условие преобразования на промежуточную частоту для амплитудно-модулированного сигнала запишется в следующем виде: $(f_G + \Delta f_G) - (f_C \pm F_M) = f_{ПЧ0} + \Delta f_G \mp F_M$. Смещение спектра амплитудно-модулированного сигнала относительно АЧХ УПЧ отражено на рис. 2.5,б.

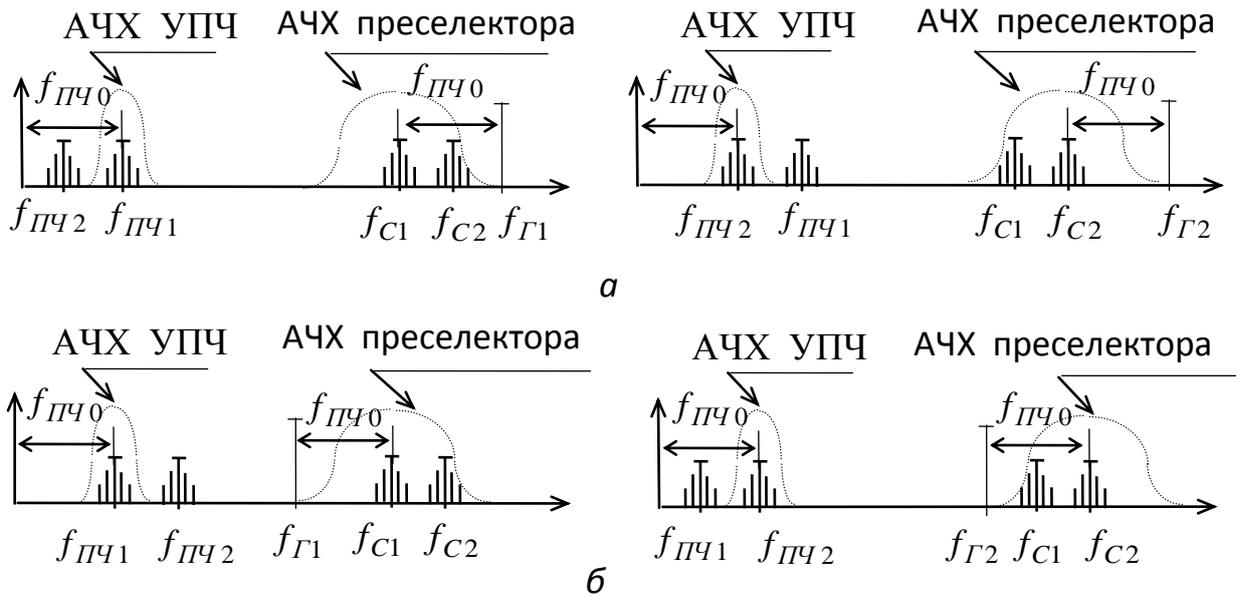


Рис. 2.4. Перенос спектра амплитудно-модулированных частот с несущими частотами f_{C1} и f_{C2} на промежуточную частоту $f_{ПЧ0}$:

а — для $f_G > f_C$; б — для $f_G < f_C$.

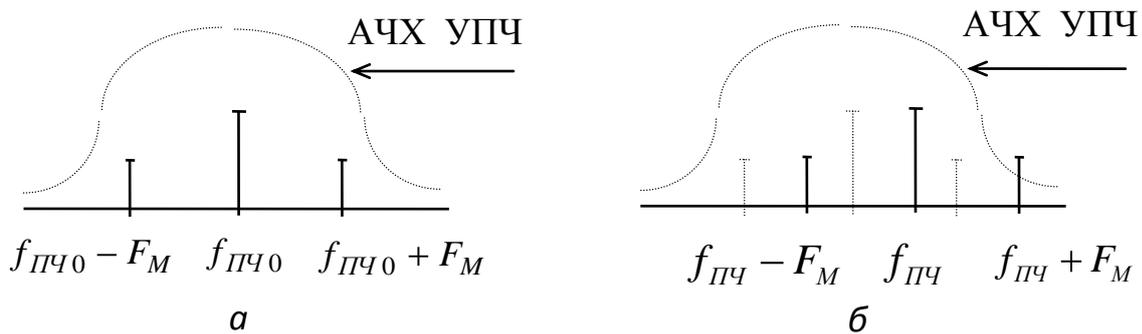


Рис. 2.5. Спектр амплитудно-модулированного сигнала при выполнении условий: а — $f_{ПЧ} = f_{ПЧ0}$, б — $f_{ПЧ} = f_{ПЧ0} + \Delta f_G$.

Таким образом, изменение частоты гетеродина приводит к смещению спектра амплитудно-модулированного сигнала относительно АЧХ УПЧ и к изменению закона модуляции. Для удержания промежуточной частоты в

заданных пределах и стабилизации частоты гетеродина необходимо вводить в супергетеродинный приемник систему частотной или фазовой автоматической подстройки частоты.

С выхода УПЧ полезный радиосигнал поступает на детектор, детектируется и далее низкочастотный сигнал усиливается в УНЧ и поступает на ВУ (см. рис. 2.3).

Для нормальной работы УНЧ и ВУ напряжение на выходе УПЧ, которое является входным напряжением для УНЧ, должно находиться в заданных пределах при больших изменениях напряжения на входе супергетеродинного приемника. Изменение входного сигнала может составлять от 40дБ до 120дБ в зависимости от назначения САР. Поэтому в супергетеродинном приемнике применяют систему автоматической регулировки усиления (АРУ). АРУ представляет собой систему, автоматически изменяющую усиление супергетеродинного приемника при изменении напряжения сигнала на его входе

2.3. Супергетеродинный приемника с ЧАПЧ и АРУ

Для предотвращения ухода радиосигнала промежуточной частоты за пределы полосы пропускания АЧХ УПЧ в супергетеродинных приемниках нашла широкое применение система ЧАПЧ. Она позволяет реализовать более узкую полосу пропускания УПЧ, что особенно важно при повышенных требованиях к чувствительности и помехоустойчивости САР. В функциональную схему супергетеродинного приемника с ЧАПЧ (рис.2.6) дополнительно введены частотный дискриминатор (ЧД), фильтр низких частот (ФНЧ) и управляющий элемент (У), который вместе с перестраиваемым гетеродином (Г) образуют подстраиваемый генератор (ПГ). ЧД предназначен для определения величины отклонения частоты от ее номинального значения. Управляющий элемент обеспечивает необходимое изменение частоты гетеродина.

Кроме системы ЧАПЧ функциональная схема супергетеродинного приемника содержит систему АРУ, в которую входят амплитудный детектор (АД), ФНЧ и регулируемые каскады УВЧ, См и УПЧ.

Система ЧАПЧ работает по принципу стабилизации промежуточной частоты супергетеродинного приемника. С выхода УПЧ напряжение промежуточной частоты подводится к ЧД. При отклонении промежуточной частоты от номинального значения на выходе ЧД вырабатывается напряжение, которое поступает на ФНЧ. С выхода ФНЧ управляющее напряжение воздействует на вход управляющего элемента, который изменяет частоту гетеродина таким образом, чтобы сохранить номинальное значение промежуточной частоты.

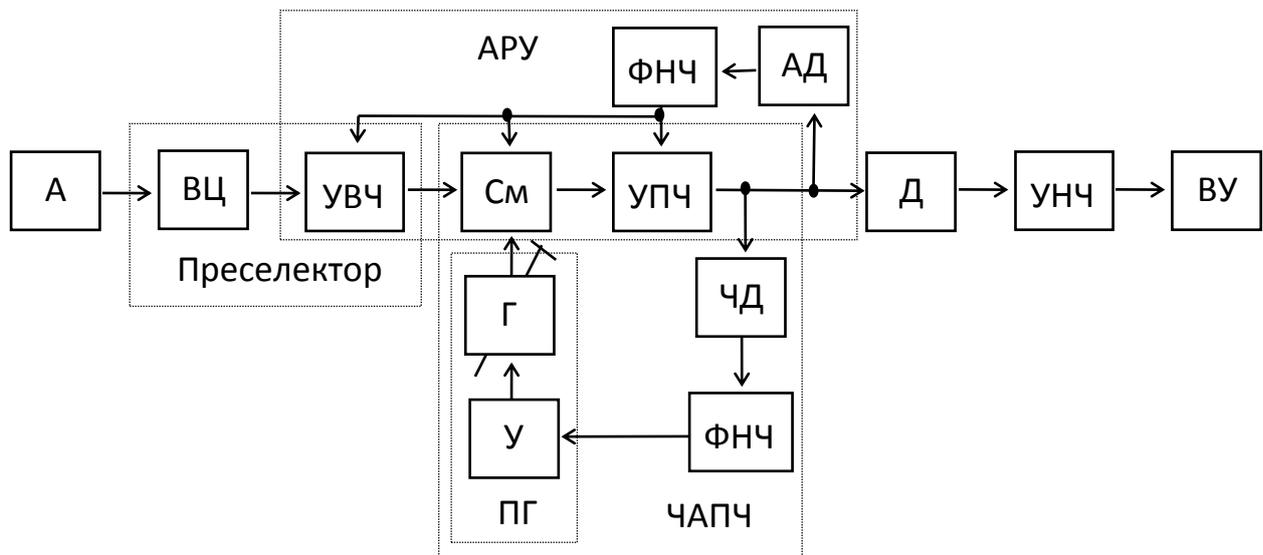


Рис. 2.6. Функциональная схема супергетеродинного приемника с ЧАПЧ и АРУ

Система АРУ работает по принципу стабилизации уровня напряжения радиосигнала на выходе УПЧ. При уровне напряжения промежуточной частоты на выходе УПЧ выше номинального значения на нагрузке АД появляется постоянное напряжение, которое через ФНЧ подается на регулируемые каскады.

Приведенные на рис. 2.6 системы ЧАПЧ и АРУ являются замкнутыми автоматическими системами, или системами управления с ОС.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ЧАСТОТНОЙ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ПОДСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ

3.1. Функциональная схема системы ЧАПЧ

Под действием различных дестабилизирующих факторов работоспособность САР может быть нарушена. Причиной является отклонение промежуточной частоты от номинального значения из-за нестабильности несущей частоты передатчика и частоты гетеродина приемника, появление эффекта Доплера при подвижном передатчике или приемнике. Для поддержания номинальной промежуточной частоты в супергетеродинном приемнике используется система ЧАПЧ [6-9].

Очевидно, что для автоматического поддержания номинальной промежуточной частоты супергетеродинного приемника необходимо ее измерять и вырабатывать при отклонении управляющее воздействие на гетеродин с целью установления исходной промежуточной частоты.

Функциональная схема системы ЧАПЧ, содержащая См, УПЧ, ЧД, ФНЧ, ПГ, (рис. 3.1), показывает, как преобразуется частота f в системе, при этом частота f является функцией времени — $f(t)$.

При изменении промежуточной частоты $f_{ПЧ}$, подаваемой на вход ЧД, однозначно изменяется выходное напряжение $U_{ЧД}$, которое поступает на вход ФНЧ. С выхода ФНЧ уже управляющее напряжение $U_{У}$ воздействует на управляющий элемент ПГ, который изменяет частоту гетеродина $f_{Г}$, в соответствии с величиной и знаком управляющего напряжения, устанавливая исходное значение промежуточной частоты.

Структурная схема системы ЧАПЧ моделируется на основе структурных схем функциональных звеньев: См, УПЧ, ЧД, ФНЧ и ПГ (см. рис. 3.1). Чтобы построить структурные схемы звеньев, для каждого из них необходимо найти

связь между входным воздействием и выходной величиной в виде математического описания.

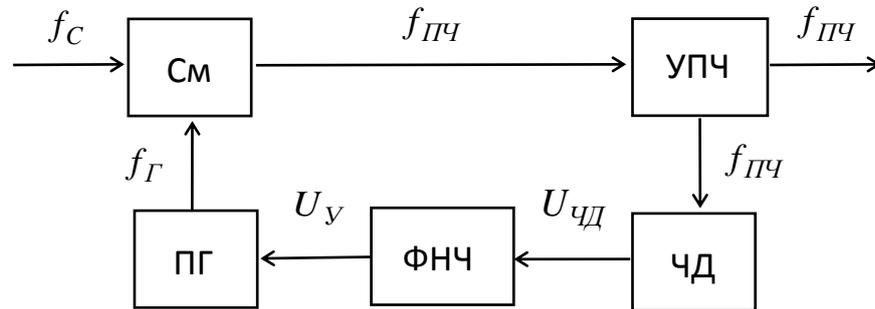


Рис. 3.1. Функциональная схема системы ЧАПЧ

3.2. Структурная схема смесителя частоты

Смесителем частоты называется устройство, осуществляющее линейный перенос спектра входного сигнала на промежуточную частоту. В качестве элементов См частоты используют диоды или транзисторы. Если к См частоты подвести сигнал с частотой f_C и напряжение от гетеродина с частотой $f_Г$, на выходе появляются сигналы с комбинационными частотами f_K вида $f_K = m f_Г \pm n f_C$, где m и n — целые действительные числа. Обычно промежуточная частота $f_{ПЧ} = f_Г - f_C$ (простое преобразование). На эту частоту настраиваются фильтры, включаемые на выходе См частоты.

Математическое описание функциональной зависимости между входными и выходной величинами $f_{ПЧ} = F(f_Г, f_C)$ звена См частоты, (рис. 3.2,а), запишется в следующем виде

$$f_{ПЧ} = f_Г - f_C.$$

Структурная схема См частоты для математического описания $f_{ПЧ} = f_Г - f_C$ состоит из сумматора, на один вход которого подается частота гетеродина $f_Г$, на другой — частота сигнала f_C , а на выходе получается промежуточную частоту $f_{ПЧ}$ (рис. 3.2,б).

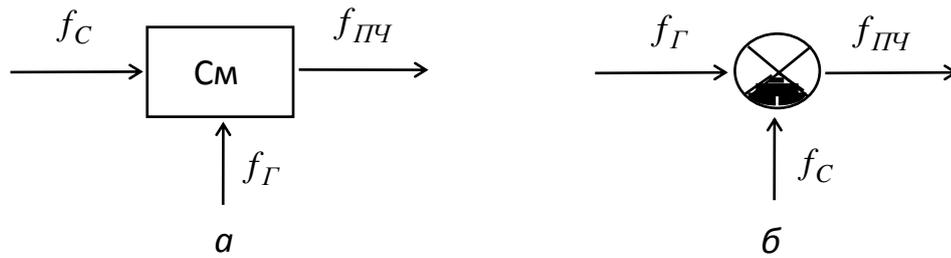


Рис. 3.2. Схемы См частоты:
a — функциональная; *б* — структурная.

При этом на функциональной схеме частота f соответствует временному представлению $f(t)$, а на структурной схеме — операторному $f(p)$.

Рассмотрим принципиальные балансные схемы диодного и транзисторного См частоты (рис. 3.3) [13-14].

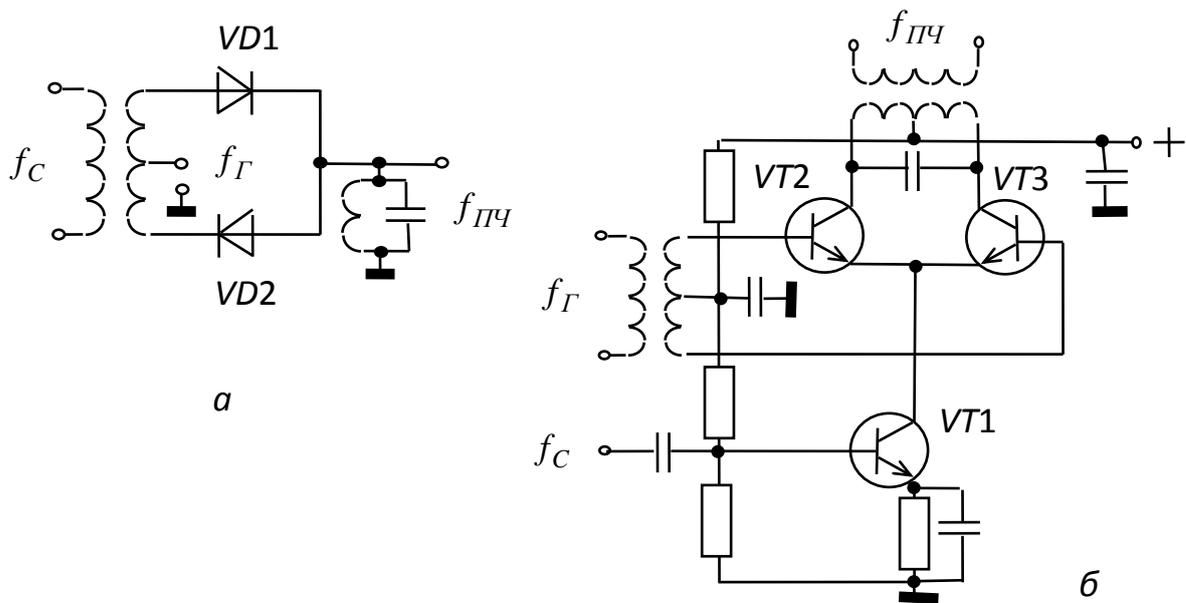


Рис. 3.3. Принципиальные схемы балансных смесителей:
a — диодного, *б* — транзисторного

В диодном балансном См частоты (рис. 3.3,*a*) на одни выводы диодов, включенных противоположно и работающих в ключевом режиме, напряжение с частотой сигнала подается через трансформатор противофазно, а с частотой гетеродина — синфазно. С других объединенных выводов диодов,

нагруженных на параллельный контур, снимается напряжение промежуточной частотой.

В транзисторном балансном См частоты на основе дифференциального каскада (рис. 3.3,б) напряжение с частотой сигнала подается на базу транзистора $VT1$, а с частотой гетеродина — через трансформатор противофазно на базы транзисторов $VT2$ и $VT3$, работающих в ключевом режиме. Напряжение промежуточной частоты снимается с параллельного контура, подключенного к коллекторам транзисторов $VT2$ и $VT3$.

3.3. Структурная схема усилителя промежуточной частоты

Усилитель промежуточной частоты выполняет функции усиления и частотной фильтрации, обеспечивая селекцию по соседнему каналу. Построение УПЧ основано на одном из двух принципов, предусматривающих [13-14]:

- распределение усиления и селективности в каскадах УПЧ;
- разделение между каскадами функций селективности и усиления.

Согласно первому принципу УПЧ состоят из резонансных каскадов, фильтрующие цепи которых определяют одновременно требуемую селективность и усиление.

По второму принципу, необходимая селективность создается фильтром сосредоточенной селекции (ФСС), а требуемое усиление — апериодическими каскадами УПЧ, выполненными на транзисторах или операционных усилителях (ОУ).

Математическое описание функциональной зависимости между входной и выходной величинами $f_{ПЧ} = F(f_{ПЧ})$ звена УПЧ (рис. 3.4,а) запишется в следующем виде

$$f_{ПЧ} = 1 \cdot f_{ПЧ} \quad .$$

Структурная схема УПЧ для математического описания $f_{ПЧ} = 1 \cdot f_{ПЧ}$ состоит из звена направленного действия, коэффициент передачи которого равен 1 (рис. 3.4,б).

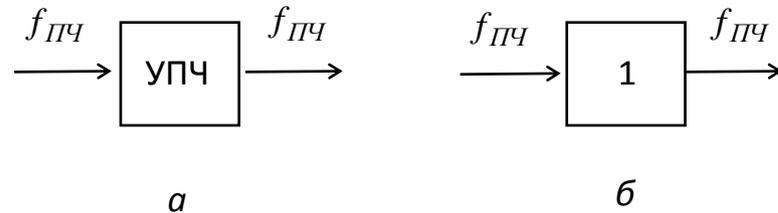


Рис. 3.4. Схемы УПЧ: *а* — функциональная; *б* — структурная

Принципиальная схема резонансного УПЧ с параллельными контурами может быть выполнена на двух полевых транзисторах, включенных по схеме с общим истоком (рис. 3.5,а).

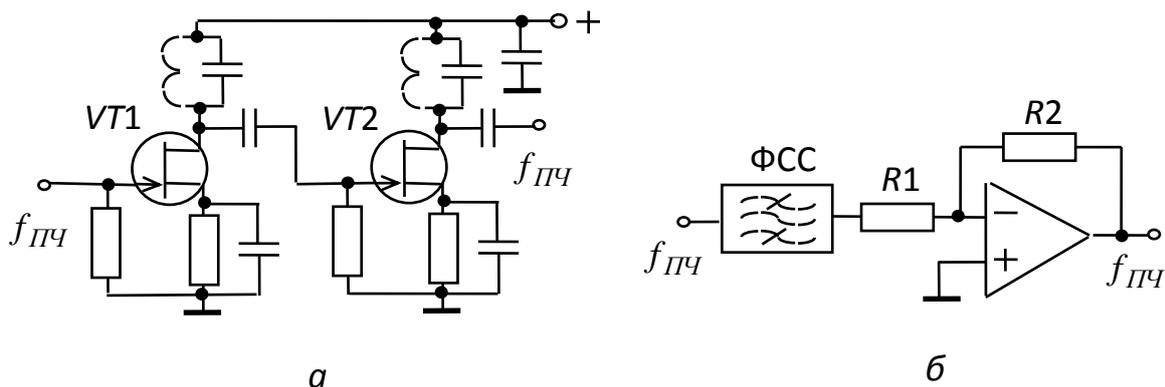


Рис. 3.5. Принципиальные схемы УПЧ:
а — на основе резонансных каскадов; *б* — на основе ФСС и апериодического каскада, выполненного на ОУ

В схеме УПЧ с разделением функций усиления и селективности (рис. 3.5,б) апериодический каскад выполнен на ОУ, а ФСС в зависимости от промежуточной частоты может быть пьезоэлектрическим фильтром (ПЭФ), пьезокерамическим фильтром (ПКФ), электромеханическим фильтром (ЭМФ) или фильтром на поверхностных акустических волнах (ПАВ).

3.4. Структурная схема частотного дискриминатора

Частотный дискриминатор — это устройство, выходное напряжение которого однозначно зависит от частоты колебаний, подаваемых на его вход. В системе ЧАПЧ ЧД вырабатывает выходное напряжение при отклонении промежуточной частоты от ее номинального значения.

Математическое описание функциональной зависимости между входными и выходной величинами $U_{\text{ЧД}} = F(f_{\text{ПЧ}} - f_{\text{ПЧ0}}) = F(\Delta f_{\text{ПЧ}})$ для звена ЧД (рис. 3.6,а) найдем на основе линеаризации реальной дискриминационной характеристики ЧД (сплошная линия на рис. 3.6,а)). Из рис. 3.6,б видно, что при малых отклонениях промежуточной частоты от ее номинального значения дискриминационную характеристику можно считать линейной и представить математическую взаимосвязь в виде

$$U_{\text{ЧД}} = K_{\text{ЧД}} (f_{\text{ПЧ}} - f_{\text{ПЧ0}}) = K_{\text{ЧД}} \cdot \Delta f ,$$

где $K_{\text{ЧД}}$ — коэффициент передачи ЧД, определяемый крутизной дискриминационной характеристики.

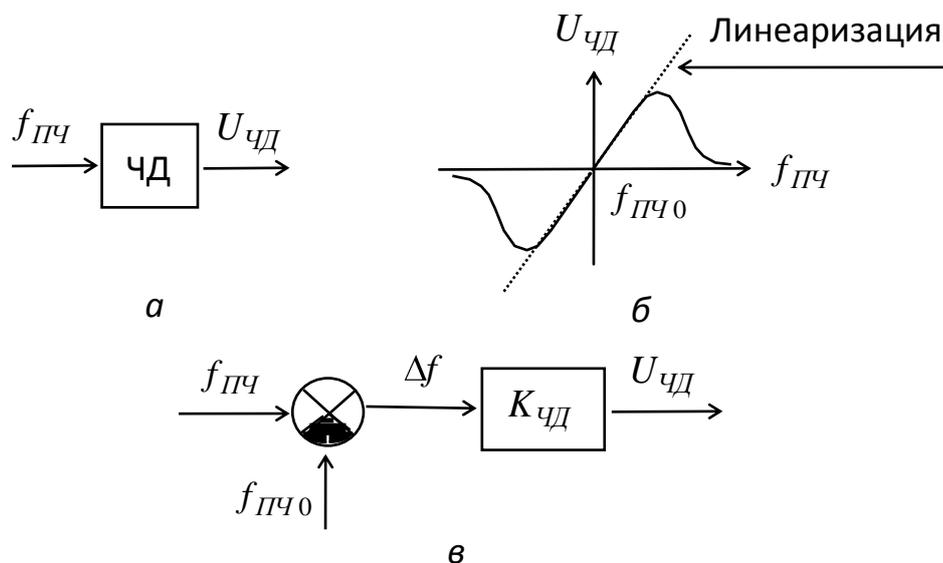


Рис. 3.6. Частотный дискриминатор
 а — функциональная схема; б — дискриминационная характеристика; в — структурная схема

Структурная схема ЧД для математического описания $U_{\text{ЧД}} = K_{\text{ЧД}} \cdot \Delta f$ состоит из сумматора и звена направленного действия с коэффициентом передачи $K_{\text{ЧД}}$ (рис. 3.6,в).

Различают два типа ЧД. Первый тип ЧД производит преобразование частотного смещения в изменение амплитуды, после чего уже амплитудно-модулированный сигнал детектируется амплитудным детектором. Второй тип преобразует частотную модуляцию в фазовую, после чего сигнал детектируется с помощью фазового детектора [13-14].

В качестве частотно-амплитудных преобразователей используются два частотных фильтра, расстроенных симметрично относительно номинальной частоты входного сигнала (RC — фильтры на частотах ниже 0.5 МГц; LC — фильтры, ПЭФ, ПКФ, фильтры на ПАВ, микрополосковые фильтры на более высоких частотах).

Для пояснения работы ЧД с расстроенными контурами к рис. 3.7,б. Здесь показана зависимость напряжений на первом (U_1) и втором (U_2) контурах от частоты приходящего сигнала.

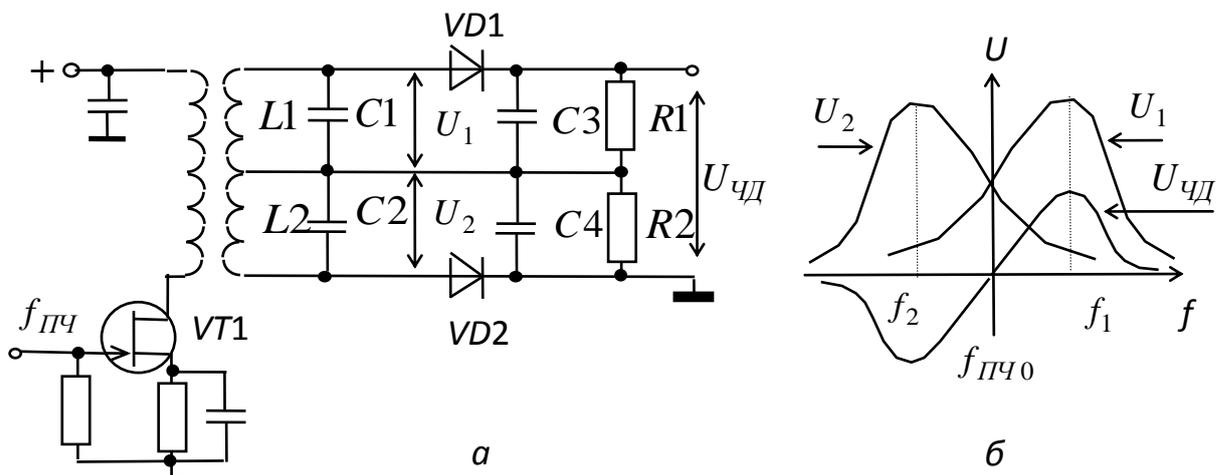


Рис. 3.7. Частотный дискриминатор с расстроенными контурами: *а* — принципиальная схема; *б* — частотные и дискриминационные характеристики

Поскольку нагрузки $R1$ и $R2$ амплитудных детекторов, собранных на диодах $VD1$ и $VD2$ (см. рис. 3.7,а), включены встречно, то зависимость выходного напряжения ЧД от частоты приходящего сигнала будет изображаться кривой $U_{\text{ЧД}}$, которая является дискриминационной характеристикой ЧД (см. рис. 3.7,б). При нулевой расстройке частоты $f_{\text{ПЧ}} = f_{\text{ПЧ}0}$ выходное напряжение ЧД равно нулю, а при отклонении частоты выходное напряжение положительное или отрицательное. Для нормальной работы ЧД на расстроенных контурах необходимо предварительное ограничение входного сигнала.

Частотно-фазовый дискриминатор (ЧФД) на связанных контурах (рис. 3.8) содержит УПЧ на полевом транзисторе $VT1$, работающем в режиме амплитудного ограничителя, фазосдвигающий трансформатор с двумя связанными настроенными на промежуточную частоту $f_{\text{ПЧ}0}$ контурами $L1, C1$ и $L2, C2$, и два амплитудных детектора на встречно включенных диодах $VD1$ и $VD2$.

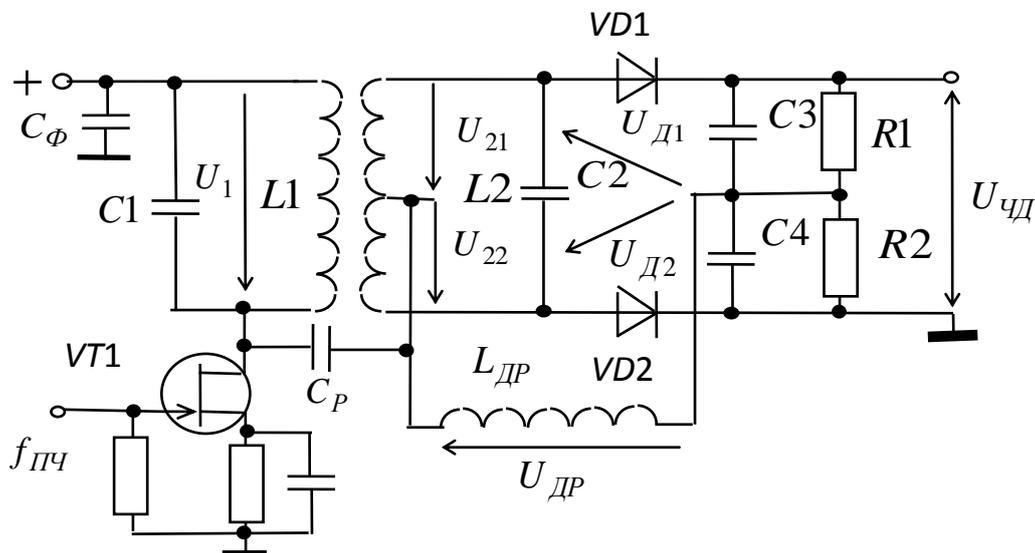


Рис. 3.8. Принципиальная схема частотно-фазового дискриминатора

Входные напряжения амплитудных детекторов $U_{\text{Д}1}$ и $U_{\text{Д}2}$ определяются геометрической суммой модулей напряжений $U_{\text{ДР}}$ на дросселе $L_{\text{ДР}}$ и

напряжений U_{21} и U_{22} на частях вторичного контура $L2, C2$, причем $U_{22} = -U_{21}$. Дроссель $L_{ДР}$ по промежуточной частоте через разделительный конденсатор C_p с одного конца и через конденсаторы $C2$ и C_ϕ с другого конца включен параллельно первичному контуру $L1, C1$. Поэтому напряжение на дросселе $L_{ДР}$ равно напряжению на первичном контуре $U_{ДР} = U_1$. Тогда для входных напряжений амплитудных детекторов $U_{Д1}$ и $U_{Д2}$ запишем: $U_{Д1} = U_1 - U_{21}$ и $U_{Д2} = U_1 + U_{22}$, а для выходного напряжения ЧФД: $U_{ЧД} = U_{Д1} - U_{Д2}$.

Покажем зависимость фазы $\varphi_2(\omega)$ напряжения U_2 на втором контуре $L2, C2$ фазосдвигающей цепи от частоты и рассмотрим векторные диаграммы ЧФД (рис.3.9).

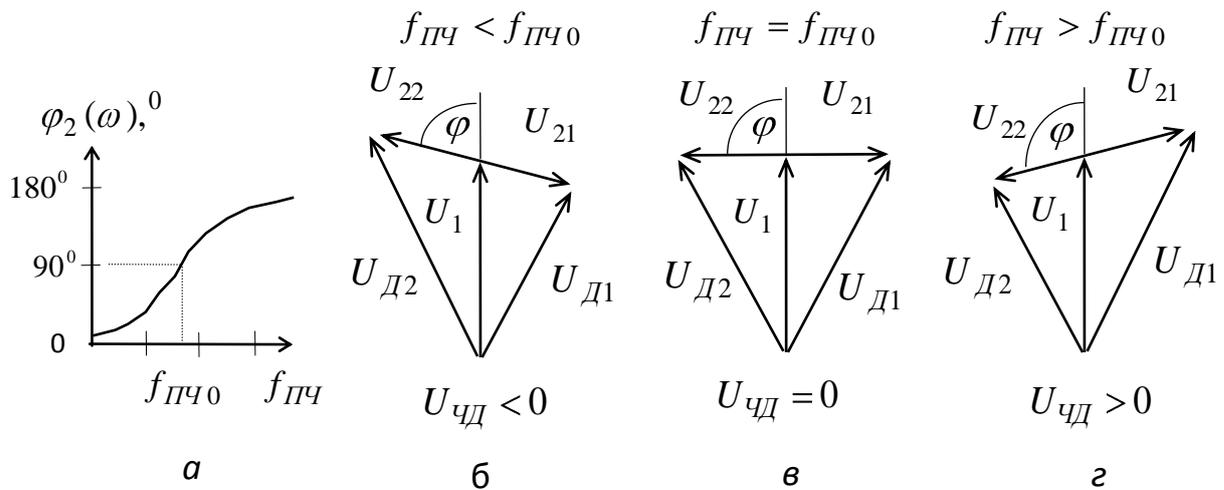


Рис. 3.9. Фазовая характеристика фазосдвигающей цепи (а) и векторные диаграммы ЧФД (б, в, г)

Из векторных диаграмм, следует, что длина векторов $U_{Д1}$ и $U_{Д2}$ изменяется при изменении частоты. При резонансе $f_{ПЧ} = f_{ПЧ0}$ оба напряжения $U_{Д1}$ и $U_{Д2}$ оказываются равными (рис.3.9,в) и разностное напряжение на выходе ЧФД равно нулю: $U_{ЧД} = U_{Д1} - U_{Д2} = 0$. При частоте $f_{ПЧ} < f_{ПЧ0}$ преобладает напряжение на $U_{Д2}$ (рис.3.9,б) и напряжение на

выходе ЧФД отрицательное: $U_{\text{ЧД}} < 0$. При частоте $f_{\text{ПЧ}} < f_{\text{ПЧ}0}$ преобладает напряжение на $U_{\text{Д1}}$ (рис.3.9,з) и напряжение на выходе ЧФД положительное: $U_{\text{ЧД}} > 0$.

Таким образом, амплитуда и знак выходного напряжения ЧФД $U_{\text{ЧД}}$ будет определяться величиной и знаком отклонения промежуточной частоты $f_{\text{ПЧ}}$ от резонансной частоты контуров $f_{\text{ПЧ}0}$.

3.5. Структурная схема фильтра низких частот

С выхода ЧД как нелинейного звена на вход ФНЧ поступает постоянное напряжение и спектр частот. ФНЧ предназначен для выделения из поступающего на его вход напряжения $U_{\text{ЧД}}$ постоянного управляющего напряжения $U_{\text{У}}$ и подавления спектра комбинационных частот и гармоник.

Математическое описание функциональной зависимости между входной и выходной величинами $U_{\text{У}} = F(U_{\text{ЧД}})$ звена ФНЧ, (рис. 3.10,а) запишется в следующем виде:

$$U_{\text{У}}(p) = W_{\phi}(p) \cdot U_{\text{ЧД}}(p) .$$

Структурная схема ФНЧ для математического описания $U_{\text{У}}(p) = W_{\phi}(p) \cdot U_{\text{ЧД}}(p)$ состоит из звена направленного действия, коэффициент передачи которого равен $W_{\phi}(p)$ (рис.. 3.10,б).

Фильтры низких частот реализуются на основе RC — звена и на основе операционного усилителя (рис.3.11).

Операторный коэффициент передачи для схемы ФНЧ на основе RC -звена запишется в следующем виде

$$W_{\phi}(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{1/pC}{R + 1/pC} = \frac{1}{1 + pT} ,$$

где $T = RC$ – постоянная времени.

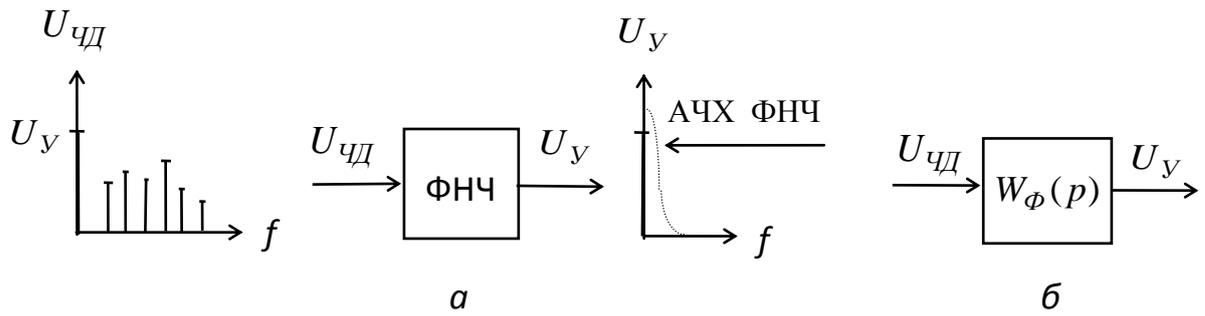


Рис. 3.10. Схемы ФНЧ:

a — функциональная, *б* — структурная

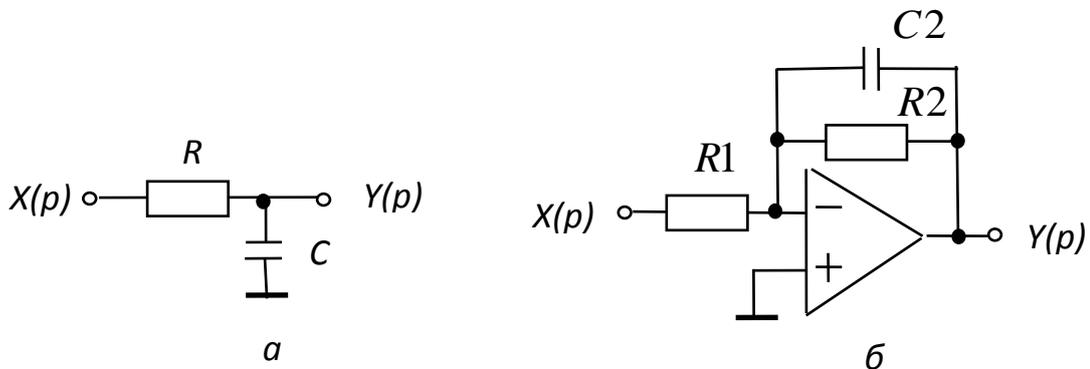


Рис. 3.11. Принципиальные схемы ФНЧ:

a — на основе RC —звена, *б* — на основе ОУ

Недостатком схемы ФНЧ на основе RC —звена является то, что коэффициент передачи не может быть больше 1 и необходимо введение буферных каскадов при последовательном соединении. Последнее обусловлено тем, что данная реализация ФНЧ не является однонаправленной.

Операторный коэффициент передачи для схемы ФНЧ на основе ОУ запишется в следующем виде

$$W_{\Phi}(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = -\frac{Z_2(p)}{Z_1(p)} = \frac{K}{1 + pT},$$

где $K = -R2/R1$, $T = R2C2$.

Таким образом, коэффициент передачи ФНЧ на основе ОУ определяется отношением $R2$ к $R1$, а верхняя граничная частота $\omega = 1/T$.

3.6. Структурная схема подстраиваемого генератора

Подстраиваемый генератор содержит гетеродин и управляющий элемент, который под действием управляющего напряжения изменяет частоту гетеродина так, чтобы удерживать номинальную промежуточную частоту в заданных пределах.

Математическое описание функциональной зависимости между входной и выходной величинами $f_G = F(U_Y)$ для звена ПГ (рис. 3.12,а) найдем на основе линеаризации реальной (сплошная линия на рис 3.12,б) регулировочной характеристики ПГ при верхней настройке. Из рис. 3.12,б видно, что при малых отклонениях частоты гетеродина от ее номинального значения регулировочную характеристику ПГ можно считать линейной и представить математическая взаимосвязь в следующем виде:

$$f_G = -K_Y U_Y + f_{G0} = \Delta f_G + f_{G0},$$

где f_{G0} — частота настройки гетеродина; K_Y — коэффициент передачи ПГ, определяемый крутизной регулировочной характеристики.

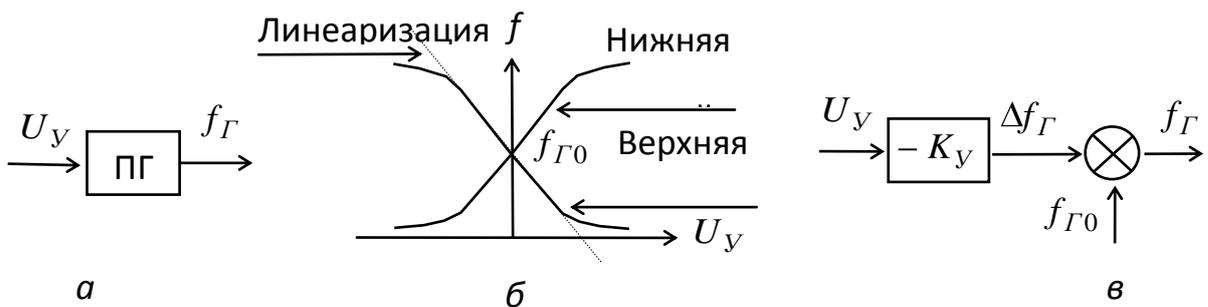


Рис. 3.12. Подстраиваемый генератор:
 а — функциональная схема; б — регулировочная характеристика (верхняя настройка: $f_G > f_C$ и $K_Y K_{чд} < 0$; нижняя настройка: $f_G < f_C$ и $K_Y K_{чд} > 0$),
 в — структурная схема

Структурная схема ПГ для математического описания $f_G = -K_Y U_Y + f_{G0} = \Delta f_G + f_{G0}$ содержит звено направленного действия с коэффициентом передачи $-K_Y$ и сумматор (рис. 3.12,в).

Управление частотой гетеродина осуществляется с помощью управляемых реактивных элементов (варикапы, транзисторы и т. д.) или изменением напряжения на управляющих выводах активного элемента. Рассмотрим, например, схему параллельного LC -контра ПГ (рис. 3.13), резонансная частота которого подстраивается с помощью включенного параллельно варикапа VD — полупроводникового диода, емкость которого зависит от обратного напряжения. Управляющее напряжение U_Y и напряжение смещения E_{CM} через высокоомные резисторы $R1$ и $R2$ подаются, соответственно, на катод и анод варикапа. Разделительная емкость $C1$ исключает замыкание постоянного напряжения E_{CM} через индуктивность L на землю, блокировочная емкость $C2$ замыкает анод варикапа на землю. На рис. 3.13,б приведена зависимость емкости варикапа C_B , обратно смещенного $p-n$ перехода, от управляющего напряжения. Напряжение смещения E_{CM} обеспечивает рабочую точку на характеристике, что позволяет, как увеличивать, так и уменьшать емкость C_{B0} варикапа с помощью управляющего напряжения U_Y и соответственно уменьшать или увеличивать резонансную частоту параллельного LC -контра.

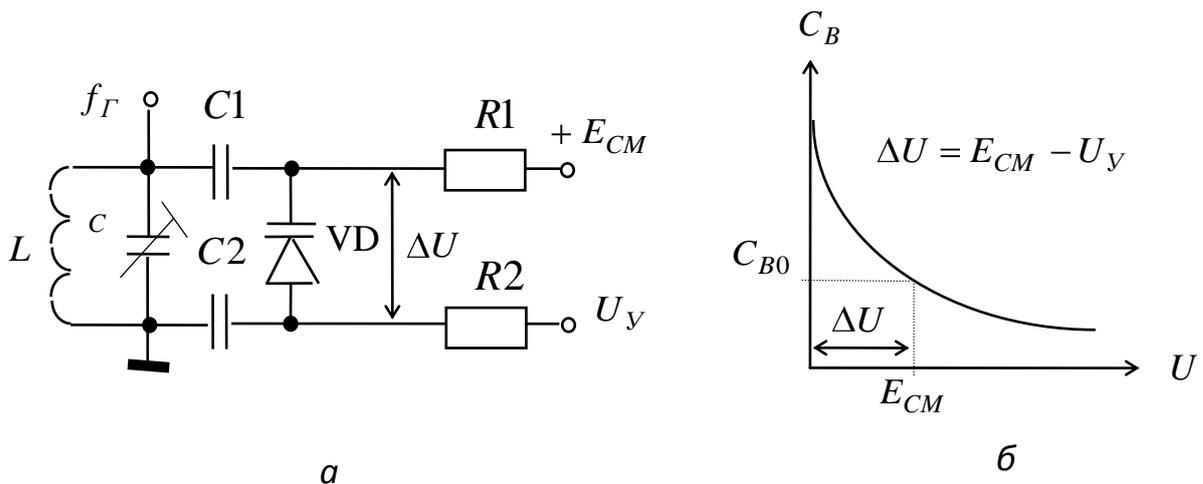


Рис. 3.13. Схема подстраиваемого LC -контра ПГ (а),
вольт-фарадная характеристик варикапа (б)

При нижней настройке ПГ увеличение частоты гетеродина приводит к увеличению напряжения ЧД $U_{\text{ЧД}}$ (см. рис. 3.6,б) и управляющего напряжения $U_{\text{У}}$ (см. рис. 3.12,б), при этом приложенное к варикапу напряжение ΔU уменьшается, и емкость варикапа $C_{\text{В}}$ увеличивается (см. рис. 3.13,б), частота ПГ уменьшается:

$$\uparrow f_{\Gamma} \rightarrow \uparrow U_{\text{ЧД}} \rightarrow \uparrow U_{\text{У}} \rightarrow \downarrow \Delta U \rightarrow \uparrow C_{\text{В}} \rightarrow \downarrow f_{\Gamma}.$$

и наоборот:

$$\downarrow f_{\Gamma} \rightarrow \downarrow U_{\text{ЧД}} \rightarrow \downarrow U_{\text{У}} \rightarrow \uparrow \Delta U \rightarrow \downarrow C_{\text{В}} \rightarrow \uparrow f_{\Gamma}.$$

На основе структурных схем функциональных звеньев смоделируем структурную схему системы ЧАПЧ.

3.7. Структурная схема системы ЧАПЧ в терминах частот

Определив структурные схемы функциональных звеньев См, УПЧ, ЧД, ФНЧ и ПГ, построим структурную схему системы ЧАПЧ в терминах частот (рис. 3.14) [6-7].

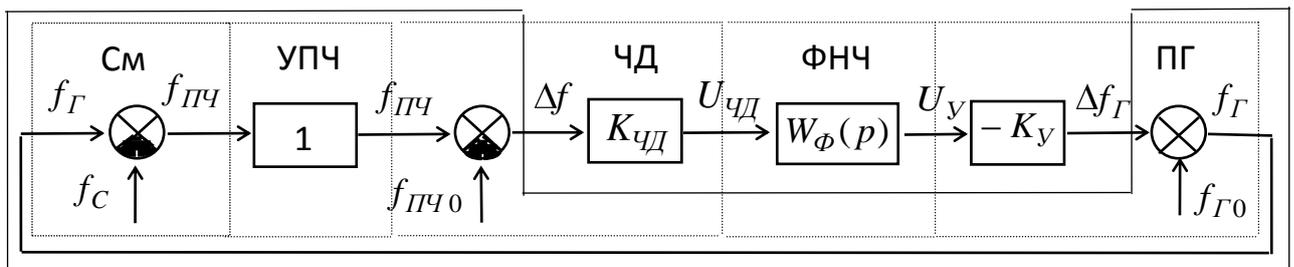


Рис. 3.14. Структурная схема системы ЧАПЧ в терминах частот

Полученная структурная схема системы ЧАПЧ в терминах частот не удобна для анализа: во-первых, из-за наличия опорных частот $f_{\text{ПЧ}0}$ и $f_{\text{Г}0}$; во-вторых, при анализе системы ЧАПЧ важно не абсолютное значение ее рабочей частоты (1 МГц или 1 ГГц), а относительное отклонение частоты (0.1% или 1%). Поэтому упростим структурную схему ЧАПЧ в терминах

частот, обведенную на рис. 3.14 сплошной тонкой линией, и определим структурную схему системы ЧАПЧ с учетом отклонения частоты, или структурную схему системы ЧАПЧ в терминах расстроек.

3.8. Структурная схема системы ЧАПЧ в терминах расстроек

Для моделирования системы ЧАПЧ в терминах расстроек введем следующие обозначения:

1) текущее значение частоты гетеродина

$$f_G = f_{G0} + \Delta f_G,$$

где f_{G0} – начальное значение частоты гетеродина; Δf_G – изменение частоты гетеродина;

2) текущее значение частоты сигнала

$$f_C = f_{C0} + \Delta f_C,$$

где f_{C0} – такое значение частоты сигнала, которое совместно с частотой гетеродина f_{G0} дает промежуточную частоту $f_{ПЧ0} = f_{G0} - f_{C0}$; Δf_C – изменение частоты сигнала;

3) текущее значение промежуточной частоты

$$f_{ПЧ} = f_{ПЧ0} + \Delta f,$$

где Δf – изменение промежуточной частоты.

Для изменения промежуточной частоты Δf с учетом изменений частот гетеродина и сигнала запишем

$$\begin{aligned} \Delta f &= f_{ПЧ} - f_{ПЧ0} = (f_G - f_C) - f_{ПЧ0} = \\ &= (f_{G0} + \Delta f_G) - (f_{C0} + \Delta f_C) - (f_{G0} - f_{C0}) = \Delta f_G - \Delta f_C. \end{aligned}$$

Теперь представим структурную схему системы ЧАПЧ в терминах расстроек с учетом того, что знак минус перед коэффициентом передачи управителя K_Y перенесен в сумматор и тогда изменение промежуточной

частоты Δf равно разности изменений частот сигнала и гетеродина $\Delta f = \Delta f_C - \Delta f_G$ (рис. 3.15).

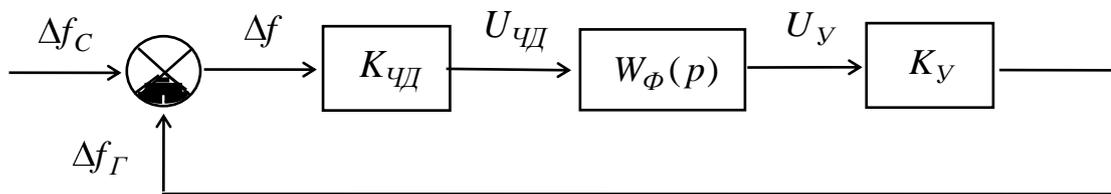


Рис. 3.15. Структурная схема системы ЧАПЧ в терминах расстроек

Задающим воздействием является изменение частоты сигнала Δf_C , регулируемой величиной — изменение частоты гетеродина Δf_G . Задача САР заключается в обеспечении равенства $\Delta f_G = \Delta f_C$.

На основе структурной схемы системы ЧАПЧ в терминах расстроек ошибка регулирования Δf запишется в виде

$$\Delta f = \Delta f_C - \Delta f_G = \Delta f_C - \Delta f K_{\text{ЧД}} W_{\phi}(p) K_{\text{У}}.$$

Отсюда получим

$$\Delta f = \frac{\Delta f_C}{1 + K_{\text{ЧД}} W_{\phi}(p) K_{\text{У}}} = \frac{\Delta f_C}{1 + K_0} = \frac{\Delta f_C}{K_{\text{АПЧ}}},$$

где $K_0 = K_{\text{ЧД}} W_{\phi}(p) K_{\text{У}}$; $K_{\text{АПЧ}} = 1 + K_0$ — коэффициент автоподстройки частоты, который характеризует эффективность (точность) работы системы ЧАПЧ.

Ошибка регулирования тем меньше, чем больше коэффициент автоподстройки частоты $K_{\text{АПЧ}}$.

Регулировочная характеристика системы ЧАПЧ (рис. 3.16,а), в режиме слежения представляет прямую линию, проходящую через начало координат под углом $\arctg(1/K_{\text{АПЧ}})$ к оси абсцисс [6-7].

При больших начальных расстройках начинают проявляться нелинейности элементов системы ЧАПЧ. Проведем графический анализ работы системы ЧАПЧ при больших расстройках.

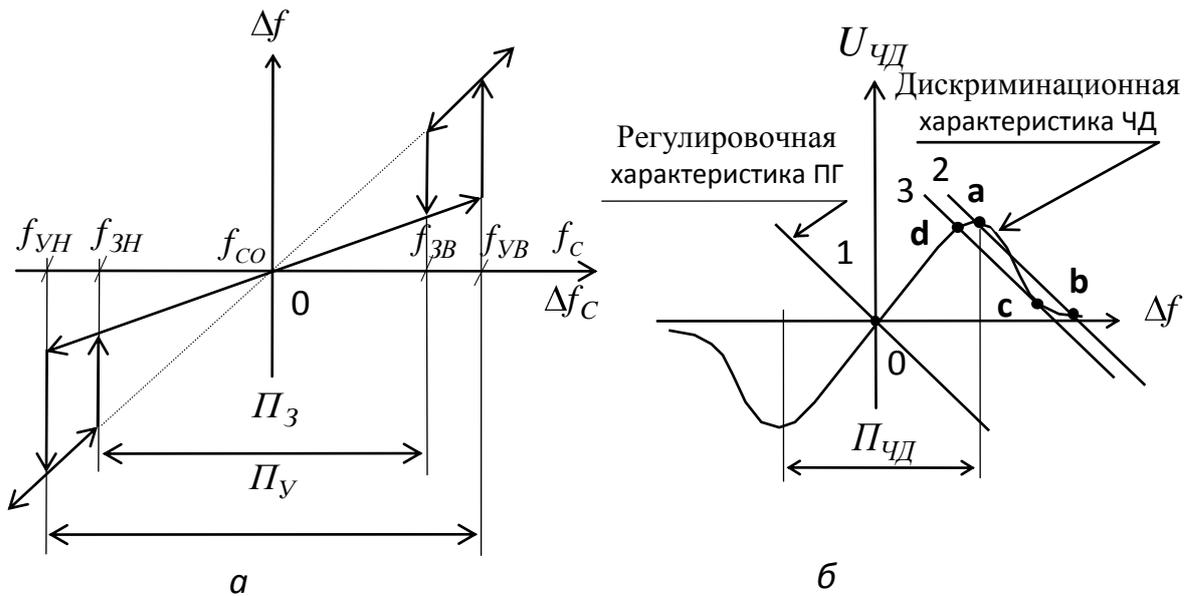


Рис. 3.16. Регулировочная характеристика системы ЧАПЧ (а),
объединенные дискриминационная характеристика ЧД
и регулировочная характеристика ПГ (б)

Объединим в одной системе координат Δf , $U_{\text{ЧД}}$ дискриминационную характеристику ЧД (см. рис. 3.6,б) и регулировочную характеристику ПГ (см. рис. 3.12,б). Для этого из уравнения регулировочной характеристики ПГ и уравнения для ошибки регулирования отклонения частоты гетеродина запишем соответственно два равенства:

$$\Delta f_{\Gamma} = -K_{\nu} U_{\nu}, \quad \Delta f_{\Gamma} = \Delta f K_{\text{ЧД}} W_{\phi}(0) K_{\nu}.$$

Приравняв правые части уравнений и учитывая, что $U_{\nu} = U_{\text{ЧД}} W_{\phi}(0)$, получим регулировочную характеристику ПГ в системе координат Δf , $U_{\text{ЧД}}$ в следующем виде:

$$U_{\text{ЧД}} = -\Delta f K_{\text{ЧД}}.$$

Построим в одной системе координат Δf , $U_{\text{ЧД}}$ дискриминационную характеристику ЧД и регулировочную характеристику ПГ (рис. 3.16,б). Точка пересечения характеристик является точкой устойчивого равновесия системы ЧАПЧ, в которую система приходит после завершения переходного процесса.

При точной настройке на частоту сигнала $\Delta f_c = 0$ (см. рис. 3.16,*а*) регулировочная характеристика ПГ находится в положении 1 (см. рис. 3.16,*б*). Это означает, что промежуточная частота равна номинальному значению и ошибка системы, а соответственно и управляющее напряжение и напряжение ЧД равны нулю. При увеличении промежуточной частоты относительно номинального значения регулировочная характеристика ПГ перемещается вдоль оси расстроек. При этом на выходе ЧД появляется положительное напряжение, которое снижает частоту колебаний, генерируемых гетеродином. Система приходит в новое устойчивое состояние, и ошибка системы определяется новой точкой пересечения характеристик. При увеличении f_c от f_{co} до верхней частоты удержания f_{yB} ($\Delta f_c = f_c - f_{co}$) система находится в режиме слежения (см. рис. 3.16,*а*). На рис. 3.16,*б* точки пересечения перемещаются по дискриминационной характеристике ЧД в области 0-а и являются точками устойчивого равновесия. При дальнейшем увеличении $f_c > f_{yB}$ система выходит из режима слежения, и ошибка системы определяется равенством $\Delta f = \Delta f_c$ (см. рис. 3.16,*а*). При этом точка пересечения **a** скачком переходит в точку **b** или более далекую точку (см. рис. 3.16,*б*) и точки пересечения в области **abc** являются точками неустойчивого равновесия. Если теперь уменьшить расстройку, то система войдет в режим слежения только при верхней частоте захвата $f_{зB}$ (см. рис. 3.16,*а*), а точка пересечения **c** скачком переходит в точку **d** (см. рис. 3.16,*б*). Аналогично работает система при уменьшении промежуточной частоты относительно номинального значения: выход из режима слежения определяется нижней частотой удержания f_{yH} , вход в режим слежения — нижней частотой захвата $f_{зH}$, при этом полоса удержания $\Pi_y = f_{yB} - f_{yH}$, полоса захвата $\Pi_з = f_{зB} - f_{зH}$ и $\Pi_y > \Pi_з$ (см. рис. 3.16,*а*).

Полосой удержания Π_y называют область отклонений частот сигнала, соответствующую режиму слежения, если система вначале находилась в этой области.

Полосой захвата Π_z называют область отклонений частот сигнала, соответствующую режиму слежения, если система вначале находилась вне этой области. Всегда выполняется соотношение $\Pi_y > \Pi_z$ (см. рис. 3.16,а).

Полоса удержания и ошибка регулирования связаны следующим равенством $\Pi_y = K_{АПЧ} \Delta f = K_{АПЧ} \Pi_{чд}$, где $\Pi_{чд}$ — рабочая полоса ЧД.

Таким образом, система ЧАПЧ работает по отклонению и слежение за частотой сигнала происходит всегда с некоторой ошибкой, определяемой коэффициентом автоподстройки частоты $K_{АПЧ} = 1 + K_0$, при этом частота сигнала удерживается в заданных пределах.

4. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ФАЗОВОЙ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ПОДСТРОКИ ЧАСТОТЫ

4.1. Функциональная схема системы ФАПЧ

Система ФАПЧ применяется в САР, в которых ошибка отклонения по частоте должна быть равна нулю, для получения высокостабильных колебаний. К таким САР относятся системы, использующие телевидение, демодуляцию фазомодулированных сигналов, когерентный и корреляционный прием сигналов, синхронизацию коммутаторов каналов систем [6-7, 15].

Принцип работы системы ФАПЧ основан на том, что постоянство разности фаз $\Delta\varphi$ двух синусоидальных сигналов приводит к равенству частот этих сигналов $f_1 = f_2$ (рис.4.1).

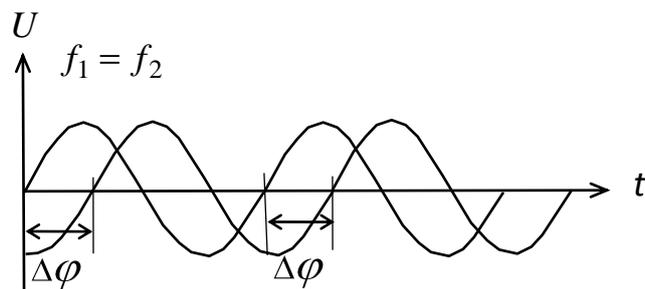


Рис. 4.1. Эпюры сигналов,
поясняющие принцип работы системы ФАПЧ

Функциональная схема системы ФАПЧ (рис. 4.2), содержит эталонный генератор (ЭГ), фазовый дискриминатор (ФД), ФНЧ и ПГ.

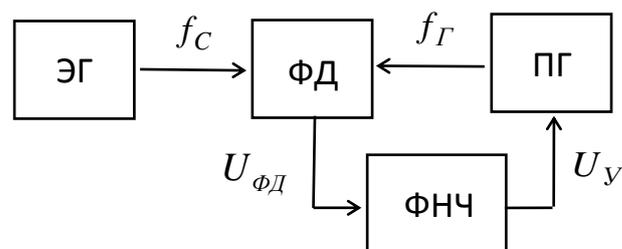


Рис. 4.2. Функциональная схема системы ФАПЧ

Система ФАПЧ стабилизирует частоту ПГ по частоте сигнала высокостабильного ЭГ. ФД — это устройство, предназначенное для преобразования разности фаз двух синусоидальных колебаний одинаковой частоты ЭГ f_c и ПГ f_r в напряжение ФД $U_{ФД}$, которое через ФНЧ в виде управляющего напряжения U_y подается на вход управляющего элемента ПГ. В установившемся режиме в системе устанавливается постоянная разность фаз между синусоидальными колебаниями ЭГ и ПГ, при этом напряжение на выходе ФД также будет постоянным, в результате частота сигнала с ПГ окажется равной частоте сигнала с ЭГ (см. рис. 4.1).

4.2. Структурная схема фазового дискриминатора

Структурные схемы ПГ и ФНЧ в системе ФАПЧ, аналогичны структурным схемам системы ЧАПЧ. Поэтому необходимо смоделировать только структурную схему ФД на основе его функциональной схемы (рис. 4.3,а).

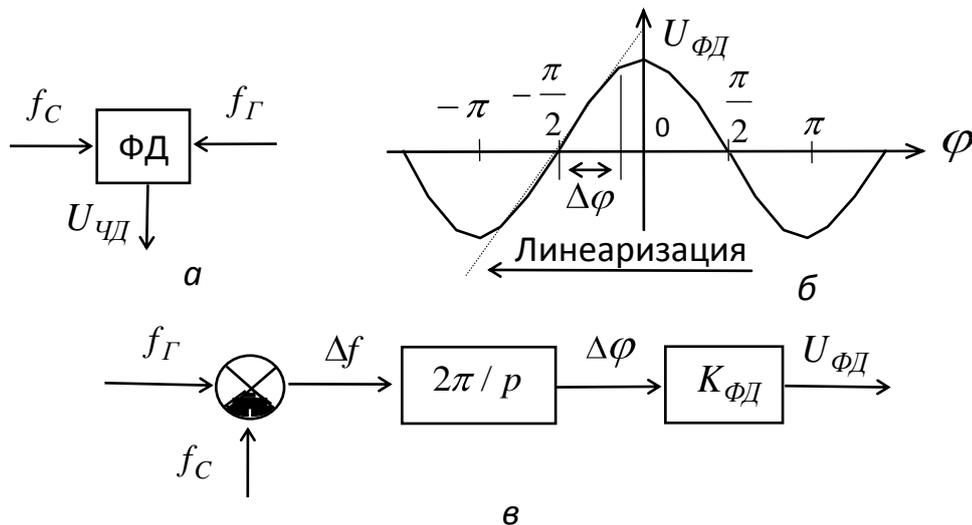


Рис. 4.3. Фазовый дискриминатор:
 а — функциональная схема; б — дискриминационная характеристика; в — структурная схема

ФД — это устройство, у которого амплитуда и знак выходного напряжения определяется сдвигом фаз между двумя колебаниями.

Дискриминационная характеристика ФД (рис. 4.3,б) является периодической функцией определяемой следующей зависимостью $U_{\text{ФД}} = K_{\text{ФД}} \cos(\phi)$. Поэтому дискриминационная характеристика ФД имеет бесчисленное множество состояний равновесия, отличающихся на угол $\pm 2\pi n$. Проведем линеаризацию дискриминационной характеристики ФД, считая, что устойчивым состоянием является левый скат косинусоиды. Тогда математическое описание функциональной зависимости между входными и выходной величинами $U_{\text{ФД}} = F(\varphi)$ звена ФД, представленного на рис. 4.3,а, на основе рис. 4.3,б запишется в следующем виде:

$$\Delta U_{\text{ФД}} = K_{\text{ФД}} \Delta \varphi,$$

где $\Delta \varphi = \int_0^t 2\pi(f_G - f_C) dt$.

Отсюда в операторной форме

$$\Delta U_{\text{ФД}} = K_{\text{ФД}} \frac{2\pi}{p} \Delta f,$$

где $\Delta f = f_G - f_C$.

Структурная схема ФД для математического описания

$\Delta U_{\text{ФД}} = K_{\text{ФД}} \frac{2\pi}{p} \Delta f$ содержит сумматор, интегратор и звено направленного действия с коэффициентом передачи $K_{\text{ФД}}$ (рис. 4.3,в).

Рассмотрим принципиальную схему балансного диодного ФД (рис.4.4) [13-14]. Напряжение сигнала подводится к диодам $VD1$ и $VD2$ с помощью трансформатора $T1$, на выходе которого образуются два противофазных напряжения с равной амплитудой $U_C/2$. Напряжение гетеродина U_G с помощью трансформатора $T2$ подводится к диодам с одинаковой фазой.

Напряжение сигнала $U_C/2$ и напряжение гетеродина U_Γ складываются в последовательной цепи и представляют геометрическую сумму напряжений, приложенных к диодам $VD1$ и $VD2$.

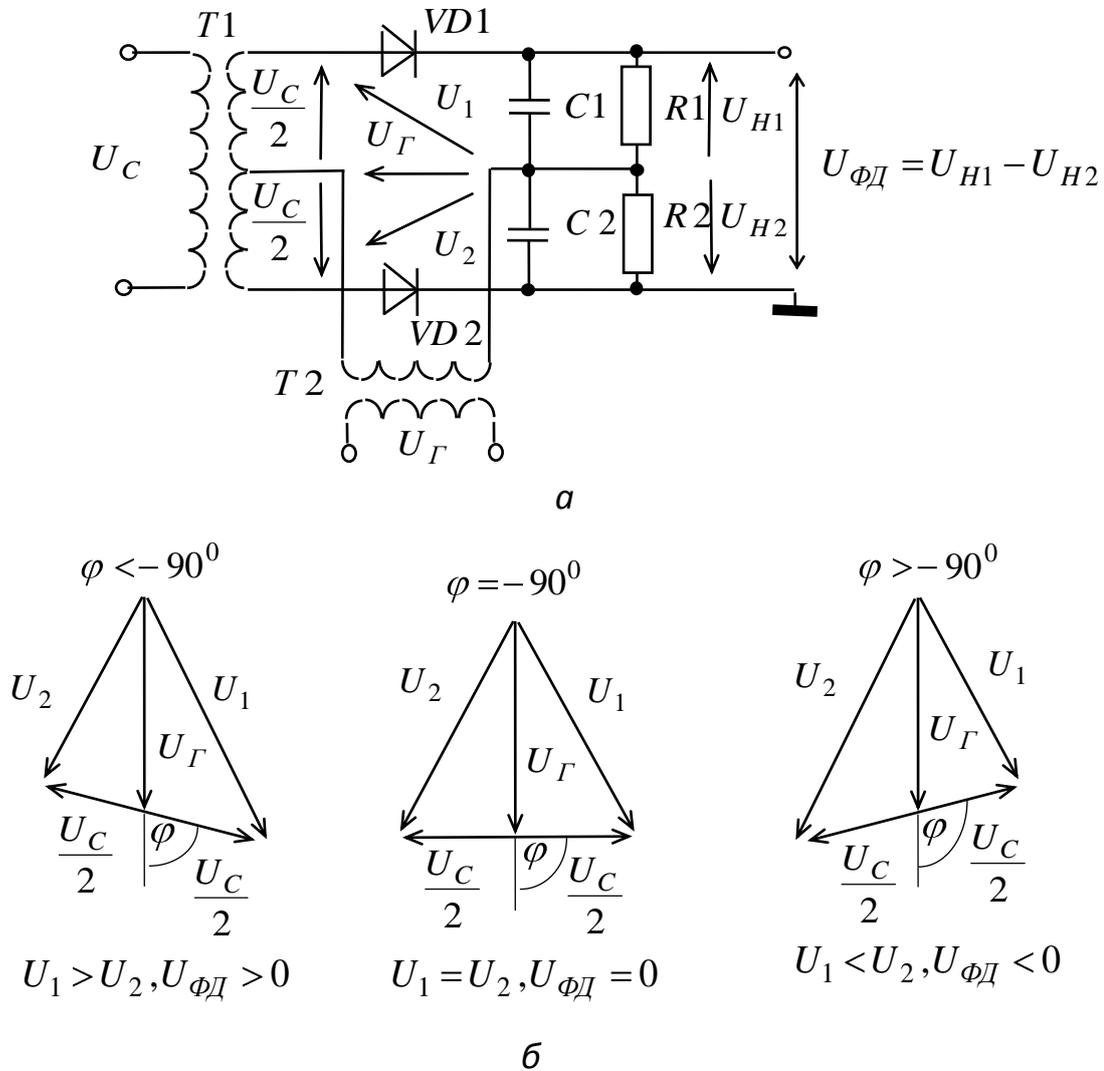


Рис. 4.4. Векторомерный балансный ФД: а — принципиальная схема; б — векторные диаграммы напряжений

Из векторных диаграмм видно, что амплитуда этих напряжений, приложенных к диодам $VD1$ и $VD2$, зависит от фазового сдвига $\Delta\varphi$. Поэтому после детектирования полученное выходное напряжение ФД $U_{ФД} = U_{H1} - U_{H2}$, где U_{H1} , U_{H2} — напряжения на нагрузках диодов, однозначно определяется фазовым сдвигом $\Delta\varphi$.

Из векторных диаграмм видно также, что при выполнении условия $U_{\Gamma} > U_C$ максимальное выходное напряжение балансного ФД зависит как от фазового сдвига $\Delta\varphi$, так и от амплитуды входного сигнала. Поэтому для постоянства максимального выходного напряжения балансного ФД при изменении амплитуды входного сигнала вводят ограничители амплитуды.

Рассмотрим принципиальную схему ключевого ФД (рис. 4.5).

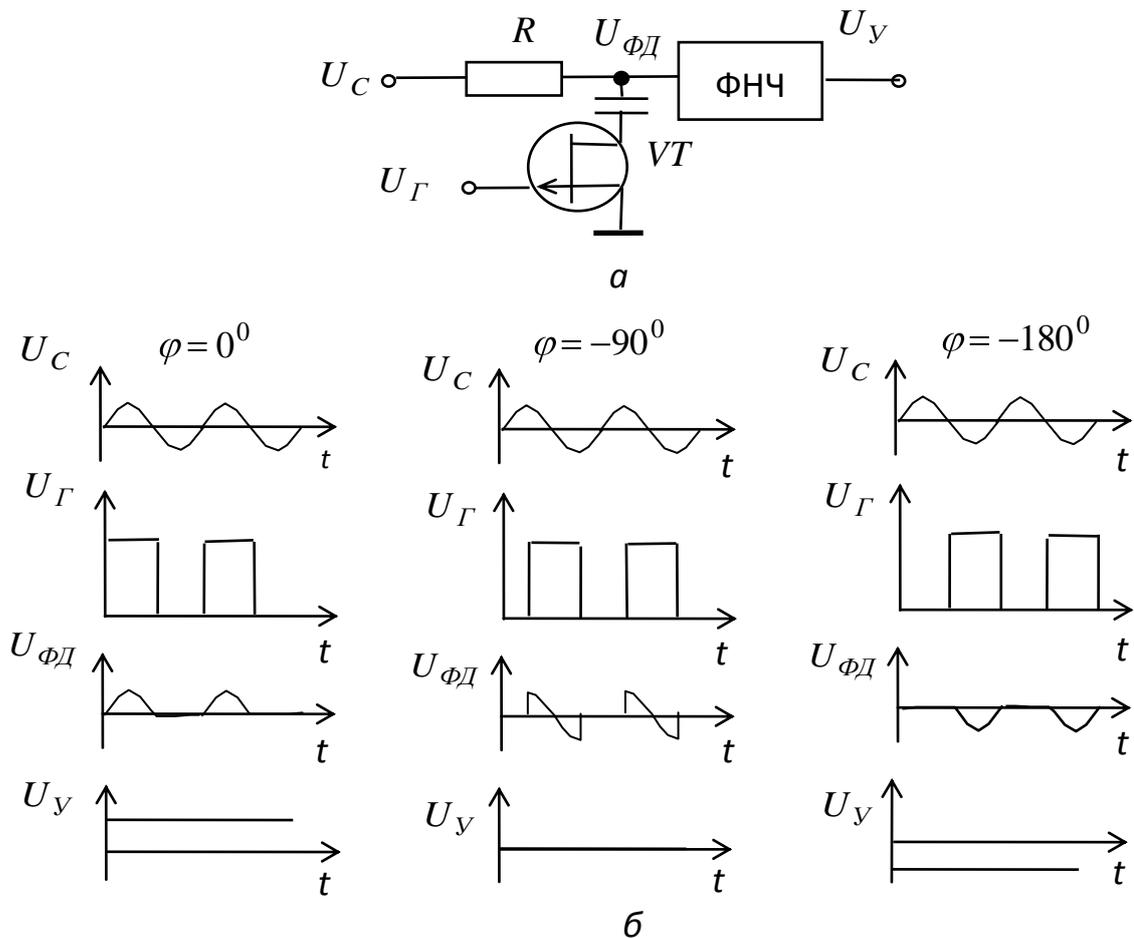


Рис. 4.5. Ключевой ФД: *a* — принципиальная схема; *б* — эпюры напряжений

Ключевой ФД на основе делителя напряжения содержит сопротивление R и полевой транзистор VT , работающий в режиме управляемого сопротивления.

При подаче на затвор полевого транзистора VT положительного импульса напряжения U_{Γ} сопротивление канала полевого транзистора возрастает, и

напряжение сигнала U_C появляется на стоке в виде напряжения $U_{\PhiД}$. При нулевом напряжении на затворе полевого транзистора сопротивление канала мало и напряжение сигнала U_C на стоке отсутствует. Напряжение $U_{\PhiД}$, соответствующее фазовому сдвигу, со стока полевого транзистора VT подается на вход ФНЧ, а на выходе ФНЧ выделяется управляющее напряжение U_Y . Знак и величина управляющее напряжение U_Y зависят от фазового сдвига между напряжениями сигнала U_C и гетеродина U_G .

4.3. Структурная схема системы ФАПЧ в терминах частот

Структурная схема системы ФАПЧ в терминах частот состоит из структурных схем звеньев ФД, ФНЧ и ПГ в терминах частот (рис. 4.6) [6-7, 15].

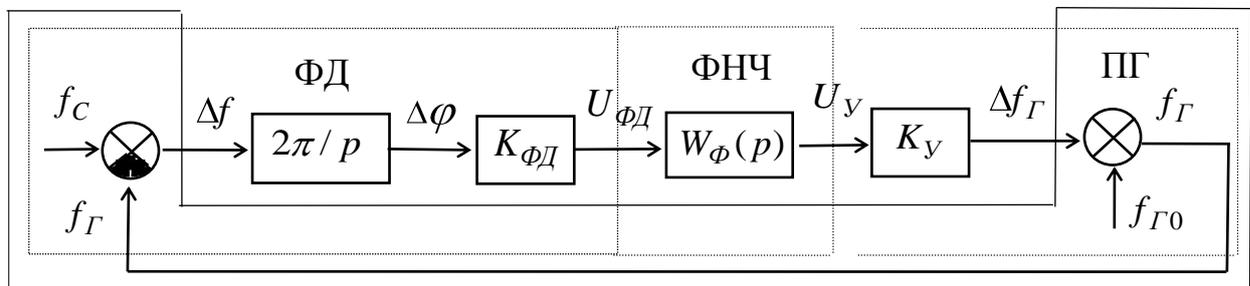


Рис. 4.6. Структурная схема системы ФАПЧ в терминах частот

Полученная структурная схема системы ФАПЧ в терминах частот не удобна для анализа: во-первых, из-за наличия опорной частоты $f_{Г0}$; во-вторых, как отмечалось выше, при анализе системы ФАПЧ важно относительное отклонение частоты. Поэтому упростим структурную схему ФАПЧ в терминах частот, обведенную на рис. 4.6 сплошной тонкой линией, и определим структурную схему системы ФАПЧ в терминах расстроек.

4.4. Структурная схема системы ФАПЧ в терминах расстроек

Для структурной схемы системы ФАПЧ в терминах расстроек запишем:

- 1) текущее значение частоты гетеродина $f_G = f_{G0} + \Delta f_G$;
- 2) текущее значение частоты сигнала $f_C = f_{C0} + \Delta f_C$;
- 3) ошибка системы ФАПЧ $\Delta f = f_G - f_C = (f_{G0} + \Delta f_G) - (f_{C0} + \Delta f_C)$.

С учетом того, что для системы ФАПЧ $f_{G0} = f_{C0}$ получим

$$\Delta f = \Delta f_G - \Delta f_C,$$

что соответствует сумматору в структурной схеме системы ФАПЧ в терминах расстроек. Теперь можно построить структурную схему системы ФАПЧ в терминах расстроек (рис. 4.7).

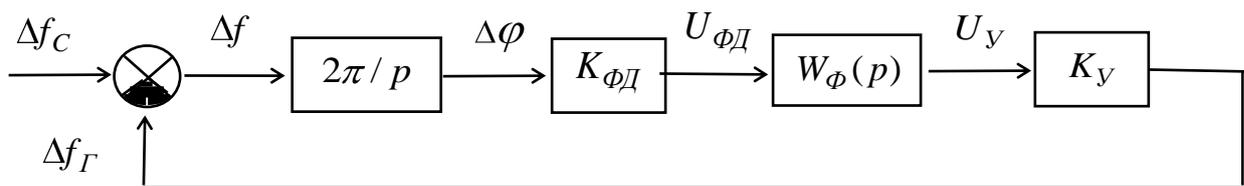


Рис. 4.7. Структурная схема системы ФАПЧ
в терминах расстроек

На основе структурной схемы системы ФАПЧ в терминах расстроек ошибка регулирования Δf запишется в следующем виде:

$$\Delta f = \Delta f_C - \Delta f_G = \Delta f_C - \Delta f \frac{2\pi}{p} K_{\text{ФД}} W_{\text{Ф}}(p) K_{\text{У}}.$$

Отсюда получим

$$\Delta f = \frac{\Delta f_C}{1 + \frac{2\pi}{p} K_{\text{ФД}} W_{\text{Ф}}(p) K_{\text{У}}}.$$

Таким образом, статическая ошибка регулирования системы ФАПЧ $\Delta f = 0$, так как для статического стационарного режима $p = 0$.

Регулировочная характеристика системы ФАПЧ (рис. 4.8,а) в режиме слежения представляет прямую линию, совпадающую с осью абсцисс Δf_c [6-7, 15].

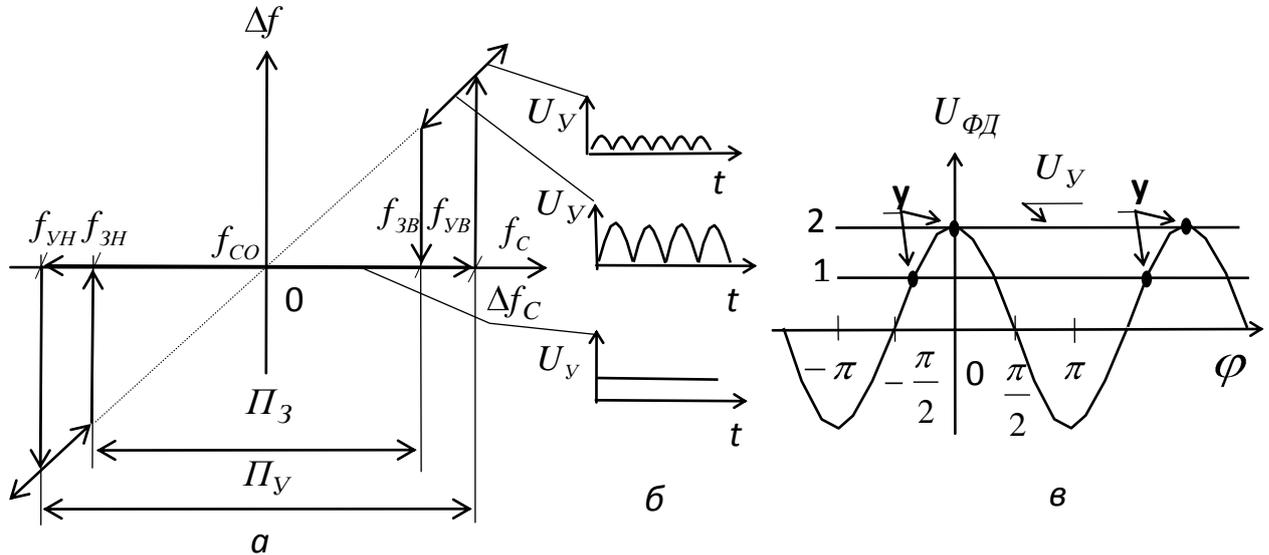


Рис. 4.8. Регулировочная характеристика системы ФАПЧ (а); эпюры управляющих напряжений U_y при вхождении в режим слежения (б); дискриминационная характеристика ФД с различными точками у стационарного режима (в)

Таким образом, в полосе удержания в режиме слежения ошибка регулирования системы ФАПЧ $\Delta f = 0$. При этом между частотами колебаний ЭГ и ПГ устанавливается разность фаз $\Delta\varphi$, определяемая точками пересечения дискриминационной характеристики ФД с горизонтальными прямыми 1 или 2 (на рис. 4.8,в точки у). Вне полосы удержания ошибка регулирования $\Delta f = \Delta f_c$ (см. рис. 4.8,а). При этом колебания ЭГ и ПГ образуют биения, которые детектируются ФД и ослабленные ФНЧ поступают на вход управляющего элемента. При сближении частот ЭГ и ПГ частота биений, поступающих на вход управляющего элемента, уменьшается, а амплитуда колебаний за счет уменьшения ослабления ФНЧ увеличивается. Форма напряжений при приближении к частоте захвата приведена на двух верхних эпюрах рис. 4.8,б. На частоте захвата амплитуды биений становится достаточной для вхождения

системы ФАПЧ в режим слежения, и появляется постоянное управляющее напряжение (нижняя эпюра рис. 4.8,б). При этом полоса захвата в системе ФАПЧ меньше полосы удержания $P_3 < P_y$. Это неравенство определяется наличием в системе ФАПЧ функционального звена ФНЧ.

Таким образом, в системе ФАПЧ ошибка регулирования по частоте равна нулю за счет того, что в системе происходит слежение за разностью фаз колебаний ЭГ и ПГ.

5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДАЛЬНОМЕРНОЙ СЛЕДЯЩЕЙ СИСТЕМЫ ИМПУЛЬСНОЙ РЛС

5.1. Функциональная схема дальномерной следающей системы импульсной РЛС

С помощью импульсной радиолокационной станции (РЛС) осуществляется автоматическое измерение расстояния до цели. Принцип работы дальномерной следающей системы базируется на измерении временного сдвига между зондирующими импульсами, следующие через интервал времени T , и импульсами, отраженными от цели. Отраженные от цели импульсы искажены шумами, поэтому непосредственное измерение дальности по времени задержки связано с большими ошибками. Для повышения точности измерения в дальномере формируются следающие импульсы, временное положение которых относительно зондирующих импульсов оказывается пропорционально дальности до цели и незначительно зависит от шумов. Функциональная схема дальномерной следающей системы содержит временной дискриминатор (ВД), экстраполятор (Э), ФНЧ, управляемую линию задержки (УЛЗ), генератор импульсов (ГИ) (рис. 5.1) [6-8].

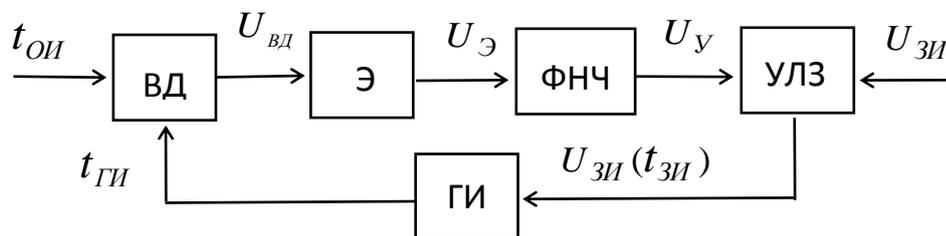


Рис. 5.1. Функциональная схема дальномерной следающей системы импульсной РЛС

На рис. 5.2 приведены эпюры напряжений, поясняющие принцип работы временного дискриминатора.

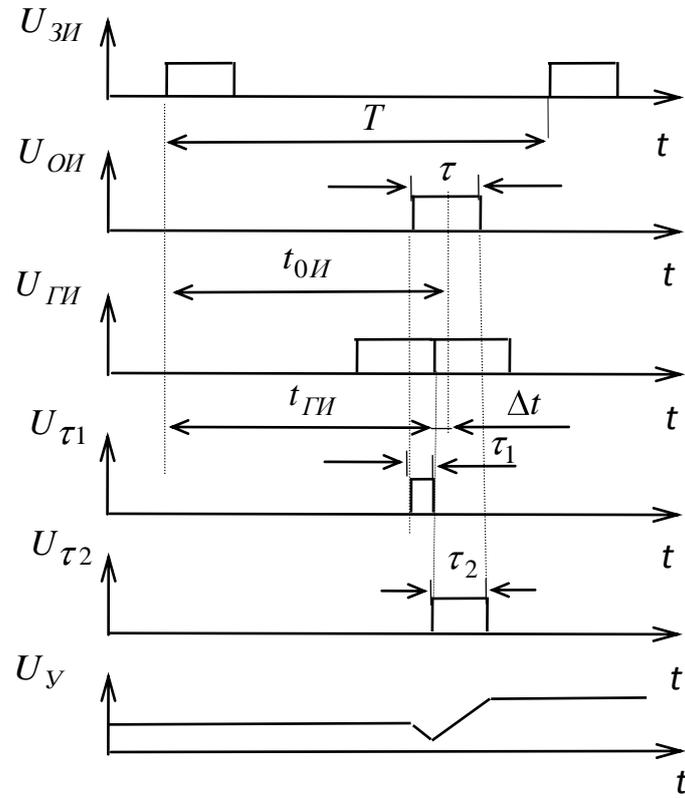


Рис. 5.2. Эпюры напряжений временного дискриминатора

В режиме измерения дальности отраженный от цели импульс $U_{ОИ}$ через радиоприемник поступает на вход временного дискриминатора, на второй вход которого с генератора импульсов подаются два следующих друг за другом следящих импульса $U_{ГИ}$. Во временном дискриминаторе вырабатывается напряжение, пропорциональное рассогласованию временного положения отраженного импульса относительно оси симметрии следящих импульсов:

$$U_{ВД} = F(t_{0И} - t_{ГИ}) = F(\Delta t),$$

где Δt — рассогласование по времени между отраженным и следящим импульсами; $t_{0И} = 2R/c$ — время задержки отраженного импульса относительно зондирующего; R — измеряемая дальность; c — скорость света; $t_{ГИ}$ — время задержки следящих импульсов.

Если временное рассогласование Δt не равно нулю, то во временном дискриминаторе вырабатываются два импульса, длительности которых

$$\tau_1 = \tau/2 - \Delta t \text{ и } \tau_2 = \tau/2 + \Delta t,$$

где τ — длительность отраженного импульса.

Импульсы длительностями τ_1 и τ_2 детектируются, разность полученных напряжений фиксируется экстраполятором. Напряжение U_{\ominus} с выхода экстраполятора через ФНЧ подается на управляемую линию задержки, с выхода которой зондирующий импульс $U_{ЗИ}$, задержанный на время пропорциональное управляющему напряжению U_Y , запускает генератор импульсов, формирующий два следящих импульса. Таким образом, образуется замкнутый контур, в котором рассогласование сводится к минимальному значению, определяющему ошибку измерения дальности.

Описанные процессы поясняют работу дальномера в импульсной РЛС. Здесь информация может быть получена в дискретные моменты времени, отстоящие на период повторения, поэтому рассмотренный дальномер относится к классу импульсных САР. Во многих практических случаях поступающая информация не оказывает существенного влияния на характер процессов в импульсной системе, и такую систему можно приближенно заменить эквивалентной системой непрерывного действия. Такая замена возможна, если время установления процесса в эквивалентной непрерывной системе во много раз превышает период повторения дискретной системы, а переходная характеристика достаточно точно воспроизводится последовательностью импульсов, следующих с интервалом времени T . Погрешность будет тем меньше, чем больше периодов T приходится на время процесса установления в эквивалентной непрерывной системе.

Таким образом, импульсный временной дискриминатор и экстраполятор можно заменить непрерывным временным дискриминатором.

5.2. Структурная схема дальномерной следающей системы импульсной РЛС

Прежде чем смоделировать структурную схему дальномерной следающей системы импульсной РЛС, определим структурные схемы функциональных звеньев ВД и УЛЗ.

Структурная схема ВД

Временной дискриминатор — это устройство, которое вырабатывает выходное напряжение, пропорциональное рассогласованию временного положения отраженного импульса относительно оси симметрии следящих импульсов (см. рис. 5.2).

Функциональная схема временного дискриминатора содержит ключи $K1$ и $K2$, которые реализуют схемы совпадения, и дифференцирующие детекторы (ДД) интегрирующего или сглаживающего типа, выходное напряжение которых вычитаются в сумматоре (С) (рис. 5.3,а).

Математическое описание функциональной зависимости между входными и выходной величинами $U_{ВД} = F(t_{0И} - t_{ГИ}) = F(\Delta t)$ схемы ВД найдем на основе линеаризации реальной дискриминационной характеристики ВД (сплошная линия на рис.5.3,б), построенной на основе эпюр напряжений рис. 5.2. Из рис. 5.3,б видно, что при малых рассогласованиях по времени Δt дискриминационную характеристику ВД можно считать линейной и представить математическую взаимосвязь в следующем виде:

$$U_{ВД} = K_{ВД} (t_{0И} - t_{ГИ}) = K_{ВД} \Delta t,$$

где $K_{ВД}$ — коэффициент передачи ВД, определяемый крутизной дискриминационной характеристики.

Структурная схема ВД для математического описания $U_{ВД} = K_{ВД} \Delta t$ состоит из сумматора и звена направленного действия с коэффициентом передачи равном $K_{ВД}$ (рис. 5.3,в).

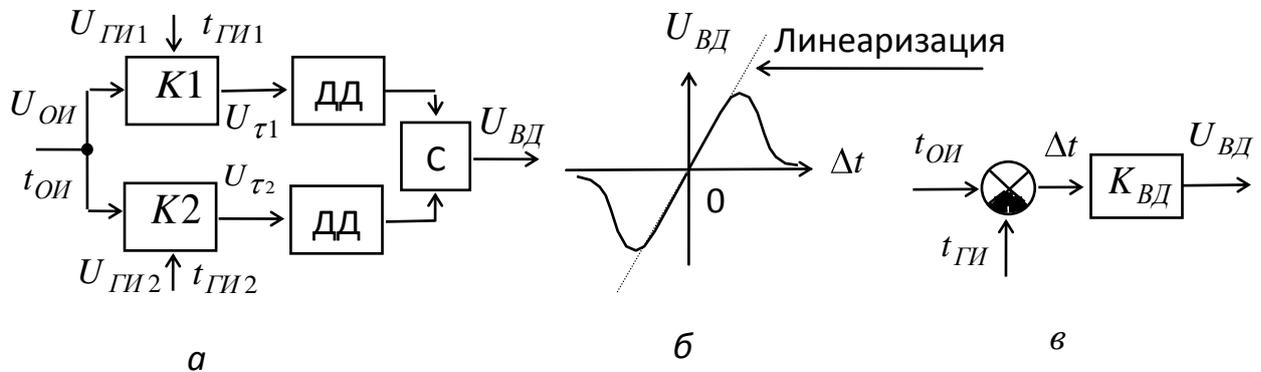


Рис. 5.3. Интегрирующий временной дискриминатор:
 а — функциональная схема; б — дискриминационная характеристика; в — структурная схема

Структурная схема УЛЗ

Управляемая линия задержки — устройство, которое осуществляет временную задержку зондирующего импульса на время, пропорциональное управляющему напряжению U_y , и запускается генератор импульсов, формирующий два следящих импульса.

Математическое описание функциональной зависимости между входной и выходной величиной $t_{ГИ} = F(U_y)$ звена УЛЗ (рис. 5.4,а) на основе ее регулировочной характеристики УЛЗ (рис. 5.4,б) запишется

$$t_{ГИ} = K_y U_y,$$

где K_y — коэффициент передачи УЛЗ, определяемый крутизной регулировочной характеристики.

Структурная схема УЛЗ для математического описания $t_{ГИ} = K_y U_y$ состоит из звена направленного действия с коэффициентом передачи равном K_y (рис. 5.4, в).

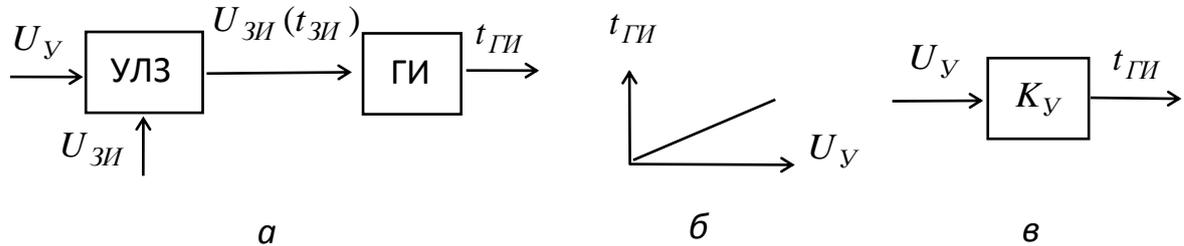


Рис. 5.4. Управляемая линия задержки: *а* — функциональная схема; *б* — регулировочная характеристика; *в* — структурная схема.

На основе полученных структурных схем функциональных звеньев смоделируем структурную схему дальномерной следящей системы импульсной РЛС (рис. 5.5).

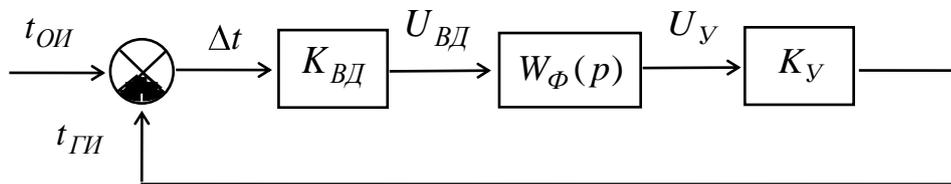


Рис. 5.5. Структурная схема дальномерной следящей системы РЛС

6. МОДЕЛИРОВАНИЕ УГЛОМЕРНОЙ СЛЕДЯЩЕЙ СИСТЕМЫ РЛС

6.1. Функциональная схема угломерной следящей системы РЛС

Угломерная следящая система предназначена для определения координат и слежения за положением цели. Поскольку положение цели определяют две координаты — азимут и угол места, рассмотрим автоматически следящую систему по углу места. Функциональная схема угломерной следящей системы, (рис. 6.1) содержит пространственный дискриминатор (ПД), который состоит из антенны (А) и приемного устройства (ПУ), ФНЧ и исполнительное устройство (ИУ) [6-8].

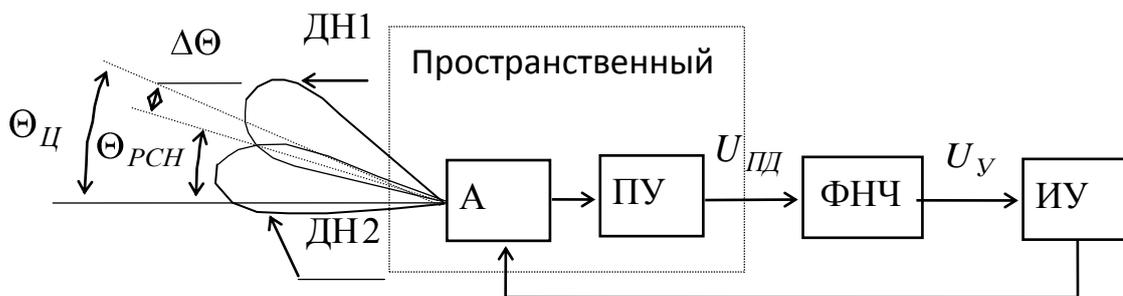


Рис. 6.1. Функциональная схема угломерной следящей системы РЛС

Антенна имеет две диаграммы направленности ДН1 и ДН2, формирующие равносигнальное направление под углом $\Theta_{РСН}$ к горизонту. Выходное напряжение ПД $U_{ПД}$ является функцией угла рассогласования, образованного между направлением на цель и равносигнальным направлением:

$\Delta\Theta = \Theta_{Ц} - \Theta_{РСН}$. Это напряжение через ФНЧ воздействует на ИУ — электрический мотор, который через редуктор поворачивает антенну, изменяя угловое положение равносигнального направления так, что угол рассогласования $\Delta\Theta$ поддерживается достаточно малым (близким к нулю). В результате образуется замкнутая угломерная следящая система.

6.2. Структурная схема угломерной следящей системы РЛС

Для моделирования структурной схемы угломерной следящей системы необходимо получить структурную схему ее функционального звена ПД.

Структурная схема ПД

Пространственный дискриминатор — это устройство, которое вырабатывает выходное напряжение, пропорциональное углу рассогласования между направлением на цель и равносигнальным направлением (см. рис. 6.1).

Математическое описание функциональной зависимости между входными и выходной величинами $U_{ПД} = F(\Theta_{Ц} - \Theta_{РСН}) = F(\Delta\Theta)$ звена ПД (рис. 6.2,*а*) найдем на основе линеаризации реальной дискриминационной характеристики ПД (сплошная линия на рис. 6.2,*б*). Из рис. 6.2,*б* видно, что при малых углах рассогласования $\Delta\Theta$ дискриминационную характеристику ПД можно считать линейной и математическое описание записать в виде

$$U_{ПД} = K_{ПД} (\Theta_{Ц} - \Theta_{РСН}) = K_{ПД} \Delta\Theta,$$

где $K_{ПД}$ — коэффициент передачи ПД, определяемый крутизной дискриминационной характеристики.

Структурная схема ПД для математического описания $U_{ПД} = K_{ПД} \Delta\Theta$ состоит из сумматора и звена направленного действия с коэффициентом передачи равном $K_{ПД}$ (рис. 6.2, в).

На основе структурных схем функциональных звеньев смоделируем структурную схему угломерной следящей системы (рис. 6.3).

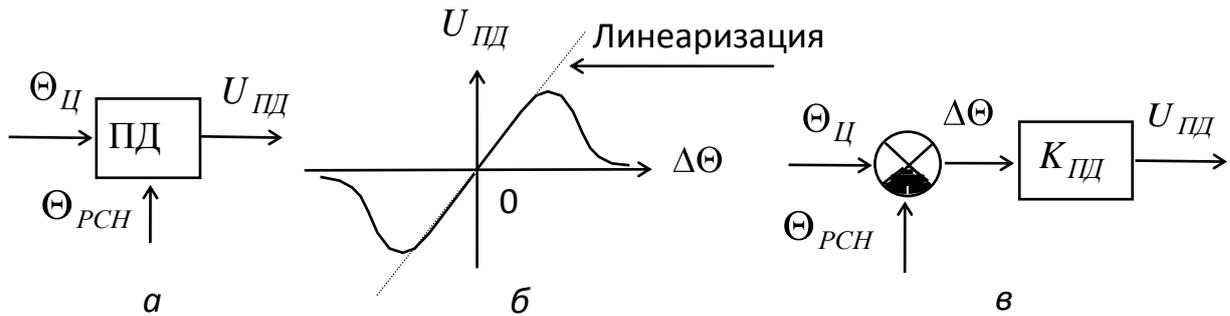


Рис. 6.2. Пространственный дискриминатор:
a — функциональная схема; *б* — дискриминационная характеристика; *в* — структурная схема.

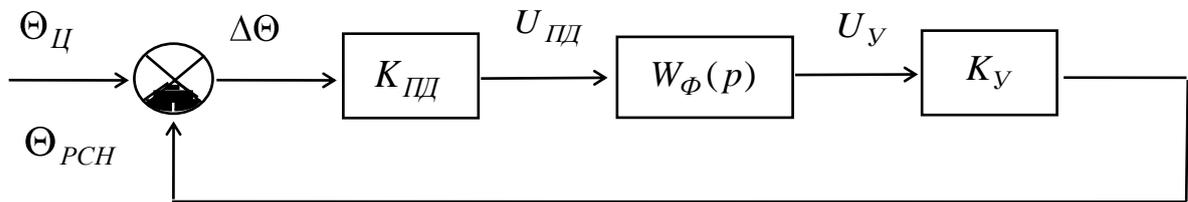


Рис. 6.3. Структурная схема угломерной следящей системы РЛС

7. ОБОБЩЕННЫЕ ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ И СТРУКТУРНАЯ СХЕМЫ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМ

Сравнивая функциональные и структурные схемы различных следящих систем, можно установить много общего, что позволяет составить их обобщенные схемы (рис.7.1).

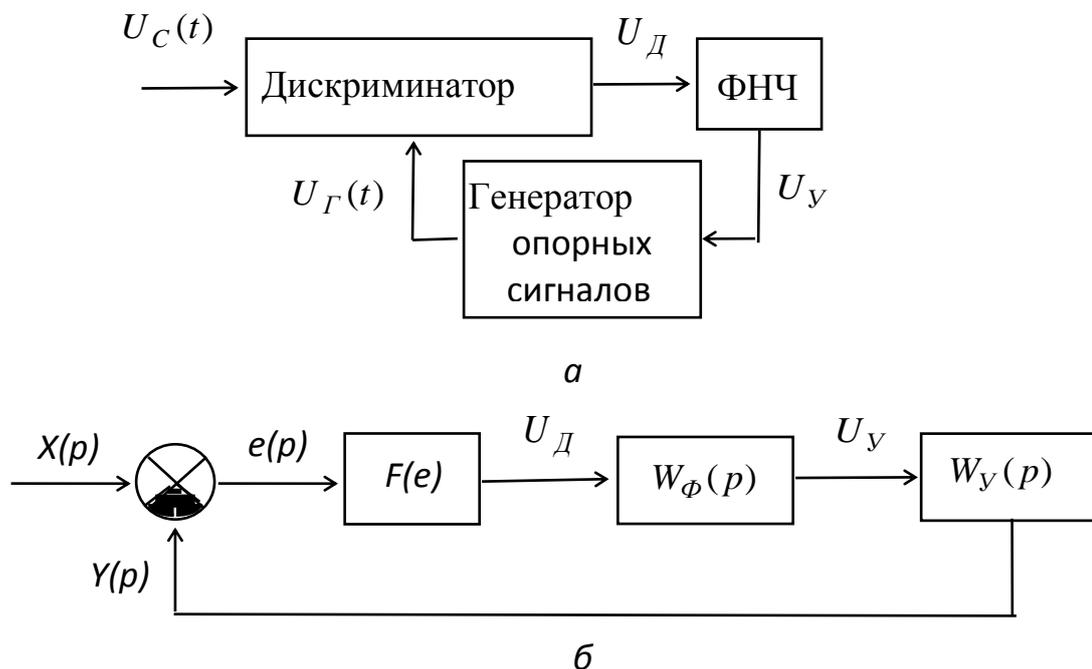


Рис. 7.1. Обобщенные схемы:
а — функциональная; б — структурная.

Обобщенная функциональная схема САР содержит дискриминатор, ФНЧ и генератор опорных сигналов. На один вход дискриминатора поступает напряжение сигнала, а на второй — напряжение генератора опорных сигналов, при этом на выходе дискриминатора появляется напряжение рассогласования, которое через ФНЧ подается на управляющий вход генератора опорных сигналов, уменьшая, таким образом, сигнал ошибки слежения САР.

На структурной схеме приняты следующие обозначения: $X(p)$ — входной сигнал или управляющее воздействие (отклонение частоты сигнала для систем

ЧАПЧ и ФАПЧ, время задержки отраженного сигнала для дальномерной следящей системы (ДСС), угол направления на цель в угломерной следящей системе (УСС)); $Y(p)$ — выходной сигнал, или регулируемый параметр (отклонение частоты генератора опорных сигналов для систем ЧАПЧ и ФАПЧ, время задержки генератора импульсов для ДСС или угол равносигнального направления для УСС); $e(p)$ — сигнал рассогласования или ошибки; $F(e)$ — дискриминатор, который, как отмечалось, имеет нелинейную характеристику, но при малых сигналах ошибки его дискриминационная характеристика дискриминатора может быть принята линейной. Обозначения на структурной схеме и соответствующие им параметры систем ЧАПЧ, ФАПЧ, ДСС и УСС приведены в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Таблица соответствия параметров структурных схем
различных САР

Обозначенная схема	ЧАПЧ	ФАПЧ	ДСС	УСС
$X(p)$	Δf_C	Δf_C	t_{OI}	Θ_C
$Y(p)$	Δf_G	Δf_G	t_{GI}	Θ_{PCH}
$e(p)$	Δf	$\Delta \varphi$	Δt	$\Delta \Theta$
$F(e)$	$K_{ЧД}$	$F(\Delta \varphi)$	$K_{ВД}$	$K_{ПД}$
$W_Y(p)$	K_Y	K_Y	K_Y	K_Y

Обобщенная структурная схема, приведенная на рис. 7.1,б, с учетом табл. 7.1 позволяет провести анализ качественных и количественных характеристик различных САР.

8. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОЙ РЕГУЛИРОВКИ УСИЛЕНИЯ

8.1. Функциональная схема ручной регулировки усиления

В системах бытовой радиоаппаратуры напряжение сигнала на входе может изменяться в $10^2 - 10^3$ раз (40-60 дБ), в системах радиосвязи — в $10^3 - 10^4$ раз (60-80 дБ), а радиолокации — в 10^6 раз (120 дБ). Выходное напряжение при этом не должно изменяться более чем в 1.2-3 раза (1.6-9.6 дБ).

Рассмотрим зависимости выходного напряжения $U_{ВЫХ \sim}$ при различных входных напряжениях $U_{ВХ \sim}$ для мгновенных амплитудных характеристик при K_1 и K_2 , при этом $K_1 > K_2$ (рис. 8.1).

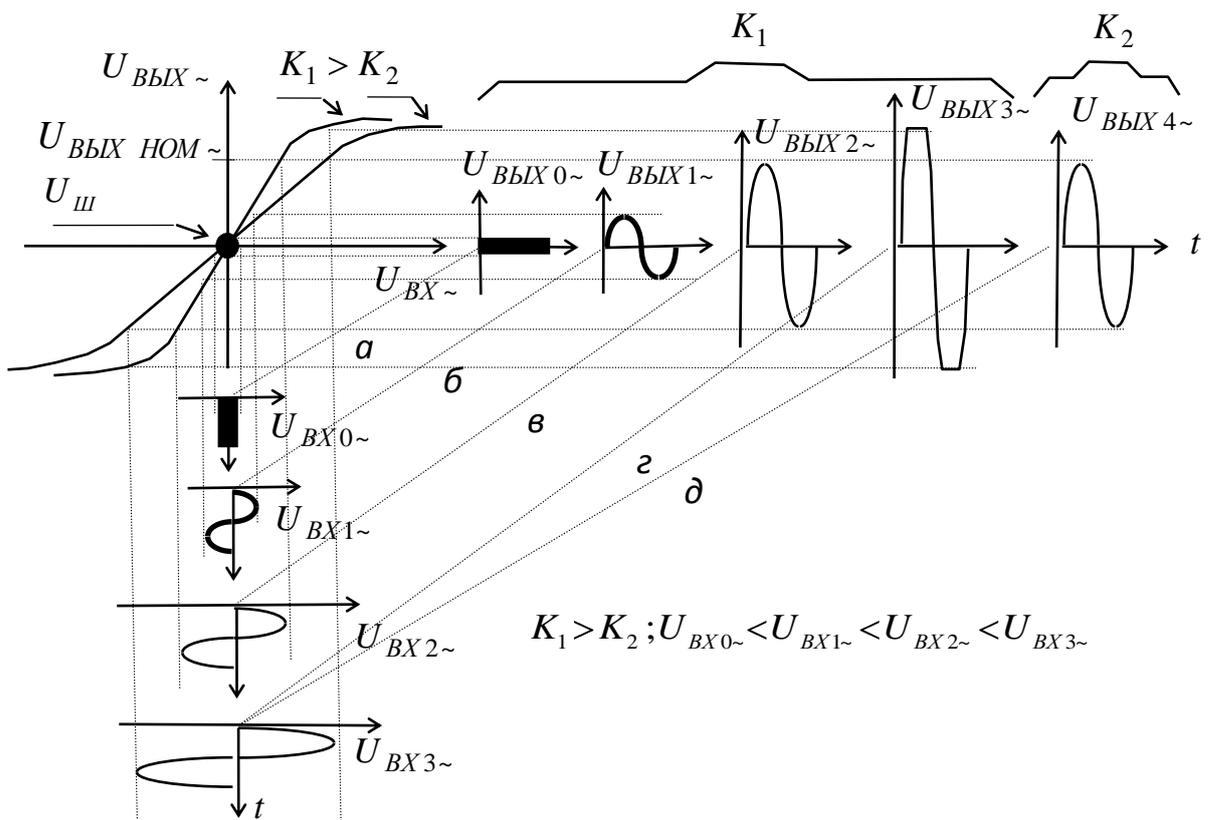


Рис. 8.1. Выходные напряжения
при различных входных напряжениях
для мгновенных амплитудных характеристик

При $U_{BX0\sim} = 0$ напряжение на выходе определяется шумами системы (рис. 8.1,а). При входном напряжении $U_{BX1\sim}$ напряжение на выходе $U_{ВЫХ1\sim} \ll U_{ВЫХ\text{ НОМ}}$ и в выходном напряжении присутствует напряжение шумов (рис. 8.1,б). При входном напряжении $U_{BX2\sim} \gg U_{Ш}$ напряжение на выходе $U_{ВЫХ2\sim} = U_{ВЫХ\text{ НОМ}} = K_1 U_{BX2\sim}$ (рис. 8.1,в). При входном напряжении $U_{BX3\sim} > U_{BX2\sim}$ напряжение на выходе $U_{ВЫХ3\sim} > U_{ВЫХ\text{ НОМ}}$, что приводит к перегрузке выходного каскада и искажению выходного напряжения (рис. 8.1,г). При уменьшении коэффициента передачи до значения K_2 изменяется наклон мгновенной амплитудной характеристики и выходное напряжение $U_{ВЫХ4\sim} = U_{ВЫХ\text{ НОМ}} = K_2 U_{BX3\sim}$ (рис. 8.1,д), то есть становится равным номинальному выходному напряжению.

Из регулировочной характеристики ручной регулировки усиления (РРУ) (рис. 8.2,б) видно, что при достижении входным напряжением значения $U_{BX1\sim}$ напряжение на выходе $U_{ВЫХ\text{ МАХ}} = K_1 U_{BX1}$.

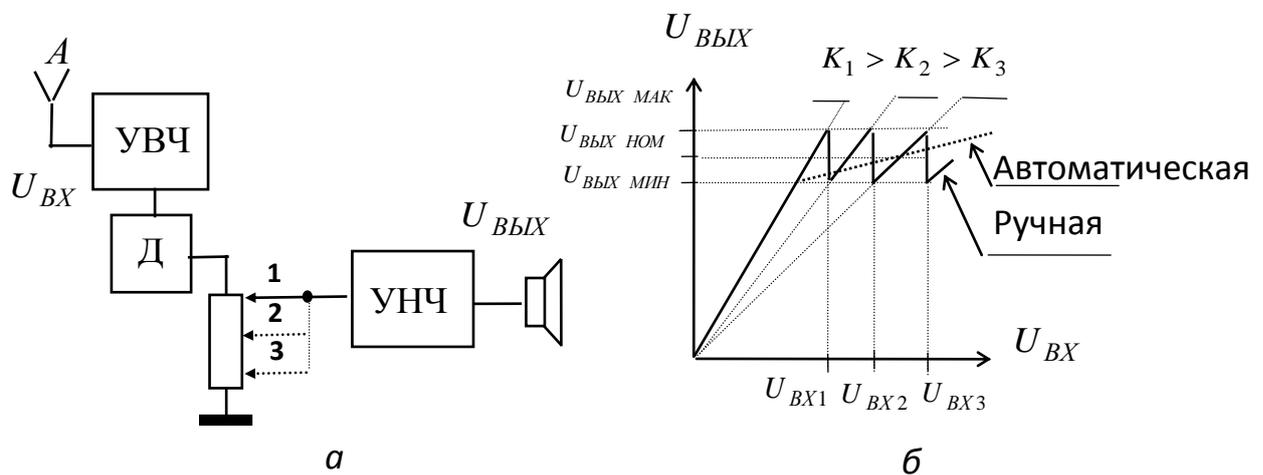


Рис. 8.2. Ручная регулировка усиления:

а — функциональная схема; б — регулировочные

Перемещая движок потенциометра вниз из положения 1 в положение 2 (рис. 8.2,*а*) и уменьшая тем самым коэффициент передачи системы до значения K_2 , получаем уже при входном напряжении $U_{ВХ1}$ выходное напряжение $U_{ВЫХ МИН} = K_2 U_{ВХ1}$ (рис. 8.2,*б*). При увеличении входного напряжения до значения $U_{ВХ2}$ напряжение на выходе становится опять равным $U_{ВЫХ МАК} = K_2 U_{ВХ2}$.

Перемещая движок потенциометра еще вниз до положения 3, и уменьшая коэффициент передачи системы до значения K_3 , получаем при входном напряжении $U_{ВХ2}$ выходное напряжение $U_{ВЫХ МИН} = K_3 U_{ВХ2}$ (рис. 8.2,*б*) и так далее.

При автоматической регулировке усиления (АРУ) выходное напряжение автоматически поддерживается в заданных пределах $U_{ВЫХ МИН} \div U_{ВЫХ МАК}$. Таким образом, принцип действия системы АРУ состоит в автоматическом изменении коэффициента передачи регулируемого каскада при изменении уровня входного сигнала.

8.2. Функциональная схема системы АРУ

Регулировочные характеристики системы АРУ

Система АРУ предназначена для поддержания уровня выходного сигнала САР в заданных пределах при изменении уровня входного сигнала. Необходимость поддержания уровня выходного сигнала вблизи номинального значения $U_{ВЫХ НОМ}$ обусловлена большими пределами изменения уровня входного сигнала для различных систем. Динамический диапазон по входу $D_{ВХ}$ и выходу $D_{ВЫХ}$ определяются следующими выражениями:

$$D_{ВХ} = \frac{U_{ВХ МАК}}{U_{ВХ МИН}}, \quad (8.1)$$

$$D_{ВЫХ} = \frac{U_{ВЫХ МАК}}{U_{ВЫХ МИН}} \quad (8.2)$$

или в децибелах

$$DD_{ВХ} = 20 \lg \left(\frac{U_{ВХ МАК}}{U_{ВХ МИН}} \right), \quad (8.3)$$

$$DD_{ВЫХ} = 20 \lg \left(\frac{U_{ВЫХ МАК}}{U_{ВЫХ МИН}} \right), \quad (8.4)$$

где $U_{ВХ МАК}$, $U_{ВХ МИН}$ — максимальное и минимальное напряжение входного сигнала, $U_{ВЫХ МАК}$, $U_{ВЫХ МИН}$ — максимальное и минимальное напряжение выходного сигнала.

На рис. 8.3 приведены регулировочные характеристики простой АРУ, АРУ с задержкой, АРУ с задержкой и усилением, наряду с ними для сравнения приведена амплитудная характеристика системы без АРУ [6-8, 12-16].

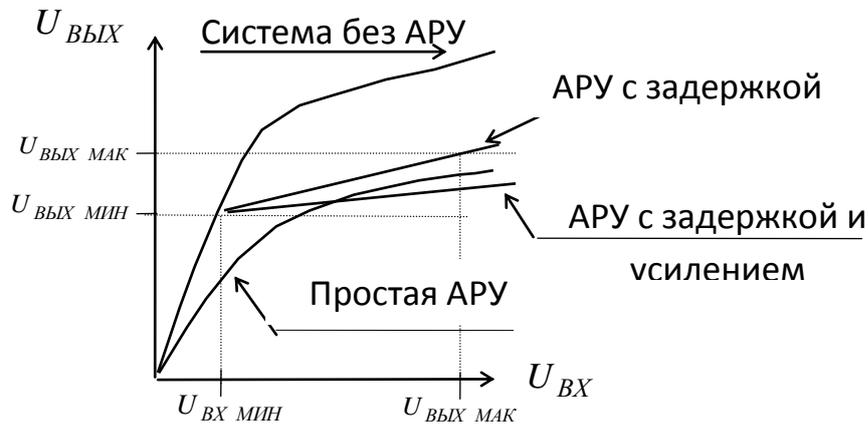


Рис. 8.3. Регулировочные характеристики системы АРУ

В простой схеме АРУ действует, начиная с самых слабых сигналов и снижая тем самым чувствительность системы. Этот недостаток можно устранить, используя АРУ с задержкой. В такой системе регулировка начинается тогда, когда напряжение на входе достигнет некоторого порогового

значения, равного $E_{ВХ МИН}$ и соответствующего обычно чувствительности системы, или когда напряжение с амплитудного детектора превысит напряжение задержки. Таким образом, регулирование коэффициента передачи в случае применения схемы АРУ с задержкой осуществляется при больших уровнях сигнала, превышающих чувствительность системы. Для повышения эффективности систем АРУ в цепь регулирования усилением вводят дополнительные усилительные каскады. Такие системы получили название АРУ с задержкой и усилением (см. рис. 8.3).

Эффективность АРУ оценивается отношением динамического диапазона по входу $D_{ВХ}$ к динамическому диапазону по выходу $D_{ВЫХ}$:

$$N = D_{ВХ} / D_{ВЫХ} = \frac{U_{ВХ МАК}}{U_{ВХ МИН}} / \frac{U_{ВЫХ МАК}}{U_{ВЫХ МИН}} = K_0 / K_{МИН} , \quad (8.5)$$

где $K_0 = \frac{U_{ВЫХ МИН}}{U_{ВХ МИН}}$, $K_{МИН} = \frac{U_{ВЫХ МАК}}{U_{ВХ МАК}}$.

Чем больше коэффициент эффективности N , тем лучше эффективность АРУ. При фиксированном динамическом диапазоне по выходу эффективность АРУ лучше у той системы, у которой динамический диапазон по входу больше. При фиксированном динамическом диапазоне по входу эффективность АРУ лучше у той системы, у которой динамический диапазон по выходу меньше.

Таким образом, из рис. 8.3 видно, что эффективность системы АРУ с задержкой и усилением лучше эффективности системы АРУ с задержкой.

Классификация систем АРУ

1. По принципу действия различают системы АРУ без обратной связи, с обратной связью и комбинированные. Их функциональные схемы содержат регулируемый усилитель (РУ), амплитудный детектор (АД) и ФНЧ (рис. 8.4 – 8.6) [13].

В системе без обратной связи (АРУ ``вперед``) управляющее напряжение определяется уровнем напряжения на входе регулируемого каскада, которое при условии $E_{ВХМІН} > E_3$, где E_3 — напряжение задержки, детектируется и через ФНЧ поступает ``вперед`` на регулирующий вход регулируемого каскада, уменьшая выходное напряжение. При этом напряжение на выходе может возрастать, быть постоянным или уменьшаться при перерегулировке в соответствии с регулировочными характеристиками 1, 2 и 3 (рис. 8.4,б).

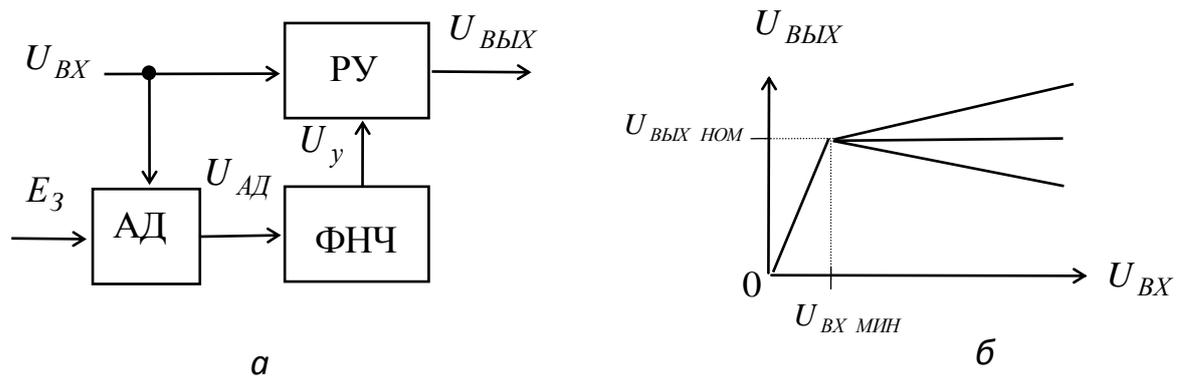


Рис. 8.4. АРУ без обратной связи — АРУ ``вперед``:
 а — функциональная схема; б — регулировочная характеристика

Недостаток такой системы, как и любой системы без обратной связи: регулирующее напряжение не зависит от истинного уровня выходного напряжения и требует высокой точности и стабильности параметров системы.

В системе с обратной связью (АРУ ``назад``) управляющее напряжение определяется уровнем напряжения на выходе регулируемого каскада, которое при $E_{ВЫХМІН} > E_3$ детектируется и через ФНЧ поступает ``назад`` на регулирующий вход регулируемого каскада, уменьшая выходное напряжение. Такая система АРУ с обратной связью является наиболее простой и универсальной. Регулировочные характеристики 1 и 2 двух систем АРУ с обратной связью приведены на рис. 8.5,б. При этом эффективность системы

АРУ ``назад`` с регулировочной характеристикой 2, лучше, чем системы АРУ ``назад`` с регулировочной характеристикой 1.

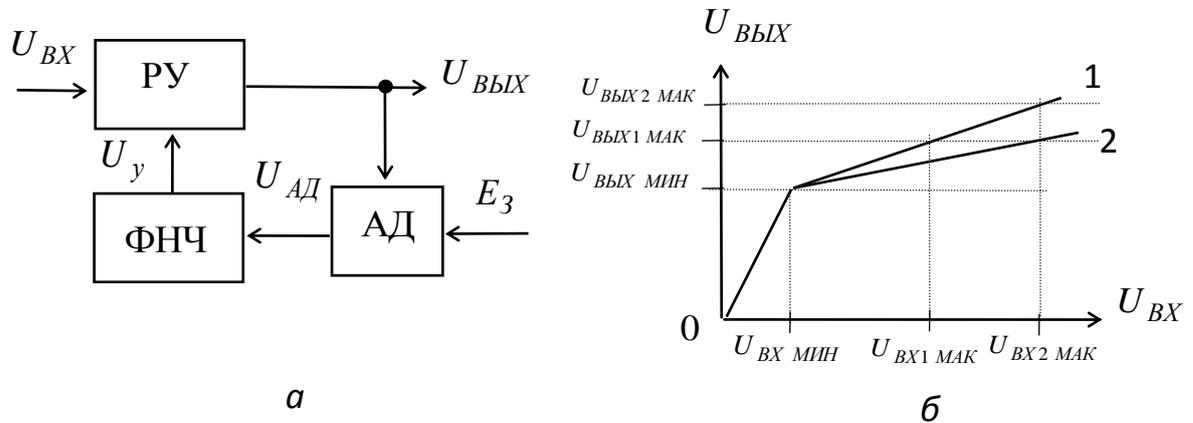


Рис. 8.5. АРУ с обратной связью — АРУ ``назад``:
а — функциональная схема; б — регулировочная характеристика.

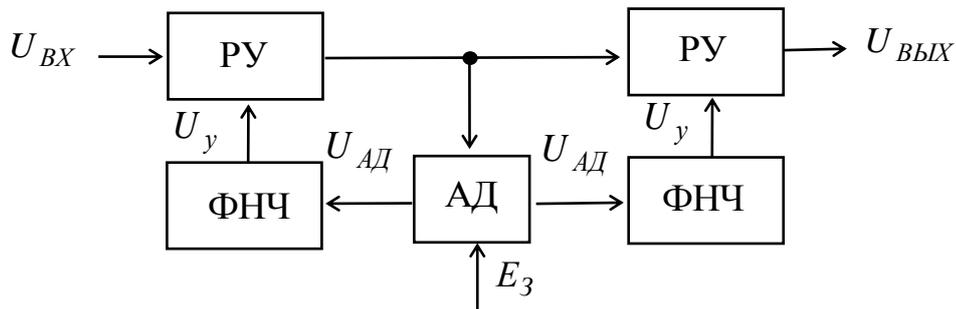


Рис. 8.6. Функциональная схема комбинированной системы АРУ

2. По скорости срабатывания различают следующие системы АРУ:

а) инерционные — степень инерционности зависит от скорости изменения уровня сигнала на входе системы, а также от вида и частоты модуляции;

б) быстродействующие — срабатывают в течение длительности импульса;

в) мгновенные — срабатывают практически в течение фронта импульса;

г) временные — используются, если заранее известен закон изменения уровня сигнала на входе системы.

Используя функциональную схему системы АРУ с обратной связью (см. рис. 8.5,а), смоделируем структурную схему. Структурная схема ФНЧ определена выше, поэтому необходимо смоделировать структурные схемы РУ и АД [6-7, 16].

8.3. Структурная схема регулируемого усилителя

Регулируемым называется усилитель, коэффициент усиления которого изменяется в зависимости от управляющего напряжения, приложенного к входу управления.

Моделирование РУ

Математическое описание функциональной зависимости между входными и выходной величинами $U_{ВЫХ} = F(U_{ВХ}, U_y)$ звена РУ (рис. 8.7,а), запишется $U_{ВЫХ} = K_y U_{ВХ}$. На основе линеаризации реальной регулировочной характеристики (сплошная линия на рис. 8.7,б) — зависимости коэффициента усиления K_y от управляющего напряжения U_y — получим $K_y = K_0 - S_y U_y$, где K_0 — максимальный коэффициент усиления; S_y — крутизна управления регулировочной характеристики.

Математическое описание для функционального звена РУ запишется

$$U_{ВЫХ} = (K_0 - S_y U_y) U_{ВХ} = (K_0 - \Delta K) U_{ВХ}, \quad (8.6)$$

где $\Delta K = S_y U_y$ — изменение коэффициента усиления при регулировке.

Структурная схема РУ для математического описания на основе соотношения (8.6) состоит из сумматора, звена направленного действия с коэффициентом передачи S_y , звена с передаточной функцией $U_{ВХ}$ (рис. 8.7,в).

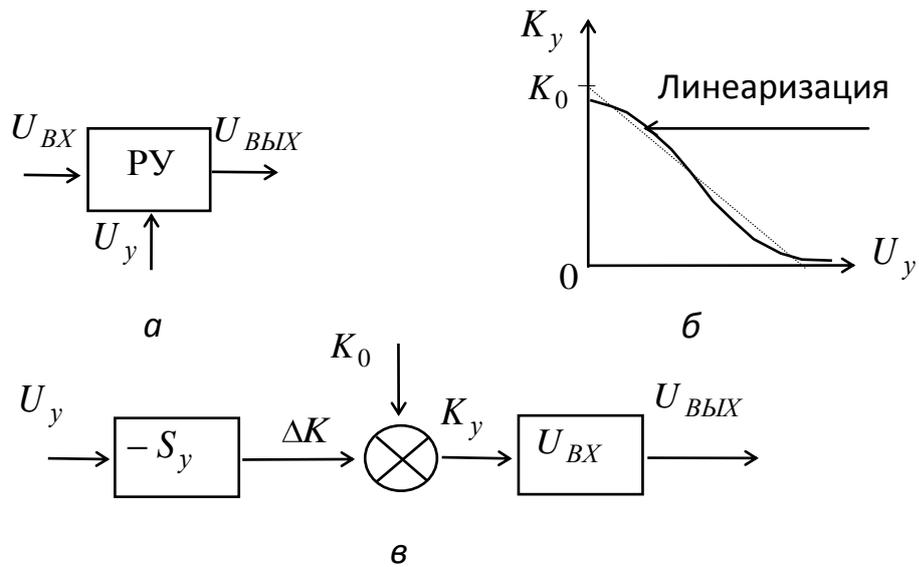


Рис. 8.7. Регулируемый усилитель:
a — функциональная схема; *б* — регулировочная характеристика; *в* — структурная схема

Способы регулировки усиления

Регулировку усиления можно осуществить одним из следующих способов [13]:

- изменением режима регулируемого каскада по постоянному току (режимная регулировка);
- изменением глубины ООС по переменному току в регулируемом каскаде;
- изменением коэффициента передачи межкаскадных цепей (электрически управляемых аттенюаторов).

Схемотехника режимной регулировки

Рассмотрим режимную регулировку на примере принципиальной схемы РУ на биполярных транзисторах (рис.8.8).

Коэффициент усиления РУ на биполярном транзисторе (рис. 8.8,*a*) запишется

$$K_0 = S_0 R_{H\sim} \approx \frac{R_{H\sim}}{r_{\text{э}} + r_{\Delta}}, \quad (8.7)$$

где $R_{H\sim} = \frac{R_K R_H}{R_K + R_H}$ — сопротивление нагрузки по переменному току, R_K —

сопротивление резонансного контура, R_H — сопротивление нагрузки;

$r_E = \frac{25.6[мВ]}{I_E[мА]}$ — сопротивление эмиттера при токе I_E , r_Δ — контактное

сопротивление эмиттера, равное примерно 0.5-5.0 Ом.

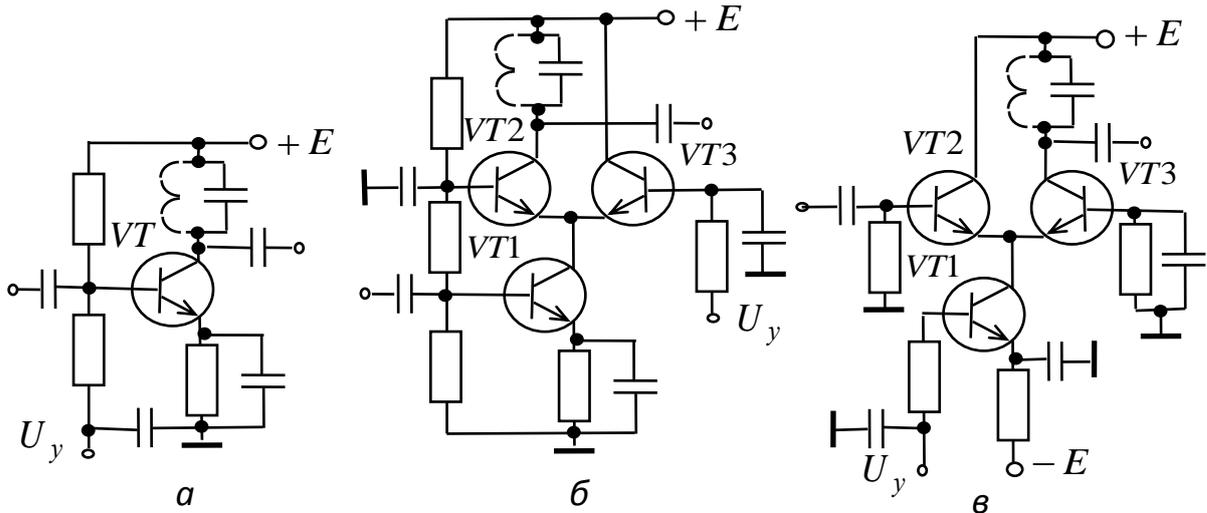


Рис.8.8. Принципиальные схемы РУ
на биполярных транзисторах

Из выражения (8.7) видно, что при уменьшении тока эмиттера коэффициент усиления уменьшается, но при этом будут увеличиваться нелинейные искажения. Поэтому были разработаны специальные транзисторы типов ГТ328 и ГТ346. Усиление каскадов, выполненных на этих биполярных транзисторах, уменьшается при увеличении тока эмиттера. Диапазон регулировки усиления каскада в селекторе каналов телевизионных приемников достигает 40-46 дБ.

В схеме РУ, приведенной на рис. 8.8,б, для регулировки усиления служит дополнительный транзистор $VT3$. При подаче положительного управляющего напряжения U_y ток транзистора $VT3$ растет, а ток транзистора $VT2$ уменьшается, т. к. их суммарный ток равен току транзистора $VT1$ и, следовательно, усиление каскада уменьшаются.

В схеме РУ, приведенной на рис. 8.8,в, нагрузкой эмиттерного повторителя на транзисторе $VT2$ является цепь коллектора транзистора $VT1$ и входная проводимость каскада на транзисторе $VT3$, включенного по схеме с общей базой. Усиление регулируется изменением тока коллектора транзистора $VT1$ под действием управляющего напряжения U_y , подаваемого на его базу.

В схеме РУ на однозатворном полевом транзисторе (рис. 8.9,а) для регулировки усиления используют зависимость крутизны стокзатворной характеристики полевого транзистора от напряжения на затворе. Эта зависимость близка к линейной, что позволяет в процессе регулировки усиления значительно уменьшить нелинейные искажения РУ.

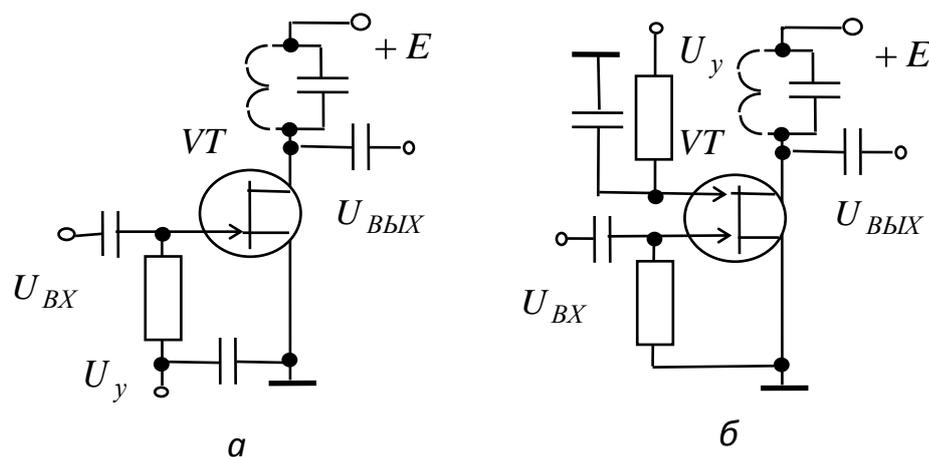


Рис. 8.9. Схемы регулировки усиления на полевых транзисторах

Для исключения влияния цепей управления на частотные характеристики РУ применяют схему на двухзатворном полевом транзисторе, (рис. 8.9,б), в которой управляющего напряжения U_y подается на второй затвор полевого транзистора.

Регулировка усиления изменением глубины ООС

В схемах регулировки усиления путем изменения глубины ООС на биполярном транзисторе и операционном усилителе в качестве управляемого резистора применен канал «сток-исток» полевого транзистора, сопротивление которого при малой амплитуде переменного напряжения является линейным (рис.8.10).

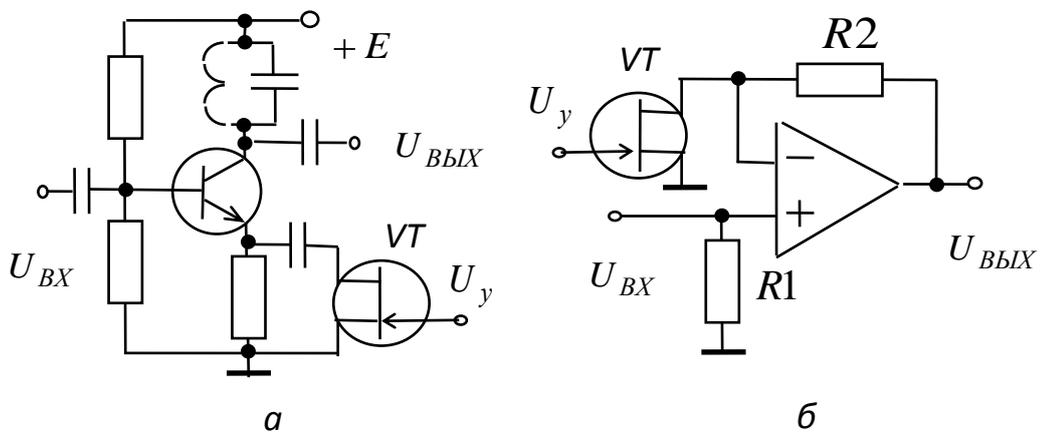


Рис. 8.10. Схемы регулировки усиления изменением глубины ОС

Коэффициент усиления РУ с ООС для схемы, приведенной на рис. 8.10,а, запишется

$$K_{OC} = \frac{S_0 R_{H\sim}}{1 + S_0 R_{OC}} \underset{R_{OC} S_0 \gg 1}{=} \frac{R_{H\sim}}{R_{OC}}, \quad (8.8)$$

где R_{OC} — сопротивление канала «сток-исток» полевого транзистора VT .

Коэффициент усиления РУ с ООС для схемы, приведенной на рис. 8.10,б, запишется

$$K_{OC} = 1 + \frac{R2}{R_{VT}}, \quad (8.9)$$

где R_{VT} — сопротивление канала «сток-исток» полевого транзистора VT .

Изменение напряжения на затворе полевого транзистора VT приводит к изменению сопротивления канала «сток- исток», изменению глубины ООС и изменению усиления РУ.

Регулировка коэффициента передачи межкаскадных цепей (электрически управляемых аттенюаторов)

Для регулировки коэффициента передачи межкаскадных цепей используются схемы регулируемых делителей напряжения (рис.8.11).

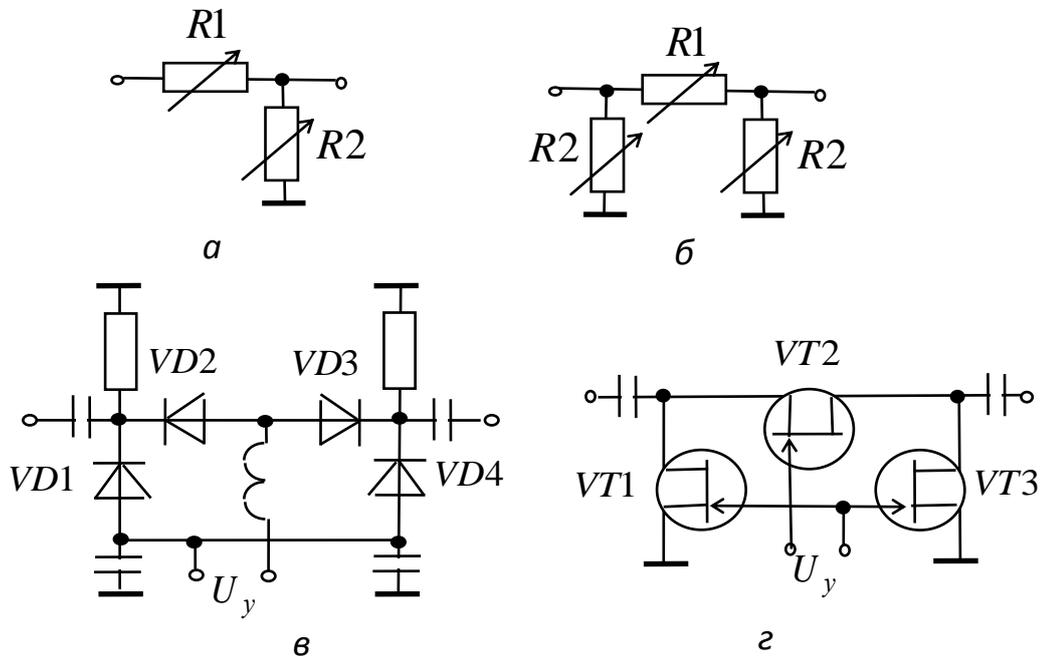


Рис. 8.11. Схемы регулируемых делителей напряжения

Γ -образный делитель напряжения, приведенный на рис. 8.11,а, является простейшим. При увеличении сопротивления $R1$ и уменьшении сопротивления $R2$ коэффициент передачи уменьшается, но при этом изменяются входное и выходное сопротивления Γ -образного делителя.

Π -образный делитель напряжения, приведенный на рис. 8.11,б, используется в тех случаях, когда предъявляются повышенные требования к

стабильности АЧХ и ФЧХ, так как входное и выходное сопротивления остаются постоянными в процессе регулировки коэффициента передачи.

Принципиальные схемы реализации Π – образного делителя напряжения реализуются на $p-i-n$ диодах (рис. 8.11,в) и на полевых транзисторах (рис. 8.11,г), используемых в качестве электрически управляемых сопротивлений.

8.4. Структурная схема амплитудного детектора

Амплитудный детектор предназначен для получения на его выходе напряжения U_{AD} , пропорционального значению того параметра входного сигнала АД, который в процессе регулирования должно быть постоянным.

Математическое описание функциональной зависимости между выходным напряжением U_{AD} , напряжением задержки E_3 и выходным напряжением $U_{ВЫХ}$ РУ $U_{AD} = F(U_{ВЫХ}, E_3)$ звена АД (рис. 8.12,а) найдем на основе регулировочной характеристики (рис. 8.12,б).

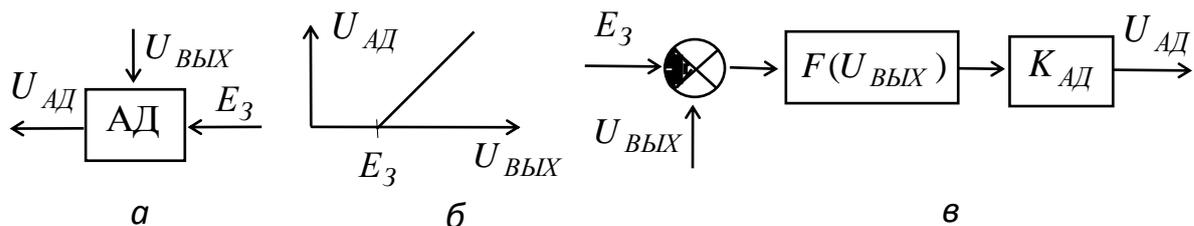


Рис. 8.12. Амплитудный детектор: а — функциональная схема; б — регулировочная характеристика; в — структурная схема

Из регулировочной характеристики напряжение на выходе АД запишется в следующем виде:

$$U_{AD} = \begin{cases} K_{AD} (U_{ВЫХ} - E_3) & \text{при } U_{ВЫХ} > E_3; \\ 0 & \text{при } U_{ВЫХ} < E_3, \end{cases} \quad (8.10)$$

где K_{AD} — коэффициент передачи АД.

Структурная схема АД для математического описания на основе соотношения (8.10) состоит из сумматора, функционального звена с коэффициентом передачи

$$F(U_{ВЫХ}) = \begin{cases} 1 & \text{при } U_{ВЫХ} > E_3, \\ 0 & \text{при } U_{ВЫХ} < E_3 \end{cases}$$

и звена направленного действия с коэффициентом передачи K_{AD} (рис. 8,12,в).

Рассмотрим принципиальную схему совмещенного диодного АД для системы АРУ (рис.8.13).

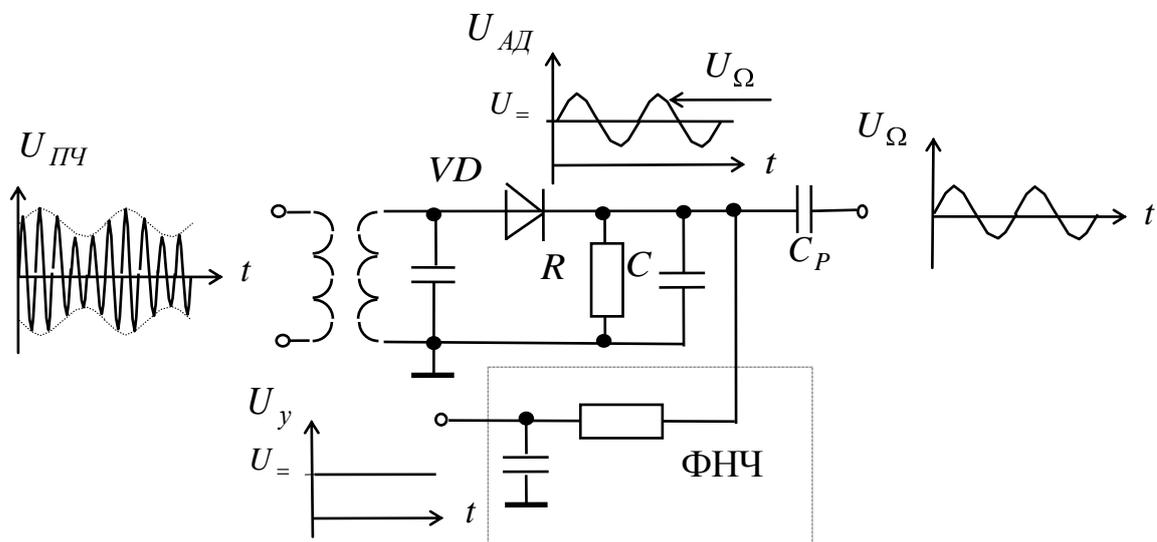


Рис. 8.13. Принципиальная схема с совмещенным диодным АД

На вход совмещенного диодного АД приходит амплитудно-модулированное напряжение промежуточной частоты $U_{ПЧ}$, на нагрузке детектора выделяется напряжение АД U_{AD} , состоящее из напряжения модулирующей частоты U_{Ω} , которое через разделительный конденсатор C_P поступает на вход УНЧ, и постоянного напряжения $U_=_$, которое проходит через ФНЧ и используется в виде управляющего напряжения U_y в системе АРУ. Напряжение задержки в диодной схеме АД получается за счет напряжения отсечки диода, которое для кремниевых диодов составляет

+0.6 ÷ 0.8 В. В некоторых схемах постоянное запирающее напряжение задержки E_3 подается на один из регулируемых каскадов.

8.5. Структурная схема системы АРУ с обратной связью

На основе структурных схем РУ, АД и ФНЧ смоделируем структурную схему системы АРУ, (рис. 8.14). Из-за нелинейного звена с передаточной функцией $F(U_{ВЫХ})$ система АРУ является нелинейной. Зависимость коэффициента усиления системы АРУ от времени за счет наличия звена с передаточной функцией $U_{ВХ}$ делает ее нестационарной.

Таким образом, в отличие от систем ЧАПЧ и ФАПЧ система АРУ является нелинейной и нестационарной САР.

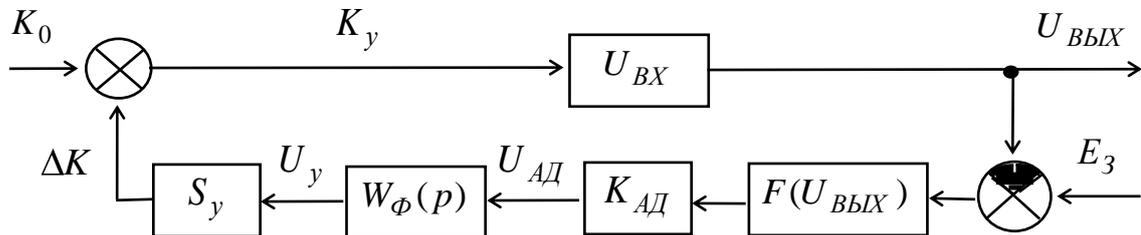


Рис. 8.14. Структурная схема системы АРУ

Проведем анализ системы АРУ для входного напряжения $U_{ВХ} = const$ в стационарном режиме при $F(U_{ВЫХ}) = 1$ и $U_{ВЫХ} > E_3$.

Математическая связь между входным и выходным напряжениями для структурной схемы системы АРУ (см. рис. 8.14) определится в виде

$$U_{ВЫХ} = K_y U_{ВХ} . \quad (8.11)$$

На основе принципа суперпозиции для коэффициента передачи РУ запишем

$$K_y = W_{E_3 \rightarrow K_y} E_3 + W_{K_0 \rightarrow K_y} K_0 . \quad (8.12)$$

где $W_{E_3 \rightarrow K_y}$ и $W_{K_0 \rightarrow K_y}$ — передаточные функции от точки приложения воздействия до точки, где ищем реакцию на это воздействие.

В выражении (8.12) первое слагаемое определяет вклад в коэффициент передачи K_y от напряжения задержки E_3 , второе слагаемое определяет вклад за счет максимального коэффициента передачи K_0 .

В статическом стационарном режиме $W_\Phi(0) = K_\Phi$, и тогда выражения для передаточных функций $W_{E_3 \rightarrow K_y}$ и $W_{K_0 \rightarrow K_y}$ согласно структурной схеме системы АРУ запишутся:

$$W_{E_3 \rightarrow K_y} = \frac{K_{AD} K_\Phi S_y}{1 + K_{AD} K_\Phi S_y U_{BX}}, \quad (8.13)$$

$$W_{K_0 \rightarrow K_y} = \frac{1}{1 + K_{AD} K_\Phi S_y U_{BX}}. \quad (8.14)$$

С учетом соотношений (8.13) и (8.14) выражение (8.12) для коэффициента передачи РУ запишем

$$K_y = \frac{K_{AD} K_\Phi S_y E_3 + K_0}{1 + K_{AD} K_\Phi S_y U_{BX}}. \quad (8.15)$$

Тогда для регулировочной характеристики системы АРУ в статическом стационарном режиме с учетом соотношений (8.12) и (8.15) получим:

$$U_{ВЫХ} = \begin{cases} \frac{K_{AD} K_\Phi S_y E_3 + K_0}{1 + K_{AD} K_\Phi S_y U_{BX}} U_{BX} & \text{при } U_{ВЫХ} > E_3; \\ K_0 U_{BX} & \text{при } U_{ВЫХ} < E_3. \end{cases} \quad (8.16)$$

Для расчета регулировочной характеристики системы АРУ можно использовать другие соотношения, полученные из соотношения (8.16):

$$U_{BX} = \begin{cases} \frac{U_{ВЫХ}}{K_0 + K_{AD} K_\Phi S_y (E_3 - U_{ВЫХ})} & \text{при } U_{ВЫХ} > E_3; \\ \frac{U_{ВЫХ}}{K_0} & \text{при } U_{ВЫХ} < E_3. \end{cases} \quad (8.17)$$

Выражения (8.16) и (8.17) определяют регулировочную характеристику системы АРУ с обратной связью (см. кривая 1 или 2 на рис. 8.5.б).

На рис. 8.15,а приведен спектр напряжения на выходе АД при подаче на его вход большого уровня амплитудно-модулированного сигнала. Это напряжение с выхода АД через ФНЧ подается на вход управления РУ.

На рис. 8.15,б–г приведены спектры управляющих сигналов для различных постоянных времени ФНЧ.

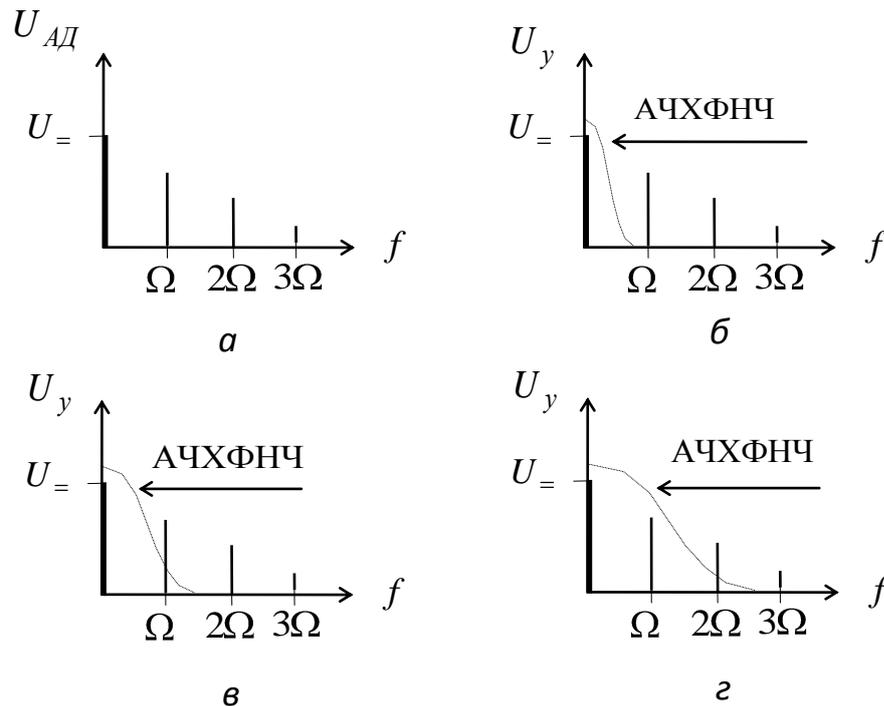


Рис. 8.15. Спектр сигнала: а — на выходе АД; б — на выходе ФНЧ при T_1 ; в — на выходе ФНЧ при $T_2 < T_1$; г — на выходе ФНЧ при $T_3 < T_2$.

При постоянной времени ФНЧ $T_1 \gg \frac{1}{2\pi\Omega}$ на вход управления РУ подается только управляющее напряжение в виде постоянного напряжения $U_$. При уменьшении постоянной времени фильтра $T_2 < T_1$ в спектре управляющего напряжения появляется модулирующая частота (рис. 8.15,в) и наблюдается демодуляция амплитудно-модулированного сигнала (изменение глубины модуляции, рис. 8.16,а).

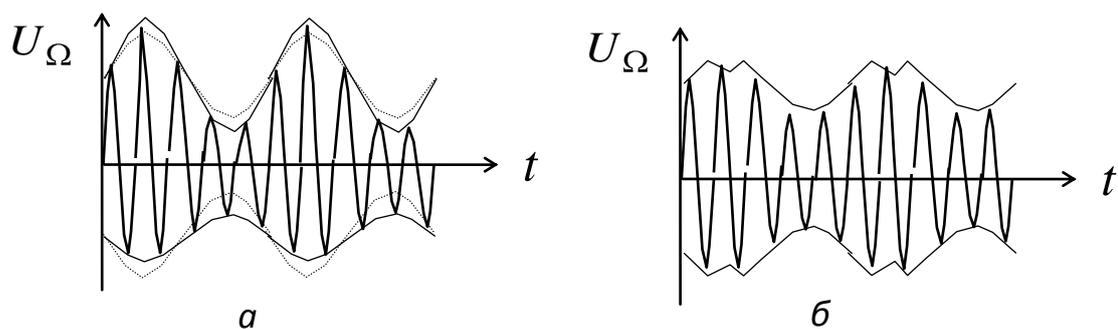


Рис. 8.16. Демодуляция амплитудно-модулированного сигнала (а), искажение формы модулирующего сигнала (б).

При дальнейшем уменьшении постоянной времени ФНЧ $T_3 < T_2$ в спектре управляющего напряжения появляется вторая гармоника модулирующей частоты (рис. 8.15,з) и начинается искажение формы модулирующего сигнала, (рис. 8.16,б), что приводит к потере устойчивости при увеличении уровня входного сигнала.

9. ДИСКРЕТНЫЕ САР

9.1. Основные понятия о дискретных САР

Сигналы, действующие в САР, бывают непрерывными и дискретными, (рис.9.1). Соответственно этому все САР делятся на системы непрерывного действия и системы дискретного действия [8-10].

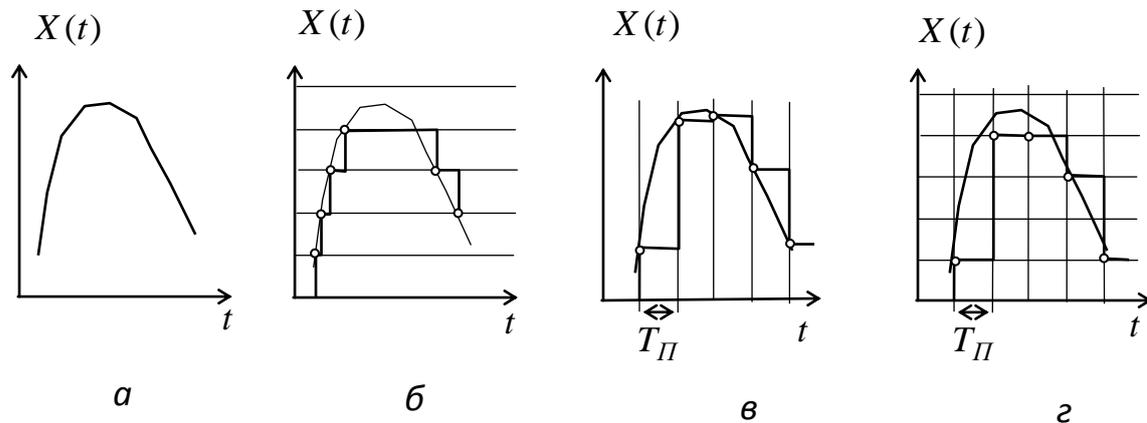


Рис. 9.1. Непрерывные и дискретные сигналы:
a — непрерывный; *б* — дискретный по уровню;
в — дискретный по времени с периодом T_{Π} ;
г — дискретный по уровню и по времени

В системах непрерывного действия (в непрерывных системах) существуют только сигналы, являющиеся непрерывными функциями времени (рис. 9.1,*a*). Все звенья этих САР — звенья непрерывного действия, т. е. их входные и выходные величины представляют собой непрерывные сигналы.

САР дискретного действия (дискретной САР) называется система, в которой хотя бы одна величина представляет собой дискретный сигнал. Дискретный сигнал изменяется во времени дискретно скачком (рис. 9.1,*б – г*). Существуют дискретные САР, в которых имеются только дискретные сигналы. Но в большинстве дискретных САР присутствуют как дискретные, так и непрерывные сигналы. В состав таких САР наряду со звеньями непрерывного и

дискретного действия входят звенья, преобразующие непрерывные сигналы в дискретные, и звенья, осуществляющие обратное преобразование.

Преобразование непрерывного сигнала в дискретный сигнал называется квантованием сигнала. Существует два основных вида квантования: по уровню (см. рис. 9.1,б) и по времени (см. рис. 9.1,в). Сигнал, квантованный по уровню, может принимать только вполне определенные дискретные значения, соответствующие уровням, показанным на рис. 9.1,б горизонтальными линиями.

Сигнал, квантованный по времени, изменяется скачком в фиксированные моменты времени, показанные на рис. 9.1,в вертикальными линиями.

Сигнал может квантоваться и по уровню и по времени (см. рис. 9.1,г).

В соответствии с названными выше видами дискретных сигналов САР дискретного действия делятся на три типа: релейные, импульсные и цифровые. Релейные САР — это системы с квантованием по уровню, импульсные САР — системы с квантованием по времени, цифровые САР — системы с применением обоих видов квантования.

9.2. Импульсные САР

9.2.1. Функциональная схема разомкнутой импульсной САР

Импульсные САР – это системы, в которых действующие сигналы квантованы по времени. Так, автоматические системы РЛС получают сигнал только во время прихода отраженных от целей импульсов. Функциональная схема разомкнутой импульсной САР состоит из импульсной части и непрерывной части, составленной из обыкновенных линейных функциональных звеньев (рис. 9.2) [6-10].

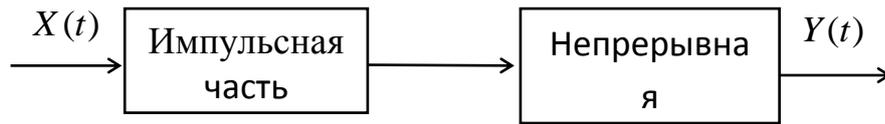


Рис. 9.2. Функциональная схема разомкнутой импульсной САР

В импульсной части осуществляется квантование непрерывного сигнала $X(t)$ по времени, т.е. преобразование его в дискретный сигнал. Проходя непрерывную часть, дискретный сигнал сглаживается и преобразуется обратно в непрерывный сигнал.

Квантование, осуществляемое импульсным элементом (ИЭ) в виде преобразования непрерывного сигнала в последовательность импульсов, называется импульсной модуляцией. Импульсная модуляция заключается в изменении одного из параметров выходных импульсов (модулируемого параметра) как функции величины входного сигнала (модулирующего сигнала). Модулируемым параметром для последовательности импульсов на выходе ИЭ может быть высота (амплитуда) импульса, его ширина и пауза между импульсами. Соответственно существует три вида импульсной модуляции: амплитудно-импульсная модуляция (АИМ), широтно-импульсная модуляция (ШИМ) и времяимпульсная модуляция (ВИМ). ВИМ, в свою очередь, подразделяется на фазоимпульсную модуляцию (ФИМ) и частотно-импульсную модуляцию (ЧИМ). Во всех случаях форма импульсов в процессе модуляции принимается неизменной.

Поясним сущность каждого вида модуляции (рис.9.3). При АИМ (рис. 9.3,б) модулируемым параметром, зависящим от входного сигнала $X(t)$ (рис. 9.3,а) в начале очередного периода повторения T_{II} импульсов, является высота (амплитуда) импульсов.

При ШИМ (рис. 9.3,в) модулируемым параметром является ширина импульсов T_{II} , а при ФИМ (рис. 9.3,г) — запаздывание T_3 импульса относительно начала периода. В случае ЧИМ модулируемым параметром,

изменяющимся как функция величины $X(t)$, является частота повторения $f_{\Pi} = 1/T_{\Pi}$ следующих импульсов.

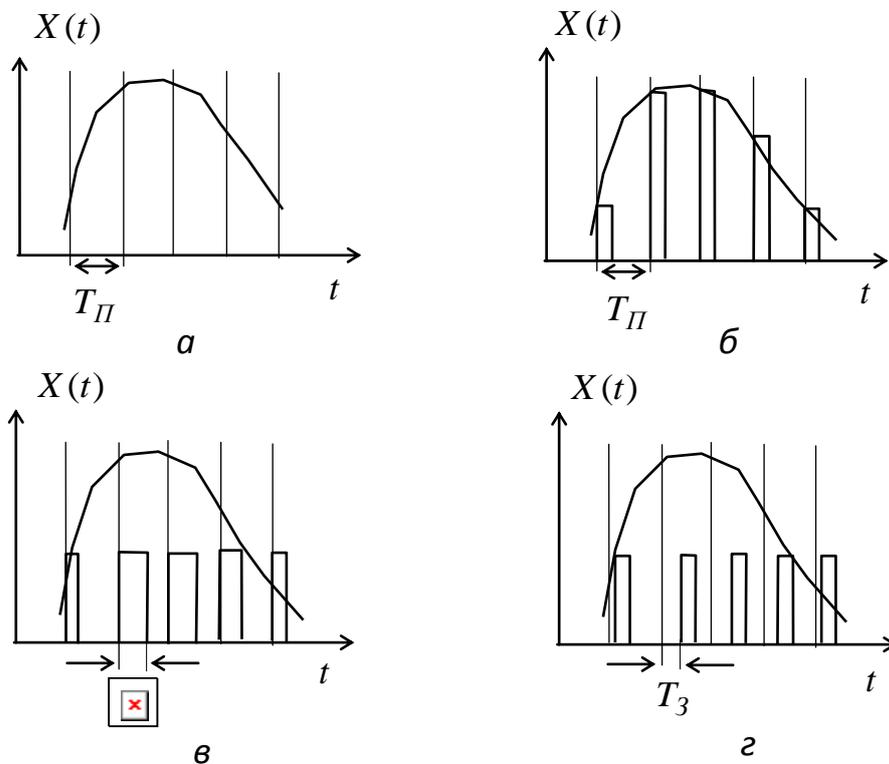


Рис. 9.3. Виды импульсной модуляции:

a — непрерывный сигнал; *б* — АИМ; *в* — ШИМ; *г* — ФИМ

По виду модуляции импульсные САР делятся соответственно на амплитудно-импульсные, широтно-импульсные, фазоимпульсные и частотно-импульсные системы.

Основные достоинства импульсных САР обусловлены прерывистым характером передачи сигналов между отдельными частями системы и состоят в возможности многоточечного управления, многократного использования линий связи, а также в повышенной помехозащищенности.

Многоточечность управления — это возможность с помощью одного импульсного УУ управлять несколькими ОУ, путем последовательного циклического подключения к каждому из ОУ.

Многократность использования одного канала связи — это возможность управлять несколькими ОУ, удаленными от импульсных УУ, путем

последовательного синхронного их подключения через линию связи с помощью коммутирующих устройств, включенных на обоих концах линии связи.

Повышенная помехозащищенность импульсных САР обусловлена возможностью передавать сигналы в виде коротких импульсов, в промежутке между которыми система оказывается разомкнутой и не реагирует на внешние возмущения.

9.2.2. Структурная схема и дискретная передаточная функция разомкнутой импульсной САР

Структурная схема разомкнутой импульсной САР состоит из ИЭ и звена с коэффициентом передачи непрерывной части $W_{НЧ}(p)$ (рис. 9.3,а) [6-10].

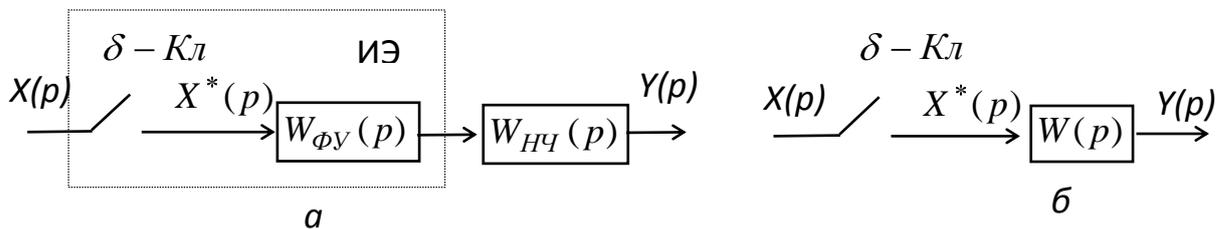


Рис. 9.4. Структурная схема разомкнутой импульсной САР:

a — с δ — ключом и формирующим устройством;

б — приведенная с δ — ключом

ИЭ представлен в виде двух устройств: δ — ключа ($\delta - Кл$), который называют идеальным ИЭ, и формирующего устройства (ФУ) с передаточной функцией $W_{ФУ}(p)$. Здесь δ — ключ преобразует непрерывный сигнал $X(t)$ в последовательность δ — импульсов $X^*(t)$, площадь каждого из которых равна значению $X(t)$ в момент замыкания ключа. Для δ — импульсов $X^*(t)$ прямоугольной формы единичной амплитуды длительностью $\tau_{И} \ll T_{П}$ передаточная функция ФУ запишется в следующем виде

$$W_{\Phi Y}(p) = \frac{1 - e^{-pT_{II}}}{p}, \quad (9.1)$$

где T_{II} — период повторения δ — импульсов.

ФУ такого типа называется фиксатором или экстраполятором нулевого уровня; в нем значение амплитуды импульсов фиксируется в течение периода.

Тогда передаточная функция ФУ и непрерывной части разомкнутой САР запишется

$$W(p) = W_{\Phi Y}(p) W_{НЧ}(p) = \frac{1 - e^{-pT_{II}}}{p} W_{НЧ}(p). \quad (9.2)$$

На рис. 9.4,б представлена приведенная структурная схема разомкнутой САР, причем выходной сигнал $X(t)$ является непрерывным и не равен нулю между дискретными моментами времени. Для получения дискретного выходного сигнала $Y^*(t)$ введем δ — ключ на выходе, работающий синхронно с входным δ — ключом (рис. 9.5,а). Затем, применив Z-преобразование, получим схему, приведенную на рис. 9.5,б.

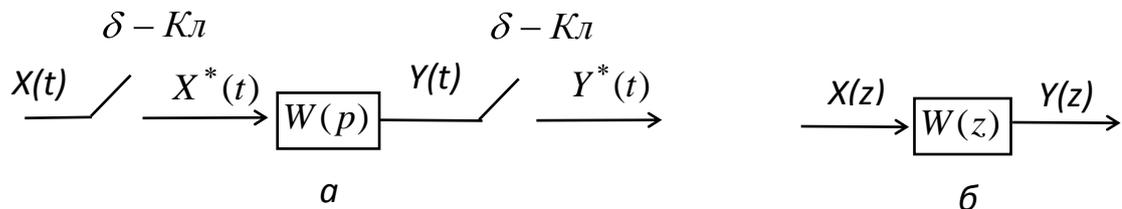


Рис. 9.5. Структурная схема дискретной разомкнутой импульсной САР: а — с δ — ключом на входе и выходе; б — преобразованная

Тогда дискретная передаточная функция для разомкнутой импульсной САР запишется

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = Z_T [W(p)], \quad (9.3)$$

где оператор Z_T соответствует трем последовательным операциям: обратному преобразованию Лапласа, квантованию по времени и Z-преобразованию.

Выражение (9.3) с учетом (9.2) и того, что $e^{pT} = z$ примет вид

$$W(z) = Z_T \left[\frac{z-1}{z} \cdot \frac{W_{HЧ}(p)}{p} \right] = \frac{z-1}{z} \cdot Z_T \left[\frac{W_{HЧ}(p)}{p} \right]. \quad (9.4)$$

Для Z-преобразования наиболее часто встречающихся функций составлены таблицы.

**9.2.3. Структурная схема
и дискретная передаточная функция
замкнутой импульсной САР**

На основе структурной схемы разомкнутой импульсной САР (см. рис. 9.4,б) можно получить структурную схему замкнутой импульсной САР, (рис. 9.6,а) [6-9].

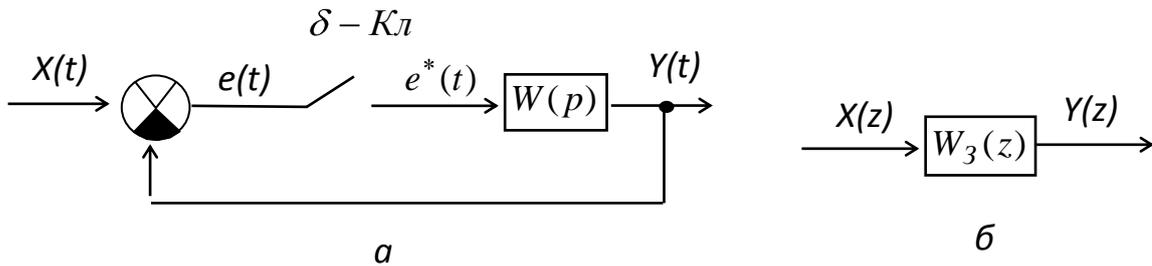


Рис. 9.6. Структурная схема замкнутой импульсной САР:
а — с δ — ключом; б — преобразованная схема

Входной сигнал $X(t)$ и выходной сигнал $Y(t)$ являются непрерывными. Для получения дискретного входного сигнала $X^*(t)$ и дискретного выходного сигнала $Y^*(t)$ введем на входе и на выходе структурной схемы δ — ключи. Все δ — ключи работают синхронно. Применив Z-преобразование, можно получить преобразованную структурную схему, приведенную на рис. 9.6,б. Дискретная передаточная функция преобразованной замкнутой импульсной системы запишется в следующем виде:

$$W_3(z) = \frac{W(z)}{1+W(z)}, \quad (9.3)$$

а дискретная передаточная функция ошибки

$$W_e(z) = \frac{1}{1+W(z)}. \quad (9.4)$$

Полученные дискретные функции используются для анализа устойчивости и качества работы импульсной САР.

9.3. Цифровые САР

9.3.1. Функциональная схема цифровой САР

Цифровые САР – это системы, в которых существуют дискретные сигналы в виде цифрового кода. Обобщенная функциональная схема цифровой САР содержит цифровое устройство управления (ЦУУ) и ОУ (рис. 9.7) [5-11].

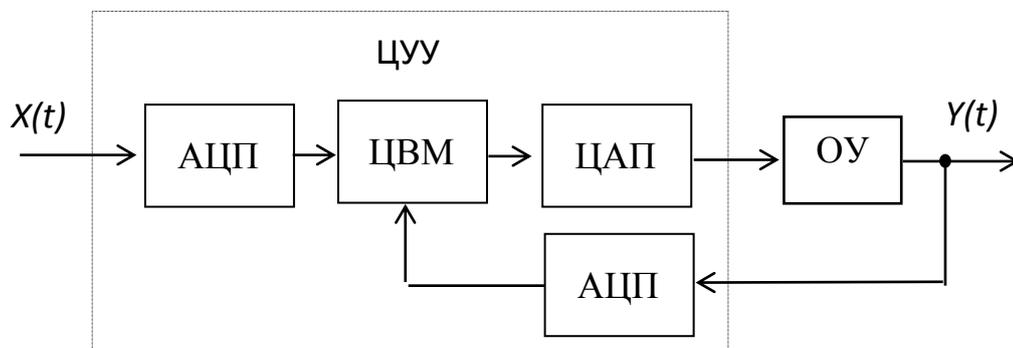


Рис. 9.7. Обобщенная функциональная схема цифровой САР

В отличие от импульсной модуляции, применяемой в импульсных САР, в цифровых САР каждое дискретное значение преобразуемой входной величины представляется не одним импульсом, модулируемый параметр которого (амплитуда, ширина, фаза) пропорционален значению входной величины, а серией импульсов. Каждое численное значение входной величины

представляется определенной комбинацией дискретных значений модулируемого параметра этих импульсов.

В состав ЦУУ входят: преобразователи аналогового сигнала в цифровой код, аналого-цифровые преобразователи (АЦП), преобразователи цифрового кода в аналоговый сигнал, цифро-аналоговые преобразователи (ЦАП) и цифровые вычислительные машины (ЦВМ). В цифровых САР количество входных и выходных величин ОУ может измеряться сотнями, а расстояния, на которые передаются эти величины – многими километрами (например, в системах управления судами, самолетами, ракетами).

Цифровые САР обладают всеми достоинствами импульсных САР, но имеют более высокую точность, повышенную помехозащищенность и возможность реализации очень сложных алгоритмов управления.

9.3.2. Структурная схема и дискретная передаточная функция цифровой САР

Для функциональной схемы цифровой САР (см. рис. 9.7) получим структурную схему (рис. 9.8), где $W_{Ц}(z)$ – дискретная передаточная функция ЦУУ, а $W(p)$ – передаточная функция ФУ и непрерывной части цифровой САР.

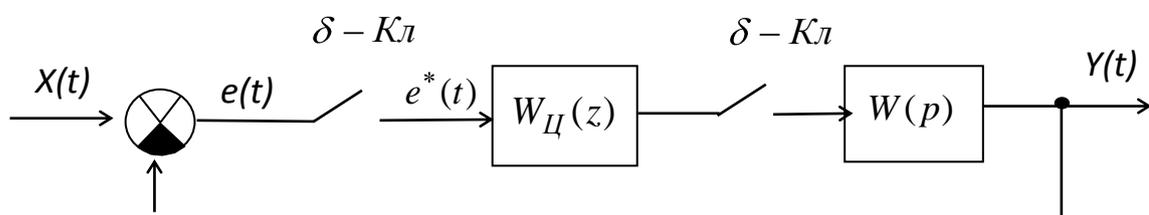


Рис. 9.8. Структурная схема замкнутой цифровой САР

Аналогично, как и для импульсной САР, преобразуя введением δ -ключей непрерывные сигналы структурной схемы цифровой САР в дискретные

и применяя Z-преобразование, получим структурную схему цифровой САР в виде, приведенном на рис. 9.6,б.

Тогда для анализа устойчивости и качества работы цифровой САР можно использовать выражения (9.3) и (9.4), полученные для дискретных передаточных функций импульсной САР.

9.4. Нелинейные САР

Автоматические системы являются нелинейными, если содержат хотя бы один нелинейный элемент (НЭ). Например, структурная схема замкнутой нелинейной системы с единичной ООС содержит нелинейное звено и линейное звено (рис. 9.9) [5].

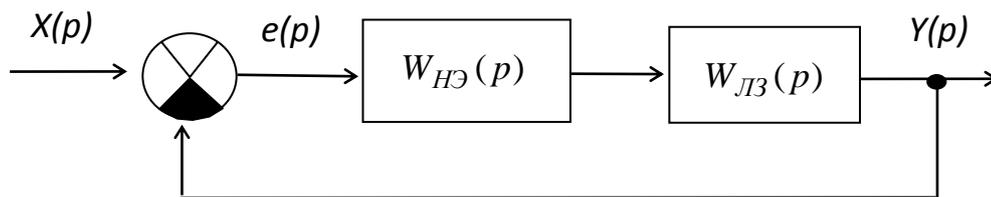


Рис. 9.9. Структурная схема замкнутой нелинейной САР

В практике чаще всего встречаются безынерционные НЭ. В табл. 9.1 приведены нелинейные характеристики НЭ релейного типа, ограничения и дискриминационная характеристика, наиболее часто встречающиеся в САР.

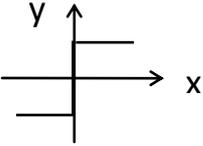
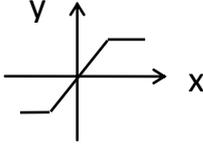
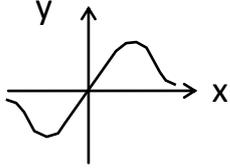
Особенностью нелинейных САР является возможность возникновения в них автоколебаний. Исследование условий возникновения автоколебаний, их устойчивости и параметров (амплитуды и частоты) является одной из задач анализа нелинейных систем. В САР с дискриминационной характеристикой приходится оценивать условия, при которых наступает срыв слежения.

К основным методам анализа нелинейных систем относятся: 1) метод фазовой плоскости; 2) метод кусочно-линейной аппроксимации; 3) метод

гармонической линеаризации; 4) метод статистической линеаризации; 5) метод моделирования.

Таблица 9.1

Типовые нелинейности

Вид нелинейности	График
Релейная	
Ограничение	
Дискриминационная характеристика	

Метод фазовой плоскости применяется для анализа нелинейных систем, порядок которых не выше второго. На плоскость с координатами $e(t)$ и $e'(t)$, где $e(t)$ – ошибка системы или какой либо другой сигнал, строится траектория движения системы. Плоскость и траектория движения системы называются фазовыми. По характеру фазовой траектории оценивается качество работы системы.

Метод кусочно-линейной аппроксимации используется в том случае, когда нелинейная часть системы безынерционна и ее характеристика может быть аппроксимирована прямыми линиями.

Метод гармонической линеаризации базируется на замене нелинейного элемента линейным звеном, параметры которого при синусоидальном входном

сигнале определяются из условия равенства амплитуд первых гармоник на выходе нелинейного элемента и эквивалентного ему линейного звена. Данный метод может быть использован, когда линейная часть является низкочастотным фильтром.

Метод статистической линеаризации — приближенный и применим для систем произвольного порядка. Он основан на замене нелинейного элемента линейным звеном, коэффициенты передачи которого по математическому ожиданию и случайной составляющей сигнала на входе нелинейного элемента определяются из условия статистической эквивалентности нелинейного звена линейному звену.

Метод моделирования основан на использовании для анализа нелинейных САР вычислительных машин. Этот метод не накладывает ограничений на порядок исследуемых систем и позволяет оценить качество систем при большом наборе начальных условий и различных видах входных сигналов и помех.

9.5. Оптимальные и адаптивные САР

САР, обеспечивающую наилучшие показатели качества при заданных условиях, называют оптимальной. Качество таких систем оценивается выбранным критерием оптимальности. При синтезе оптимальных систем различают две задачи. В задачах первого типа полагают, что структурная схема системы известна, и необходимо лишь найти оптимальные значения ее параметров, обеспечивающие экстремальное значение критерия оптимальности. В задачах второго типа система неизвестна, и необходимо определить ее структурную схему и значения параметров, обеспечивающие экстремум принятого критерия оптимальности.

Одним из возможных способов построения оптимальных САР при неполной информации о воздействиях и характеристиках устройства состоит в

том, чтобы выбранная структура системы и ее параметры минимизировали критерий оптимальности при наиболее неблагоприятных условиях работы. Такие оптимальные системы называются минимаксными.

Современные САР с целью повышения качества их работы в условиях неполноты априорной информации строятся как адаптивные системы, в которых в процессе работы автоматически определяется необходимая информация о текущем управляемом процессе и в нужном направлении изменяются структура и параметры системы.

Оптимальные САР классифицируются по различным признакам. Их можно разделить на два основных класса: системы с постоянной настройкой (без адаптации) и адаптивные системы. Системы с постоянной настройкой в зависимости от вида критериев оптимальности подразделяются:

- на системы оптимальные по быстродействию, где критерием оптимальности является минимум длительности переходного процесса;
- системы оптимальные по точности, в которых критерий оптимальности – минимум ошибки или минимум какой-либо функции от ошибки.

Адаптивные системы в зависимости от способа адаптации делятся:

- на экстремальные системы, в которых достигается режим, соответствующий экстремуму статической характеристики объекта управления, положение и значение которого неизвестны;
- самонастраивающиеся системы, в которых требуемый оптимальный режим работы обеспечивается за счет автоматической настройки параметров системы;
- обучающиеся системы, в которых оптимальный режим работы достигается в результате анализа и накопления информации о процессе в системе и автоматическом изменении ее структуры и параметров в зависимости от накопленного опыта.

Примерами адаптивных САР является адаптивный пеленгатор РЛС, система управления фазированной антенной решеткой.

9.6. Помехоустойчивость САР

Помехоустойчивостью САР называется ее способность сохранять при действии помех свои показатели качества неизменными или изменяющимися лишь в небольших (допустимых) пределах.

На вход САР вместе с сигналами, содержащими задающие воздействия, могут поступать различные возмущающие помехи $X_{ПOM}(t)$, которые мешают процессу управления. Источниками помех могут быть также изменения внешних условий работы системы (температура, давление, влажность), которые проявляются в виде возмущающих воздействий $Z_{YU}(t)$ и $Z_{OU}(t)$ на УУ и ОУ, соответственно. Помимо этого существуют помехи $Z_{YU BH}(t)$ и $Z_{OU BH}(t)$, которые обуславливаются изменением внутреннего состояния системы (например нестабильностью источников питания, внутренними шумами системы).

Перечисленные помехи учитываются при моделировании САР (рис. 9.10).

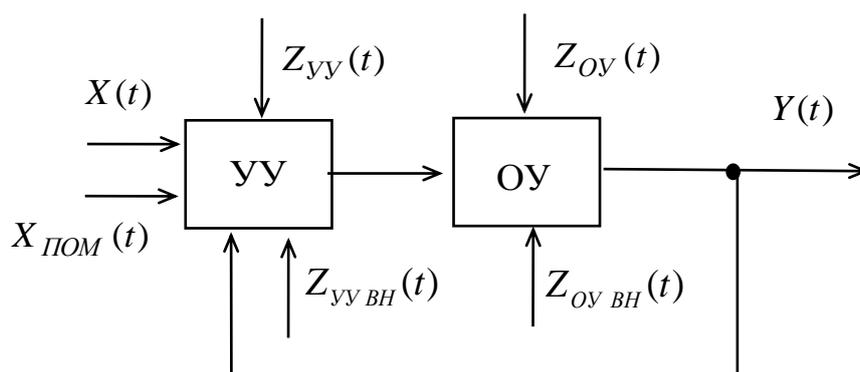


Рис. 9.10. Общая функциональная схема замкнутой САР с учетом помех

Представим обобщенную структурную схему замкнутой САР, приведенную на рис. 7.1,б, с учетом помех, действующих через введенные сумматоры (рис. 9.11).

Анализ на основе обобщенной структурной схемы замкнутой САР показывает, что действие помех может сильно влиять на точность и качество процесса регулирования. Поэтому в современных системах регулирования, работающих в сложных помеховых условиях, стремятся применить элементы самонастройки, например, уменьшить при увеличении помех полосу пропускания системы. Такие системы относятся к адаптивным системам.

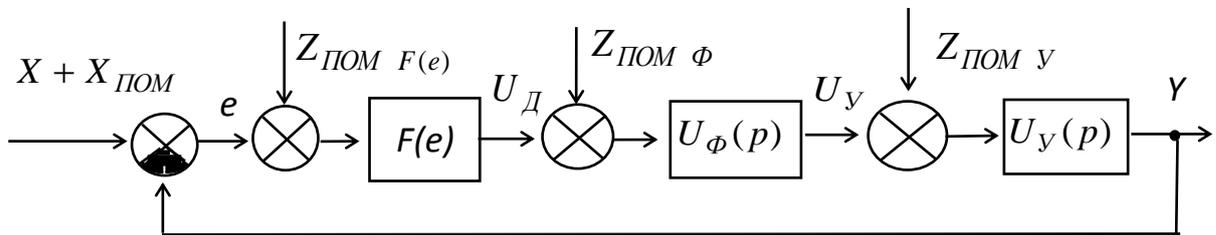


Рис. 9.11. Обобщенная структурная схема замкнутой САР с учетом помех

Адаптивные системы, у которых адаптация осуществляется изменением значений параметров УУ, называются самонастраивающимися.

Адаптивные системы, у которых адаптация осуществляется изменением значений параметров и структуры УУ, называются самоорганизующимися.

Функциональная схема адаптивной САР содержит ОУ и УУ, которое состоит из основного УУ ($УУ_0$) и УУ адаптации ($УУ_A$) (рис. 9.12) [5].

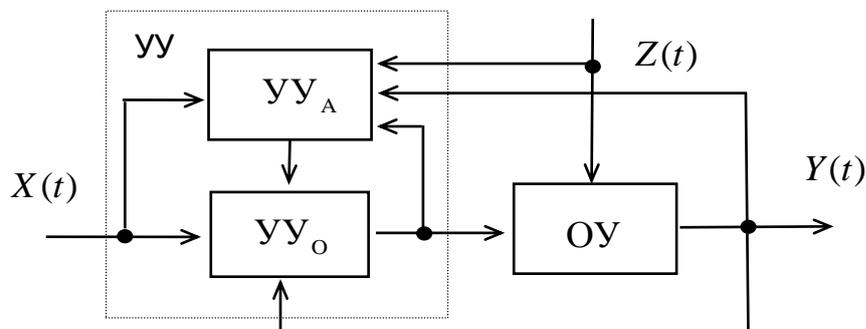


Рис. 9.12. Функциональная схема адаптивной САР

10. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ САР

10.1. Передаточная функция линейной САР

Процессы, происходящие в нелинейной САР (рис. 10.1,а), описываются нелинейными дифференциальными уравнениями, которые могут быть решены в отдельных редких случаях.

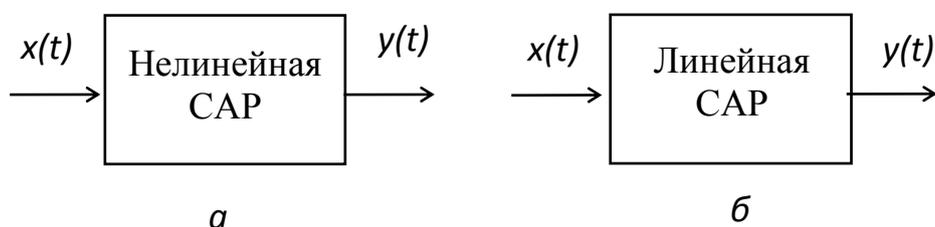


Рис. 10.1. Функциональные схемы САР
при временном представлении воздействий

Однако уравнения большого числа систем могут быть линеаризованы. При этом процессы в системе (рис. 10.1,б) описываются линейными дифференциальными уравнениями вида [1-4]

$$\begin{aligned}
 a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y(t) = \\
 = b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 x(t)
 \end{aligned}
 \tag{10.1}$$

В стационарных САР коэффициенты дифференциального уравнения (10.1) являются постоянными величинами, в нестационарных САР — переменными. Методы анализа линейных САР основываются на принципе суперпозиции, который заключается в следующем. Если на систему поступает управляющее воздействие, которое можно представить в виде суммы простых

воздействий, то выходной сигнал определяется как сумма реакций от каждого входного воздействия.

Решение дифференциального уравнения (10.1) связано с вычислительными трудностями, а во многих случаях, например в следящих системах, не может быть осуществлено, так как управляющее воздействие не известно. По этим причинам исследование САР ведется косвенными методами, базирующимися на операционном методе Лапласа и преобразовании Фурье.

Для этой цели в теории САР используют следующие основные характеристики:

- 1) передаточная функция;
- 2) переходная и импульсная переходная функции;
- 3) комплексный коэффициент передачи или частотные характеристики (амплитудно-фазовая, амплитудно-частотная, фазочастотная).

Если в уравнение (10.1) вместо функций времени $x(t)$ и $y(t)$, называемых оригиналами, ввести функции $x(p)$ и $y(p)$ комплексного переменного p , называемых изображениями, поставив условия, что эти функции связаны соотношением:

$$\left. \begin{aligned} x(p) &= \int_0^{\infty} x(t) e^{-pt} dt, \\ y(p) &= \int_0^{\infty} y(t) e^{-pt} dt, \end{aligned} \right\}, \quad (10.2)$$

называемым прямым преобразованием Лапласа, то оказывается, что дифференциальное уравнение, содержащее функции $x(t)$ и $y(t)$ при нулевых начальных условиях, равносильно линейному алгебраическому уравнению, содержащему функции $x(p)$ и $y(p)$:

$$\begin{aligned} a_n p^n y(p) + a_{n-1} p^{n-1} y(p) + \dots + a_0 y(p) = \\ = b_m p^m x(p) + b_{m-1} p^{m-1} x(p) + \dots + b_0 x(p) \end{aligned} \quad (10.3)$$

Прямое преобразование Лапласа — переход от оригинала к изображению — сокращенно записывается в следующем виде:

$$x(p) = L\{x(t)\} . \quad (10.4)$$

Переход от изображения к оригиналу называется обратным преобразованием Лапласа и сокращенно записывается

$$x(t) = L^{-1}\{x(p)\} . \quad (10.5)$$

Формально переход от дифференциального к алгебраическому уравнению относительно изображения при нулевых начальных условиях получается путем замены символов дифференцирования оригиналов функций $d^n/dt^n, d^{n-1}/dt^{n-1}, \dots, d/dt$ соответственно на p^n, p^{n-1}, \dots, p и функции $x(t)$ и $y(t)$ их изображениями $x(p)$ и $y(p)$.

Вынося в уравнении (10.3) $x(p)$ и $y(p)$ за скобки, получим

$$\begin{aligned} (a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0) y(p) = \\ = (b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0) x(p) . \end{aligned} \quad (10.6)$$

Из уравнения (10.6) для системы, приведенной на рис. 10.2,а, определим передаточную функцию, равную отношению изображения выходной величины системы при нулевых начальных условиях к изображению входной величины системы:

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0} . \quad (10.7)$$

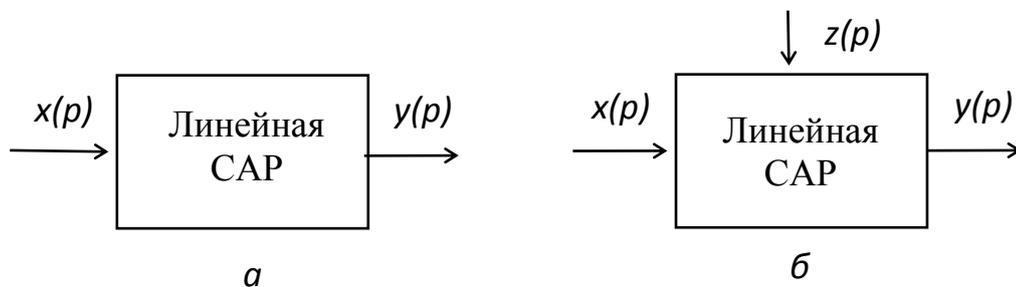


Рис. 10.2. Функциональные схемы САР при операторном представлении воздействий: а — без внешнего воздействия; б — с внешним воздействием $z(p)$

Передаточная функция системы, или операторный коэффициент передачи $W(p)$ системы, компактно запишется

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)}, \quad (10.8)$$

где $B(p)$ и $A(p)$ — полиномы числителя и знаменателя передаточной функции.

Полином знаменателя $A(p)$ в выражении (10.8) для передаточной функции системы называется **характеристическим уравнением** и описывает свойства самой системы.

Из выражения (10.7) для передаточной функции системы получим

$$y(p) = W(p)x(p). \quad (10.9)$$

В случае, если на линейную САР одновременно подано два воздействия $x(p)$ и $z(p)$ (рис. 10.2.б), причем моменты воздействий совпадают, то

$$y(p) = W_{x \rightarrow y}(p)x(p) + W_{z \rightarrow y}(p)z(p), \quad (10.10)$$

где $W_{x \rightarrow y}(p)$ и $W_{z \rightarrow y}(p)$ — передаточные функции системы, определенные для одной и той же переменной $y(p)$, но для двух воздействий $x(p)$ и $z(p)$, приложенных к различным точкам системы. Из выражения (10.10) следует, что изображение переменной величины $y(p)$ системы равно сумме произведений изображений воздействий на соответствующие передаточные функции системы.

Таким образом, передаточная функция является основной формой описания объектов в теории САР и задача расчета САР сводится к определению ее передаточной функции САР.

10.2. Анализ линейных САР в частотной области

Если на вход линейной САР поступает синусоидальный сигнал определенной частоты, то выходной сигнал будет также синусоидальным, иметь ту же частоту, но другие амплитуду и фазу. Представляя входной и

выходной сигнал амплитудами $x(j\omega)$ и $y(j\omega)$, изменения амплитуды и фазы можно характеризовать комплексным коэффициентом передачи

$$W(j\omega) = \frac{y(j\omega)}{x(j\omega)}. \quad (10.11)$$

Комплексным коэффициентом передачи можно рассматривать как одну из форм записи передаточной функции для случая синусоидального воздействия. Чтобы получить выражение для комплексного коэффициента передачи из передаточной функции, заменим в формуле (10.7) p на $j\omega$:

$$W(j\omega) = \frac{b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} + \dots + b_0}{a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_0}. \quad (10.12)$$

Комплексным коэффициентом передачи можно записать в виде суммы вещественной и мнимой частей или в показательной форме

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) = |W(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)}, \quad (10.13)$$

где $W(j\omega)$ — комплексный коэффициент передачи — называется амплитудно-фазовой характеристикой (АФХ); $|W(j\omega)| = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}$ — модуль комплексного коэффициента передачи — называется амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ); $\varphi(\omega) = \arctg[V(\omega)/U(\omega)]$ — аргумент комплексного коэффициента передачи — называется фазочастотной характеристикой (ФЧХ); $U(\omega) = \operatorname{Re}[W(j\omega)]$ и $V(\omega) = \operatorname{Im}[W(j\omega)]$ — вещественная и мнимая части комплексного коэффициента передачи.

При анализе САР чаще используют логарифмическую амплитудно-частотную характеристику (ЛАЧХ), измеряемую в децибелах, $L(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)|$ и логарифмическую фазочастотную характеристику (ЛФЧХ) $\varphi(\omega) = \arctg[V(\omega)/U(\omega)]$.

На плоскости комплексного переменного частотная характеристика изображается в виде вектора $|W(j\omega)|$ (рис. 10.3,а), конец которого при

изменении частоты от нуля до бесконечности описывает кривую, называемую АФХ или годографом частотной характеристики САР. АФХ может строиться в декартовых или полярных координатах, АЧХ и ФЧХ — в декартовых координатах, при этом оси частотных характеристик имеют равномерный масштаб (рис. 10.3,а – 10.3,в).

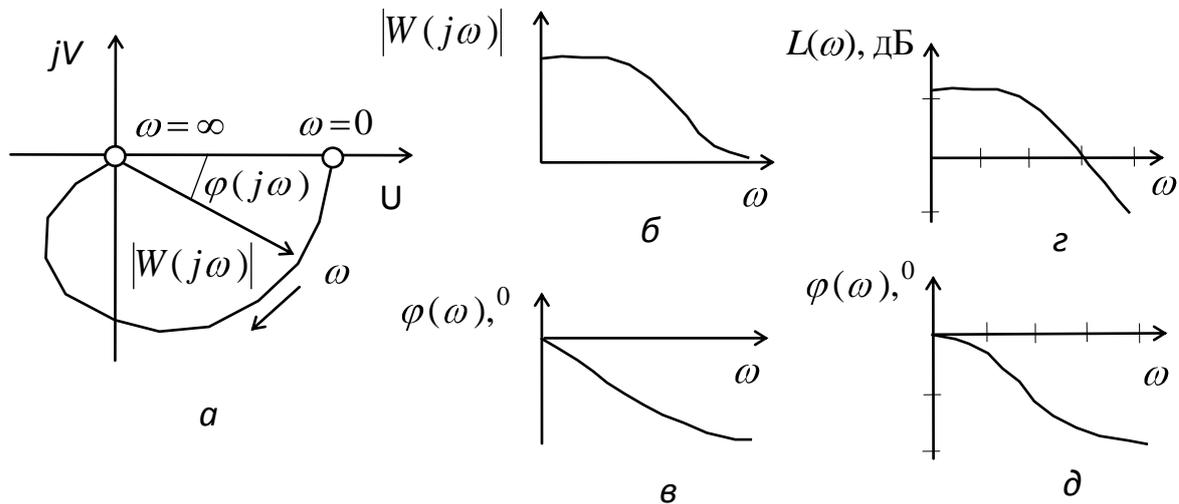


Рис. 10.3. Частотные характеристики:
а — АФХ; б — АЧХ; в — ФЧХ; г — ЛАЧХ; д — ЛФЧХ

При построении ЛАЧХ и ЛФЧХ коэффициент передачи $L(\omega)$ откладывается по оси ординат в децибелах, а значение углов $\varphi(\omega)$ — в обычном масштабе в угловых градусах или радианах. Ось частот при построении ЛАЧХ и ЛФЧХ откладывается в логарифмическом масштабе, при этом равномерной единицей является декада — любой отрезок, на котором значение частоты увеличивается в десять раз. В пределах декады построение логарифмической шкалы производится с помощью формулы $n = m \lg(k)$, где m — масштаб декады, выбираемый с точки зрения удобства построения; k — число от 1 до 10; n — величина отрезка шкалы между точкой, соответствующей $k = 1$, и последующими точками.

В табл. 10.1 приведены значения промежуточных значений внутри каждой декады и коэффициента передачи в децибелах для значений k от 1 до 10.

Для упрощения ЛАЧХ и ЛФЧХ часто строят приближенно в виде прямолинейных отрезков, называемых асимптотами, а сами ЛАЧХ и ЛФЧХ в этом случае называются асимптотическими (АЛАЧХ и АЛФЧХ) (рис. 10.4).

Таблица 10.1

Параметры для построения ЛАЧХ и ЛФЧХ

k	1	2	3	4	5
$n = m \lg k$	0.0 м	0,30 м	0,48 м	0,60 м	0,70 м
$L(k) = 20 \lg k$, дБ	0,0	6,02	9,54	12,04	13,98

Продолжение табл. 10.1

k	6	7	8	9	10
$n = m \lg k$	0.78 м	0,84 м	0,90 м	0,95 м	1,00 м
$L(k) = 20 \lg k$, дБ	15,56	16,90	18,06	19,08	20,00

Точка пересечения асимптот АЛАЧХ дает сопрягающую частоту ω_c , на которой максимальное отклонение ΔL от истинной ЛАЧХ при изменении наклона на 20 дБ/дек равно 3 дБ. Асимптота АЛФЧХ при изменении на сопрягающей частоте ω_c наклона АЛАЧХ на 20 дБ/дек имеет наклон минус 45 град/дек, при этом в пределах декады в ту и другую стороны фазовый сдвиг достигает 0 и минус 90°.

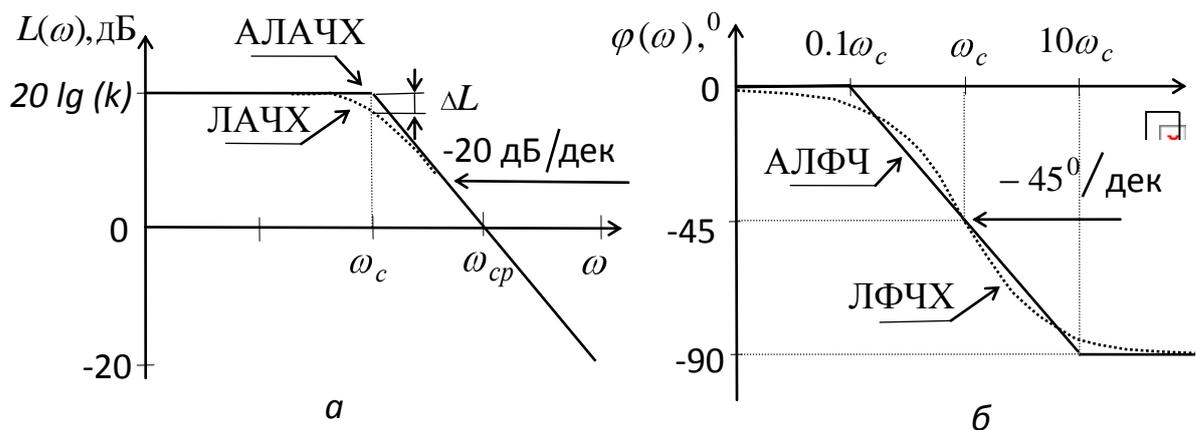


Рис. 10.4. Асимптотические частотные характеристики:

 a — АЛАЧХ; b — АЛФЧХ.

Погрешность аппроксимации невелика и наибольшее значение имеет на частотах $0.1 \omega_c$ и $10 \omega_c$, достигая соответственно минус 5.7° и $+5.7^\circ$. Погрешность аппроксимации действительной ЛФЧХ прямой с наклоном минус 45 град/дек приведена в табл. 10.2.

Таблица 10.2

Погрешность аппроксимации ЛФЧХ

Частота	$0,1 \omega_c$	$0,5 \omega_c$	ω_c	$2 \omega_c$	$10 \omega_c$
Погрешность, градус	- 5,7	+ 4,0	0	- 4,0	+ 5,7

Преимуществом такого упрощенного подхода к анализу САР в частотной области является то, что суммирование АЛАЧХ– и АЛФЧХ–звеньев и получение результирующей характеристики предельно упрощено, так как при суммировании меняются только наклоны прямых аппроксимирующих АЛАЧХ и АЛФЧХ.

10.3. Анализ линейных САР во временной области

Алгоритм анализа во временной области.

1. Записываем выражение для передаточной функции или операторного коэффициента передачи САР

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)}. \quad (10.14)$$

2. Применяя прямое преобразование Лапласа (10.4), находим изображение оригинала входного воздействия

$$x(p) = L\{x(t)\}. \quad (10.15)$$

3. Находим изображение на выходе

$$y(p) = W(p) x(p) . \quad (10.16)$$

4. Используя обратное преобразование Лапласа (10.5), находим оригинал выходной функции, или реакцию САР на входное воздействие

$$y(t) = L^{-1} \{ y(p) \} . \quad (10.17)$$

Если известны реакции линейной системы на элементарные (типовые) воздействия, то можно определить реакцию системы на любое произвольное воздействие. В качестве типовых воздействий при анализе САР во временной области используют единичное ступенчатое и единичное импульсное воздействия (рис. 10.5).

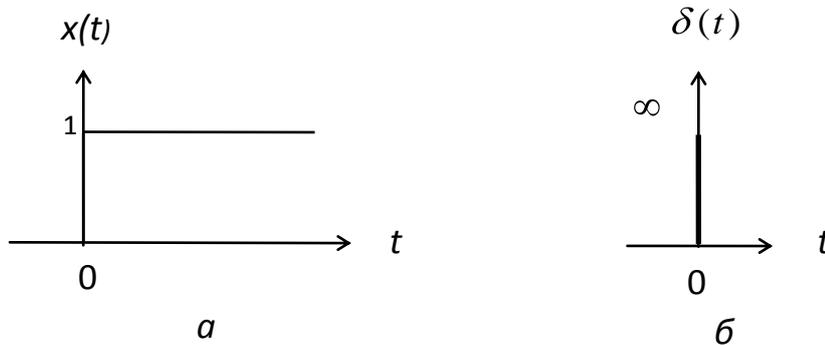


Рис. 10.5. Типовые воздействия: *а* — единичное ступенчатое; *б* — единичное импульсное.

Математическое выражение для единичного ступенчатого воздействия может быть записано в виде

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0, \\ 1 & \text{при } t \geq 0. \end{cases} \quad (10.18)$$

Под единичным импульсным воздействием понимают предельно короткий импульс

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{при } t = 0, \\ 0 & \text{при } t \neq 0, \end{cases} \quad (10.19)$$

площадь которого равна единице:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1. \quad (10.20)$$

Выражение для единичного импульса в математике принято называть дельта-функцией.

Графическое изображение реакции системы на единичное ступенчатое воздействие называется переходной характеристикой (рис.10.6,*a*).

Аналитическое выражение переходной характеристики обозначается $h(t)$ и называется переходной функцией.

Графическое изображение реакции системы на единичное импульсное воздействие называется импульсной переходной характеристикой (рис. 10.6,*б*).

Аналитическое выражение импульсной переходной характеристики обозначается $\omega(t)$ и называется импульсной переходной функцией или весовой функцией (функцией веса).

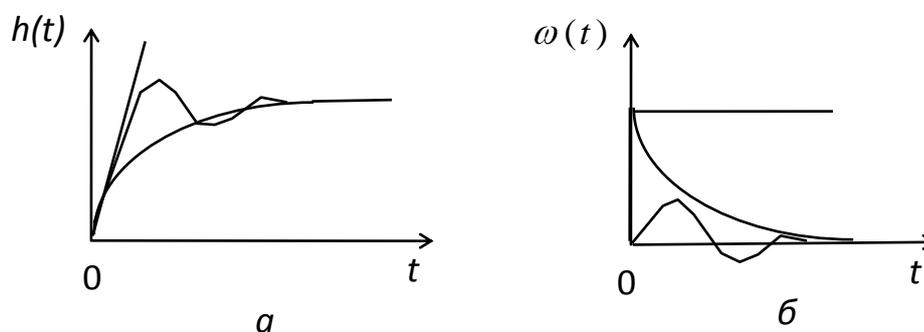


Рис. 10.6. Переходные характеристики (*a*);
импульсные переходные характеристики (*б*)

При поступлении на вход системы с передаточной функцией $W(p)$ единичного ступенчатого воздействия $x(t)=1(t)$ алгоритм анализа во временной области запишется:

$$x(p) = L\{1(t)\} = \frac{1}{p}, \quad (10.21)$$

$$y(p) = h(p) = W(p) \frac{1}{p}, \quad (10.22)$$

$$y(t) = h(t) = L^{-1} y(p) = L^{-1} \left\{ W(p) \frac{1}{p} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{B(p)}{A(p)} \cdot \frac{1}{p} \right\}. \quad (10.23)$$

Если полином не имеет корней, равных нулю, выражение для переходной характеристики запишется в следующем виде:

$$h(t) = \frac{B(0)}{A(0)} + \sum_{k=1}^n \frac{B(p_k)}{p_k A'(p_k)} e^{p_k t}, \quad (10.24)$$

где p_k – корни полинома $A(p)$, A' – производная от полинома $A(p)$.

При поступлении на вход САР единичного импульсного воздействия $x(t) = \delta(t)$ алгоритм анализа во временной области запишется:

$$x(p) = L\{\delta(t)\} = 1; \quad (10.25)$$

$$y(p) = \omega(p) = W(p); \quad (10.26)$$

$$y(t) = \omega(t) = L^{-1}\{W(p)\}. \quad (10.27)$$

Из выражений (10.22) и (10.26) получим

$$W(p) = p h(p) = \omega(p). \quad (10.28)$$

или

$$\omega(t) = h'(t). \quad (10.29)$$

Импульсная переходная характеристика является производной от переходной функции.

11. ХАРАКТЕРИСТИКИ ТИПОВЫХ ЗВЕНЬЕВ САР

11.1. Типовые звенья САР

Устройства САР, имеющие различное конструктивное исполнение и принципы работы, могут описываться одинаковыми дифференциальными уравнениями. Различные функциональные схемы САР при этом могут быть представлены одинаковыми структурными схемами, состоящими из одинаковых типовых звеньев, для описания свойств которых используются передаточные функции, переходные и частотные характеристики. С позиций математического описания к типовым звеньям относятся линейные звенья, передаточные функции которых представляют собой простые множители [1-4].

Основные типы линейных звеньев делятся на три группы: позиционные (пропорциональное звено, апериодические звенья первого и второго порядков, кроме консервативного, форсирующее и запаздывающее), интегрирующие и дифференцирующие.

Позиционные звенья характеризуются тем, что при подаче на вход постоянной величины с течением времени устанавливается постоянное значение выходной величины, а передаточная функция при $p = 0$ имеет конечное значение $W(0) = k$.

В интегрирующем звене при подаче на вход постоянного входного воздействия выходная величина неограниченно растет, а передаточная функция $W(0) = \infty$.

Дифференцирующее звено реагирует только на изменение входной величины, а передаточная функция $W(0) = 0$.

Таким образом, различают семь типовых звеньев САР:

- 1) пропорциональное звено (безынерционное);
- 2) апериодическое звено первого порядка (инерционное);

- 3) апериодическое звено второго порядка (колебательное, консервативное);
- 4) интегрирующее звено;
- 5) дифференцирующее звено;
- 6) форсирующее звено;
- 7) запаздывающее звено.

Рассмотрим типовые звенья и их характеристики.

11.2. Пропорциональное звено

Уравнение для этого звена запишется

$$y(t) = k x(t) . \quad (11.1)$$

В операторной форме уравнение (11.1) примет вид

$$y(p) = k x(p) . \quad (11.2)$$

Соответственно передаточная функция

$$W(p) = k . \quad (11.3)$$

Амплитудно-фазовая характеристика (АФХ)

$$W(j\omega) = k + j0 . \quad (11.4)$$

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ)

$$|W(j\omega)| = k . \quad (11.5)$$

Фазочастотная характеристика (ФЧХ)

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = 0 . \quad (11.6)$$

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ)

$$L(\omega) = 20 \lg(k) . \quad (11.7)$$

Переходная характеристика (ПХ)

$$h(t) = k 1(t) . \quad (11.8)$$

Импульсная переходная характеристика (ИПХ)

$$\omega(t) = k \delta(t) . \quad (11.9)$$

По частотным характеристикам пропорционального звена (рис.11.1) видно, что коэффициент передачи не зависит от частоты, а фаза равна нулю.

Таким образом, пропорциональное звено влияет только на коэффициент передачи без изменения частотных свойств САР.

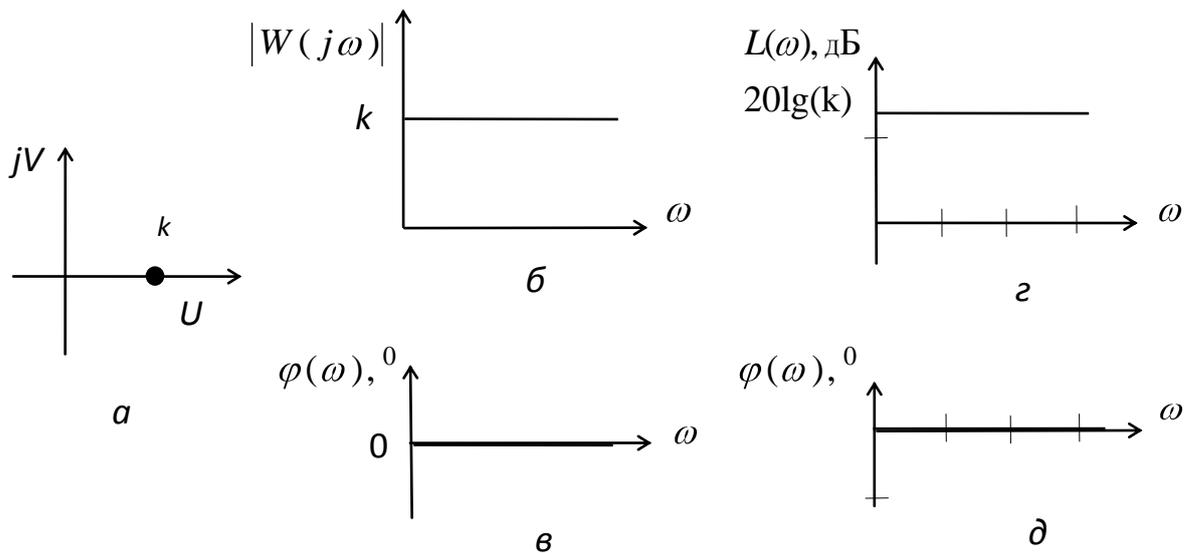


Рис. 11.1. Частотные характеристики пропорционального звена:

По переходным характеристикам пропорционального звена (рис. 11.2), видно, что пропорциональное звено передает типовые воздействия без искажений.

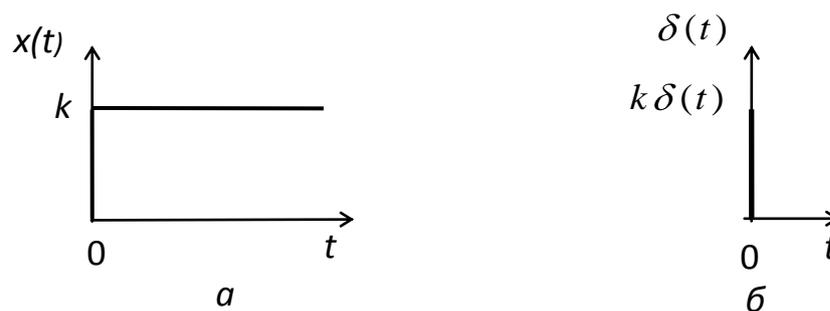


Рис. 11.2. Переходные характеристики пропорционального звена: а — ПХ; б — ИПХ

Принципиальные схемы пропорционального звена реализуются на основе резистивного делителя и каскада на ОУ (рис. 11.3).

Операторные коэффициенты передачи запишутся:

для резистивного делителя

$$W(p) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} ; \quad (11.10)$$

инвертирующего каскада на ОУ

$$W(p) = - \frac{R_2}{R_1} ; \quad (11.11)$$

неинвертирующего каскада на ОУ

$$W(p) = 1 + \frac{R_2}{R_1} . \quad (11.12)$$

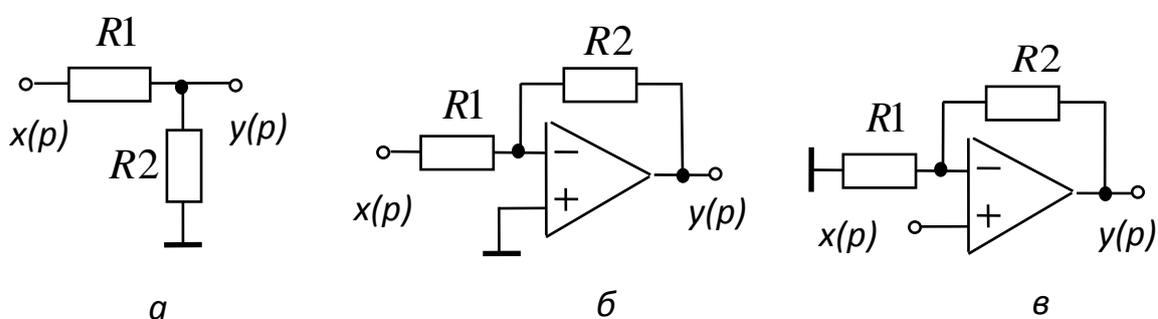


Рис. 11.3. Принципиальные схемы пропорционального звена на основе резистивного делителя (а), инвертирующего каскада на ОУ (б), неинвертирующего каскада на ОУ (в).

Очевидно, выражения (11.11) и (11.12) справедливы до тех частот, когда не сказываются частотные свойства ОУ.

11.3. Аperiodическое звено

первого порядка

Дифференциальное уравнение для аperiodического звена первого порядка запишется

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k x(t) . \quad (11.13)$$

В операторной форме уравнение (11.13) примет вид

$$(T p + 1) y(p) = k x(p) . \quad (11.14)$$

Соответственно передаточная функция

$$W(p) = \frac{k}{1 + pT} . \quad (11.15)$$

Амплитудно-фазовая характеристика

$$W(j\omega) = \frac{k}{1 + j\omega T} . \quad (11.16)$$

Амплитудная, фазовая и логарифмическая амплитудная частотные характеристики соответственно запишутся

$$|W(j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}} , \quad (11.17)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg(\omega T) , \quad (11.18)$$

$$L(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)| = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T)^2} . \quad (11.19)$$

При поступлении на вход системы с передаточной функцией $W(p)$ единичного ступенчатого воздействия $x(t) = 1(t)$ для изображения выходной величины с учетом выражений (10.21)—(10.22) запишем

$$y(p) = h(p) = W(p) \frac{1}{p} = \frac{k}{p(1 + pT)} . \quad (11.20)$$

С учетом выражения (10.23) выражение для оригинала на выходе при нулевых начальных условиях определится в следующем виде:

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{B(0)}{A(0)} + \sum_{k=1}^n \frac{B(p_k)}{p_k A'(p_k)} e^{p_k t} = \\ &= k + \frac{k}{-\frac{1}{T}} e^{\frac{1}{T} t} = k(1 - e^{-\frac{t}{T}}) , \end{aligned} \quad (11.21)$$

где $p_1 = -\frac{1}{T}$ — корень уравнения $1 + pT = 0$.

Тогда переходная характеристика запишется в следующем виде:

$$h(t) = k \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right). \quad (11.22)$$

Импульсная переходная характеристика

$$\omega(t) = \frac{k}{T} e^{-\frac{t}{T}}. \quad (11.23)$$

Проведем анализ апериодического звена первого порядка по частотным (рис.11.4) и переходным (рис. 11.5) характеристикам.

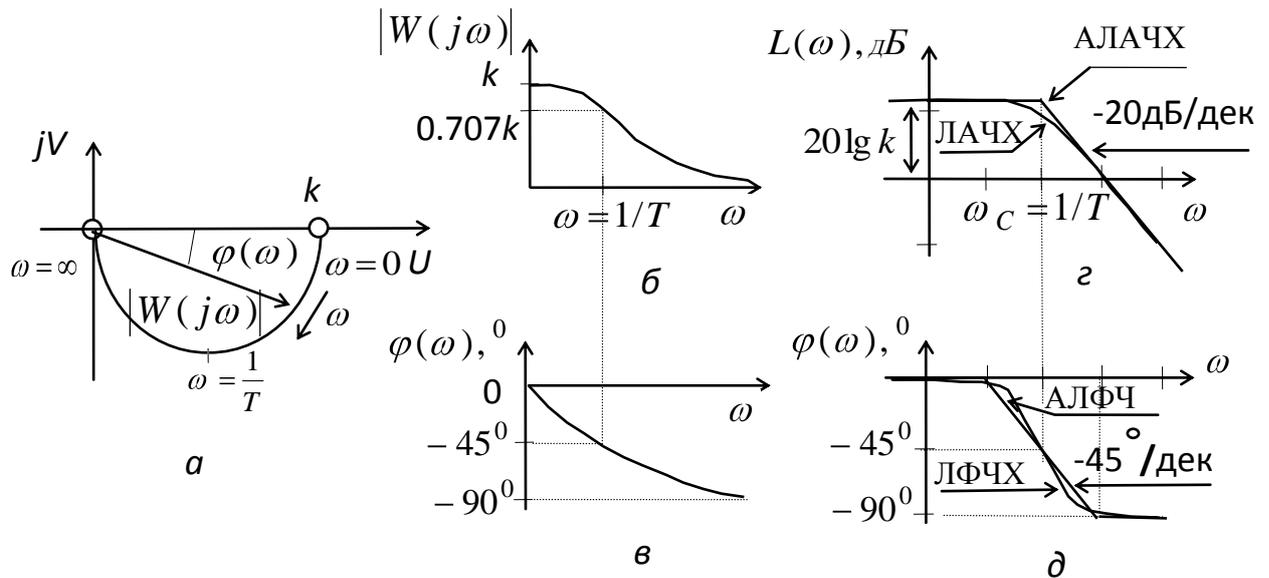


Рис. 11.4. Частотные характеристики апериодического звена первого порядка: *a* — АФХ; *б* — АЧХ; *в* — ФЧХ; *г* — ЛАЧХ; *д* — ЛФЧХ

Годограф АФХ в соответствии с выражением (11.16) для апериодического звена первого порядка (рис. 11.4,*a*) представляет собой полуокружность, расположенную в четвертом квадранте, начинающуюся в точке k на действительной оси при частоте $\omega=0$ и стремящуюся к нулю при частоте $\omega \rightarrow \infty$.

АЧХ, описываемая выражением (11.17), (рис. 11.4,*б*) имеет максимальное значение равное k при $\omega=0$ и убывает, стремясь к нулю, с увеличением ω . ФЧХ, описываемая выражением (11.18), (рис. 11.4,*в*) при $\omega=0$ имеет фазовый сдвиг, равный нулю. С увеличением частоты сдвиг по фазе растет, стремясь к

фазе минус 90° при частоте $\omega \rightarrow \infty$. На частоте $\omega = 1/T$ фазовый сдвиг составляет минус 45° . Чем больше T , тем раньше начинает уменьшаться коэффициент передачи АЧХ и увеличиваться фаза ФЧХ.

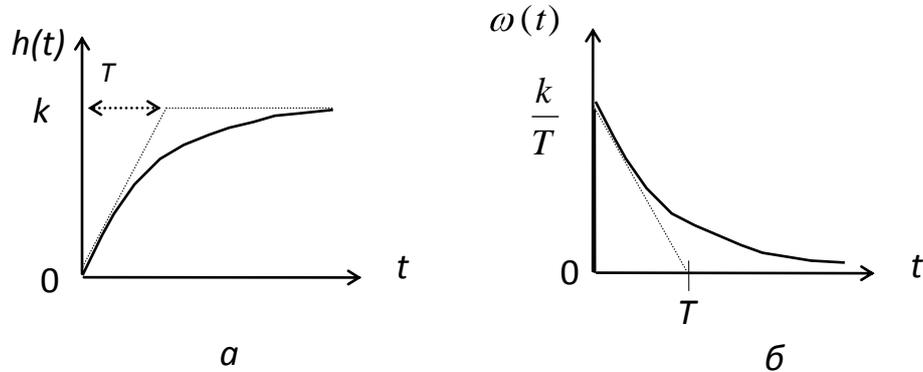


Рис. 11.5. Переходная (а) и импульсная переходная (б) характеристики аperiodического звена первого порядка

В соответствии с выражениями (11.19) и (11.18) и учетом рис. 10.4 построены ЛАЧХ и ЛФЧХ аperiodического звена первого порядка (рис. 11.4, з – д).

ЛАЧХ обладает асимптотами:

а) при $\omega \rightarrow 0; L(\omega) \rightarrow 20 \lg k$,

б) при $\omega \rightarrow \infty; L(\omega) \rightarrow 20 \lg k - 20 \lg \omega T$.

Последняя будет прямой с наклоном минус 20 дБ/дек, а первая — горизонтальная прямая. Пересекаются они при сопрягающей частоте $\omega_c = 1/T$, наибольшее отклонение на которой равно $\Delta L(\omega_c) = 3.03$ дБ. Действительно:

$$\Delta L(\omega_c) = L_A(\omega_c) - L(\omega_c) = 20 \lg k - 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T)^2} = 3.03 \text{ дБ},$$

где $L_A(\omega_c)$ — асимптотическая ЛАЧХ.

ЛФЧХ на сопрягающей частоте имеет значение фазы $\varphi(\omega_c) = -45^\circ$ и обладает асимптотой с наклоном минус 45° /дек в пределах декады, которая достигает в ту и другую стороны фазового сдвига 0 и минус 90° .

Переходная характеристика и импульсная переходная характеристика аperiodического звена первого порядка представляют собой соответственно

нарастающую и спадающую экспоненты (см. рис. 11.5). Постоянная времени T определяет наклон касательной в начале экспонент и характеризует длительность переходного процесса. Практически с точностью до 5% переходной процесс считается затухшим за время $t_n = 3T$.

Принципиальные схемы апериодического звена первого порядка реализуются на основе RC -, LC - звеньев и каскада на ОУ (рис.11.6).

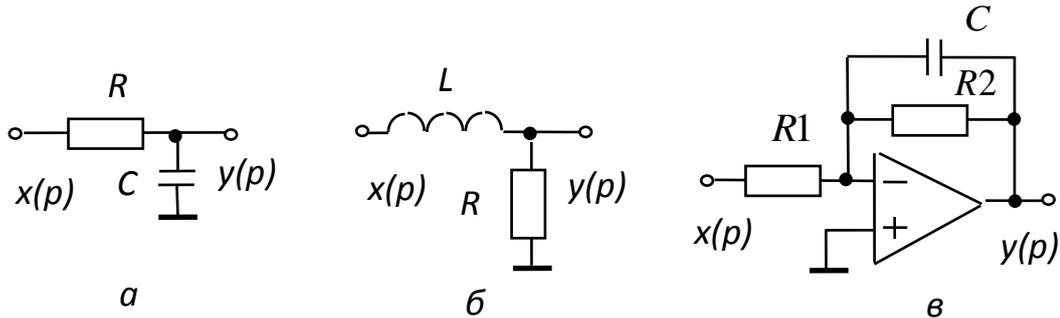


Рис. 11.6. Принципиальные схемы апериодического звена первого порядка: *а* — на основе RC - звена; *б* — на основе RL - звена; *в* — на основе каскада на ОУ

Операторный коэффициент передачи для RC - и RL -звеньев (рис. 11.6,*а-б*) запишется:

$$W(p) = \frac{1}{1 + pT}, \quad (11.24)$$

где $T = RC$ для RC - звена и $T = L/R$ для RL - звена.

Операторный коэффициент передачи апериодического звена первого порядка на основе инвертирующего каскада на ОУ (рис. 11.6,*в*), равен

$$W(p) = - \frac{R2}{R1 (1 + pT)} = \frac{k}{1 + pT}, \quad (11.25)$$

где $k = -\frac{R2}{R1}$, $T = R2C$.

11.4. Аperiodическое звено второго порядка

Дифференциальное уравнение для аperiodического звена второго порядка имеет вид

$$T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + T_1 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k x(t) . \quad (11.26)$$

В операторной форме уравнение (11.26) запишется

$$(T^2 p^2 + T_1 p + 1) y(p) = k x(p) . \quad (11.27)$$

Соответственно передаточная функция

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + T_1 p + 1} = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\zeta T p + 1} , \quad (11.28)$$

где $\zeta = T_1/(2T)$ — коэффициент демпфирования, или относительный коэффициент затухания, причем постоянная T «раскачивает» колебания, а T_1 «демпфирует» их.

Таким образом, аperiodическое звено второго порядка характеризуется тремя параметрами: коэффициентом передачи k , постоянной времени T и коэффициентом демпфирования ζ .

В зависимости от величины коэффициента демпфирования ζ различают типы звеньев:

- а) колебательное ($0 < \zeta < 1$);
- б) консервативное ($\zeta = 0$);
- в) аperiodическое звено второго порядка ($\zeta \geq 1$).

Рассмотрим частотные характеристики аperiodическое звено второго порядка.

Амплитудно-фазовая характеристика запишется

$$W(j\omega) = \frac{k}{1 - \omega^2 T^2 + j2\zeta \omega T} . \quad (11.29)$$

Амплитудная, фазовая и логарифмическая амплитудная частотные характеристики соответственно запишутся

$$|W(j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{(1-\omega^2 T^2)^2 + (2\zeta\omega T)^2}}, \quad (11.30)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg[2\zeta\omega T/(1-\omega^2 T^2)], \quad (11.31)$$

$$L(\omega) = 20\lg|W(j\omega)| = 20\lg k - 20\lg\sqrt{(1-\omega^2 T^2)^2 + (2\zeta\omega T)^2}. \quad (11.32)$$

Проведем анализ частотных характеристик апериодического звена второго порядка для коэффициента демпфирования $0.25 < \zeta < 1$.

Годографы АФХ в соответствии с выражением (11.29) для апериодического звена второго порядка (рис. 11.7,а) располагаются в четвертом и третьем квадрантах, начинаются в точке k на действительной оси при частоте $\omega=0$, пересекают мнимую ось при $\omega_c = 1/T$ в точке с координатой $k/2\zeta$ и при $\omega \rightarrow \infty$ стремятся к началу координат. С уменьшением ζ характеристика деформируется, вытягиваясь вниз влево.

По АЧХ, описываемой выражением (11.30), видно, что при частоте $\omega=0$ коэффициент передачи равен k и при частоте $\omega \rightarrow \infty$ равен нулю (рис. 11.7,б). Для $\zeta \geq 0,707$ коэффициент передачи убывает, стремясь к нулю, с увеличением ω . Для $\zeta < 0,707$ (ζ_1, ζ_2) АЧХ имеет на частоте $\omega_p = \frac{\sqrt{1-2\zeta^2}}{T}$

максимум, равный $|W(j\omega_p)| = \frac{k}{2\zeta\sqrt{1-2\zeta^2}}$, причем с уменьшением ζ

максимум увеличивается, стремясь к величине $k/2\zeta$ на частоте $\omega_c = 1/T$.

Все ФЧХ, описываемые выражением (11.31), имеют на частоте $\omega=0$ фазовый сдвиг равный нулю (рис.11.7,в). С увеличением частоты сдвиг по фазе растет, стремясь к фазе минус 180° при частоте $\omega \rightarrow \infty$. На частоте $\omega = 1/T$ все

ФЧХ проходят через точку $(\omega = 1/T, -90^\circ)$. В окрестностях этой точки ФЧХ идут тем круче, чем меньше коэффициент демпфирования ζ .

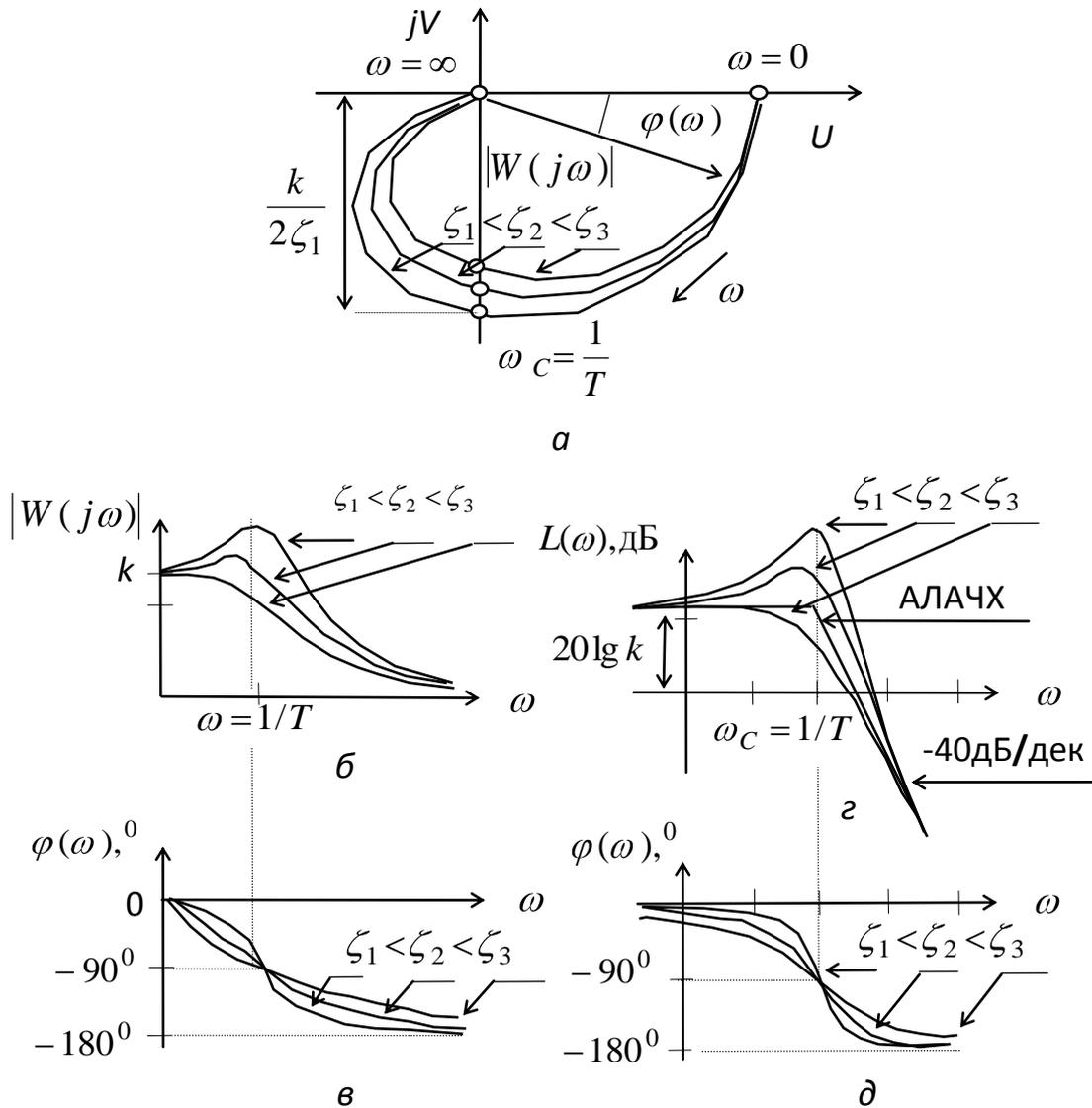


Рис. 11.7. Частотные характеристики аperiodического звена второго порядка: а — АФХ; б — АЧХ; в — ФЧХ; г — ЛАЧХ; д — ЛФЧХ

Рассмотрим ЛАЧХ и ЛФЧХ аperiodического звена второго порядка для коэффициента демпфирования $0.25 < \zeta < 1$ (рис.11.7,г,д).

ЛАЧХ обладает асимптотами:

а) при $\omega \rightarrow 0$ — $L(\omega) \rightarrow 20 \lg k$;

б) при $\omega \rightarrow \infty$ — $L(\omega) \rightarrow 20 \lg k - 40 \lg \omega T$.

Последняя будет прямой с наклоном минус 40 дБ/дек, а первая — горизонтальная прямая. Пересекаются они при сопрягающей частоте $\omega_c = 1/T$.

Все ЛФЧХ на сопрягающей частоте имеет значение фазы $\varphi(\omega_c) = -90^\circ$ и наклонены тем круче, чем меньше коэффициент демпфирования ζ .

На сопрягающей частоте $\omega_c = 1/T$ отклонение реальной ЛАЧХ от асимптотической равно

$$\begin{aligned} \Delta L(\omega_c) &= L(\omega_c) - L_A(\omega_c) = \\ &= 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{(1 - \omega^2 T^2)^2 + (2 \zeta \omega T)^2} - 20 \lg k = \\ &= 20 \lg \frac{1}{2 \zeta} \end{aligned} \quad (11.33)$$

Для определения переходных характеристик воспользуемся выражением для операторного коэффициента передачи (11.28) и найдем корни характеристического уравнения $T^2 p^2 + 2 \zeta T p + 1 = 0$:

$$p_{1,2} = -\frac{\zeta}{T} \pm \frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{T} \quad (11.34)$$

Для колебательного звена ($0 < \zeta < 1$) корни характеристического уравнения (11.34) получаются комплексно-сопряженными и переходная и импульсная переходная характеристики запишутся:

$$h(t) = k \left[1 - e^{-\frac{\zeta}{T} t} \left(\cos \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{T} t + \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{T} t \right) \right], \quad (11.35)$$

$$\omega(t) = \frac{k}{T \sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\frac{\zeta}{T} t} \sin \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{T} t \quad (11.36)$$

На рис. 11.8 приведены переходная и импульсная переходная характеристики для колебательного звена ($0.25 < \zeta < 1$).

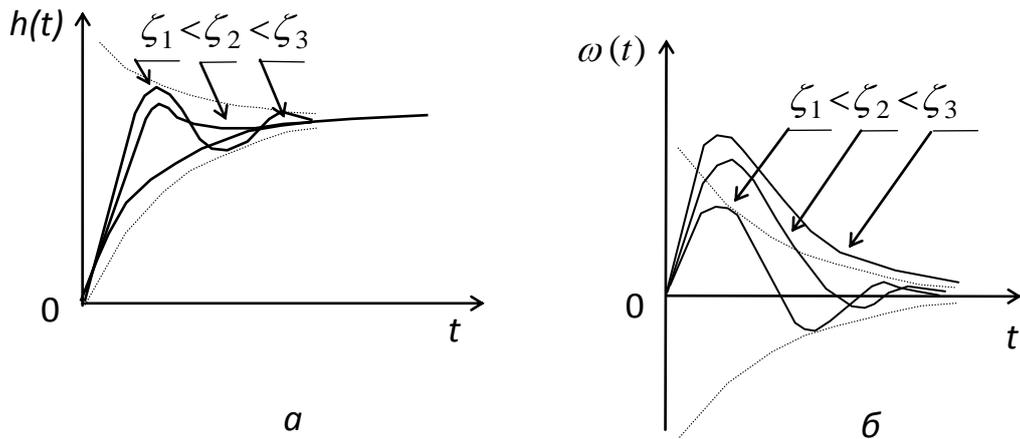


Рис. 11.8. Переходная (а) и импульсная переходная (б) характеристики колебательного звена

Для консервативного звена ($\zeta = 0$) корни характеристического уравнения (11.34) получаются мнимыми, тогда переходная и импульсная переходная характеристики примут следующий вид:

$$h(t) = k \left(1 - \cos \frac{t}{T} \right) ; \quad (11.37)$$

$$\omega(t) = \frac{k}{T} \sin \frac{t}{T} . \quad (11.38)$$

На рис. 11.9 приведены переходная и импульсная переходная характеристики для консервативного звена ($\zeta = 0$).

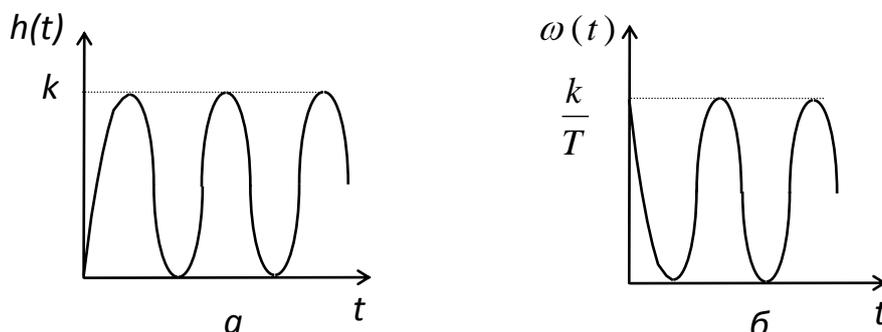


Рис. 11.9. Переходные (а) и импульсная переходная (б) характеристики консервативного звена:

Для апериодического звена второго порядка ($\zeta \geq 1$) и корни характеристического уравнения получаются действительными: при $\zeta = 1$ корни равны — $p_1 = p_2 = 1/T$, при $\zeta > 1$ корни неравны — $p_1 \neq p_2$.

Для $\zeta = 1$ операторный коэффициент передачи (11.28), переходная характеристика (11.35) и импульсная переходная характеристика (11.36) соответственно примут вид:

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2 T p + 1} = \frac{k}{(1 + pT)^2}, \quad (11.39)$$

$$h(t) = k (1 - 2e^{-\frac{t}{T}}), \quad (11.40)$$

$$\omega(t) = 2\frac{k}{T} e^{-\frac{t}{T}}. \quad (11.41)$$

Для $\zeta > 1$ операторный коэффициент передачи (11.28), переходная характеристика (11.35) и импульсная переходная характеристика (11.36) соответственно примут вид

$$W(p) = \frac{k}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)}, \quad (11.42)$$

$$h(t) = k \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_2}} \right), \quad (11.43)$$

$$\omega(t) = \frac{k}{T_1 - T_2} (e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}}), \quad (11.44)$$

где $T_{1,2} = T(\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1})$.

На рис. 11.10 приведены частотные и переходные характеристики апериодического звена второго порядка для $\zeta \geq 1$.

Принципиальные схемы апериодического звена второго порядка реализуются на основе *RLC*-звена и операционных усилителей (рис. 11.11).

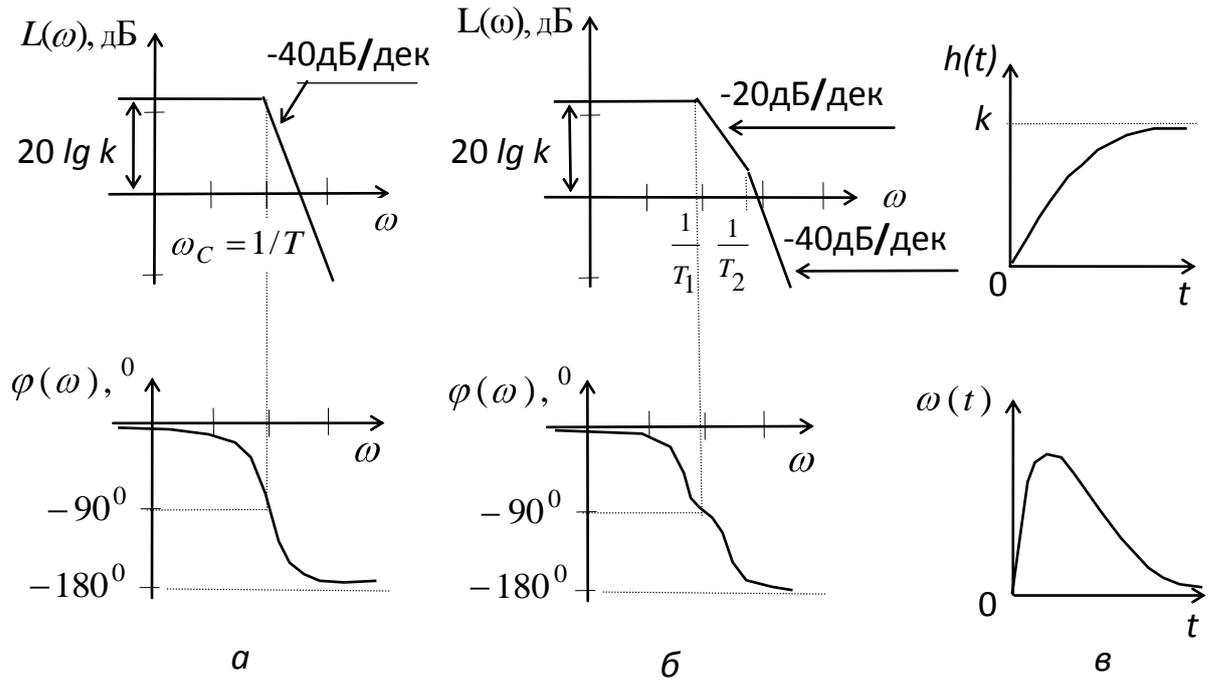


Рис. 11.10. Характеристики апериодического звена второго порядка: *а* — АЛАЧХ и АЛФЧХ для $\zeta = 1$; *б* — АЛАЧХ и АЛФЧХ для $\zeta > 1$; *в* — ПХ и ИПХ для $\zeta \geq 1$

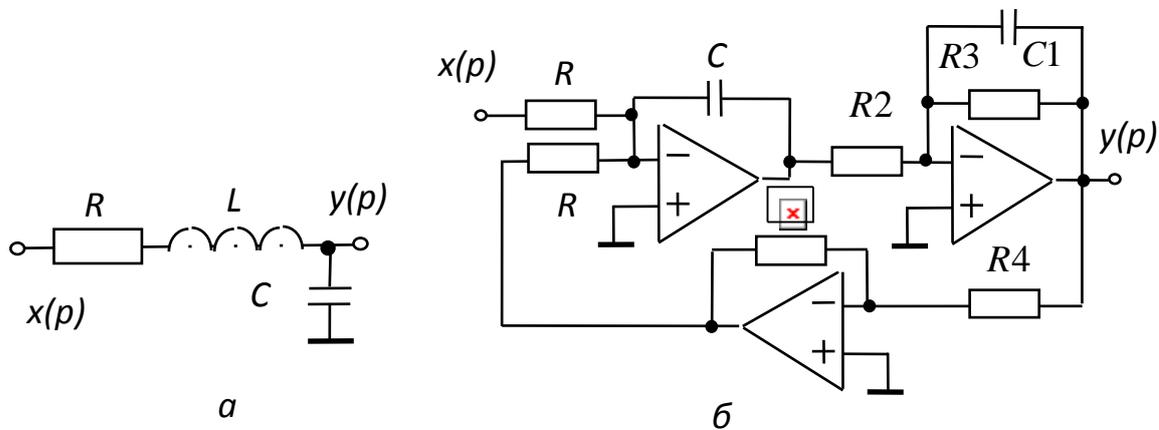


Рис. 11.11. Принципиальные схемы апериодического звена второго порядка: *а* — на основе RLC-звена; *б* — на основе ОУ

Операторный коэффициент передачи апериодического звена второго порядка на основе RLC-звена запишется

$$W(p) = \frac{1}{p^2 LC + pRC + 1} = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\zeta T p + 1}, \quad (11.45)$$

где $T^2 = LC$; $\zeta = RC / (2T)$.

Операторный коэффициент передачи апериодического звена второго порядка на основе операционного усилителя запишется

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\zeta T p + 1}, \quad (11.46)$$

где $k = R1/R4$; $T = \sqrt{R_2/K_0}$; $\zeta = 1/(2\sqrt{T_2 \cdot K_0})$;
 $T_2 = R3 C1$; $K_0 = R3 R1 / (R C R2 R3)$.

11.5. Интегрирующее звено

Дифференциальное уравнение для интегрирующего звена запишется

$$y(t) = k \int x(t) dt. \quad (11.47)$$

В операторной форме уравнение (11.47) примет вид

$$y(p) = (k/p) x(p). \quad (11.48)$$

Соответственно передаточная функция

$$W(p) = \frac{k}{p}. \quad (11.49)$$

Амплитудно-фазовая характеристика

$$W(j\omega) = -j \frac{k}{\omega}. \quad (11.50)$$

Амплитудная, фазовая и логарифмическая амплитудная частотные характеристики соответственно запишутся:

$$|W(j\omega)| = \frac{k}{\omega}, \quad (11.51)$$

$$\varphi(\omega) = -90^\circ, \quad (11.52)$$

$$L(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)| = 20 \lg k - 20 \lg \omega. \quad (11.53)$$

При поступлении на вход интегрирующего звена единичного ступенчатого воздействия $x(t)=1(t)$ для изображения выходной величины с учетом формулы (11.49) получим

$$y(p) = W(p) \frac{1}{p} = \frac{k}{p^2}, \quad (11.54)$$

Тогда для переходной и импульсной переходной характеристик запишем:

$$h(t) = L^{-1}\{k/p^2\} = k t. \quad (11.55)$$

$$\omega(t) = h'(t) = k. \quad (11.56)$$

Рассмотрим частотные характеристики интегрирующего звена (рис. 11.12).

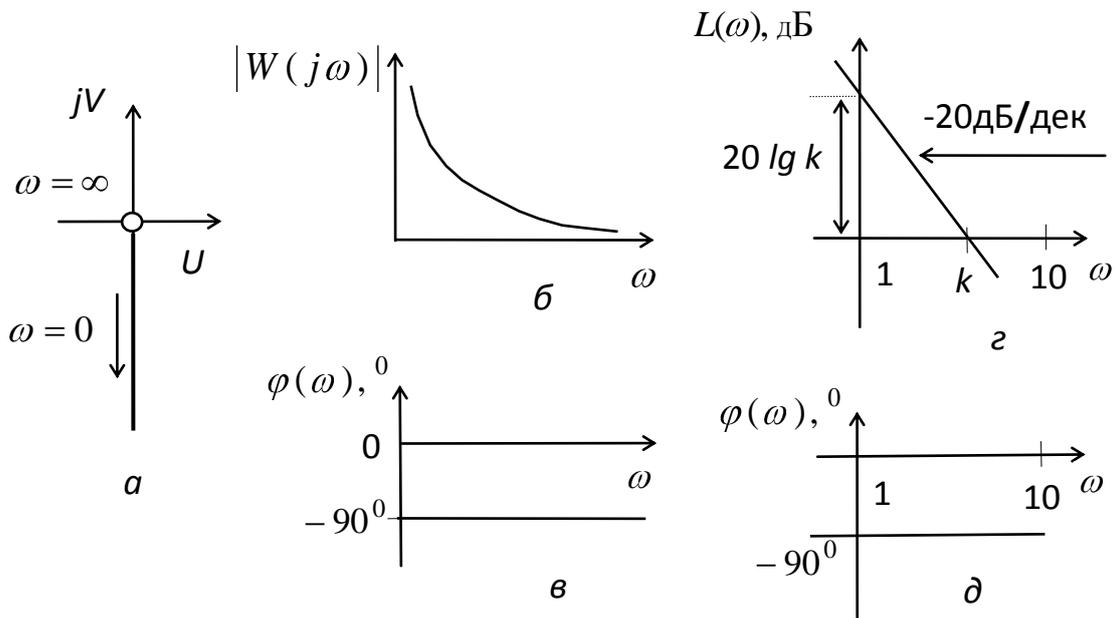


Рис. 11.12. Частотные характеристики интегрирующего звена: *a* — АФХ; *б* — АЧХ; *в* — ФЧХ; *г* — ЛАЧХ; *д* — ЛФЧХ.

АФХ (рис. 11.12,*a*) совпадает с отрицательной мнимой полуосью.

АЧХ (рис. 11.12,*б*) — гипербола с асимптотами $|W(j0)| = \infty$ и $|W(j\infty)| = 0$.

ФЧХ (рис. 11.12,*в*) — постоянная величина, равная минус 90° .

Из выражения (11.53) для $L(\omega) = 0$ получим $\omega = k$ и при $\omega = 1$ найдем $L(\omega) = 20 \lg k$.

Таким образом, ЛАЧХ интегрирующего звена (рис. 11.12,з) — прямая с наклоном минус 20дБ/дек, проходящая через точку с абсциссой $\omega = 1$ и ординатой $20 \lg k$ и пересекающая ось частот при $\omega = k$.

Перейдем к переходным характеристикам интегрирующего звена (рис. 11.13).

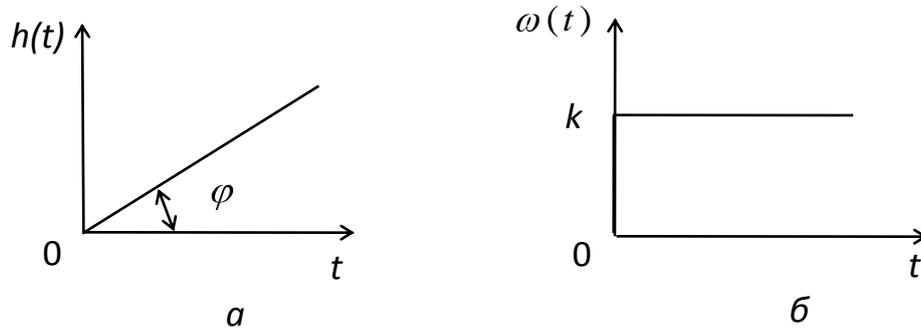


Рис. 11.13. Переходные характеристики интегрирующего звена: *a* — ПХ; *б* — ИПХ.

ПХ (рис. 11.13,а) — прямая линия, выходящая из начала координат, с угловым коэффициентом $k = tg \varphi$ при постоянной входной величине $y(t) = 1(t)$.

ИПХ (рис. 11.13,б) — постоянная величина, равная k .

Принципиальные схемы интегрирующего звена реализуются на основе RC-звена и операционного усилителя (рис. 11.14).

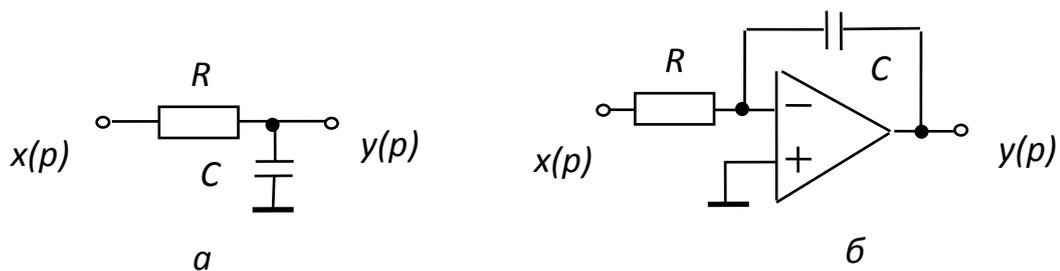


Рис. 11.14. Принципиальные схемы интегрирующего звена: *a* — на основе RC-звена; *б* — на основе ОУ

Операторные коэффициенты передачи для интегрирующего звена, реализованного на основе RC-звена и на основе ОУ, соответственно запишутся:

$$W(p) = \frac{1}{1 + pT} \underset{\text{при } pT \gg 1}{\approx} \frac{1}{pT}; \quad (11.57)$$

$$W(p) = -\frac{1}{pT} = \frac{k}{p}, \quad (11.58)$$

где $k = -\frac{1}{T}$; $T = RC$.

11.6. Дифференцирующее звено

Дифференциальное уравнение для дифференцирующего звена запишется

$$y(t) = k \frac{dx(t)}{dt}. \quad (11.59)$$

В операторной форме уравнение (11.59) примет вид

$$y(p) = (k p) x(p). \quad (11.60)$$

Соответственно передаточная функция

$$W(p) = k p. \quad (11.61)$$

Амплитудно-фазовая характеристика

$$W(j\omega) = j k \omega. \quad (11.62)$$

Амплитудная, фазовая и логарифмическая амплитудная частотные характеристики соответственно запишутся

$$|W(j\omega)| = k \omega; \quad (11.63)$$

$$\varphi(\omega) = 90^\circ; \quad (11.64)$$

$$L(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)| = 20 \lg k + 20 \lg \omega. \quad (11.65)$$

При поступлении на вход дифференцирующего звена единичного ступенчатого воздействия $x(t)=1(t)$ для изображения выходной величины с учетом формулы (11.61) получим

$$y(p) = W(p) \frac{1}{p} = k, \quad (11.66)$$

Тогда для переходной и импульсной переходной характеристик запишем

$$h(t) = L^{-1}\{k\} = k \delta(t); \quad (11.67)$$

$$\omega(t) = h'(t) = k \frac{d\delta(t)}{dt}. \quad (11.68)$$

Рассмотрим частотные и переходную характеристики дифференцирующего звена (рис. 11.15)

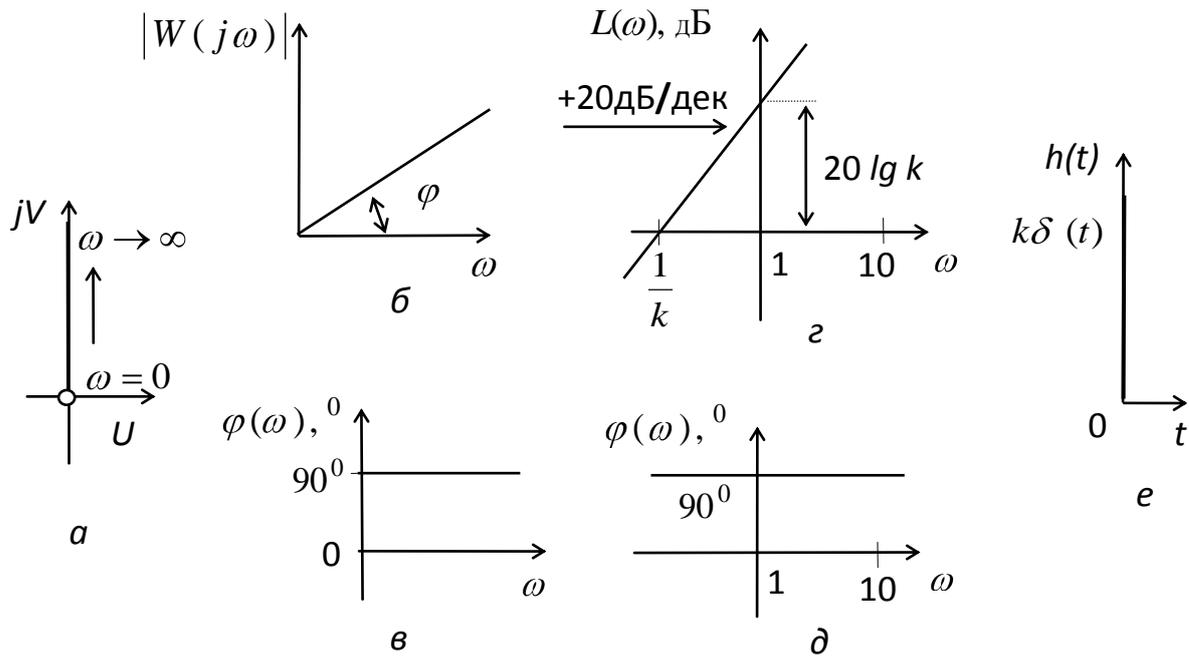


Рис. 11.15. Частотные и переходная характеристики дифференцирующего звена: *a* — АФХ; *б* — АЧХ; *в* — ФЧХ; *г* — ЛАЧХ; *д* — ЛФЧХ; *е* — ПХ.

АФХ (рис. 11.15,*a*) совпадает с положительной мнимой полуосью.

АЧХ (рис. 11.15,*б*) — прямая линия, выходящая из начала координат, с угловым коэффициентом $k = tg \varphi$.

ФЧХ (рис. 11.15,*в*) — постоянная величина, равная 90° .

Из выражения (11.65) для $L(\omega) = 0$ получим $\omega = 1/k$ и при $\omega = 1$ найдем $L(\omega) = 20 \lg k$.

Таким образом, ЛАЧХ дифференцирующего звена — прямая с наклоном $+20\text{дБ/дек}$, проходящая через точку с абсциссой $\omega = 1$ и ординатой $20\lg k$ и пересекающая ось частот при частоте $\omega = 1/k$ (рис. 11.15,з).

ЛФЧХ дифференцирующего звена (рис. 11.15,д) — постоянная величина, равная 90° .

ПХ (рис. 11.15,е) — дельта - функция, увеличенная в k раз.

Принципиальные схемы дифференцирующего звена реализуются на основе RC-звена и ОУ (рис. 11.16).

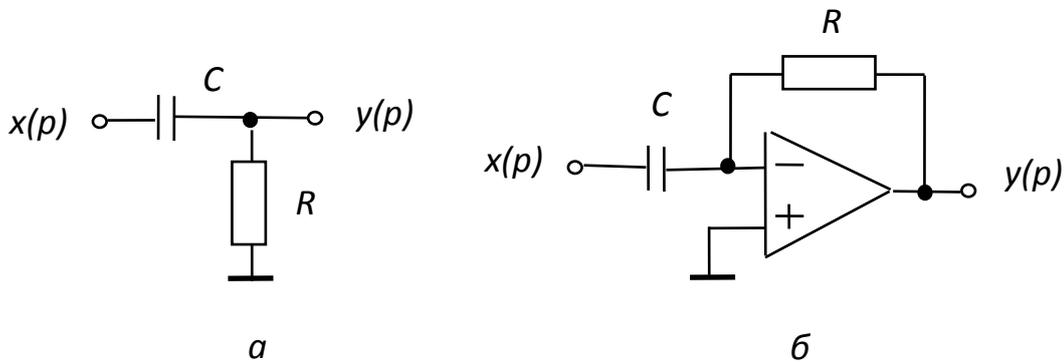


Рис. 11.16. Принципиальные схемы дифференцирующего звена:
а — на основе RC звена; б — на основе ОУ

Операторные коэффициенты передачи для дифференцирующего звена, реализованного на основе RC-звена и на основе операционного усилителя, соответственно запишутся:

$$W(p) = \frac{pT}{1 + pT} \underset{\text{при } pT \ll 1}{\approx} pT, \quad (11.69)$$

$$W(p) = -pT = k p, \quad (11.70)$$

где $k = -T$; $T = RC$.

11.7. Форсирующее звено

Дифференциальное уравнение для форсирующего звена запишется

$$y(t) = kT \frac{dx(t)}{dt} + kx(t) . \quad (11.71)$$

В операторной форме уравнение (11.71) примет вид

$$y(p) = k(pT + 1)x(p) . \quad (11.72)$$

Соответственно передаточная функция

$$W(p) = k(pT + 1) . \quad (11.73)$$

Амплитудно-фазовая характеристика

$$W(j\omega) = k(1 + j\omega T) . \quad (11.74)$$

Амплитудная, фазовая и логарифмическая амплитудная частотные характеристики соответственно запишутся:

$$|W(j\omega)| = k\sqrt{1 + (\omega T)^2} ; \quad (11.75)$$

$$\varphi(\omega) = \arg \operatorname{tg}(\omega T) ; \quad (11.76)$$

$$L(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)| = 20 \lg k + 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T)^2} . \quad (11.77)$$

При поступлении на вход форсирующего звена единичного ступенчатого воздействия $x(t) = 1(t)$ для изображения выходной величины с учетом формулы (11.73) получим

$$y(p) = W(p) \frac{1}{p} = \frac{k(pT + 1)}{p} , \quad (11.78)$$

Тогда для переходной и импульсной переходной характеристик запишем:

$$h(t) = k[T\delta(t) + 1(t)] ; \quad (11.79)$$

$$\omega(t) = h'(t) = k \left[T \frac{d\delta(t)}{dt} + \delta(t) \right] . \quad (11.80)$$

Рассмотрим частотные характеристики и переходную характеристики дифференцирующего звена (рис. 11.17).

АФХ (рис. 11.17,а) — полупрямая, параллельная положительной мнимой полуоси, смещенная относительно начала координат на величину k .

АЧХ (рис. 11.17,б) при $\omega = 0$ имеет минимальное значение, равное k , и возрастает, стремясь к ∞ с увеличением ω .

ФЧХ (рис. 11.17,в) при $\omega = 0$ имеет фазовый сдвиг равный 0 , и увеличивается, стремясь к 90° при $\omega \rightarrow \infty$. На частоте $\omega = 1/T$ фазовый сдвиг составляет 45° .

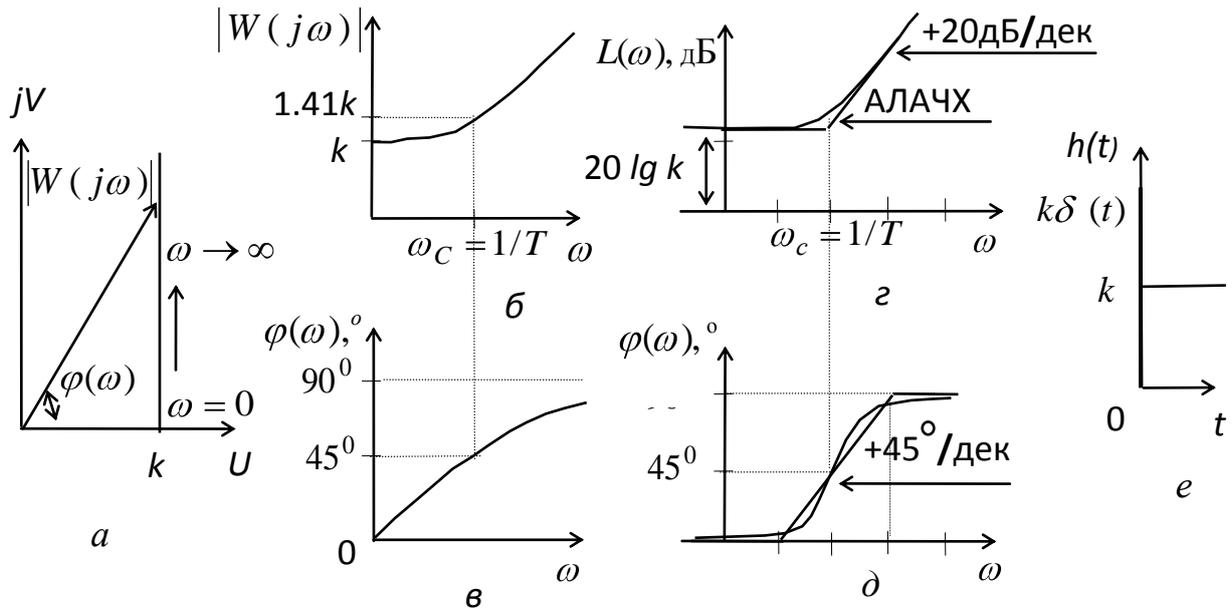


Рис. 11.17. Частотные и переходная характеристики форсирующего звена: а — АФХ; б — АЧХ; в — ФЧХ; г — ЛАЧХ; д — ЛФЧХ; е — ПХ

ЛАЧХ (рис. 11.17,г) обладает асимптотами:

а) при $\omega \rightarrow 0$ — $L(\omega) \rightarrow 20 \lg k$;

б) при $\omega \rightarrow \infty$ — $L(\omega) \rightarrow 20 \lg k + 20 \lg \omega T$.

Последняя будет наклонной прямой с наклоном $+20$ дБ/дек, а первая — горизонтальной прямой. Пересекаются они при сопрягающей частоте $\omega_c = 1/T$, на которой наибольшее отклонение равно 3.03 дБ.

ЛФЧХ (рис. 11.17,д) на сопрягающей частоте имеет значение фазы $\varphi(\omega_c) = +45^\circ$ и обладает асимптотой с наклоном $+45^\circ / \text{дек}$ в пределах декады, которая достигает в ту и другую стороны фазового сдвига 0 и 90° .

ПХ (рис. 11.17,е) — сумма единицы и дельта-функции, увеличенная в k раз.

Принципиальные схемы форсирующего звена реализуются на основе RC-звена и операционного усилителя (рис.11.18).

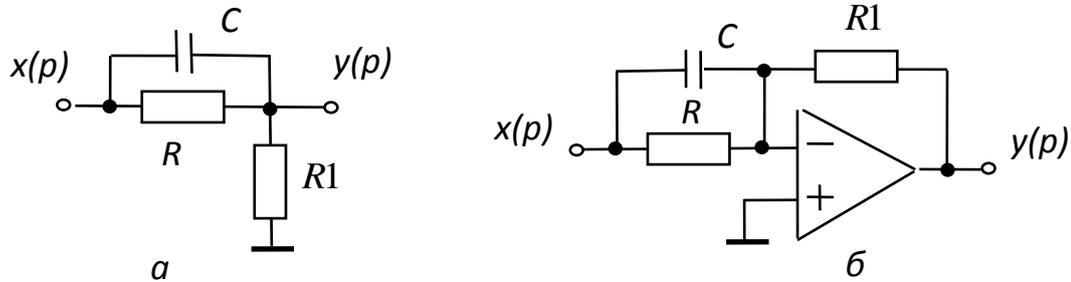


Рис. 11.18. Принципиальные схемы форсирующего звена:
a — на основе RC-звена; *б* — на основе ОУ

Операторные коэффициенты передачи для форсирующего звена, реализованного на основе RC-звена и на основе операционного усилителя, соответственно запишутся:

$$W(p) = \frac{R1}{R + R1} \frac{1 + pT}{1 + pT_1} \quad pT_1 \ll 1 \quad (11.81)$$

$$W(p) = -\frac{R1}{R} (1 + pT) = k (1 + pT) \quad (11.82)$$

где $k = -R1/R$; $k_1 = R1/(R + R1)$; $T = RC$; $T_1 = k_1 T$.

11.8. Запаздывающее звено

Дифференциальное уравнение для запаздывающего звена запишется

$$y(t) = k x(t - T) \quad (11.83)$$

В операторной форме уравнение (11.83) примет вид

$$y(p) = k e^{-pT} x(p) \quad (11.84)$$

Соответственно передаточная функция

$$W(p) = k e^{-pT} \quad (11.85)$$

Амплитудно-фазовая характеристика

$$W(j\omega) = k e^{-j\omega T} = k (\cos \omega T - j \sin \omega T) . \quad (11.86)$$

Амплитудная, фазовая и логарифмическая амплитудная частотные характеристики соответственно запишутся:

$$|W(j\omega)| = k ; \quad (11.87)$$

$$\varphi(\omega) = -\omega T ; \quad (11.88)$$

$$L(\omega) = 20 \lg k . \quad (11.89)$$

Переходная и импульсная переходная характеристики для запаздывающего звена запишутся;

$$h(t) = k 1(t-T) ; \quad (11.90)$$

$$\omega(t) = h'(t) = k \delta(t-T) . \quad (11.91)$$

Проведем анализ частотных характеристик запаздывающего звена (рис. 11.19) для $k=1$.

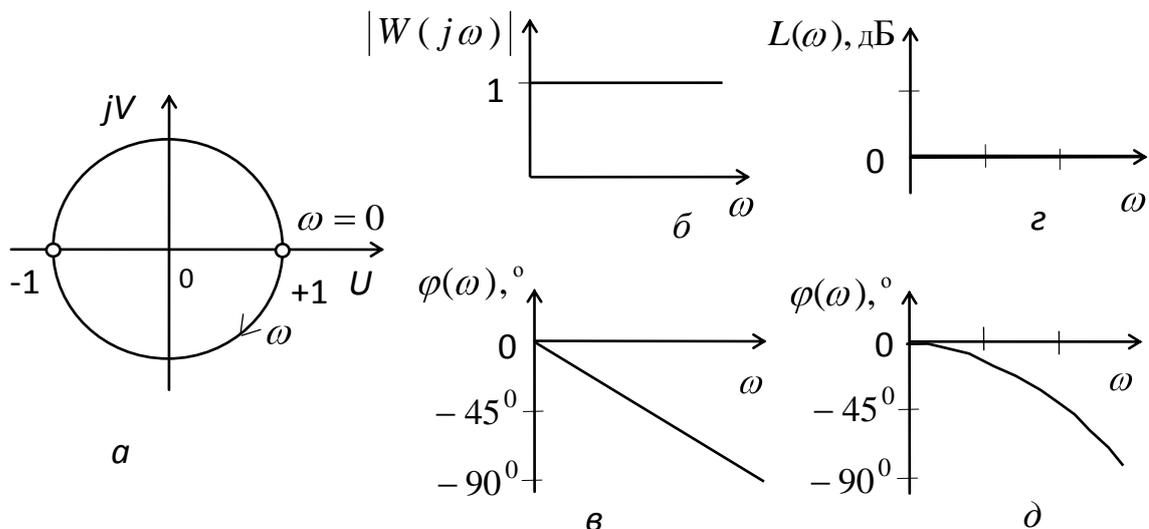


Рис. 11.19. Частотные и переходные характеристики запаздывающего звена:
 a — АФХ; b — АЧХ; c — ФЧХ; d — ЛАЧХ; e — ЛФЧХ.

АФХ (рис. 11.19, a) — спираль единичного радиуса, лежащая при $\omega = 0$ на положительной части вещественной оси, и разматывающаяся по часовой стрелке.

АЧХ (рис. 11.19, b) — прямая линия, параллельная оси частот по уровню 1.

ЛАЧХ (рис. 11.19,з) — прямая, совпадающая с осью частот по уровню 0дБ.

ФЧХ и ЛФЧХ (рис. 11.19,в,д) — при $\omega = 0$ фазовый сдвиг равен 0 и увеличивается, стремясь к ∞ при $\omega \rightarrow \infty$.

Перейдем к переходным характеристикам запаздывающего звена (рис. 11.20).

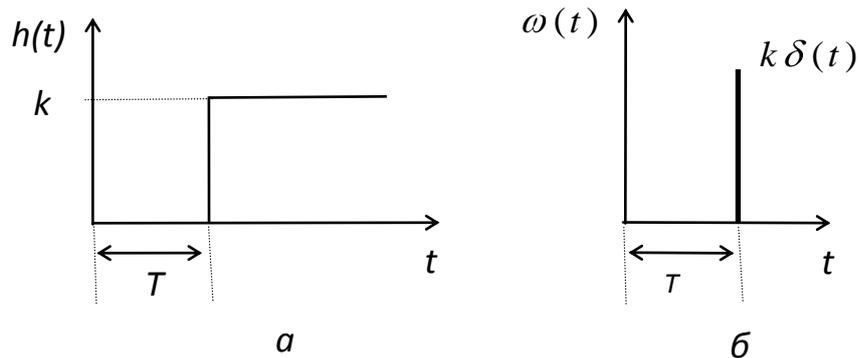


Рис. 11.20. Переходные характеристики запаздывающего звена:
а — ПХ; б — ИПХ.

ПХ и ИПХ представляют собой единичную функцию $I(t)$ и единичный импульс (дельта-функция) $\delta(t)$, смещенные на время запаздывания звена равное T .

Запаздывающие звенья могут быть реализованы на линиях задержки, выполненных на сосредоточенных или распределенных элементах, или на основе фазовых звеньев на операционных усилителях (рис. 11.21).

Передаточные функции фазовых звеньев для схем на рис. 11.21,б,в соответственно запишутся:

$$W(p) = \frac{1 - pT}{1 + pT}; \quad (11.92)$$

$$W(p) = \frac{pT - 1}{pT + 1}. \quad (11.93)$$

Модуль передаточной функции равен $|W(p)| = 1$.

ФЧХ для схем на рис. 11.21,б,в соответственно запишутся:

$$\varphi(\omega) = -2 \operatorname{arc} \operatorname{tg}(\omega T) ; \quad (11.94)$$

$$\varphi(\omega) = \pi - 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg}(\omega T) . \quad (11.95)$$

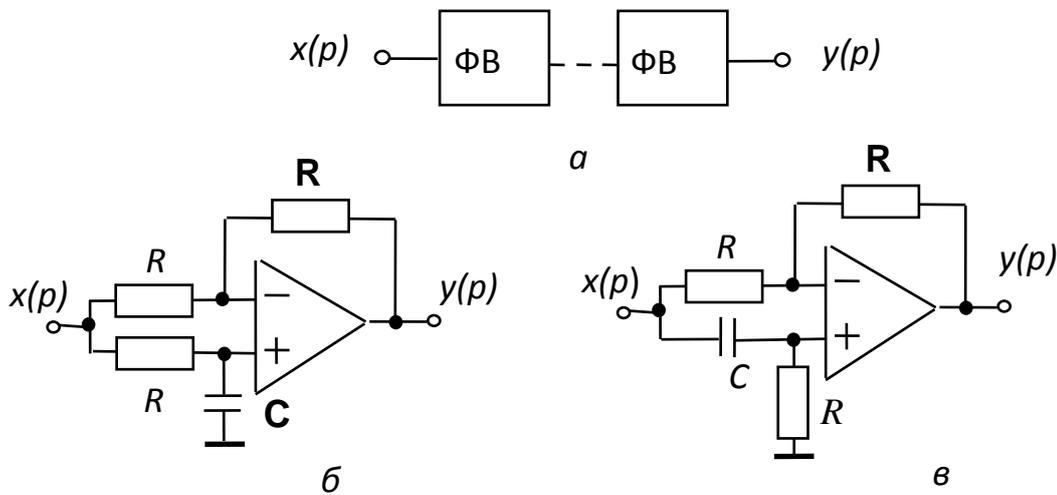


Рис. 11.21. Функциональная схема запаздывающего звена на основе фазовых звеньев (а), принципиальные схемы фазовых звеньев на ОУ (б) и (в).

11.9. Неустойчивые звенья

Рассмотренные выше звенья, кроме интегрирующего, устойчивые, так как все полюсы их передаточных функций имеют отрицательные действительные части. Они являются также, кроме запаздывающего звена, и минимально-фазовыми, так как их передаточные функции не имеют еще и нулей с положительной действительной частью. Важным свойством минимально-фазовых звеньев является однозначное соответствие между АЧХ и АФХ, то есть по заданной АЧХ всегда можно определить ФЧХ и наоборот.

Примером неустойчивого апериодического звена первого порядка является звено с передаточной функцией следующего вида

$$W(p) = \frac{k}{pT - 1} . \quad (11.96)$$

Передаточная функция неустойчивого апериодического звена первого порядка (11.96) отличается от передаточной функции апериодического звена

первого порядка, которое рассматривалось выше, другим знаком перед единицей.

Амплитудно-фазовая характеристика

$$W(j\omega) = \frac{k}{j\omega T - 1} . \quad (11.97)$$

Амплитудная, фазовая и логарифмическая амплитудная частотные характеристики соответственно запишутся

$$|W(j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}} ; \quad (11.98)$$

$$\varphi(\omega) = -\pi + \operatorname{arctg}(\omega T) ; \quad (11.99)$$

$$L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T)^2} . \quad (11.100)$$

Переходная и импульсная характеристики для неустойчивого звена запишутся

$$h(t) = k(e^{\frac{t}{T}} - 1) , \quad (11.101)$$

$$\omega(t) = \frac{k}{T} e^{\frac{t}{T}} . \quad (11.102)$$

Разница между частотными характеристиками устойчивого апериодического звена первого порядка (рис. 11.4) и неустойчивого апериодического звена первого порядка (рис. 11.22) в величине фазы.

Переходные характеристики неустойчивого звена первого порядка неограниченно растут со временем (рис. 11.23).

Неустойчивыми являются все звенья, передаточные функции которых отличаются от передаточных функций рассмотренных выше статических звеньев изменением знака любого из членов знаменателя на отрицательный знак. Примерами неустойчивых звеньев служат звенья со следующими передаточными функциями:

$$\frac{k}{1-pT+1}; \frac{k}{-1+pT}; \frac{k}{-1+pT_1+p^2T_2^2};$$

$$\frac{k}{1-pT_1+p^2T_2^2}; \frac{k}{1+pT_1-p^2T_2^2}$$

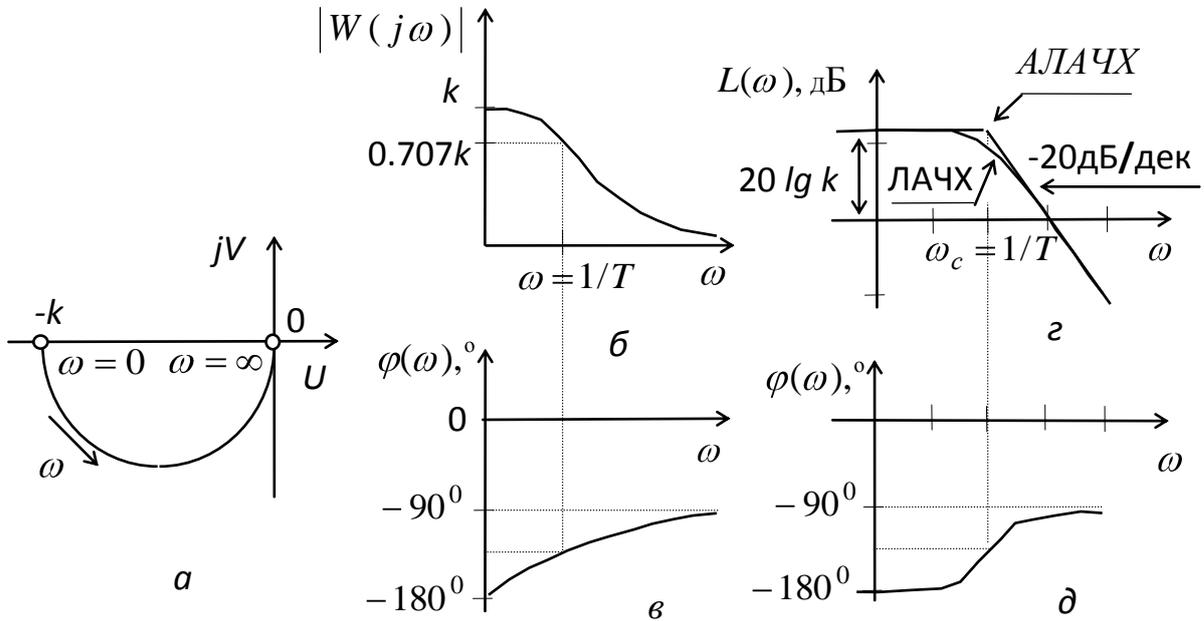


Рис. 11.22. Частотные характеристики неустойчивого аperiodического звена первого порядка: а — АФХ; б — АЧХ; в — ФЧХ; г — ЛАЧХ; д — ЛФЧХ.

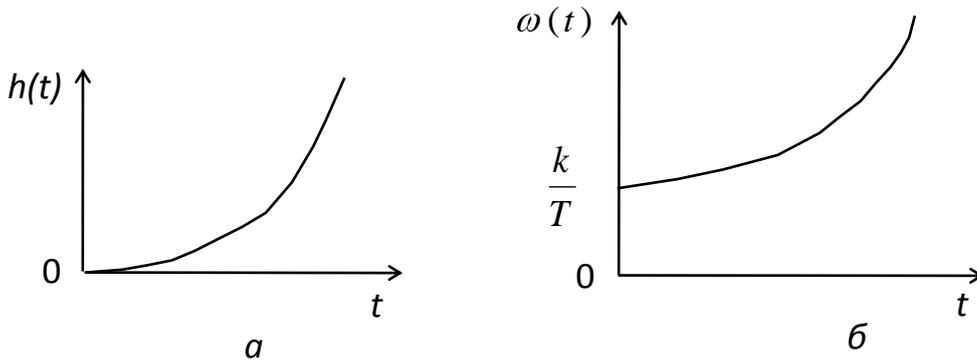


Рис. 11.23. Переходные характеристики неустойчивого аperiodического звена первого порядка: а — ПХ; б — ИПХ.

Все неустойчивые звенья являются неминимально-фазовыми, то есть имеют корни в правой полуплоскости комплексной плоскости.

11.10. Математические выражения для типов звеньев

Рассмотрев характеристики типовых звеньев, систематизируем их математические выражения (табл.11.1–11.4) поскольку к ним постоянно приходится обращаться при моделировании различных САР.

Таблица 11.1

Дифференциальные уравнения
и передаточные функции типовых звеньев

Тип звена	Дифференциальное уравнение	Передаточная функция
Пропорциональное	$y(t) = k x(t)$	k
Апериодическое звено первого порядка	$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k x(t)$	$\frac{k}{1 + pT}$
Апериодическое звено второго порядка	$T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + T_1 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k x(t)$	$\frac{k}{1 + 2\zeta T p + T^2 p^2}$
Интегрирующее	$y(t) = \int_0^t k x(t) dt$	$\frac{k}{p}$
Дифференцирующее	$y(t) = k \frac{dx(t)}{dt}$	$k p$
Форсирующее	$y(t) = k \frac{dx(t)}{dt} + k x(t)$	$k(1 + pT)$
Запаздывающее	$y(t) = k x(t - T)$	e^{-pT}

Таблица 11.2

Частотные функции типовых звеньев

Тип звена	АФХ, $W(j\omega)$	АЧХ, $ W(j\omega) $	ФЧХ, $\varphi(\omega)$
Пропорциональное	k	k	0
Апериодическое первого порядка	$\frac{k}{1+j\omega T}$	$\frac{k}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}$	$-\operatorname{arctg}(\omega T)$
Апериодическое второго порядка	$\frac{k}{1-(\omega T)^2+j2\zeta\omega T}$	$\frac{k}{\sqrt{[1-(\omega T)^2]^2+(2\zeta\omega T)^2}}$	$-\operatorname{arctg}\left(\frac{2\zeta\omega T}{1-(\omega T)^2}\right)$
Интегрирующее	$-jk/\omega$	k/ω	$-\pi/2$
Дифференцирующее	$jk\omega$	$k\omega$	$\pi/2$
Форсирующее	$k(1+j\omega T)$	$k\sqrt{1+(\omega T)^2}$	$\operatorname{arctg}(\omega T)$
Запаздывающее	$ke^{-j\omega T}$	k	$-\omega T$

Таблица 11.3

Логарифмические частотные функции типовых звеньев

Тип звена	ЛАЧХ, $L(\omega)$, дБ	ЛАФХ, $\varphi(\omega)$
Пропорциональное	$20 \lg k$	0
Апериодическое первого порядка	$20 \lg k - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T)^2}$	$-\arctg(\omega T)$
Апериодическое второго порядка	$20 \lg k - 20 \lg \sqrt{[1 - (\omega T)^2]^2 + (2\zeta \omega T)^2}$	$-\arctg\left(\frac{2\zeta \omega T}{1 - (\omega T)^2}\right)$
Интегрирующее	$20 \lg k - 20 \lg \omega$	$-\pi / 2$
Дифференцирующее	$20 \lg k + 20 \lg \omega$	$\pi / 2$
Форсирующее	$20 \lg k + 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T)^2}$	$\arctg(\omega T)$
Запаздывающее	$20 \lg k$	$-\omega T$

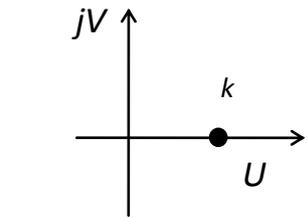
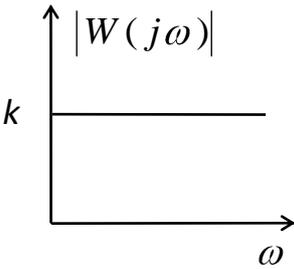
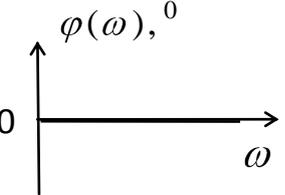
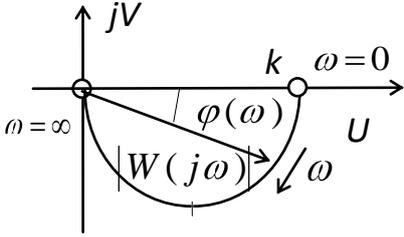
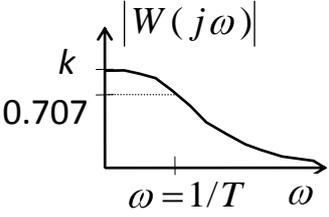
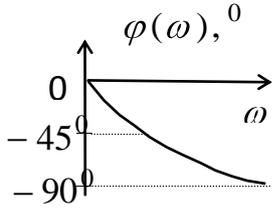
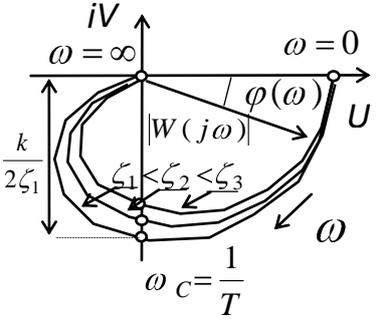
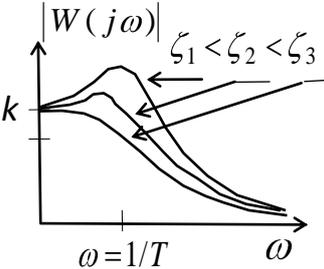
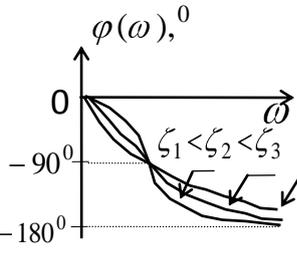
Таблица 11.4

Временные функции типовых звеньев

Тип звена	ПХ, $h(t)$	ИПХ, $\omega(t)$
Пропорциональное	$k \cdot 1(t)$	0
Апериодическое первого порядка	$k(1 - e^{-\frac{t}{T}})$	$\frac{k}{T} e^{-\frac{t}{T}}$
Апериодическое второго порядка	$k[1 - e^{-\frac{\zeta}{T}t} (\cos \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{T}t + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{T}t)]$	$\frac{k}{T\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\frac{\zeta}{T}t} \sin \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{T}t$
Интегрирующее	$k \cdot t$	k
Дифференцирующее	$k \cdot \delta(1)$	$k \frac{d\delta(t)}{dt}$
Форсирующее	$h(t) = k[T\delta(t) + 1(t)]$	$k \left[T \frac{d\delta(t)}{dt} + \delta(t) \right]$
Запаздывающее	$k \cdot 1(t-T)$	$k \cdot \delta(t-T)$

Таблица 11.5

Частотные характеристики типовых звеньев

Тип звена	АФХ	АЧХ	ФЧХ
Пропорциональное			
Апериодическое первого порядка			
Апериодическое второго порядка			

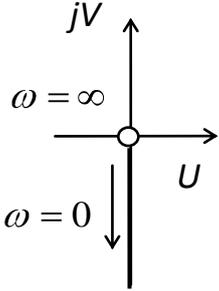
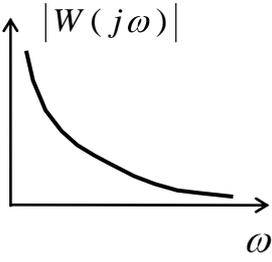
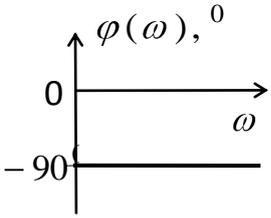
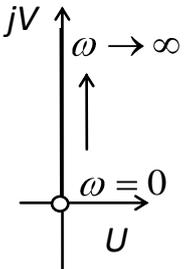
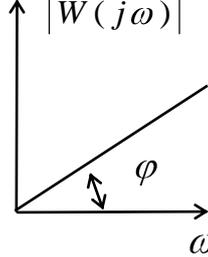
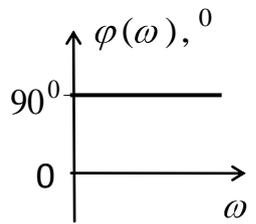
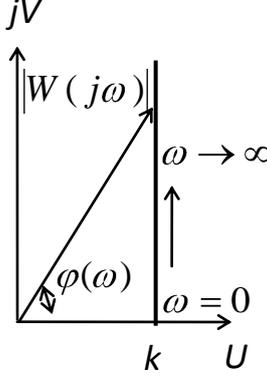
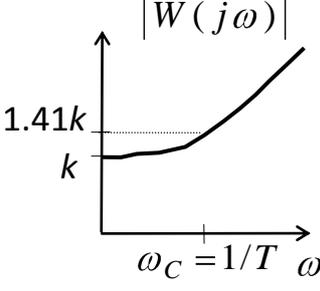
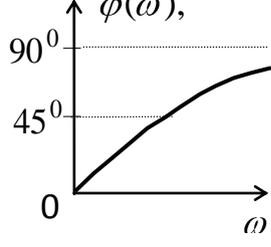
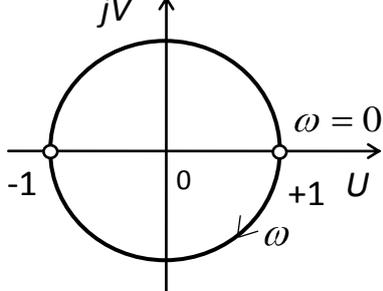
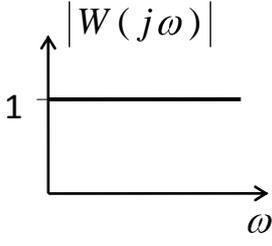
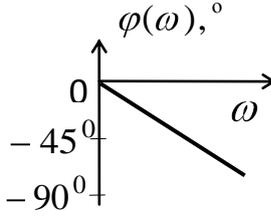
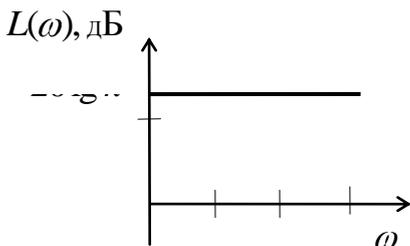
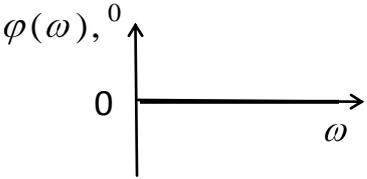
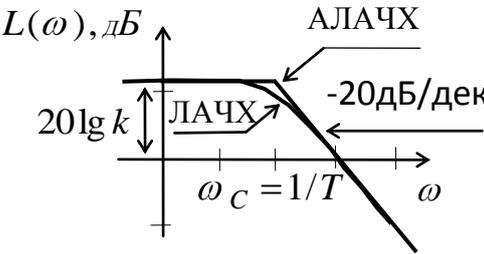
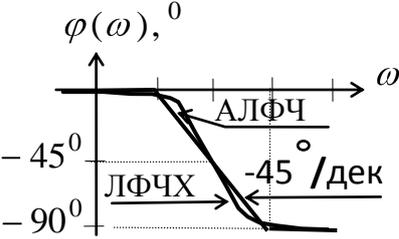
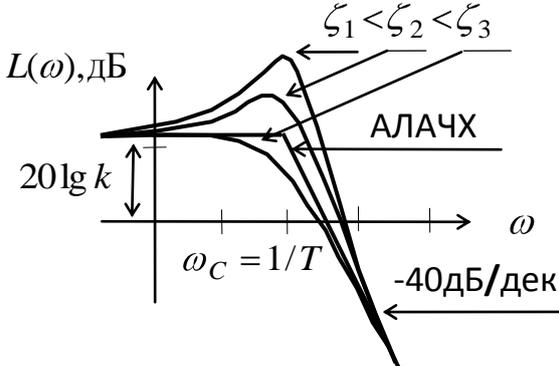
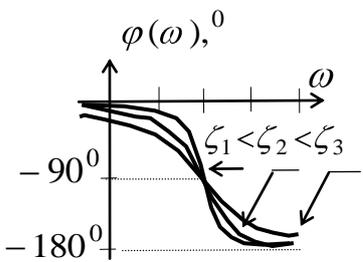
<p>Интегрирующее</p>			
<p>Дифференцирующее</p>			
<p>Форсирующее</p>			
<p>Запаздывающее</p>			

Таблица 11.6

Логарифмические частотные характеристики типовых звеньев

Тип звена	ЛАФХ	ЛФЧХ
Пропорциональное		
Апериодическое первого порядка		
Апериодическое второго порядка		

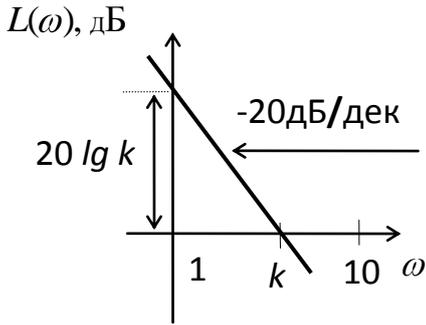
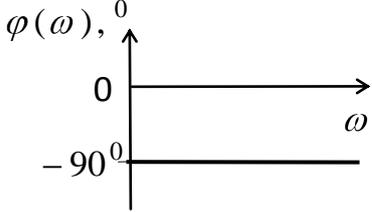
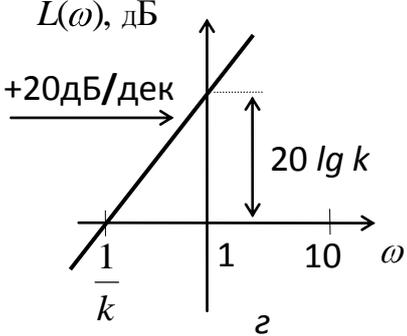
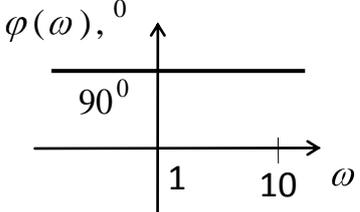
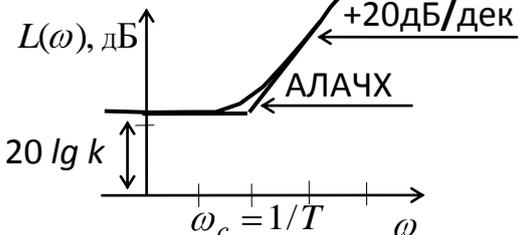
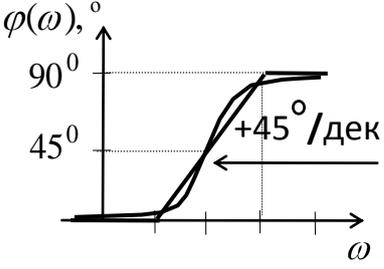
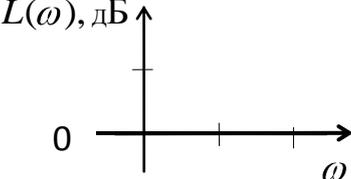
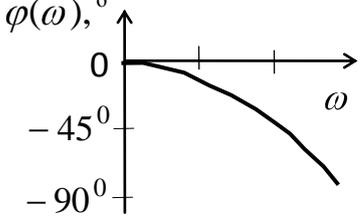
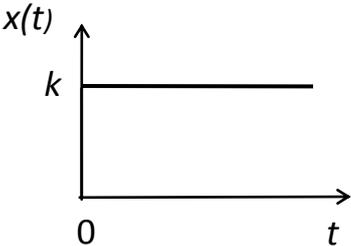
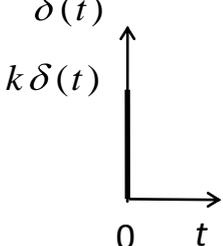
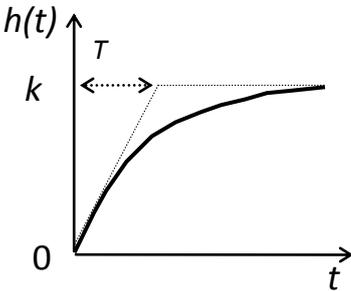
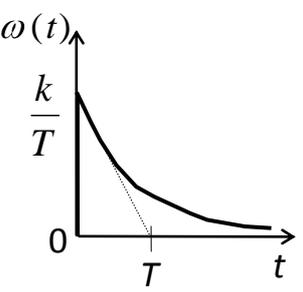
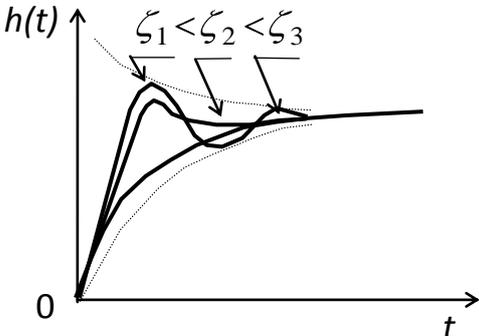
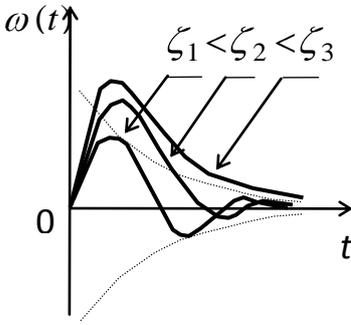
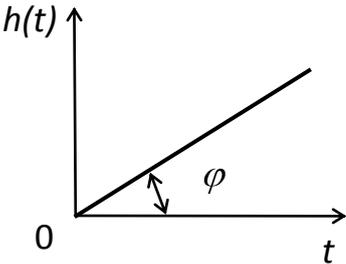
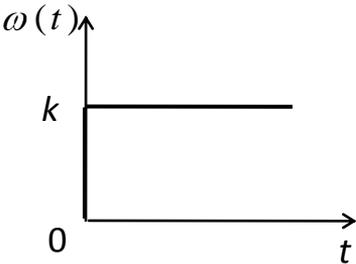
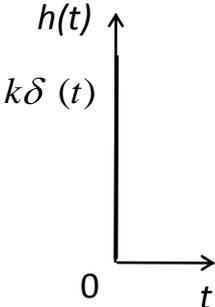
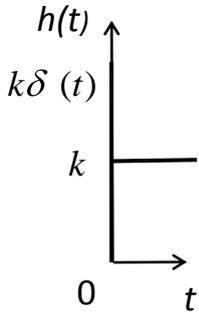
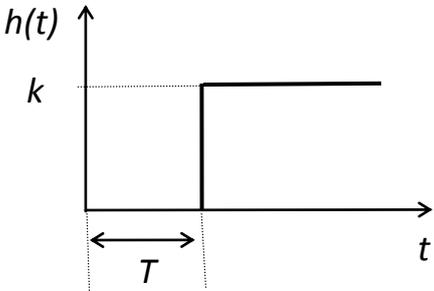
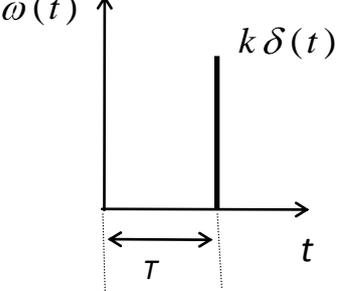
Интегрирующее		
Дифференцирующее		
Форсирующее		
Запаздывающее		

Таблица 11.7

Переходные характеристики типовых звеньев

Тип звена	ПХ	ИПХ
Пропорциональное		
Апериодическое первого порядка		
Апериодическое второго порядка		

Интегрирующее	 <p>A graph showing the transfer function $h(t)$ versus time t. The vertical axis is labeled $h(t)$ and the horizontal axis is labeled t. The origin is marked with 0. A straight line starts at the origin and extends upwards and to the right. An angle φ is indicated between the line and the horizontal axis.</p>	 <p>A graph showing the transfer function $\omega(t)$ versus time t. The vertical axis is labeled $\omega(t)$ and the horizontal axis is labeled t. The origin is marked with 0. A horizontal line is drawn at a constant value k on the vertical axis.</p>
Дифференцирующее	 <p>A graph showing the transfer function $h(t)$ versus time t. The vertical axis is labeled $h(t)$ and the horizontal axis is labeled t. The origin is marked with 0. A vertical line segment is drawn at $t=0$ with a height of $k\delta(t)$.</p>	$\omega(t) = k \frac{d\delta(t)}{dt}$
Форсирующее	 <p>A graph showing the transfer function $h(t)$ versus time t. The vertical axis is labeled $h(t)$ and the horizontal axis is labeled t. The origin is marked with 0. A horizontal line segment is drawn at a constant value k on the vertical axis, starting at a time delay T on the horizontal axis. The label $k\delta(t)$ is also present on the vertical axis.</p>	$\omega(t) = k \left[T \frac{d\delta(t)}{dt} + \delta(t) \right]$
Запаздывающее	 <p>A graph showing the transfer function $h(t)$ versus time t. The vertical axis is labeled $h(t)$ and the horizontal axis is labeled t. The origin is marked with 0. A horizontal line segment is drawn at a constant value k on the vertical axis, starting at a time delay T on the horizontal axis. Dotted lines indicate the delay T and the value k.</p>	 <p>A graph showing the transfer function $\omega(t)$ versus time t. The vertical axis is labeled $\omega(t)$ and the horizontal axis is labeled t. The origin is marked with 0. A vertical line segment is drawn at a time delay T on the horizontal axis, with a height of $k\delta(t)$. Dotted lines indicate the delay T.</p>

12. ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ САР

12.1. Виды соединений звеньев САР

Структурная схема САР, состоящая из типовых звеньев, позволяет без сложных математических вычислений находить передаточные функции САР.

В САР встречаются три вида соединений звеньев: последовательное, параллельное и соединение звеньев по схеме с обратной связью [1-4, 10-11].

Последовательное соединение

При последовательном соединении выход каждого звена соединен с входом последующего (рис. 12.1.а). Из рисунка для изображения по Лапласу выходной величины запишем

$$\begin{aligned} Y(p) &= X_{n-1}(p)W_n(p) = X_1(p)W_2(p)\dots W_n(p) = \\ &= X(p)W_1(p)W_2(p)\dots W_n(p) \end{aligned} \quad (12.1)$$

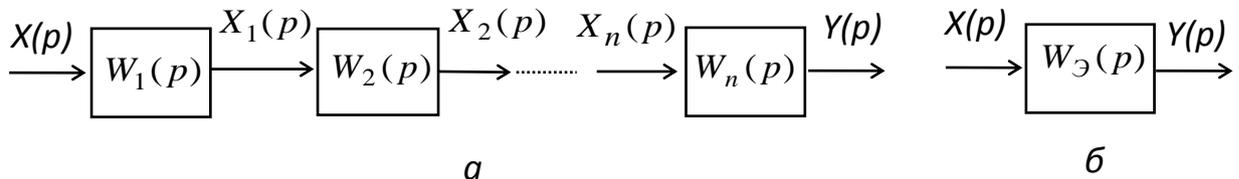


Рис. 12.1. Последовательное соединение звеньев (а)
и эквивалентное звено (б)

Отсюда получим выражение для передаточной функции последовательно соединенных звеньев в следующем виде

$$W_{\text{Э}}(p) = Y(p) / X(p) = W_1(p)W_2(p)\dots W_n(p) . \quad (12.2)$$

Таким образом, последовательно соединенные звенья преобразуются к одному звену (рис. 12.1,б) с передаточной функцией, равной произведению передаточных функций отдельных звеньев:

$$W_{\Sigma}(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p) . \quad (12.3)$$

АФХ последовательно соединенных звеньев запишется

$$W_{\Sigma}(j\omega) = W_1(j\omega)W_2(j\omega)\dots W_n(j\omega) = |W_{\Sigma}(j\omega)|e^{j\varphi_{\Sigma}(\omega)} , \quad (12.4)$$

где $|W_{\Sigma}(j\omega)| = |W_1(j\omega)||W_2(j\omega)|\dots|W_n(j\omega)|$;

$\varphi_{\Sigma}(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \dots + \varphi_n(\omega)$ — АЧХ и ФЧХ последовательно соединенных звеньев.

Из выражения (12.4) определим ЛАЧХ и ЛФЧХ последовательно соединенных звеньев

$$L_{\Sigma}(\omega) = 20\lg|W_1(j\omega)| + 20\lg|W_2(j\omega)| + \dots + 20\lg|W_n(j\omega)| = \sum_{i=1}^n L_i(\omega) ; \quad (12.5)$$

$$\varphi_{\Sigma}(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \dots + \varphi_n(\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega) . \quad (12.6)$$

Следовательно, ЛАЧХ и ЛФЧХ звеньев, соединенных последовательно, равны соответственно сумме ЛАЧХ и ЛФЧХ отдельных звеньев. Это существенно упрощает построение логарифмических частотных характеристик по сравнению с обычными характеристиками.

Параллельное соединение

При параллельном соединении звеньев на вход подается один и тот же сигнал, а выходные сигналы суммируются (рис.12,а).

Для изображения по Лапласу выходной величины получим

$$\begin{aligned} Y(p) &= X_1(p) + X_2(p) + \dots + X_n(p) = \\ &= W_1(p) + W_2(p) + \dots + W_n(p) X(p) . \end{aligned} \quad (12.7)$$

Отсюда получим выражение для передаточной функции параллельно соединенных звеньев в следующем виде:

$$W_{\Sigma}(p) = Y(p) / X(p) = W_1(p) + W_2(p) + \dots + W_n(p) . \quad (12.8)$$

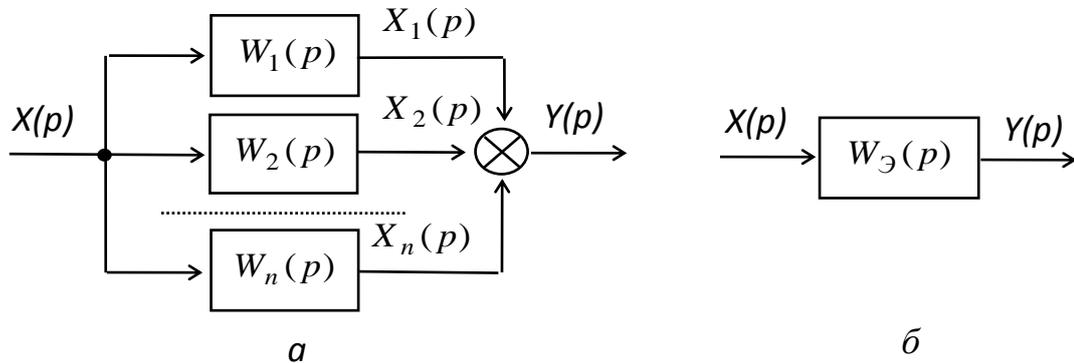


Рис. 12.2. Параллельное соединение звеньев (а)
и эквивалентное звено (б)

Таким образом, параллельно соединенные звенья преобразуются к одному звену (рис. 12.2,б) с передаточной функцией, равной сумме передаточных функций отдельных звеньев:

$$W_{\Sigma}(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p) . \quad (12.9)$$

АФХ для параллельно соединенных звеньев запишется

$$W_{\Sigma}(j\omega) = \sum_{i=1}^n W_i(j\omega) = U(\omega) + j V(\omega) , \quad (12.10)$$

где $U(\omega) = \sum_{i=1}^n U_i(\omega)$, $V(\omega) = \sum_{i=1}^n V_i(\omega)$ — вещественная и мнимая частотные характеристики звеньев, соединенных параллельно.

АЧХ и АФХ звеньев, соединенных параллельно, определяются по следующим формулам

$$|W_{\Sigma}(j\omega)| = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)} , \quad (12.11)$$

$$\varphi_{\Sigma}(\omega) = \arctg [V(\omega) / U(\omega)] . \quad (12.12)$$

Для построения логарифмических частотных характеристик параллельно соединенных звеньев необходимо найти сначала амплитудную и фазовую частотные характеристики.

Соединение звеньев по схеме с обратной связью

На вход звена, охваченного обратной связью, подается сигнал рассогласования (рис.12.3,*а*), для которого преобразование Лапласа запишется

$$e(p) = X(p) - W_{OC}(p)Y(p) . \quad (12.13)$$

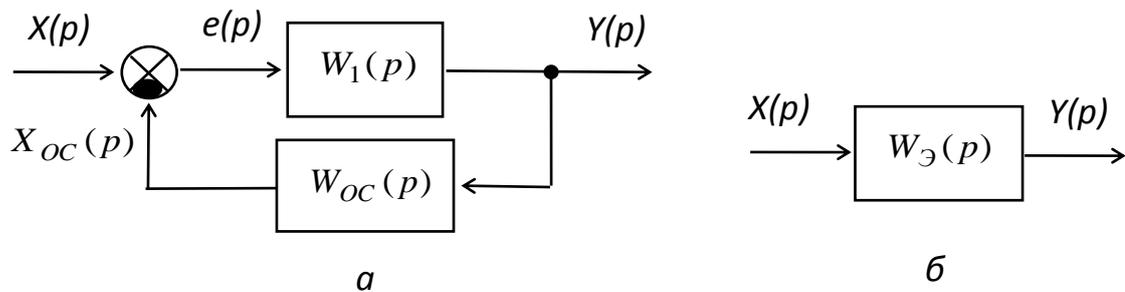


Рис. 12.3. Соединение звеньев по схеме с ОС (*а*) и эквивалентное звено (*б*)

В соответствии с определением передаточной функции

$$Y(p) = W_1(p)e(p) . \quad (12.14)$$

Исключив из последних двух уравнений $e(p)$, получим

$$Y(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p)W_{OC}(p)} X(p) . \quad (12.15)$$

Таким образом, соединение звеньев по схеме с ОС преобразуется к одному звену (рис. 12.3,*б*) с передаточной функцией

$$W_{\Sigma}(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p)W_{OC}(p)} . \quad (12.16)$$

Передаточная функция (12.16) найдена для отрицательной обратной связи. Передаточная функция для положительной обратной связи (ПОС) запишется

$$W_{\Sigma}(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{W_1(p)}{1 - W_1(p)W_{OC}(p)} . \quad (12.17)$$

Таким образом, передаточная функция замкнутой одноконтурной системы равна дроби, в числителе которой передаточная функция разомкнутой

системы (от точки приложения внешнего воздействия до точки, где определяется реакция), в знаменателе — сумма для ООС и разность для ПОС единицы и произведения передаточных функций всех звеньев системы.

12.2. Передаточная функция замкнутой системы с задающим и возмущающим воздействием

Рассмотрим обобщенную структурную схему замкнутой системы, охваченной единичной ООС, с задающим $X(p)$ и возмущающим $Z(p)$ воздействием (рис.12.4).

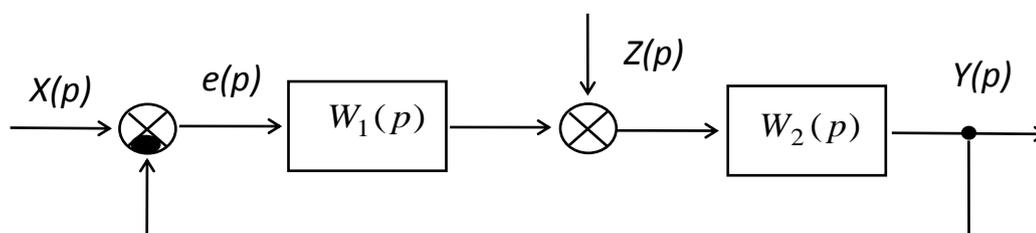


Рис. 12.4. Обобщенная структурная схема замкнутой САР с задающим и возмущающим воздействием

Для линейной САР с постоянными параметрами изображение по Лапласу выходной величины запишется

$$\begin{aligned} Y(p) &= Y_X(p) + Y_Z(p) = \\ &= W_{X \rightarrow Y}(p) X(p) + W_{Z \rightarrow Y}(p) Z(p) \end{aligned} \quad (12.18)$$

где $Y_X(p), Y_Z(p)$ — изображение составляющих выходной величины, обусловленных соответственно задающим воздействием $X(p)$ и возмущающим $Z(p)$; $W_{X \rightarrow Y}(p), W_{Z \rightarrow Y}(p)$ — передаточные функции замкнутой системы соответственно по задающему $X(p)$ и возмущающему $Z(p)$ воздействиям.

В свою очередь с учетом (12.16) передаточные функции замкнутой системы, соответственно по задающему $X(p)$ и возмущающему $Z(p)$ воздействиям запишутся:

$$W_{X \rightarrow Y}(p) = \frac{W_1(p)W_2(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)}, \quad (12.19)$$

$$W_{Z \rightarrow Y}(p) = \frac{W_2(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)}. \quad (12.20)$$

Передаточные функции замкнутой системы для ошибки системы по задающему $X(p)$ и возмущающему $Z(p)$ воздействиям запишутся:

$$W_{X \rightarrow e}(p) = \frac{1}{1 + W_1(p)W_2(p)}, \quad (12.21)$$

$$W_{Z \rightarrow e}(p) = \frac{-W_2(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)}. \quad (12.22)$$

Отметим, что знаменатель всех передаточных функций замкнутой системы один и тот же, а числитель зависит от места приложения сигнала.

12.3. Передаточные функции многоконтурных систем

В общем случае САР может содержать произвольное число связанных друг с другом контуров. Приведем правила преобразования структурных схем (табл. 12.1).

Эти правила очевидны и вытекают из условия сохранения на выходе схемы сигналов при выполнении соответствующих преобразований.

Основной задачей преобразования структурной многоконтурной схемы САР является приведение ее к схеме с неперекрещивающимися связями, когда отдельные контуры не сцепляются друг с другом. Затем, используя формулы (12.3), (12.9), (12.16) и (12.17) для последовательного, параллельного соединения и соединения по схеме с ОС, можно записать передаточную функцию САР.

Рассмотрим примеры преобразований структурной многоконтурной схемы (рис. 12.5,а), устраняющих перекрещивающиеся обратные связи.

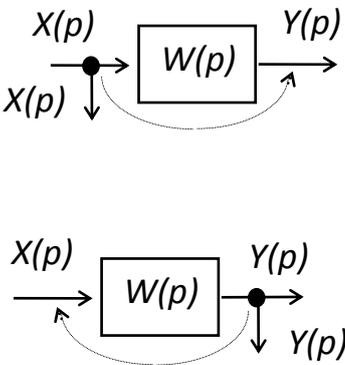
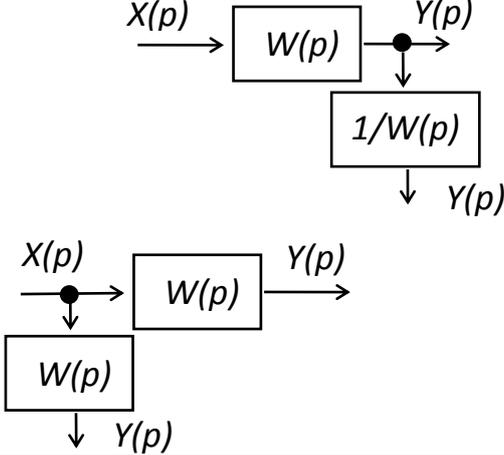
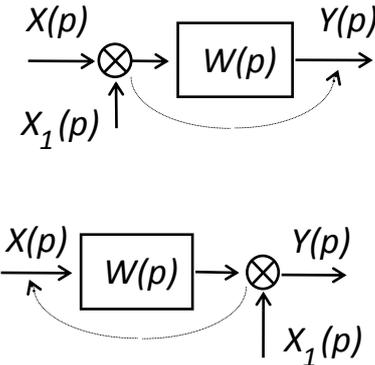
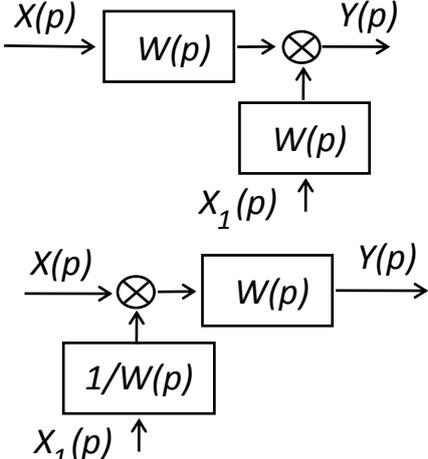
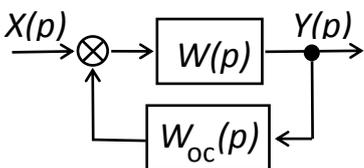
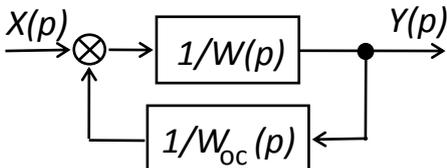
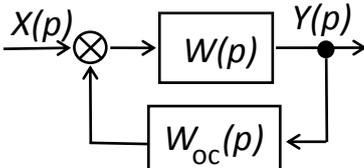
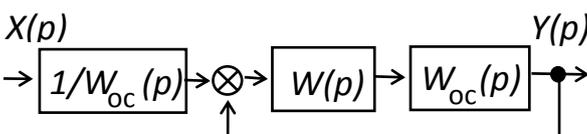
На рис. 12.5,б и 12.5,в приведены соответственно преобразованные структурные схемы после переноса узла 2 с выхода на вход и узла 1 со входа на выход звена с передаточной функцией $W_3(p)$.

Таблица 12.1

Правила преобразования структурных схем

Операция при преобразовании	Исходная схема	Преобразованная схема
Перенос узла через узел		
Перенос сумматора через сумматор		
Перенос узла через сумматор		
Перенос сумматора через узел		

Продолжение таблицы 12.1

Операция при преобразовании	Исходная схема	Преобразованная схема
<p>Перенос узла через звено</p>		
<p>Перенос сумматора через звено</p>		
<p>Замена звеньев прямой и обратной цепи</p>		
<p>Переход к единичной ОС</p>		

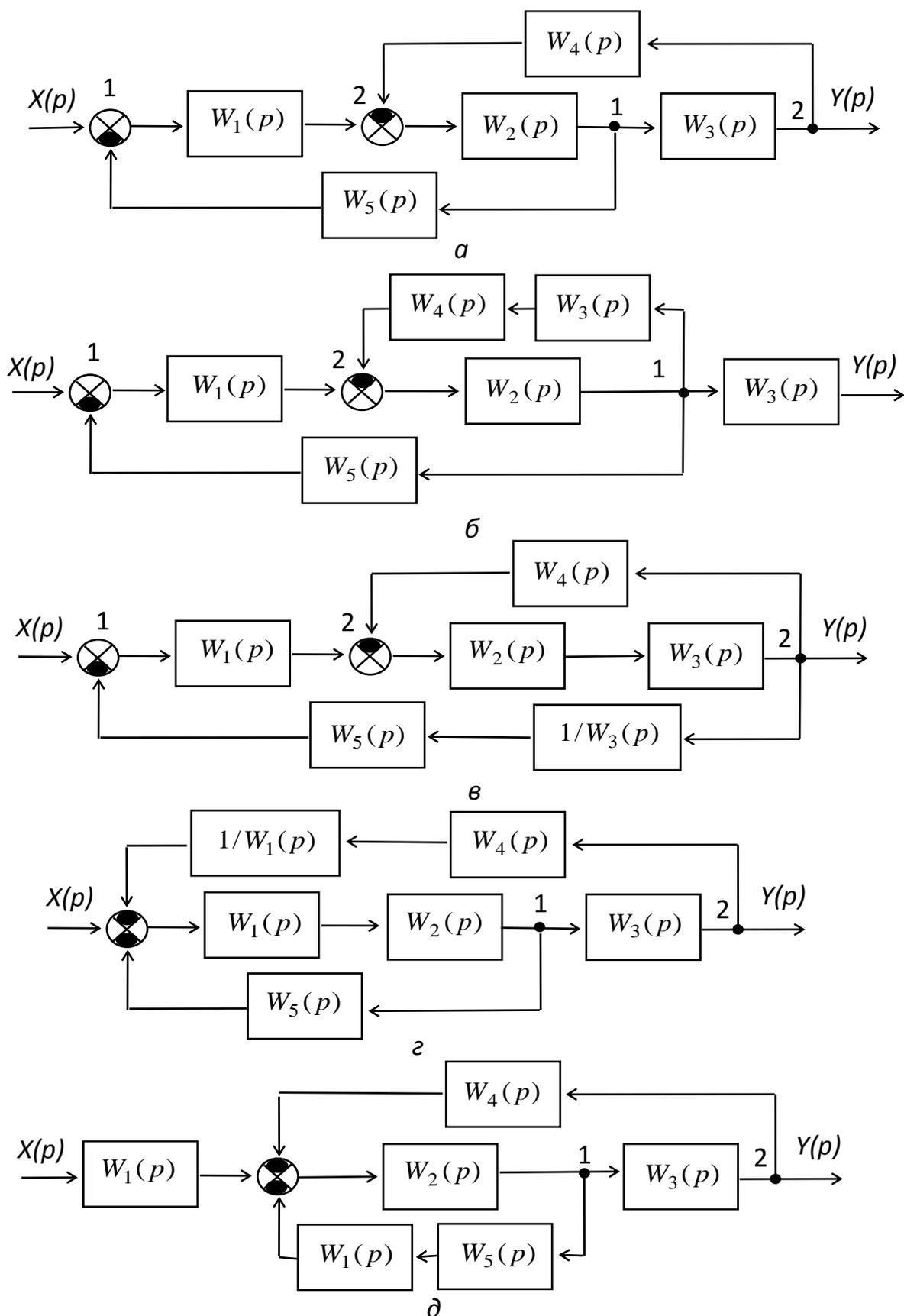


Рис. 12.5. Приведение структурной схемы САУ к схеме с неперекрывающимися связями

На рис. 12.5,г и 12.5,д приведены соответственно преобразованные структурные схемы после переноса сумматора 2 с выхода на вход и сумматора 1 со входа на выход звена с передаточной функцией $W_1(p)$.

Передаточная функция преобразованных структурных схем может быть получена с помощью дальнейших последовательных преобразований или с использованием формул для различных соединений звеньев.

Передаточная функция всех преобразованных схем одинаковая, поэтому для структурной схемы, приведенной на рис. 12.5,б запишем

$$W_{\mathcal{G}}(p) = \frac{W_1(p) \frac{W_2(p)}{1 + W_2(p)W_3(p)W_4(p)}}{1 + \frac{W_1(p)W_2(p)W_5(p)}{1 + W_2(p)W_3(p)W_4(p)}} W_3(p). \quad (12.23)$$

После преобразования получим

$$W_{\mathcal{G}}(p) = \frac{W_1(p)W_2(p)W_3(p)}{1 + W_2(p)W_3(p)W_4(p) + W_1(p)W_2(p)W_5(p)}. \quad (12.23a)$$

Для упрощения процедуры нахождения передаточной функции применим дальнейшее преобразование структурных схем: в схеме, представленной на рис. 12.5,б перенесем сумматор 1 с входа на выход звена с передаточной функцией $W_1(p)$ (рис. 12.6,а); в схеме на рис. 12.5,в перенесем узел 1 с входа на выход звена с передаточной функцией $W_3(p)$ (рис.12.6,б).

В результате передаточная функция преобразованной структурной схемы, приведенной на рис. 12.6,а, запишется

$$\begin{aligned} W_{\mathcal{G}}(p) &= \frac{W_1(p) W_2(p) W_3(p)}{1 + W_1(p) W_2(p) W_3(p) \left(\frac{W_4(p)}{W_1(p)} + \frac{W_5(p)}{W_3(p)} \right)} = \\ &= \frac{W_1(p) W_2(p) W_3(p)}{1 + W_2(p) W_3(p) W_4(p) + W_1(p) W_2(p) W_5(p)}. \end{aligned} \quad (12.24)$$

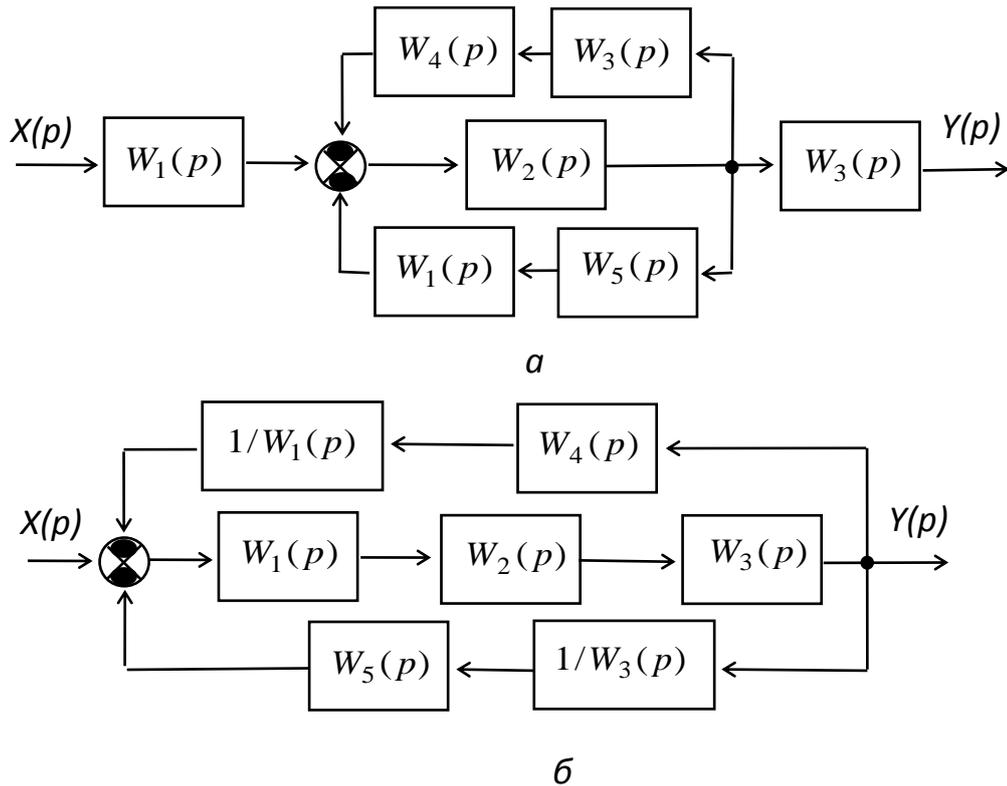


Рис. 12.6. Преобразование структурных схем, приведенных на рис. 12.5,б (а) и рис. 12.5,в (б)

12.4. Построение АЛАЧХ и АЛФЧХ САР по АЛАЧХ и АЛФЧХ типовых звеньев

Передаточная функция разомкнутой САР может быть представлена в виде произведения передаточных функций типовых звеньев (12.3), а АЛАЧХ и АЛФЧХ САР — в виде суммы АЛАЧХ и АЛФЧХ типовых звеньев (12.5).

Для структурной схемы, содержащая интегрирующее звено, апериодическое звено первого порядка, форсирующее звено и апериодическое звено второго порядка (рис. 12.7.а), построим АЛАЧХ и АЛФЧХ (рис. 12.7,б,г) на основе суммирования АЛАЧХ и АЛФЧХ типовых звеньев.

Передаточная функция для структурной схемы, приведенной на рис. 12.7,а, запишется

$$W(p) = \frac{K_1 K_2 K_3 K_4 (1 + pT_3)}{p(1 + pT_2)(1 + 2\zeta T_4 p + T_4^2 p^2)} \quad (12.25)$$

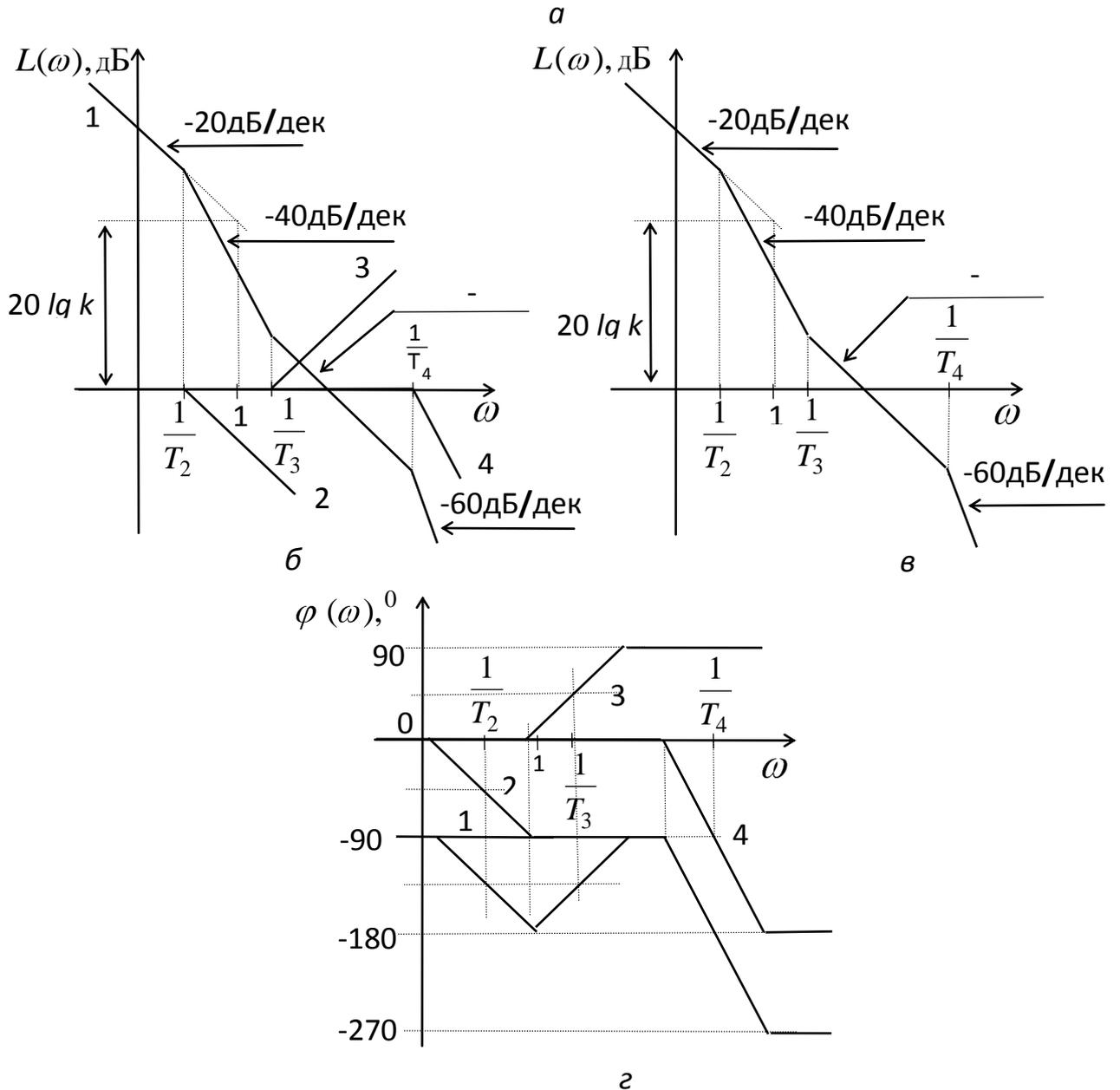
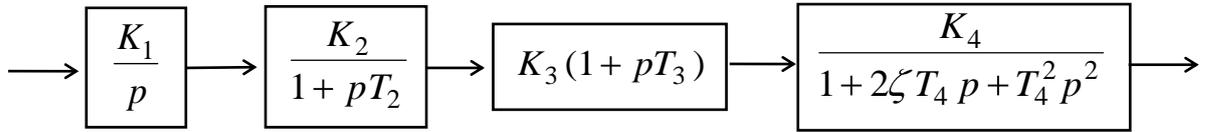


Рис. 12.7. Структурная схема САР (а),

ΔЛДЧХ (б) и (в) ΔФЧХ (г)

Отсюда для АФХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ получим следующие выражения:

$$W(j\omega) = \frac{k(1 + j\omega T_3)}{j\omega(1 + j\omega T_2)(1 - \omega^2 T_4^2 + j2\zeta\omega T_4)} ; \quad (12.26)$$

$$L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \omega - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T_2)^2} + \\ + 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T_3)^2} - 20 \lg \sqrt{(1 - \omega^2 T_4^2)^2 + (2\zeta\omega T_4)^2} ; \quad (12.27)$$

$$\varphi(\omega) = -90^\circ - \arctg(\omega T_2) + \arctg(\omega T_3) - \arctg[(2\zeta\omega T_4)/(1 - \omega^2 T_4^2)] , \quad (12.28)$$

где $k = K_1 K_2 K_3 K_4$ — общий коэффициент передачи.

На рис. 12.7,б,г для $T_2 > T_3 > T_4$ приведены результаты построения АЛАЧХ и АЛФЧХ структурной схемы на основе суммирования АЛАЧХ и АЛФЧХ интегрирующего **1**, апериодического **2**, форсирующего **3** звеньев и апериодического звена второго порядка **4**. При $\omega \rightarrow \infty$ наклон АЛАЧХ равен $(n - m)20$ дБ/дек, а предельное значение АЛФЧХ равно $(n - m)90^\circ$, где n и m — порядок полиномов знаменателя и числителя передаточной функции системы соответственно.

Построение суммарной АЛАЧХ возможно без построения АЛАЧХ отдельных звеньев. Для этого необходимо:

1) определить сопрягающие частоты звеньев ($\omega_i = 1 / T_i$) и нанести их на ось частот;

2) провести низкочастотную асимптоту $L(\omega)$, представляющую до первой сопрягающей частоты прямую с наклоном минус $N 20$ дБ/дек, если система содержит N интегрирующих звеньев, или прямую с наклоном $+ M 20$ дБ/дек, если имеется M идеально дифференцирующих звеньев, или прямую с нулевым наклоном для статической системы. При этом на частоте $\omega = 1$ значение каждой из низкочастотных асимптот равно $20 \lg k$;

3) продолжить построение АЛАЧХ, изменяя наклон АЛАЧХ после каждой сопрягающей частоты в соответствии с типом звена, которому принадлежит данная сопрягающая частота.

Результаты такого построения АЛАЧХ системы, приведенной на рис. 12.7,*а* представлены на рис. 12.7,*в*. На частоте $\omega = 1$ отложена ордината, равная $20 \lg k$, через которую проведена асимптота с наклоном минус 20дБ/дек до первой сопрягающей частоты равной $\omega_1 = 1/T_1$, затем изменяем, наклон на минус 20дБ/дек, так как данная сопрягающая частота принадлежит апериодическому звену первого порядка. Таким образом, до второй сопрягающей частоты $\omega_2 = 1/T_2$ наклон АЛАЧХ равен минус 40дБ/дек и изменяется на второй сопрягающей частоты на +20дБ/дек, поскольку она принадлежит форсирующему звену. Далее до третьей сопрягающей частоты $\omega_3 = 1/T_3$ наклон АЛАЧХ равен минус 20дБ/дек и изменяется на третьей сопрягающей частоты на минус 40дБ/дек в соответствии с апериодическим звеном второго порядка, которому принадлежит третья сопрягающая частота, и наклон АЛАЧХ становится равным минус 60дБ/дек.

Таким образом, на основе структурной схемы по АЛАЧХ и АЛФЧХ типовых звеньев можно построить АЛАЧХ и АЛФЧХ САР.

И, наоборот, по АЛАЧХ системы, приведенной на рис. 12.7,*в*, можно определить передаточную функцию и тип звеньев САР. Действительно, наклон первой асимптоты минус N 20дБ/дек указывает на наличие N интегрирующих звеньев, + M 20дБ/дек — на наличие M дифференцирующих звеньев и нулевой наклоном — на наличие только статических звеньев. Изменение наклона на сопрягающей частоте с учетом знака, определяет тип звена, входящего в САР. Изменение наклона на сопрягающей частоте на минус 20дБ/дек соответствует апериодическому звену первого порядка, на +20дБ/дек — форсирующему звену. Продолжив первую асимптоту до частоты $\omega = 1$, определим на ней с учетом наклона и количества звеньев коэффициент k передаточной функции.

13. АНАЛИЗ КАЧЕСТВА РАБОТЫ ЛИНЕЙНОЙ САР

13.1. Показатели качества работы линейной САР

К основным показателям качества работы САР относятся:

- 1).точность работы;
- 2) устойчивость;
- 3) качество переходного процесса.

Точность работы системы задается и определяется статическими, динамическими и переходными ошибками. Устойчивость гарантирует затухание переходного процесса, после чего обеспечивается желаемое качество переходного процесса [1-4,10-11].

13.2. Точность работы линейной САР

13.2.1. Режимы работы линейной САР

Любая линейная САР может находиться в одном из двух режимов — стационарном (установившемся) и переходном. Кроме того, существуют два вида стационарных режимов САР — статический и динамический.

Статический режим (статика) — это режим, при котором система находится в состоянии покоя вследствие того, что все внешние воздействия и параметры самой системы не меняются во времени.

Динамический стационарный режим возникает, когда приложенные к системе внешние воздействия изменяются по какому-либо установившемуся закону, в результате чего система приходит в режим установившегося вынужденного движения.

13.2.2. Статический режим работы линейной САР

Любая сложная структурная многоконтурная схема САР после преобразования может быть представлена одноконтурной обобщенной структурной схемой (см. рис. 12.4).

САР, структурная схема которой после приведения ее к одноконтурной схеме содержит только статические звенья, называется **статической** системой.

САР, структурная схема которой после приведения ее к одноконтурной схеме содержит интегрирующее звено, называется **астатической** системой.

Ошибка системы для обобщенной структурной схемы (см. рис. 12.4) запишется

$$\begin{aligned} E(p) &= E_X(p) + E_Z(p) = \\ &= W_{X \rightarrow E}(p) X(p) + W_{Z \rightarrow E}(p) Z(p) \end{aligned} \quad (13.1)$$

где $E_X(p), E_Z(p)$ — изображения составляющих ошибки, обусловленной соответственно задающим $X(p)$ и возмущающим $Z(p)$ воздействиями, $W_{X \rightarrow E}(p), W_{Z \rightarrow E}(p)$ — передаточные функции замкнутой системы соответственно по задающему $X(p)$ и возмущающему $Z(p)$ воздействиям.

Или с учетом передаточных функций (12.21) и (12.22) получим

$$E(p) = \frac{1}{1+W(p)} X(p) - \frac{W_2(p)}{1+W(p)} Z(p), \quad (13.2)$$

где $W(p) = W_1(p)W_2(p)$ — передаточная функция разомкнутой системы.

Тогда статическая ошибка для статической системы с учетом (13.2) запишется

$$\begin{aligned} E(0) &= \frac{1}{1+W(0)} X(0) - \frac{W_2(0)}{1+W(0)} Z(0) = \\ &= \frac{1}{1+K} X(0) - \frac{K_2}{1+K} Z(0) \end{aligned} \quad (13.3)$$

Из выражения (13.3) можно определить меру статической точности по задающему и возмущающему воздействиям соответственно в следующем виде:

$$\Delta_{XCT} = \frac{1}{1+K} ; \quad (13.4)$$

$$\Delta_{ZCT} = \frac{-K_2}{1+K} . \quad (13.5)$$

Величины Δ_{CT} являются мерой статической точности системы и называются **статизмом**. Из выражений (13.4) и (13.5) видно, что для повышения точности работы системы необходимо увеличивать ее коэффициент передачи K .

Статическая ошибка для системы ЧАПЧ в терминах расстроек частоты в статическом режиме (рис.13.1) запишется:

$$\Delta f_{CTAT} = W_{\Delta f_c \rightarrow \Delta f} \Delta f_c = \frac{1}{1+K_{\text{ЧД}}K_{\Phi}K_{\Psi}} \Delta f_c = \frac{1}{K_{\text{АПЧ}}} \Delta f_c , \quad (13.6)$$

где $K_{\text{АПЧ}}$ — коэффициент автоподстройки частоты.

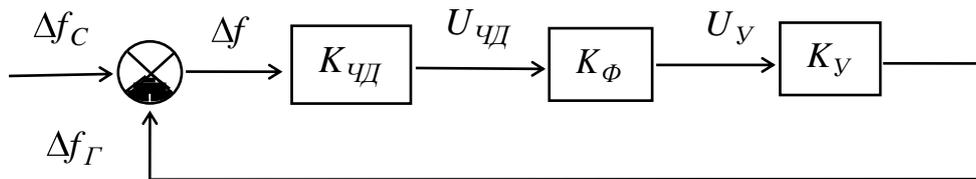


Рис. 13.1. Структурная схема системы ЧАПЧ в терминах расстроек частоты в статическом режиме

Статическая ошибка для частоты гетеродина системы ЧАПЧ равна

$$\begin{aligned} \Delta f_{\Gamma} &= W_{\Delta f_c \rightarrow \Delta f_{\Gamma}} \Delta f_c = \frac{K_{\text{ЧД}} K_{\Phi} K_{\Psi}}{1+K_{\text{ЧД}} K_{\Phi} K_{\Psi}} \Delta f_c = \\ &= \frac{K_{\text{АПЧ}} - 1}{K_{\text{АПЧ}}} \Delta f_c , \end{aligned} \quad (13.7)$$

Статическая ошибка системы ЧАПЧ и отклонение частоты гетеродина от желаемого значения тем меньше, чем больше коэффициент автоподстройки частоты (рис.13.2).

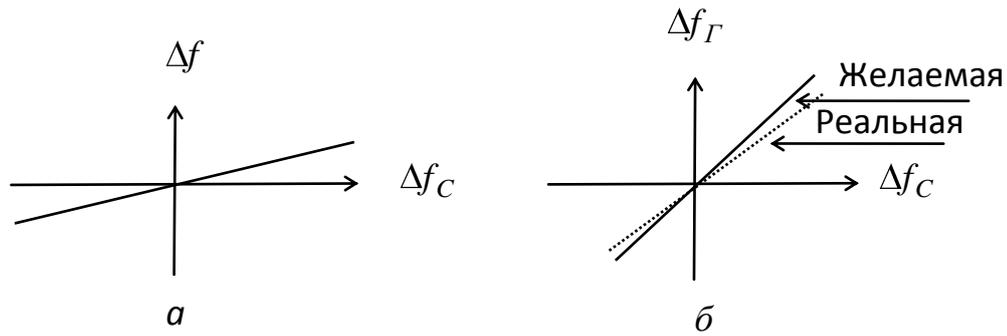


Рисунок 13.2 Зависимости статических ошибок:
a — для системы ЧАПЧ; *б* — для частоты гетеродина

Однако, как видно из выражений (13.4) и (13.5), для полного устранения статического отклонения требуется увеличивать коэффициент передачи до бесконечности.

Вместе с тем имеются другие пути полного устранения статического отклонения в системе при конечном значении коэффициента передачи. При наличии возмущения $Z(p)$ статическое отклонение отсутствует, если второе слагаемое в выражении (13.3) при $p=0$ обратится в нуль. Это возможно в двух случаях: если $W_2(0) = 0$ или если $W(0) = \infty$. Первое реализуется введением в систему компенсирующего воздействия по возмущению, второй — введением в систему интегрирующего звена в цепь обратной связи для передаточной функции возмущения $Z(p)$, то есть переходом к так называемой астатической системе управления (рис.13.3).

Ошибка на выходе системы от возмущения $Z(p)$ для схемы с компенсацией, приведенной (рис. 13.3,*a*), запишется

$$\begin{aligned}
 Y_z(p) = & \frac{W_2(p)}{1 + W_1(p) W_2(p)} Z(p) + \\
 & + \frac{W_z(p) W_1(p) W_2(p)}{1 + W_1(p) W_2(p)} Z(p)
 \end{aligned}
 \tag{13.8}$$

или

$$Y_Z(p) = \frac{W_2(p) + W_Z(p)W_1(p)W_2(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)} Z(p) . \quad (13.9)$$

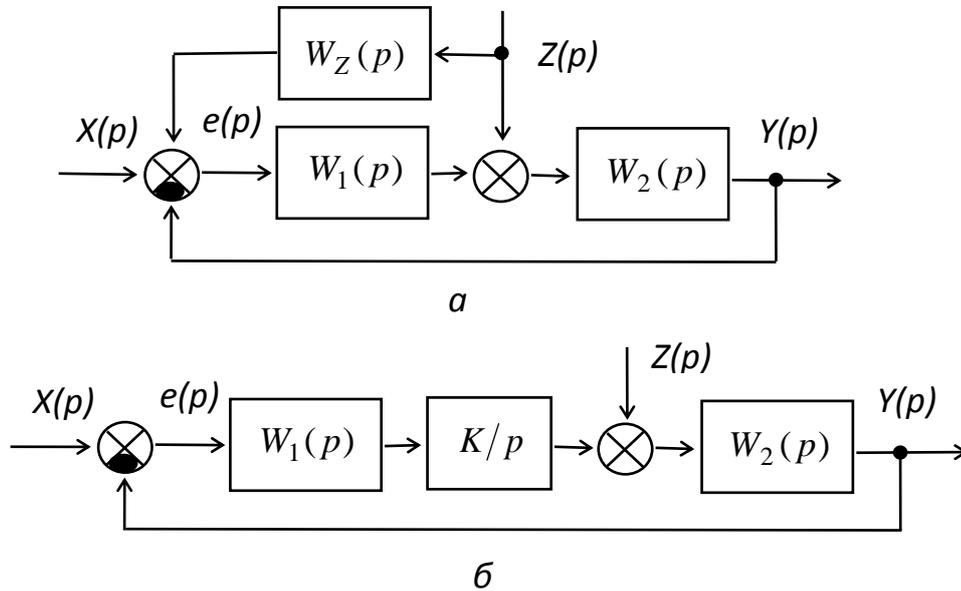


Рис.13.3. Структурные схемы устранения статической ошибки САР: *a* — способом компенсации; *б* — введением интегрирующего звена

Для статического режима числитель передаточной функции в выражении (13.9) равен нулю:

$$W_2(0) + W_Z(0)W_1(0)W_2(0) = 0 . \quad (13.10)$$

Тогда из выражения (13.10) условие компенсации влияния возмущения на статическое отклонение на выходе системы определится равенством

$$W_Z(0) = - \frac{1}{W_1(0)} . \quad (13.11)$$

Ошибка на выходе системы от возмущения $Z(p)$ для схемы астатической системы (рис.13.3,б) запишется

$$Y_Z(p) = \frac{W_2(p)}{1 + W_1(p) \frac{K}{p} W_2(p)} Z(p) . \quad (13.12)$$

Отсюда для статического режима получим

$$Y_Z(0) = \frac{W_2(p)}{1 + W_1(p) \frac{K}{p} W_2(p)} \bigg|_{p=0} \quad Z(0) = 0 . \quad (13.13)$$

Таким образом, устранение статического отклонения на выходе системы от возмущения $Z(p)$ возможно в схеме с компенсацией или при наличии интегрирующего звена в цепи обратной связи передаточной функции для возмущения $Z(p)$.

13.2.3 Динамический стационарный режим линейной САР

Типовыми воздействиями динамического стационарного режима являются:

- 1) гармоническое воздействие $X(t) = X_0 \sin(\omega t)$;
- 2) воздействие полиномиального вида с учетом производных

$$X(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \dots = \sum_{i=0}^n \alpha_i t^i . \quad (13.14)$$

В выражении (13.14) первое слагаемое определяет постоянную составляющую α_0 входного воздействия, второе и третье — составляющие, изменяющиеся с постоянной скоростью α_1 и постоянным ускорением α_2 .

Стационарный режим при гармоническом воздействии

В этом режиме выходная величина системы $Y(t)$ приходит в вынужденное колебание с частотой, равной частоте внешнего воздействия.

Поэтому в стационарном режиме, вызванном воздействием вида

$$X(t) = X_0 \sin(\omega t) \quad (13.15)$$

выходная величина системы равна

$$Y(t) = Y_0 \sin(\omega t + \varphi_3), \quad (13.16)$$

где $Y_0 = |W_3(j\omega)| X_0$, $\varphi_3 = \arg W_3(j\omega)$.

Таким образом, амплитуда и фаза колебаний $Y(t)$ определяются АФХ или комплексным коэффициентом передачи замкнутой системы $W_3(j\omega)$.

Стационарный динамический режим при полиномиальном воздействии с учетом производных

Ошибка одноконтурной замкнутой САР (рис. 13.4) в области действительного переменного с учетом разложения в ряд Тейлора запишется

$$e(t) = C_0 X(t) + C_1 X'(t) + \frac{1}{2} C_2 X'' + \dots + \frac{1}{k} C_k X^{(k)}(t) \quad (13.17)$$

или в операторной форме

$$e(p) = \left[C_0 + C_1 p + \frac{1}{2} C_2 p^2 + \dots + \frac{1}{k!} C_k p^k \right] X(p), \quad (13.18)$$

где $C_0, C_1, C_2, \dots, C_k$ — коэффициенты ошибки соответственно по положению, скорости, ускорению, k -ой производной.

С другой стороны, преобразование Лапласа для ошибки системы через передаточную функцию ошибки запишется

$$e(p) = W_e(p) X(p). \quad (13.19)$$

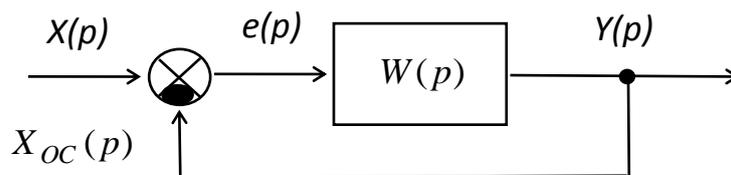


Рис. 13.4. Структурная схема одноконтурной замкнутой САР

Передаточную функцию для одноконтурной замкнутой системы (см. рис. 13.4) можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} W_e(p) &= \frac{1}{1 + W_p(p)} = \frac{1}{1 + D(p)/B(p)} = \\ &= \frac{B(p)}{B(p) + D(p)} = \frac{B(p)}{A(p)}, \end{aligned} \quad (13.20)$$

где $D(p), B(p)$ — полиномы числителя и знаменателя передаточной функции разомкнутой системы, $A(p)$ — полином знаменателя передаточной функции ошибки.

Поскольку порядок полинома $A(p)$ определяется порядком полинома $B(p)$, то для передаточной функции ошибки порядок полинома числителя всегда равен порядку полинома знаменателя.

С учетом (13.20) преобразование Лапласа для ошибки системы через передаточную функцию ошибки (13.19) запишется

$$e(p) = \frac{B(p)}{A(p)} X(p) = \frac{b_n p^n + \dots + b_1 p^1 + b_0}{a_n p^n + \dots + a_1 p^1 + a_0} X(p). \quad (13.21)$$

Для нахождения коэффициентов ошибок в выражении (13.18) известны три способа.

Первым способом эти ошибки вычисляются по формуле

$$C_k = k! \frac{d^k}{dp^k} W_e(p) \Big|_{p=0}. \quad (13.22)$$

Вторым способом коэффициенты ошибок находятся путем деления числителя передаточной функции ошибки (13.20) на ее знаменатель.

Наиболее удобным является третий способ. Приравняв передаточные функции ошибки выражений (13.18) и (13.21) запишем

$$\begin{aligned} \frac{b_n p^n + \dots + b_1 p^1 + b_0}{a_n p^n + \dots + a_1 p^1 + a_0} &= \\ &= C_0 + C_1 p + \frac{1}{2} C_2 p^2 + \dots + \frac{1}{k!} C_k p^k. \end{aligned} \quad (13.23)$$

Умножив полином знаменателя левой части равенства (13.23) на правую часть, получим

$$b_n p^n + \dots + b_1 p^1 + b_0 = \left(C_0 + C_1 p + \frac{1}{2} C_2 p^2 + \dots + \frac{1}{k!} C_k p^k \right) a_n p^n + \dots + a_1 p^1 + a_0. \quad (13.24)$$

Приравняв в выражении (13.24) коэффициенты при одинаковых степенях p слева и справа, определим формулы для последовательного вычисления коэффициентов ошибок статической системы:

$$p^0 \rightarrow b_0 = C_0 a_0 \rightarrow C_0 = \frac{b_0}{a_0}; \quad (13.25)$$

$$p^1 \rightarrow b_1 = C_0 a_1 + C_1 a_0 \rightarrow C_1 = \frac{1}{a_0} (b_1 - C_0 a_1); \quad (13.26)$$

$$p^2 \rightarrow b_2 = C_0 a_2 + C_1 a_1 + \frac{1}{2} C_2 a_0 \rightarrow C_2 = \frac{2}{a_0} (b_2 - C_0 a_2 - C_1 a_1), \quad (13.27)$$

где C_0, C_1, C_2 — коэффициенты ошибок по положению, скорости, ускорению, определенные через коэффициенты полиномов передаточной функции ошибки.

Рекуррентная формула для определения коэффициента ошибки C_k системы имеет вид

$$C_k = \frac{k!}{a_0} \left(b_k - \sum_{i=1}^k C_{k-i} a_i \right). \quad (13.28)$$

Из выражения (13.20) следует, что полином числителя передаточной функции ошибки является полиномом знаменателя передаточной функции разомкнутой системы, по которому можно судить об астатизме системы. Если система имеет астатизм порядка ν , то минимальная степень оператора Лапласа в полиноме числителя передаточной функции ошибки равна p^ν . Поэтому коэффициенты полинома числителя, а соответственно и

коэффициенты ошибок системы с индексами $k < \nu$ равны нулю. Тогда рекуррентная формула (13.28) примет вид

$$C_k = \frac{k!}{a_0} \left(b_k - \sum_{i=1}^{k-\nu} C_{k-i} a_i \right). \quad (13.29)$$

Таким образом, определив по формуле (13.29) коэффициенты ошибок и подставив их вместе с сигналом $X(t)$ (13.14) и его производными в формулу (13.17), находим динамическую ошибку системы. Причем количество слагаемых в формуле (13.17) определяется порядком астатизма с одной стороны, и числом производных функции $X(t)$ — с другой. Действительно, для входного воздействия второго порядка $X(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2$ динамическая ошибка системы запишется

$$e(t) = C_0(\alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2) + C_1(\alpha_1 + 2\alpha_2 t) + \frac{1}{2} C_2 2\alpha_2. \quad (13.30)$$

Из выражения (13.30) следует, что для устранения ошибки регулирования порядок астатизма системы должен на единицу превышать порядок воздействия.

Пример: Найдём динамическую ошибку системы при входном сигнале $X(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2$ для следящей системы ФАПЧ, (рис. 13.5).

Передаточная функция для ошибки системы запишется

$$\begin{aligned} W_e(p) &= \frac{1}{1 + \frac{1}{p} K_{\Phi Д} \frac{1}{1 + pT_{\Phi}} K_y} = \\ &= \frac{p^2 T_{\Phi} + p}{p^2 T_{\Phi} + p + K_{\Phi Д} K_y} = \frac{b_2 p^2 + b_1 p + b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} \end{aligned} \quad (13.31)$$

Из выражения (13.31) коэффициенты полиномов числителя и знаменателя соответственно равны:

$$b_0 = 0, \quad b_1 = 1, \quad b_2 = T_{\Phi}, \quad a_0 = K_{\Phi Д} K_y, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = T_{\Phi}.$$

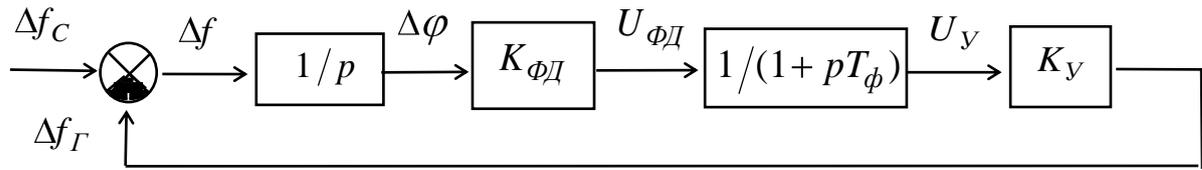


Рис. 13.5. Структурная схема системы ФАПЧ

Тогда с учетом выражений (13.25) — (13.27) коэффициенты ошибок запишутся:

$$C_0 = 0, \quad C_1 = \frac{1}{K_{\Phi Д} K_y}, \quad C_2 = \frac{2}{K_{\Phi Д} K_y} \left(T_{\Phi} - \frac{1}{K_{\Phi Д} K_y} \right).$$

Динамическая ошибка системы в соответствии с выражением (13.17) равна

$$e(t) = \frac{1}{K_{\Phi Д} K_y} (\alpha_1 + 2\alpha_2 t) + \frac{1}{K_{\Phi Д} K_y} \left(T_{\Phi} - \frac{1}{K_{\Phi Д} K_y} \right) 2\alpha_2. \quad (13.32)$$

Из этого выражения следует, что ошибка будет нарастать по времени. Она будет тем меньше, чем больше произведение $K_{\Phi Д} K_y$. При увеличении постоянной времени фильтра динамическая ошибка увеличивается. Чтобы устранить увеличение ошибки по времени для данного входного сигнала, необходимо увеличить астатизм системы.

13.3. Устойчивость линейных САР

13.3.1. Понятие об устойчивости линейных САР

Устойчивость — это свойство системы возвращаться в исходное состояние после прекращения внешнего воздействия, выведшего систему из этого состояния. Устойчивость линейных САР определяется ее

характеристиками и не зависит от внешних воздействий. Этот показатель качества является одним из основных и определяет работоспособность САР [1–4, 10–11].

Рассмотрим, от чего зависит устойчивость системы, чем она определяется. Для этого запишем выражение (10.7) для передаточной функции замкнутой системы

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0} \quad (13.33)$$

или

$$(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0) y(p) = (b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0) x(p) . \quad (13.34)$$

И соответственно, переходя к обычной форме записи в виде дифференциального уравнения, запишем

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y(t) = \\ = b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 x(t) \end{aligned} \quad (13.35)$$

Решение этого линейного дифференциального уравнения в общем виде состоит, как известно, из двух составляющих:

$$y(t) = y_y(t) + y_n(t) , \quad (13.36)$$

где $y_y(t)$ — частное решение неоднородного уравнения (13.35) с правой частью, описывающее вынужденный режим системы, устанавливающийся по окончании переходного процесса; $y_n(t)$ — решение однородного уравнения (13.35) без правой части, описывающее переходной процесс в системе, вызванный возмущением.

Система будет устойчива, если переходные процессы $y_n(t)$, вызванные любыми возмущениями, будут затухающими, т.е. если с течением времени $y_n(t)$ будет стремиться к нулю:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_n(t) = 0 . \quad (13.37)$$

Решение однородного дифференциального уравнения имеет вид

$$y_n(t) = \sum_{i=1}^n C_i e^{p_i t}, \quad (13.38)$$

где C_i — постоянные интегрирования, определяющиеся начальными условиями; p_i — корни характеристического уравнения, которое является знаменателем передаточной функции (13.33) замкнутой системы.

С учетом (13.38) условие устойчивости системы (13.37) запишется

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_n(t) = \sum_{i=1}^n C_i \lim_{t \rightarrow \infty} e^{p_i t} = 0. \quad (13.39)$$

Таким образом, переходной процесс в САР представляет собой сумму составляющих, количество которых определяется числом корней характеристического уравнения.

В общем случае корни характеристического уравнения являются комплексными: $p_{i,i+1} = \alpha_i \pm j\omega_i$.

В случае, когда $\omega_i = 0$, имеем действительный корень $p_i = \alpha_i$, которому соответствует составляющая переходного процесса $y_i(t) = C_i e^{\alpha_i t}$ — экспонента, (рис. 13.6,а).

Каждая пара комплексно-сопряженных корней дает в выражении (13.38) составляющую переходного процесса, равную

$$\begin{aligned} y_i(t) &= C_i e^{(\alpha_i + j\omega_i)t} + C_{i+1} e^{(\alpha_i - j\omega_i)t} = \\ &= e^{\alpha_i t} (C_i e^{j\omega_i t} + C_{i+1} e^{-j\omega_i t}) = C_i' e^{\alpha_i t} \sin(\omega_i t + \varphi_i), \end{aligned} \quad (13.40)$$

где C_i' и φ_i — определяются через постоянные интегрирования C_i и C_{i+1} .

Эта составляющая переходного процесса представляет собой синусоиду с амплитудой, изменяющейся во времени по экспоненте (рис. 13.6,б–г). Если $\alpha_i < 0$, эта составляющая будет затухать (см. рис. 13.6,г), если $\alpha_i = 0$, что соответствует паре мнимых корней, будут незатухающие синусоидальные

колебания (см. рис. 13.6,в), если $\alpha_i > 0$, то получится расходящиеся колебания (см. рис. 13.6,б).

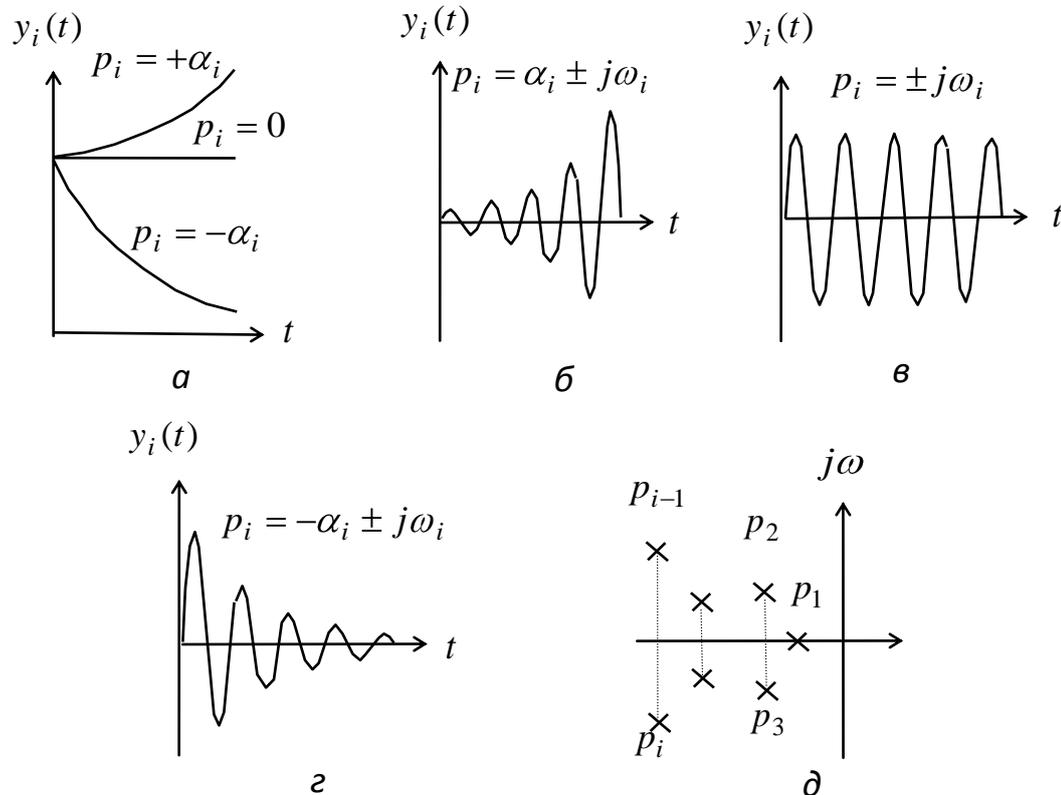


Рис. 13.6. Составляющие переходного процесса (а–г); расположение корней характеристического уравнения устойчивой САР (д)

Итак, в общем случае переходной процесс в системе состоит из колебательных и аperiodических составляющих. Каждая колебательная составляющая обязана своим появлением паре комплексных сопряженных корней, а каждая аperiodическая — действительному корню. Отсюда следует, что общим условием затухания всех составляющих, а значит, и всего переходного процесса в целом является отрицательность действительных частей всех корней характеристического уравнения системы, т. е. всех полюсов (нулей знаменателя) передаточной функции системы.

Если хотя бы один корень имеет положительную действительную часть, это даст расходящуюся составляющую переходного процесса и система будет

неустойчива. Наличие пары сопряженных чисто мнимых корней $p_{i,i+1} = \pm j\omega_i$ даст незатухающую гармоническую составляющую переходного процесса. При этом в системе установятся незатухающие колебания с частотой, равной ω_i . Этот случай является граничным между устойчивостью и неустойчивостью — система при этом находится на границе устойчивости. Такая система, очевидно, также неработоспособна, как и неустойчива.

Если изобразить корни характеристического уравнения системы точками на комплексной плоскости, то найденное выше общее условие устойчивости линейной системы можно сформулировать еще так: условием устойчивости системы является расположение всех корней характеристического уравнения, т. е. полюсов передаточной функции системы, в левой комплексной полуплоскости (рис. 13.6, д).

Для определения устойчивости системы на практике не требуется находить корни ее характеристического уравнения в связи с тем, что разработаны косвенные признаки, по которым можно судить о знаках действительных частей этих корней и тем самым об устойчивости системы. Эти косвенные признаки называются критериями устойчивости.

Математически все критерии устойчивости эквивалентны, так как они определяют условия, при которых все корни характеристического уравнения лежат в левой полуплоскости комплексной плоскости. Существует несколько критериев устойчивости: частотные (Михайлова, Найквиста, по виду ЛАЧХ и ЛФЧХ), алгебраический критерий Гурвица.

13.3.2. Критерий устойчивости Михайлова

Критерий Михайлова — частотный критерий, позволяющий судить об устойчивости замкнутой (или разомкнутой) системы по поведению ее характеристического вектора на комплексной плоскости. С учетом выражения

(10.8) для передаточной функции системы, определим характеристический вектор в следующем виде:

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)} \rightarrow A(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0 \xrightarrow{p \rightarrow j\omega}, \quad (13.41)$$

$$\xrightarrow{p \rightarrow j\omega} A(\omega) = U(\omega) + jV(\omega)$$

где $U(\omega)$ и $V(\omega)$ — действительная и мнимая части характеристического вектора $A(j\omega)$, полученные из членов характеристического уравнения (полинома) $A(p)$, содержащих соответственно четные и нечетные степени p .

Задавая значения частоты ω от 0 до ∞ , получим на комплексной плоскости кривую, называемую годографом характеристического вектора или годографом Михайлова. Годограф Михайлова начинается при частоте $\omega = 0$ в точке a_0 на действительной оси, а при $\omega = \infty$ уходит в бесконечность в соответствующем квадранте.

Формулировка критерия Михайлова: для устойчивости системы, необходимо и достаточно, чтобы годограф Михайлова при изменении частоты ω от 0 до ∞ , начав движение из точки a_0 , лежащей на положительной вещественной оси, вращаясь против часовой стрелки и нигде не обращаясь в нуль, прошел последовательно n квадрантов, повернувшись на угол $n \frac{\pi}{2}$, где n — порядок характеристического уравнения.

Рассмотрим годографы для систем с различным порядком n характеристического уравнения, а также для устойчивых, находящихся на границе устойчивости, неустойчивых систем (рис.13.7).

Для устойчивых систем (см. рис. 13.7,а) годограф Михайлова, выйдя из точки a_0 на вещественной оси, поочередно пересекает мнимую, затем вещественную оси и т. д. Каждому пересечению годографом Михайлова вещественной оси соответствует корень уравнения $U(\omega) = 0$ и каждому пересечению мнимой оси — корень уравнения $V(\omega) = 0$.

Следовательно, для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы корни уравнений $U(\omega) = 0$ и $V(\omega) = 0$ чередовались, т. е. выполнялось условие

$$\omega_{V1} = 0 < \omega_{U1} < \omega_{V2} < \omega_{U2} < \omega_{V3} < \dots \quad (13.42)$$

Из рис. 13.7,б видно, что изменение коэффициента a_0 вызывает сдвиг годографа Михайлова без его деформации, что дает возможность оценить величину a_0 , необходимую для устойчивой работы системы.

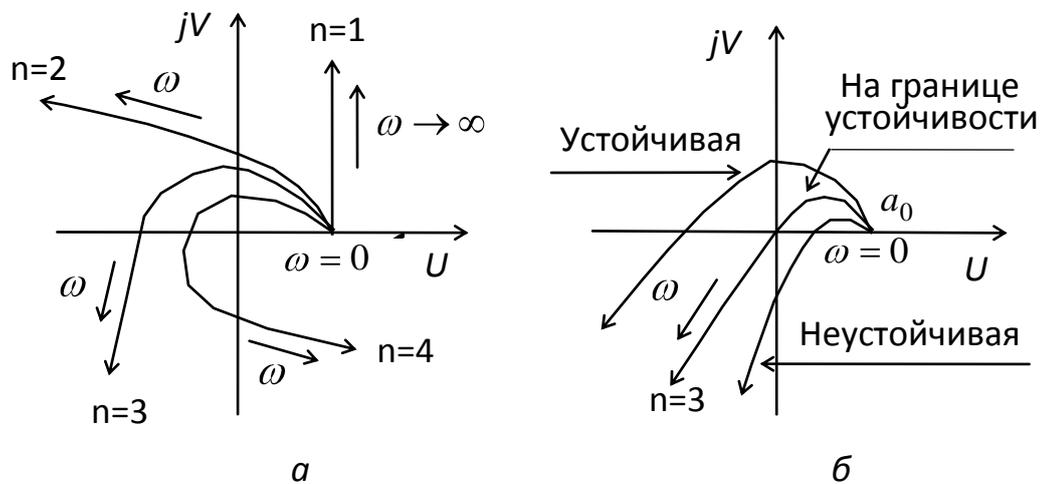


Рис. 13.7. Годографы характеристических векторов систем:
 а — с различными порядками характеристического уравнения;
 б — устойчивой, на границе устойчивости, неустойчивой

Если годограф Михайлова проходит через начало координат, то система находится на границе устойчивости. В этом случае выполняются следующие равенства:

$$U(\omega_{кр}) = 0 ; \quad (13.43)$$

$$V(\omega_{кр}) = 0 , \quad (13.44)$$

где $\omega_{кр}$ — критическая частота.

Из уравнений (13.43) и (1.44) можно определить значения параметров, при которых система находится на границе устойчивости.

Пример. Найдем критическое значение коэффициента передачи, при котором система находится на границе устойчивости, для САР, структурная схема которой приведена на рис. 13.8.

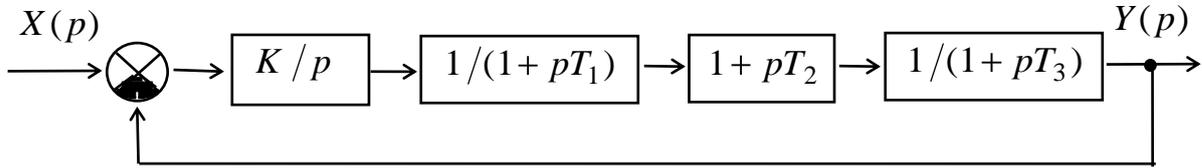


Рис. 13.8. Структурная схема системы САР

Передаточная функция для разомкнутой системы запишется

$$\begin{aligned} W_p(p) &= \frac{K(1+pT_2)}{p(1+pT_1)(1+pT_3)} = \\ &= \frac{pKT_2 + K}{p^3T_1T_3 + p^2(T_1+T_3) + p} \end{aligned} \quad (13.45)$$

Выражение передаточной функции для замкнутой системы запишется

$$\begin{aligned} W_3(p) &= \frac{W_p(p)}{1+W_p(p)} = \frac{B_p(p)/A_p(p)}{1+B_p(p)/A_p(p)} = \\ &= \frac{B_p(p)}{A_p(p)+B_p(p)} \end{aligned} \quad (13.46)$$

или с учетом выражения (13.45) получим

$$W_3(p) = \frac{pKT_2 + K}{p^3T_1T_3 + p^2(T_1+T_3) + p(KT_2 + 1) + K} \quad (13.46a)$$

Из выражения (13.46a), учитывая выражение (13.41), найдем характеристический вектор системы в следующем виде:

$$A_3(i\omega) = K - \omega^2(T_1 + T_3) + j\omega(1 + KT_2 - \omega^2T_1T_3) \quad (13.47)$$

В соответствии с выражениями (13.43) и (13.44) условия, определяющие границу устойчивости, получаются следующими:

$$U(\omega_{KP}) = K_{KP} - \omega_{KP}^2(T_1 + T_3) = 0 \quad (13.48)$$

$$V(\omega_{KP}) = \omega(1 + K_{KP}T_2 - \omega_{KP}^2T_1T_3) = 0 \quad (13.49)$$

Из выражения (13.48) определим

$$\omega_{KP}^2 = \frac{K_{KP}}{T_1 + T_2} . \quad (13.50)$$

С учетом выражения (13.50) из выражения (13.49) найдем

$$K_{KP} = \frac{T_1 + T_3}{T_1 T_3 - T_2 (T_1 + T_3)} . \quad (13.51)$$

Если получилось $K_{KP} > K$, то система устойчива, если $K_{KP} < K$, то система неустойчива, если $K_{KP} = K$, то система находится на границе устойчивости.

Чтобы система была устойчивой с заданным коэффициентом устойчивости α , необходим требуемый коэффициент передачи K_{TP} системы, равный

$$K_{TP} = \frac{K_{KP}}{\alpha} . \quad (13.52)$$

13.3.3. Критерий устойчивости Найквиста

Критерий Найквиста — это частотный критерий, позволяющий судить об устойчивости системы, замкнутой единичной обратной связью, по виду АФХ разомкнутой системы. АФХ разомкнутой системы представляет собой кривую, или годограф, описываемый концом вектора комплексного коэффициента передачи $W(i\omega)$ при изменении частоты ω от 0 до ∞ . Выражение для комплексного коэффициента передачи $W(i\omega)$ можно получить на основе передаточной функции разомкнутой системы $W_P(p)$, переходя в частотную область путем замены оператора p на $i\omega$:

$$W_P(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0} \xrightarrow{p \rightarrow i\omega} \xrightarrow{p \rightarrow i\omega} W_P(j\omega) = \frac{b_m (j\omega)^m + b_{m-1} (j\omega)^{m-1} + \dots + b_0}{a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + a_0} \quad (13.53)$$

или

$$W_p(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega), \quad (13.54)$$

где $U(\omega)$ и $V(\omega)$ — действительная и мнимая части комплексного коэффициента передачи.

В случае статической системы ($a_0 \neq 0$) АФХ при частоте $\omega = 0$ начинается на положительной вещественной полуоси в точке $W(i\omega) = a_0/b_0 = K$, где K — коэффициент передачи системы. При $\omega = \infty$ АФХ реальной системы по условию физической реализуемости равна нулю. На рис. 13.9,а приведены АФХ для статических систем.

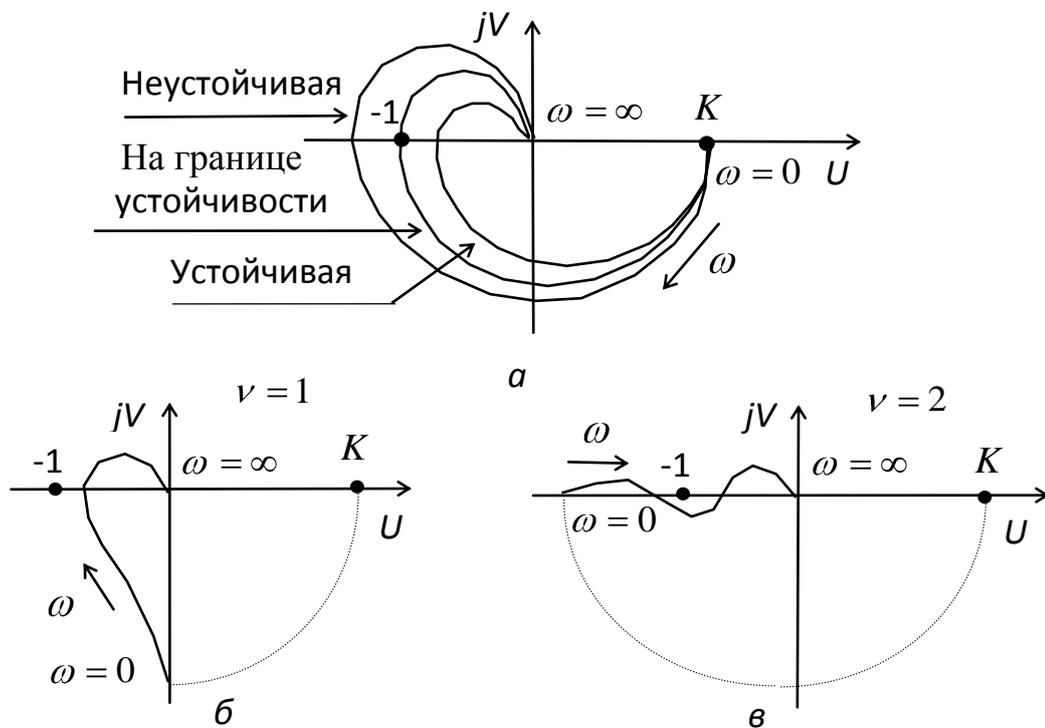


Рис. 13.9. АФХ статической системы (а) и астатических систем с $\nu = 1$ (б) и $\nu = 2$ (в)

В случае астатической системы ν -го порядка ($a_0 = a_1 = \dots = a_{\nu-1} = 0$) при $\omega \rightarrow 0$ АФХ уходит в бесконечность, так как в знаменателе выражения (13.53) для комплексного коэффициента передачи имеется множитель $(j\omega)^\nu$. Для определения устойчивости астатической системы находящееся в бесконечности

начало ее АФХ, соответствующее $\omega = 0$, надо соединить с положительной действительной полуосью против часовой стрелки дугой бесконечного радиуса, как изображено на рис. 13.9,б–в.

Формулировка критерия Найквиста: замкнутая система будет устойчива, если АФХ или годограф комплексного коэффициента передачи устойчивой разомкнутой системы при изменении частоты ω от 0 до ∞ не охватывает точку с координатами $(-1, j0)$.

На рис. 13.9,а приведены АФХ устойчивой, находящейся на границе устойчивости и неустойчивой статических систем. На рис. 13.9,б–в. приведены АФХ устойчивых астатических систем с астатизмом первого и второго порядков соответственно. При этом если АФХ пересекает вещественную ось только с права от точки с координатами $(-1, j0)$, то система называется абсолютно устойчивой.

На рис. 13.10,а приведена АФХ условно устойчивой системы, которая пересекает вещественную ось и слева и справа от точки с координатами $(-1, j0)$. При уменьшении или увеличении коэффициента передачи K условно устойчивая система становится неустойчивой и АФХ для этих случаев приведены на рис. 13.10,б–в.13.

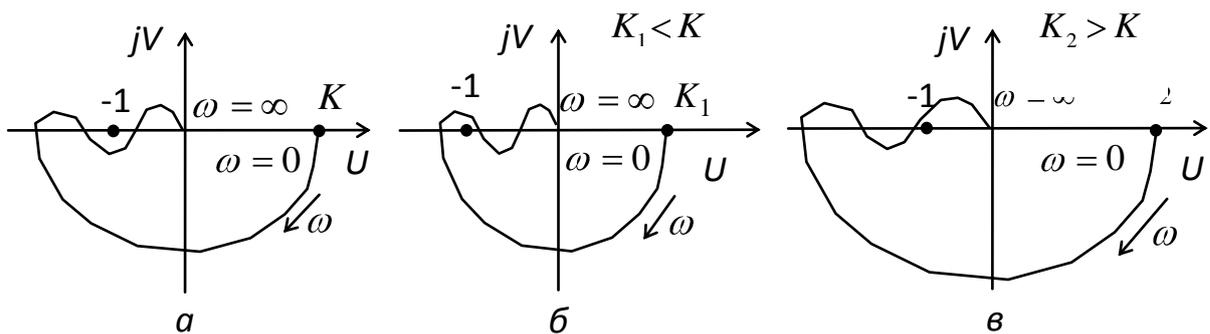


Рис. 13.10. АФХ условно устойчивой системы (а);
неустойчивой при $K_1 < K$ (б); неустойчивой при $K_2 > K$ (в)

Можно воспользоваться другой формулировкой критерия Найквиста, основанной на подсчете количества положительных и отрицательных переходов АФХ участка вещественной оси $(-\infty, -1)$.

Положительным переходом (при возрастании частоты ω) называется переход АФХ разомкнутой системы участка $(-\infty, -1)$ из верхней полуплоскости в нижнюю полуплоскость; отрицательным — переход из нижней полуплоскости в верхнюю. Если при $\omega = 0$ АФХ разомкнутой системы начинается на отрезке $(-\infty, -1)$, то этому соответствует $+1/2$ или минус $1/2$ перехода в зависимости от того, вниз или вверх от этого отрезка идет АФХ при увеличении частоты (рис. 13.11).

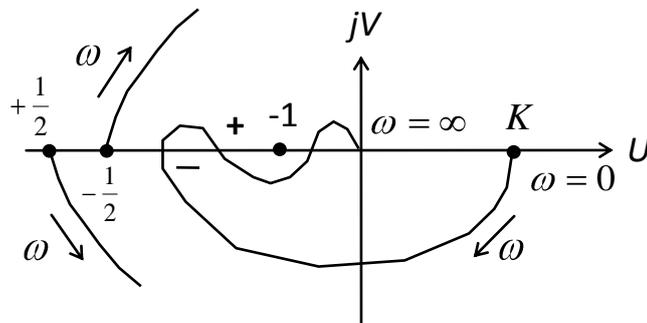


Рис. 13.11. Обозначение знаков перехода АФХ отрезка $(-\infty, -1)$

Вторая формулировка критерия Найквиста: замкнутая система будет устойчивой, если разность между числом положительных и отрицательных переходов АФХ устойчивой разомкнутой системы через отрезок вещественной оси $(-\infty, -1)$ при изменении частоты ω от 0 до ∞ равна нулю.

Запасы устойчивости

В процессе эксплуатации САР ее параметры (коэффициент усиления, постоянные времени) из-за изменения внешних условий, колебаний напряжений источников питания и других причин отличаются от расчетных значений. Если не принять определенных мер, то САР может стать неустойчивой. Для исключения этого явления при проектировании следует

обеспечить определенные запасы устойчивости системы, которые характеризуют близость годографа АФХ разомкнутой системы к точке с координатами $(-1, j0)$. Запасы устойчивости определяются на двух частотах: частоте среза ω_{CP} и критической частоте ω_{KP} . На частоте среза коэффициент передачи разомкнутой системы равен единице: $|W(\omega_{CP})| = 1$, на критической частоте ФЧХ принимает значение $\varphi(\omega_{KP}) = -\pi$. Различают запас устойчивости по фазе $\Delta\varphi(\omega_{CP})$ и усилению $\Delta W(\omega_{KP})$ (рис. 13.12).

Запас устойчивости по фазе показывает, на какое значение фаза ФЧХ разомкнутой системы на частоте среза $\varphi(\omega_{CP})$ отличается от значения π (см. рис. 13.12,а)

$$\Delta\varphi(\omega_{CP}) = \pi - |\varphi(\omega_{CP})|. \quad (13.55)$$

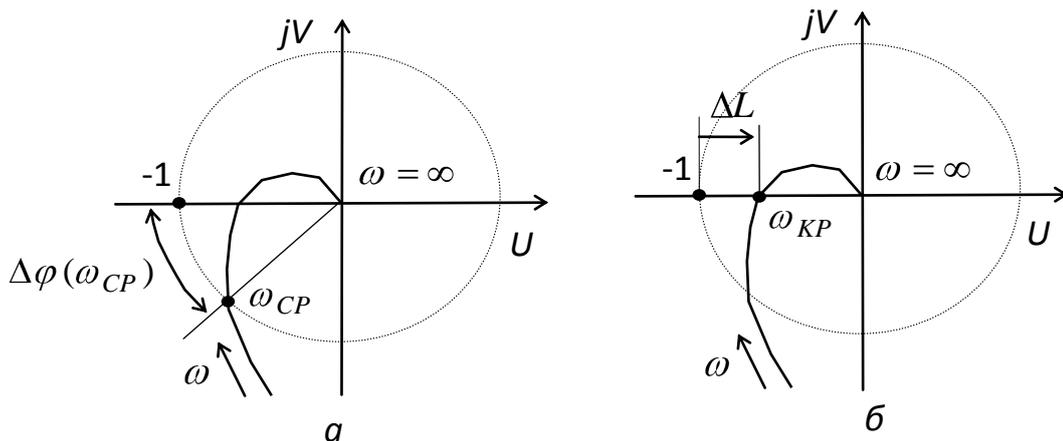


Рис. 13.12. Запас устойчивости по фазе (а) и запас устойчивости по усилению (б)

Запас устойчивости по усилению характеризует удаленность точки $W(\omega_{KP})$ от границы устойчивости и определяет, во сколько раз нужно увеличить коэффициент усиления, чтобы система оказалась на границе устойчивости:

$$\Delta W(\omega_{KP}) = \frac{1}{|W(\omega_{KP})|} \quad (13.56)$$

или в децибелах

$$\Delta L(\omega_{KP}) = 20 \lg [\Delta W(\omega_{KP})] . \quad (13.57)$$

Для нормальной работы САР необходимо, чтобы для запаса устойчивости по фазе и запаса устойчивости по усилению соответственно выполнялись следующие условия:

$$\Delta \varphi(\omega_{CP}) > 30^\circ , \quad (13.58)$$

$$\Delta L(\omega_{KP}) > 6 \text{ дБ} . \quad (13.59)$$

Если запас устойчивости по фазе и по усилению мал, то процесс регулирования будет слабо затухать, и при небольшом изменении параметров, обусловленном случайными причинами, система может потерять устойчивость.

Пример. Для структурной схемы, приведенной на рис. 13.8, используя критерий Найквиста, найдем критическое значение коэффициента передачи, при котором система находится на границе устойчивости.

На основе выражения (13.45) для передаточной функции разомкнутой системы получим выражение для комплексного коэффициента передачи в следующем виде:

$$W_p(p) = \frac{pKT_2 + K}{p^3T_1T_3 + p^2(T_1 + T_3) + p} \xrightarrow{p \rightarrow j\omega} \cdot \quad (13.60)$$

$$\xrightarrow{p \rightarrow j\omega} W_p(j\omega) = \frac{K + j\omega KT_2}{-\omega^2(T_1 + T_3) + j\omega(1 - \omega^2T_1T_3)}$$

Из выражения (13.60) комплексного коэффициента передачи получим выражения для АЧХ и ФЧХ в следующем виде

$$|W_p(j\omega)| = \frac{K\sqrt{1 + (\omega T_2)^2}}{\sqrt{[\omega^2(T_1 + T_3)]^2 + [\omega(1 - \omega^2T_1T_3)]^2}} , \quad (13.61)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \omega T_2 - \arctg \frac{1 - \omega^2T_1T_3}{-\omega(T_1 + T_3)} . \quad (13.62)$$

На критической частоте выражение (13.62) для ФЧХ запишется в виде равенства

$$\varphi(\omega_{KP}) = \operatorname{arctg} \omega_{KP} T_2 - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1 - \omega_{KP}^2 T_1 T_3}{-\omega_{KP} (T_1 + T_3)} = \pi = 0 . \quad (13.63)$$

Перепишав равенство (13.63) в виде

$$\operatorname{arctg} \omega_{KP} T_2 = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1 - \omega_{KP}^2 T_1 T_3}{-\omega_{KP} (T_1 + T_3)} \quad (13.64)$$

или

$$\omega_{KP} T_2 = \frac{1 - \omega_{KP}^2 T_1 T_3}{-\omega_{KP} (T_1 + T_3)} . \quad (13.65)$$

Тогда значение критической частоты из выражения (13.65) определится

$$\omega_{KP} = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_3 - T_2 (T_1 + T_3)}} . \quad (13.66)$$

Подставив значение критической частоты в выражения (13.61), получим

$$|W_P(j\omega_{KP})| = K \frac{T_1 T_3 - T_2 (T_1 + T_3)}{T_1 + T_3} . \quad (13.67)$$

Приравняв модуль коэффициента передачи на критической частоте единице, найдем критический коэффициент передачи

$$K_{KP} = \frac{T_1 + T_3}{T_1 T_3 - T_2 (T_1 + T_3)} . \quad (13.68)$$

Выражение для критического коэффициента передачи (13.68), полученное на основе критерия Найквиста, совпадает с выражением для критического коэффициента передачи (13.51), полученным на основе критерия Михайлова.

Если $K_{KP} > K$, то система устойчива, если $K_{KP} < K$, то система неустойчива, если $K_{KP} = K$, то система находится на границе устойчивости.

Чтобы система была устойчивой с заданным коэффициентом устойчивости α , необходимо с помощью выражения (13.52) найти требуемый коэффициент передачи K_{TP} .

13.3.4. Критерий устойчивости на основе ЛАЧХ и ЛФЧХ

ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой системы однозначно связаны с АФХ этой системы. Поэтому оценка устойчивости по ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой системы производится путем использования того же амплитудно-фазового критерия. При этом на частоте среза ω_{CP} ЛАЧХ пересекает ось частот, а на критической частоте ω_{KP} ЛФЧХ пересекает линию минус 180° .

Запас устойчивости по фазе на ЛФЧХ разомкнутой системы показывает угол превышения фазовой характеристики на частоте среза ω_{CP} над линией $\varphi = -180^\circ$:

$$\Delta\varphi(\omega_{CP}) = 180^\circ - |\varphi(\omega_{CP})| . \quad (13.69)$$

Запас устойчивости по усилению на ЛАЧХ разомкнутой системы показывает, на сколько децибел нужно увеличить усиление на критической частоте ω_{KP} , чтобы система оказалась на границе устойчивости:

$$\Delta L(\omega_{KP}) = -20 \lg W(\omega_{KP}) . \quad (13.70)$$

Рассмотрим АФХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ абсолютно устойчивой ($\omega_{CP} < \omega_{KP}$), условно устойчивой (для самой правой критической частоты $\omega_{CP} > \omega_{KP}$), находящейся на границе устойчивости ($\omega_{CP} = \omega_{KP}$) и неустойчивой ($\omega_{CP} > \omega_{KP}$) САР (рис. 13.13, рис. 13.14).

Из ЛАЧХ легко определить критический коэффициент усиления, т. е. максимальный коэффициент усиления, при котором система будет находиться на границе устойчивости:

$$L_{KP}(\omega) = 20 \lg K - \Delta L(\omega_{KP}) . \quad (13.71)$$

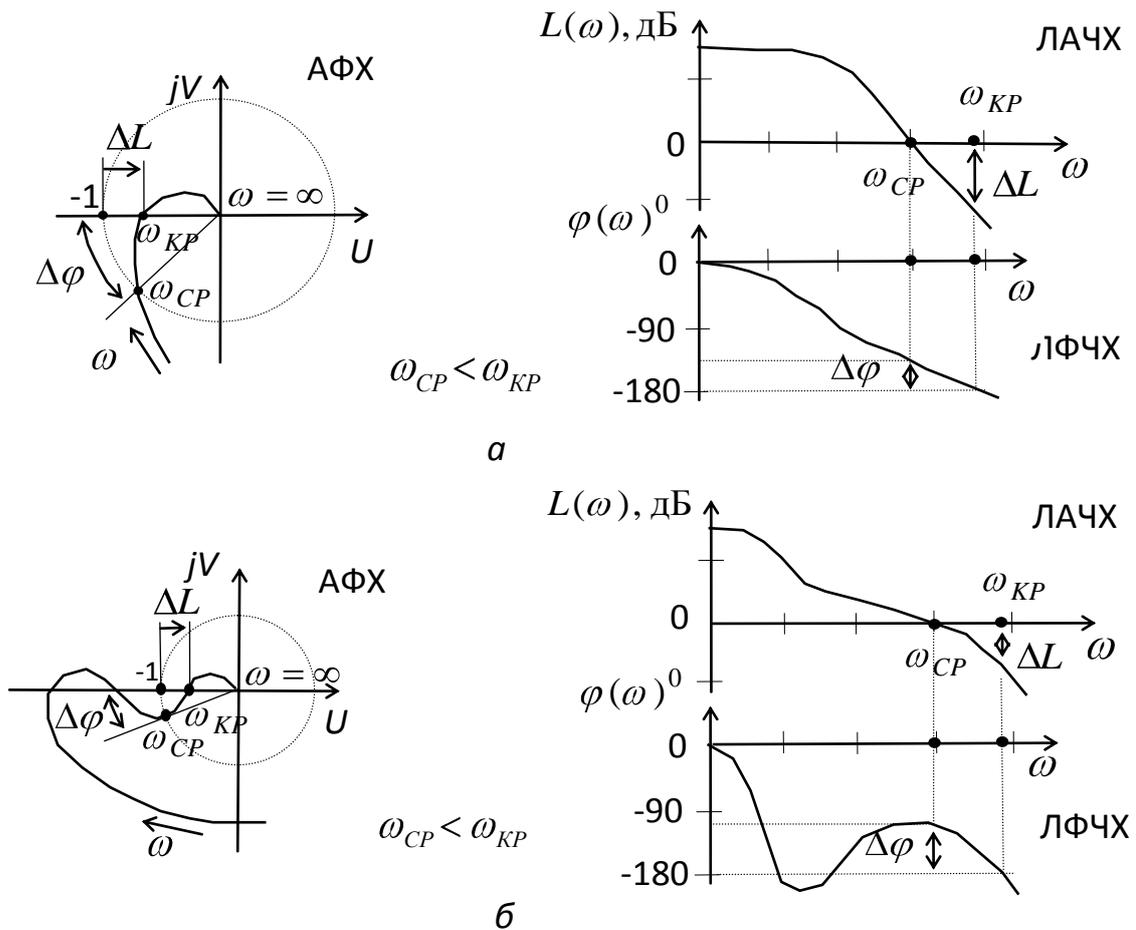


Рис. 13.13. АФХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутых САР: устойчивой (а); условно устойчивой (б)

Формулировка критерия Найквиста применительно к ЛЧХ: если разомкнутая система устойчива, то для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы в диапазоне частот ЛАЧХ, где $L(\omega) > 0$, ЛФЧХ $\varphi(\omega)$ не пересекала прямую $\pm 180^\circ$ или пересекала ее четное число раз (см. рис. 13.13).

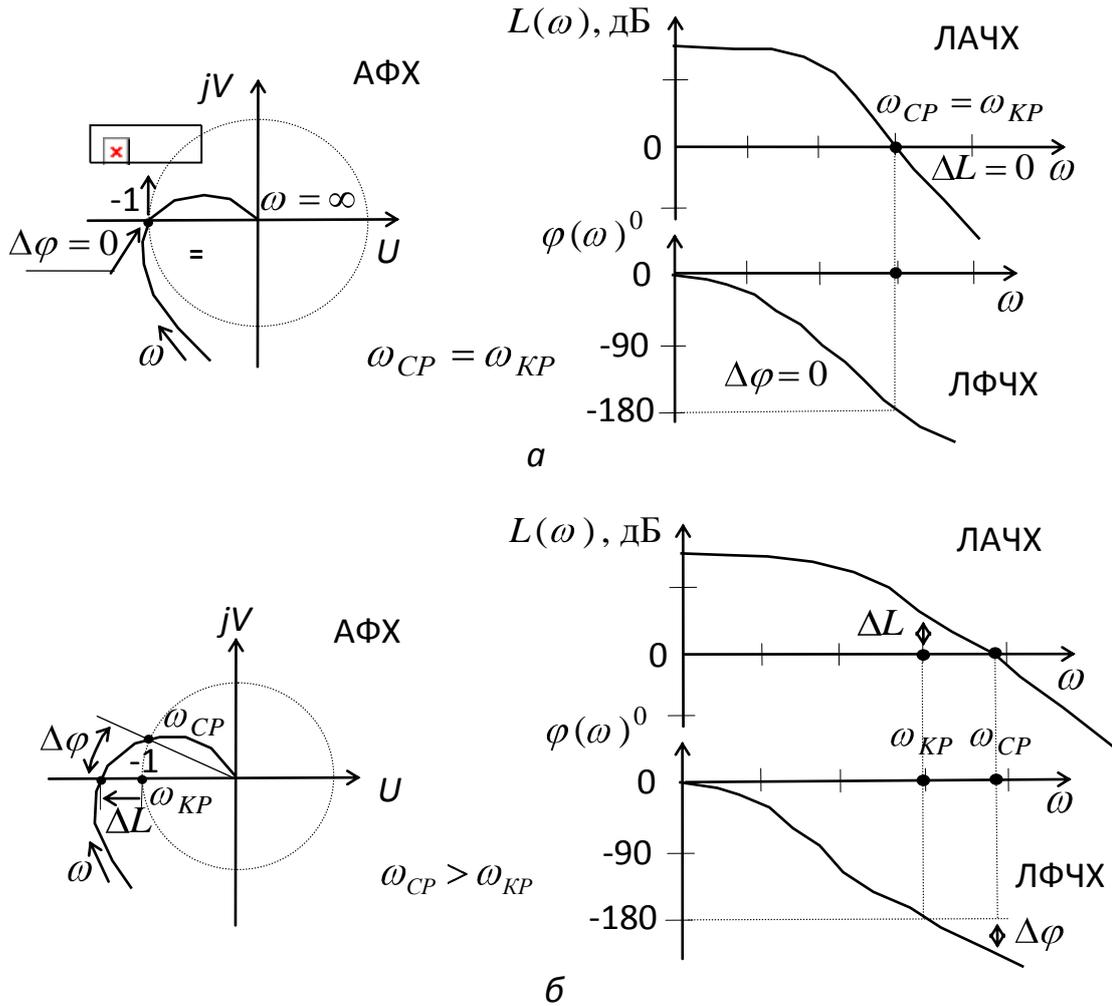


Рис. 13.14. АФХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутых САР: находящейся на границе устойчивости (а); неустойчивой (б)

13.3.5. Устойчивость систем с запаздыванием

Рассмотрим устойчивость САР, в состав которых входят устройства запаздывания (цифровые элементы, запоминающие устройства). Передаточная функция разомкнутой системы с запаздыванием запишем в виде

$$W_P(p) = W_{PI}(p) e^{-p\tau}, \tag{13.72}$$

где $W_{PI}(p)$ — передаточная функция разомкнутой исходной системы без запаздывания, τ — время запаздывания.

Передаточная функция (13.72) соответствует следующим ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой системы:

$$L(\omega) = 20 \lg |W_{PI}(j\omega)|, \quad (13.73)$$

$$\varphi_P(\omega) = \varphi_{PI}(\omega) - \omega\tau, \quad (13.74)$$

где $\varphi_{PI}(\omega)$ — ЛФЧХ разомкнутой системы без запаздывания.

Из этих характеристик следует, что запаздывание влияет только на ЛФЧХ, создавая на каждой частоте дополнительный фазовый сдвиг, равный $\omega\tau$ (рис. 13.15). Поэтому САР, устойчивые без запаздывания, могут быть неустойчивыми при включении в их состав устройств запаздывания.

На рисунке 13.14 приведены ЛАЧХ и ЛФЧХ системы без запаздывания и с запаздыванием.

При расчете систем с запаздыванием пользуются критическим временем запаздывания τ_{KP} , под которым понимается такое время запаздывания, когда устойчивая без запаздывающего звена система находится на границе устойчивости при введении запаздывающего звена.

Критическое время запаздывания определяется выражением (см. ЛФЧХ на рис. 13.15)

$$\tau_{KP} = \frac{\Delta\varphi_{PI}}{\omega_{CP}}. \quad (13.75)$$

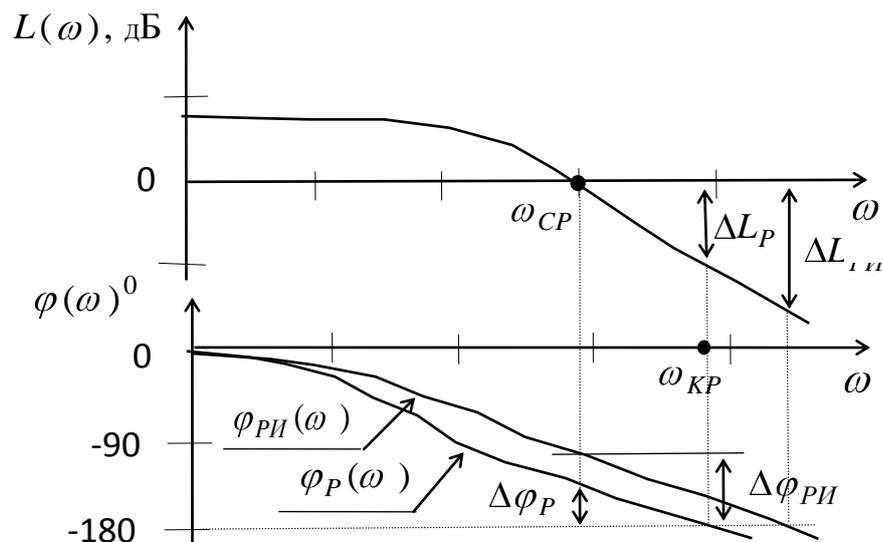


Рис. 13.15. ЛАЧХ и ЛФЧХ системы без запаздывания и с запаздыванием

13.3.6. Критерий устойчивости Гурвица

Критерий Гурвица — алгебраический критерий, позволяющий в аналитической форме связать условие устойчивости с параметрами системы.

Сущность критерия Гурвица заключается в следующем. Из коэффициентов исследуемого характеристического уравнения n -ой степени вида $A(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0$ необходимо построить определитель Гурвица Δ_n по следующему правилу: по диагонали определителя слева направо записываются все коэффициенты характеристического уравнения от a_{n-1} до a_0 в порядке убывания индексов, затем заполняются вертикальные столбцы — сверху от данного коэффициента записываются коэффициенты с убывающими индексами, а снизу — с возрастающими индексами. На местах коэффициентов с индексами больше n и меньше нуля проставляются нули.

Для характеристического уравнения n -го порядка определитель Гурвица имеет вид

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & 0 & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & 0 & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix}, \quad (13.76)$$

Формулировка критерия Гурвица: чтобы действительные части всех корней характеристического уравнения были отрицательными, необходимо и достаточно, чтобы при всех положительных коэффициентах $a_n > 0, \dots, a_0 > 0$ определитель Гурвица и все его главные диагональные миноры, которые получаются путем отчеркивания равного числа строк и столбцов в левом верхнем углу определителя (13.76) были положительны.

Главные диагональные миноры, или определители Гурвица для устойчивой системы из выражения (13.76) запишутся:

$$\begin{aligned}
 \Delta_1 &= a_{n-1} > 0; \\
 \Delta_2 &= \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix} > 0; \\
 \Delta_3 &= \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix} > 0; \dots \\
 \dots & \dots \\
 \Delta_n &= \Delta_{n-1} a_0 > 0.
 \end{aligned} \tag{13.77}$$

Так как $a_0 > 0$, то из выражения (13.77) видно, что для проверки устойчивости системы достаточно уточнить знаки только до определителя Δ_{n-1} .

Если определитель $\Delta_n = 0$, то система находится на границе устойчивости. Тогда из условия $\Delta_{n-1} = 0$ можно определить параметры, при которых САР находится на границе устойчивости. Например, можно вычислить критический коэффициент усиления, соответствующий границе устойчивости.

Пример 1. Используя критерий Гурвица, найдем критическое значение коэффициента передачи, при котором система, структурная схема которой приведена на рис. 13.8, находится на границе устойчивости.

На основе выражения (13.46) для передаточной функции замкнутой системы характеристическое уравнение системы запишется в следующем виде:

$$A(p) = p^3 T_1 T_3 + p^2 (T_1 + T_3) + p(KT_2 + 1) + K \quad . \tag{13.78}$$

При выполнении условий положительности коэффициентов

$$a_3 = T_1 T_2 > 0, \quad a_2 = T_1 + T_2 > 0, \quad a_1 = KT_2 + 1 > 0, \quad a_0 = K > 0$$

запишем определитель Гурвица в следующем виде

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} T_1 + T_3 & K & 0 \\ T_1 T_3 & K T_2 + 1 & 0 \\ 0 & T_1 + T_3 & K \end{vmatrix}. \quad (13.79)$$

Из определителя Гурвица (13.79) в соответствии с (13.77) условия устойчивости системы получаются следующими

$$\Delta_1 = T_1 + T_2 > 0, \quad (13.80)$$

$$\Delta_2 = (T_1 + T_2)(K T_2 + 1) - K T_1 T_2 > 0. \quad (13.81)$$

Условие (13.80) выполняется при любых значениях параметров, условие (13.81) — в том случае, когда

$$K < K_{кр} = \frac{T_1 + T_3}{T_1 T_3 - T_2 (T_1 + T_3)}. \quad (13.82)$$

Значение для критического коэффициента усиления, найденное из критерия Гурвица (13.82), совпадает со значениями критических коэффициентов усиления, определенных на основе критериев Михайлова (13.51) и Найквиста (13.68).

Пример 2. Определим условие устойчивости системы АРУ. Для этого запишем передаточную функцию системы АРУ (8.15) в следующем виде

$$W_y(p) = \frac{W_{АД}(p) W_{\Phi}(p) W_{S_y}(p) E_3 + K_0}{1 + W_{АД}(p) W_{\Phi}(p) W_{S_y}(p) U_{ВХ}}, \quad (13.82a)$$

где $W_{АД}(p) = \frac{K_{АД}}{1 + pT_{АД}}$, $W_{\Phi}(p) = \frac{K_{\Phi}}{1 + pT_{\Phi}}$, $W_{S_y}(p) = \frac{S_y}{1 + pT_y}$ — передаточные функции АД, ФНЧ и РУ.

Подставив передаточные функции звеньев, получим

$$W_y(p) = \frac{\frac{K_{АД}}{1 + pT_{АД}} \frac{K_{\Phi}}{1 + pT_{\Phi}} \frac{S_y}{1 + pT_y} E_3 + K_0}{1 + \frac{K_{АД}}{1 + pT_{АД}} \frac{K_{\Phi}}{1 + pT_{\Phi}} \frac{S_y}{1 + pT_y} U_{ВХ}} \quad (13.82б)$$

или

$$W_y(p) = \left[K_0(1 + pT_{AD})(1 + pT_\Phi)(1 + pT_y) + K_{AD} K_\Phi S_y E_3 \right] \times \\ \times \left[p^3 T_{AD} T_\Phi T_y + p^2 (T_{AD} T_\Phi + T_{AD} T_y + T_\Phi T_y) + \right. \\ \left. + p(T_{AD} + T_\Phi + T_y) + K_{AD} K_\Phi K_y U_{BX} + 1 \right]^{-1} \quad (13.82в)$$

Характеристическое уравнение для замкнутой системы АРУ из выражения передаточной функции (13.82в) запишется в следующем виде:

$$A(p) = p^3 T_{AD} T_\Phi T_y + p^2 (T_{AD} T_\Phi + T_{AD} T_y + T_\Phi T_y) + \\ + p(T_{AD} + T_\Phi + T_y) + K_{AD} K_\Phi K_y U_{BX} + 1 \quad (13.82г)$$

На основе характеристического уравнения (13.82г) для замкнутой системы при выполнении условий положительности коэффициентов

$$\left. \begin{aligned} a_3 &= T_{AD} T_\Phi T_y > 0, \\ a_2 &= (T_{AD} T_\Phi + T_{AD} T_y + T_\Phi T_y) > 0, \\ a_1 &= (T_{AD} + T_\Phi + T_y) > 0, \\ a_0 &= (K_{AD} K_\Phi K_y U_{BX} + 1) > 0 \end{aligned} \right\} \quad (13.82д)$$

запишем определитель Гурвица:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} T_{AD} T_\Phi + T_{AD} T_y + T_\Phi T_y & K_{AD} K_\Phi K_y U_{BX} + 1 & 0 \\ T_{AD} T_\Phi T_y & T_{AD} + T_\Phi + T_y & 0 \\ 0 & T_{AD} T_\Phi + T_{AD} T_y + T_\Phi T_y & K_{AD} K_\Phi K_y U_{BX} + 1 \end{vmatrix} \quad (13.82е)$$

Из определителя Гурвица (13.82е) в соответствии (13.77) условия устойчивости системы получаются следующими:

$$\Delta_1 = (T_{AD} T_\Phi + T_{AD} T_y + T_\Phi T_y) > 0, \quad (13.82ж)$$

$$\Delta_2 = (T_{AD} T_\Phi + T_{AD} T_y + T_\Phi T_y) \times \\ \times (T_{AD} + T_\Phi + T_y) - T_{AD} T_\Phi T_y (K_{AD} K_\Phi K_y U_{BX} + 1) > 0 \quad (13.82з)$$

Условие (13.82ж) выполняется при любых значениях параметров, условие (13.82з) — в том случае, когда

$$\left(\frac{1}{T_{AD}} + \frac{1}{T_{\Phi}} + \frac{1}{T_y} \right) (T_{AD} + T_{\Phi} + T_y) > \quad (13.82и)$$

$$> (1 + K_{AD} K_{\Phi} K_y U_{BX})$$

13.4. Качество переходного процесса

13.4.1. Показатели качества переходного процесса

На переходные процессы в САР накладываются определенные ограничения, связанные с особенностями ее работы. Например, в системах автоматического сопровождения цели РЛС не допускаются большие углы отклонения антенны от установившегося значения, так как может произойти срыв сопровождения цели. Для повышения надежности работы механических узлов ограничивается число колебаний антенны в переходном процессе.

Основные показатели качества переходного процесса приведены (рис. 13.16).

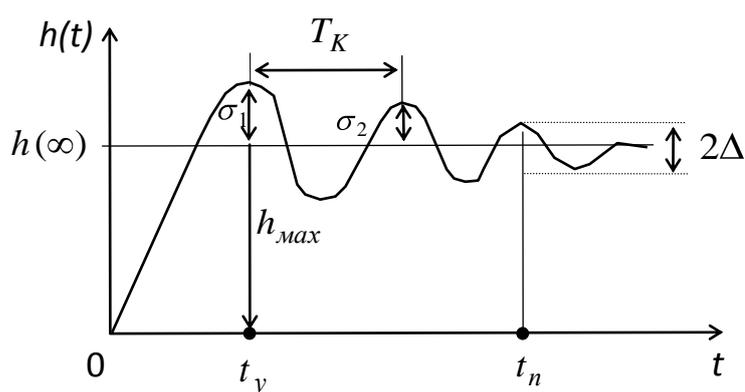


Рис. 13.16. Переходная характеристика с показателями качества переходного процесса

Длительность переходного процесса t_n — интервал времени от начала переходного процесса до момента времени, когда отклонение выходной величины от установившегося значения $h(\infty)$ становится меньше $\Delta = 1 \div 5 \%$, (определяет быстродействие системы).

Время установления первого максимума t_y — время достижения первого максимума выходного сигнала (определяет скорость изменения выходного сигнала в переходном процессе).

Перерегулирование σ — максимальное отклонение выходной величины от установившегося значения:

$$\sigma = \frac{h_{max} - h(\infty)}{h(\infty)} 100\% .$$

Мера колебательности C — отношение первых соседних максимумов переходного процесса:

$$C = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} 100\% .$$

Частота колебаний f_K — частота колебаний переходного процесса:

$$f_K = \frac{1}{T_K} ,$$

где T_K — период колебаний переходного процесса.

Число колебаний N — число колебаний за время переходного процесса (обычно число колебаний $N = 1 \div 2$).

Ошибка регулирования в установившемся режиме — отличие установившегося значения $h(\infty)$ от единицы.

Исчерпывающее представление о качестве переходных процессов дает сама переходная характеристик. Однако при синтезе САР необходимо иметь возможность судить об основных показателях качества переходных процессов в системе без построения переходных характеристик, по каким либо косвенным признакам, которые определяются более просто, чем переходные

характеристики, и, кроме того, позволяют связать показатели качества непосредственно со значениями параметров системы. Такие косвенные признаки разработаны и называются критериями качества переходных процессов. При исследовании качества переходных процессов они играют ту же роль, что и критерии устойчивости при исследовании устойчивости САР.

Существуют три группы критериев качества — частотные, корневые и интегральные.

13.4.2. Частотные критерии качества переходных процессов

Частотные критерии позволяют судить о качестве переходного процесса по частотным характеристикам системы, которые связаны с переходными характеристиками преобразованием Лапласа. Для минимально фазовых систем качество переходных процессов может быть оценено по одной АЧХ замкнутой системы, так как у таких систем существует однозначная связь между АЧХ и ФЧХ. По АЧХ замкнутых САР можно оценить меру колебательности и длительность переходного процесса (рис. 13.17).

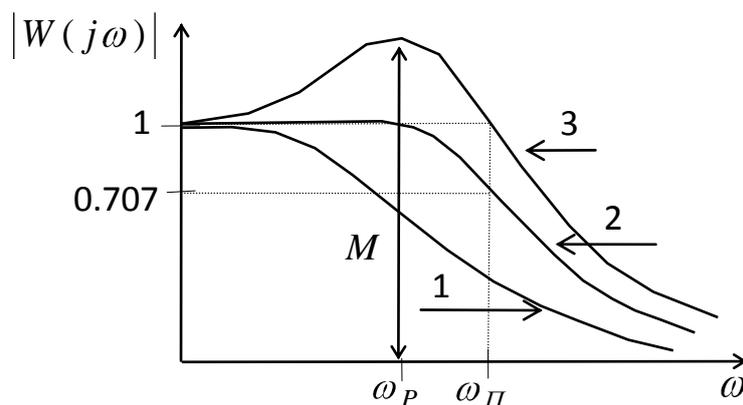


Рис. 13.17. АЧХ замкнутых САР: 1 — монотонная; 2 — максимально плоская; 3 — с подъемом

К частотным показателям качества работы САР относятся следующие параметры: полоса пропускания ω_{Π} , резонансная частота ω_P , показатель колебательности M .

Полоса пропускания ω_{Π} — диапазон частот, в котором АЧХ больше или равна единице; отсчитывается по уровню 0.707 для монотонно убывающей АЧХ (см. рис. 13.17). Для монотонной АЧХ переходная характеристика является аperiodической, и длительность переходного процесса $t_{\Pi} \approx \frac{3}{\omega_{\Pi}}$, а величина перерегулирования $\sigma = 0$.

Резонансная частота ω_P — частота, соответствующая максимуму АЧХ замкнутой системы. Эта частота характеризует частоту колебаний в переходном процессе. В первом приближении длительность переходной характеристики может быть оценена по величине резонансной частоты ω_P . Так как частота колебаний переходной характеристики примерно равна ω_P , время установления первого максимума t_y переходной характеристики близко половине периода колебаний этой частоты $t_y \approx \frac{\pi}{\omega_P}$. Если предположить, что переходная характеристика системы имеет 1-2 колебания, то длительность переходного процесса $t_{\Pi} \approx (1 \div 2) \frac{2\pi}{\omega_P}$.

Показатель колебательности M — максимальное значение АЧХ замкнутой системы. Он определяет амплитуду и длительность колебаний переходного процесса. Для максимально плоской АЧХ, когда показатель колебательности $M=1$ (см. кривую 2 на рис 13.17), величина перерегулирования $\sigma \approx 18\%$. При показателе колебательности $M \rightarrow \infty$ амплитуда колебаний возрастает до получения незатухающих колебаний с частотой ω_P , соответствующих границе устойчивости САР. Оптимальным обычно считается

показатель колебательности $M = 1.1 \div 1.5$, при этом переходная характеристика имеет малую амплитуду колебаний с частотой, близкой к резонансной частоте АЧХ.

Проанализируем типовую ЛАЧХ системы (рис. 13.18).

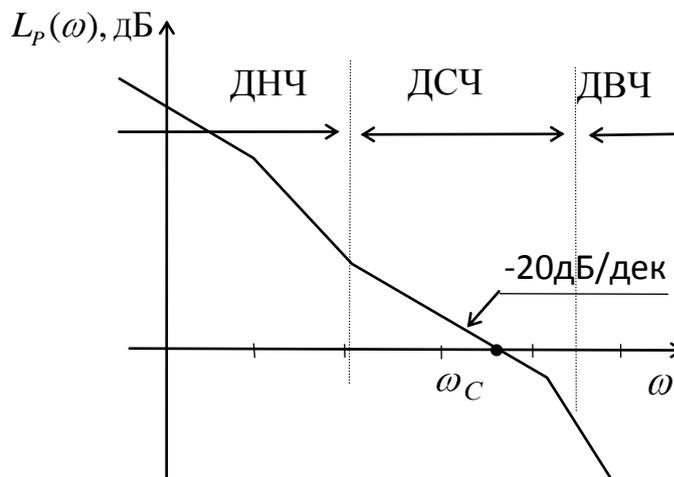


Рисунок 13.18. Желаемая типовая ЛАЧХ разомкнутой САР

Рассмотрим некоторые приближенные соотношения, устанавливающие связь между параметрами частотных характеристик замкнутой и разомкнутой систем и позволяющие оценить частотные показатели качества работы САР без построения АЧХ замкнутой системы.

На ЛАЧХ различают три диапазона частот (см. рис. 13.18). Вид характеристики в диапазоне низких частот (ДНЧ) характеризует порядок астатизма и точность работы системы относительно управляющего воздействия. В диапазоне средних частот (ДСЧ) находится частота среза. В этом диапазоне вид характеристики определяет запас устойчивости по фазе, полосу пропускания, показатели качества переходного процесса, поэтому наклон ЛАЧХ здесь обычно выбирают равным минус 20 дБ/дек. Вид характеристики в диапазоне высоких частот (ДВЧ) влияет на запасы устойчивости в САР, определяет фильтрацию высших гармоник и уменьшает

величины флуктуационных ошибок, обусловленную широкополосными воздействиями.

АФХ замкнутой и разомкнутой систем связаны соотношением

$$W_3(j\omega) = \frac{W_P(j\omega)}{1+W_P(j\omega)} = \frac{|W_P(j\omega)|[\cos\varphi_P(\omega) + i\sin\varphi_P(\omega)]}{1+|W_P(j\omega)|[\cos\varphi_P(\omega) + i\sin\varphi_P(\omega)]} \quad (13.83)$$

или для АЧХ получим

$$|W_3(j\omega)| = \frac{|W_P(j\omega)|}{\sqrt{1+2|W_P(j\omega)|\cos\varphi_P(\omega)+|W_P(j\omega)|^2}}. \quad (13.84)$$

Из выражения (13.83) видно, что в диапазоне частот, в котором $|W_P(j\omega)| \geq 1$, модуль АЧХ замкнутой системы примерно равен единице, а ФЧХ мало отличается от нуля. В диапазоне частот, в котором $|W_P(j\omega)| \leq 1$, АЧХ и ФЧХ замкнутой системы совпадают с АЧХ и ФЧХ разомкнутой системы. На частотах вблизи частоты среза разомкнутой системы характер АЧХ замкнутой системы сильно зависит от запаса устойчивости по фазе разомкнутой системы.

На основе соотношения (13.84) найдем выражения для определения запасов устойчивости по фазе и коэффициенту усиления через модуль коэффициента передачи замкнутой системы.

На частоте среза $|W_P(j\omega_{CP})| = 1$, и тогда выражение (13.84) запишется

$$|W_3(j\omega_{CP})| = \frac{1}{\sqrt{2+2\cos\varphi_P(\omega_{CP})}}. \quad (13.85)$$

Отсюда получим

$$\cos\varphi_P(\omega_{CP}) = \frac{1}{2|W_3(j\omega_{CP})|^2} - 1 \quad (13.86)$$

или значение запаса устойчивости по фазе равно

$$\Delta\varphi_P(\omega_{CP}) = \pi - |\varphi_P(\omega_{CP})| = \pi - \left| \arccos \left(\frac{1}{2|W_3(j\omega_{CP})|^2} - 1 \right) \right|. \quad (13.87)$$

Задавая на частоте среза $|W_3(j\omega_{CP})| = 1$, получим требуемое значение запаса устойчивости по фазе:

$$\Delta\varphi_P(\omega_C) = 60^\circ . \quad (13.88)$$

Продифференцировав уравнение (13.84) и приравняв его нулю, получим, что максимум АЧХ замкнутой системы равен

$$|W_P(j\omega)| = \frac{1}{\cos[\Delta\varphi_P(\omega)]} . \quad (13.89)$$

Подставив (13.89) в выражение (13.84), найдем, что показатель колебательности системы связан с запасом устойчивости по фазе выражением

$$M = \frac{1}{\sin[\Delta\varphi_P(\omega)]} . \quad (13.90)$$

На критической частоте $\cos\varphi_P(\omega_{KP}) = -1$, и тогда выражение (13.84) запишется

$$|W_3(j\omega_{KP})| = \frac{|W_P(j\omega_{KP})|}{\sqrt{1 - 2|W_P(j\omega_{KP})| + |W_P(j\omega_{KP})|^2}} = \frac{|W_P(j\omega_{KP})|}{1 - |W_P(j\omega_{KP})|} . \quad (13.91)$$

Отсюда определим модуль коэффициента передачи разомкнутой системы через модуль коэффициента передачи замкнутой системы

$$|W_P(j\omega_{KP})| = \frac{|W_3(j\omega_{KP})|}{1 + |W_3(j\omega_{KP})|} . \quad (13.92)$$

Задавая значение модуля коэффициента передачи замкнутой системы на критической частоте $|W_3(j\omega_{KP})|$, можно из выражения (13.86) определить модуль коэффициента передачи разомкнутой системы на критической частоте $|W_P(j\omega_{KP})|$ или запас устойчивости системы по коэффициенту усиления. Полагая $|W_3(j\omega_{KP})| = 1$, получим требуемое значение запаса устойчивости по коэффициенту усиления:

$$|W_P(j\omega_{KP})| = \frac{1}{2} \text{ или } |L(\omega)| = 6 \text{ дБ} . \quad (13.93)$$

Таким образом, для получения требуемого запаса устойчивости по фазе и коэффициенту усиления, а, следовательно, и качества переходного процесса замкнутой САР наклон желаемой АЧХ разомкнутой САР в ДСЧ на частоте среза и в пределах декады слева и справа от частоты среза (см. рис. 13.18) должен быть равен минус 20 дБ/дек.

Проанализируем ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой САР и ЛАЧХ и ПХ замкнутой САР для запасов по фазе $\Delta\varphi_P(f_{CP})$ при постоянной частоте среза, равных соответственно 85, 60 и 45 градусов (рис. 13.19 – 1.20).

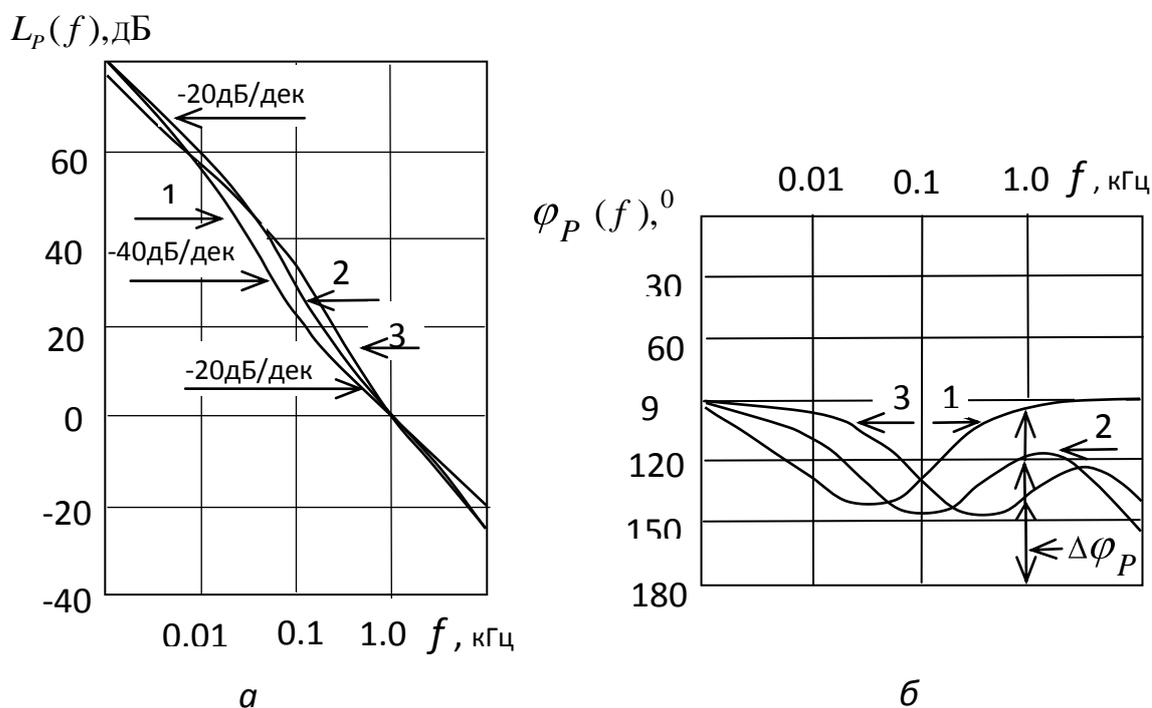


Рис. 13.19. ЛАЧХ (а) и ЛФЧХ (б) разомкнутой САР

при различных запасах по фазе на постоянной частоте среза:

1 — $\Delta\varphi_P(f_{CP}) = 85^\circ$; 2 — $\Delta\varphi_P(f_{CP}) = 60^\circ$; 3 — $\Delta\varphi_P(f_{CP}) = 45^\circ$

Из рисунков видно, что чем меньше запас по фазе разомкнутой САР, тем больше подъем ЛАЧХ замкнутой САР, который определяет показатели качества ПХ. Оптимальный запас по фазе, при котором время установления получается минимальным, равен 60 градусам. Увеличение запаса по фазе

относительно оптимального приводит к увеличению времени установления, а уменьшение запаса по фазе – к ухудшению показателей качества ПХ.

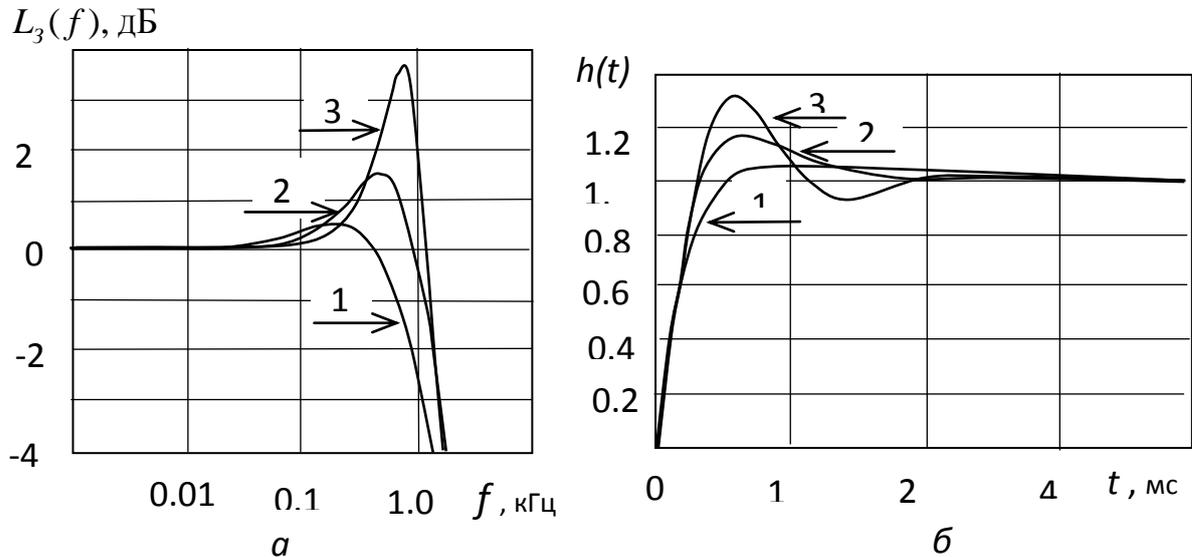


Рис. 13.20. ЛАЧХ (а) и ПХ (б) замкнутой САР

при различных запасах по фазе на постоянной частоте среза:

1 — $\Delta\varphi_P(f_{CP}) = 85^\circ$; 2 — $\Delta\varphi_P(f_{CP}) = 60^\circ$; 3 — $\Delta\varphi_P(f_{CP}) = 45^\circ$

13.4.3. Корневые критерии качества переходных процессов

Корневыми называются критерии качества, которые основываются на расположении корней характеристического уравнения замкнутой системы, то есть полюсов передаточной функции замкнутой системы, а также нулей этой передаточной функции, и по которым оцениваются длительность и колебательность переходного процесса.

Представим передаточную функцию замкнутой системы в виде множителей

$$W_3(p) = \frac{b_0}{a_n \prod_{i=1}^n (p - \lambda_i)} . \quad (13.94)$$

где λ_i — полюса передаточной функции.

Изучая расположение нулей и полюсов на комплексной плоскости, можно определить поведение передаточной функции замкнутой системы и, следовательно, оценить качество переходного процесса.

В общем случае переходной процесс в системе, описываемый передаточной функцией (13.94), с учетом (13.37) имеет вид

$$y_n(t) = \sum_{i=1}^n C_i e^{\lambda_i t} . \quad (13.95)$$

Простейшим корневым критерием длительности качества переходного процесса является **степень устойчивости η** — расстояние от мнимой оси до ближайшего корня на плоскости корней характеристического уравнения замкнутой системы (рис. 13.21,а).

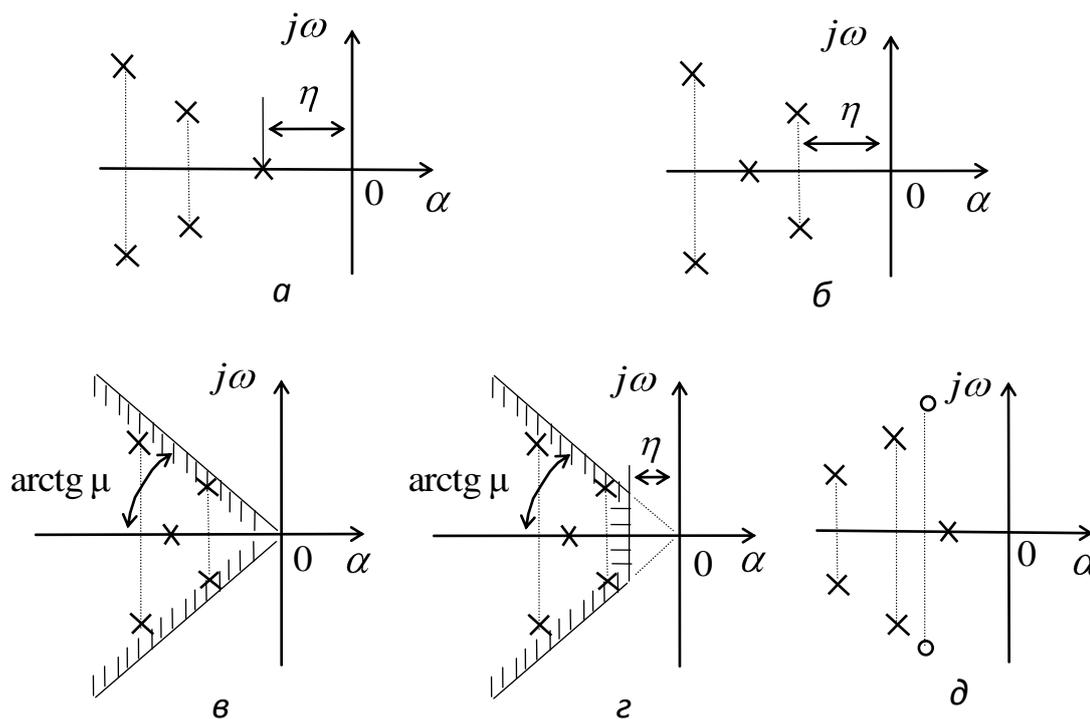


Рис. 13.21. Корневые критерии качества переходного процесса

Если ближайшим является вещественный корень (см. рис. 13.21,а), то ему соответствует аperiodическая составляющая для переходного процесса (аperiodическая степень устойчивости η)

$$y_i(t) = C_i e^{-\eta t} . \quad (13.96)$$

Время ее затухания

$$t_{II} = \frac{1}{\eta} \ln \frac{1}{\Delta} \approx \frac{3}{\eta} \quad (\text{при } \Delta = 5\%) \quad (13.97)$$

характеризует общую длительность переходного процесса, так как все остальные составляющие, соответствующие остальным корням, затухают быстрее.

Если же ближайшей к мнимой оси окажется пара комплексных корней (см. рис. 13.21,б), то доминирующая составляющая решения для переходного процесса

$$\begin{aligned} y_i(t) &= C_i e^{(\alpha_i + j\omega_i)t} + C_{i+1} e^{(\alpha_i - j\omega_i)t} = \\ &= e^{\alpha_i t} (C_i e^{j\omega_i t} + C_{i+1} e^{-j\omega_i t}) = C_i' e^{\alpha_i t} \sin(\omega_i t + \varphi_i) , \end{aligned} \quad (13.98)$$

$$y_i(t) = C_i e^{-\eta t} \sin(\beta_i t + \varphi_i) \quad (13.99)$$

где α и β — вещественная и мнимая части корней характеристического уравнения, будет колебательной (колебательная степень устойчивости η), причем оценка длительности переходного процесса остается прежней — (13.97).

Критерий колебательности переходного процесса определяется корневым критерием, называемым **степень колебательности** μ :

$$\mu = \left| \frac{\beta}{\alpha} \right| , \quad (13.100)$$

Именно эта величин характеризует быстроту затухания колебаний за каждый период. В самом деле, паре комплексных корней $\lambda_{1,2} = -|\alpha| \pm j\beta$ соответствует составляющая решения переходного процесса

$$y(t) = C' e^{-|\alpha|t} \sin(\beta t + \varphi_1) . \quad (13.101)$$

Период колебаний равен $T = \frac{2\pi}{\beta}$. Через один период амплитуда $C'e^{-|\alpha|t}$

уменьшится до величины

$$C'e^{-|\alpha|\left(t+\frac{2\pi}{\beta}\right)} = C'e^{-|\alpha|t} e^{-2\pi\left|\frac{\alpha}{\beta}\right|}. \quad (13.102)$$

Следовательно, чем больше величина $\mu = \left|\frac{\beta}{\alpha}\right|$, тем слабее будет затухание колебаний в переходном процессе. Линия $\mu = const$ образует центральный угол на комплексной плоскости (см. рис. 13.21,в).

Суммарное требование определенных значений степени устойчивости η и степени колебательности μ приводит к области, внутри которой должны лежать все корни характеристического уравнения замкнутой системы (см. рис. 13.21,г).

Оценка качества переходных процессов по расположению корней характеристического уравнения, то есть полюсов передаточной функции, в комплексной плоскости пригодна для систем, передаточные функции которых не имеют нулей:

$$W_3(p) = \frac{b_m \prod_{j=1}^m (p - \lambda_{0j})}{a_n \prod_{i=1}^n (p - \lambda_i)}, \quad (13.103)$$

где λ_{0j}, λ_i — нули и полюса передаточной функции.

В общем случае, когда передаточная функция (13.103) имеет нули, при оценке качества переходных процессов необходимо учитывать и эти нули. Амплитуда отклонений в переходном процессе зависит от расположения нулей, обозначенных на рис. 13.21,д кружочками, относительно полюсов. Для уменьшения амплитуды отклонений в переходном процессе желательно, чтобы нули передаточной функции (13.103) замкнутой системы располагались вблизи ее полюсов.

13.4.4. Интегральные критерии качества переходных процессов

Интегральными называются критериями качества переходных процессов такие, которые одним числом оценивают величины отклонений и время затухания переходного процесса. Обозначим отклонение переходной характеристики от установившегося значения через величину $\Delta h(t) = h(\infty) - h(t)$. Тогда для монотонной переходной характеристики (рис. 13.22,а) интегральной оценкой служит заштрихованная площадь над кривой в виде

$$I_1 = \int_0^{\infty} \Delta h(t) dt. \quad (13.104)$$

Интеграл I_1 называется **линейной интегральной оценкой**. Процесс будет считаться тем лучше, чем меньше число I_1 .

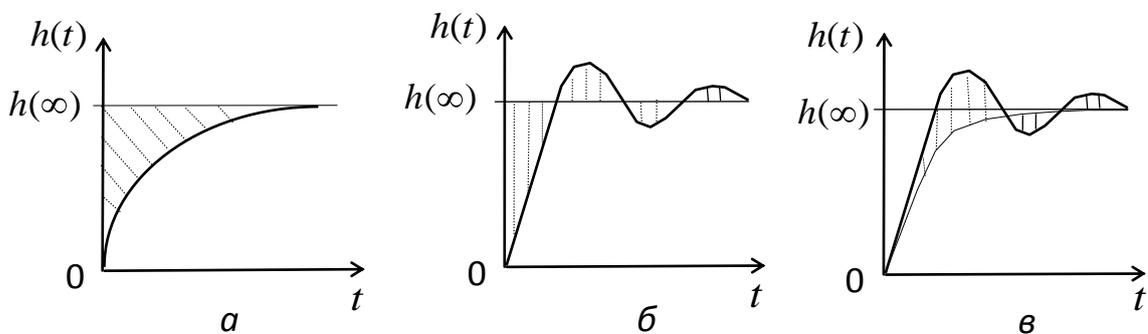


Рис. 13.22. Интегральные критерии качества переходного процесса

Однако для колебательного процесса такая оценка качества переходного процесса не годится, так как площади, расположенные выше и ниже прямой $h(\infty)$, будут иметь разные знаки. Поэтому по минимуму величины I_1 наилучшим оказался бы процесс с незатухающими колебаниями.

В связи с этим в общем случае принимают **квадратичную интегральную оценку** качества (рис. 13.22,б) в виде

$$I_2 = \int_0^{\infty} \Delta h(t)^2 dt . \quad (13.105)$$

В литературе имеются формулы, выражающие величину I_2 непосредственно через коэффициенты дифференциального уравнения замкнутой системы.

Очевидно, что стремление оценки I_2 к нулю приближает кривую процесса к скачку, ибо при этом уменьшается квадратичная площадь, ограниченная кривой. Однако это вызывает значительное увеличение скорости в начальной части процесса. Для быстро затухающего, но достаточно плавного процесса вводят **улучшенную квадратичную интегральную оценку** качества переходного процесса (рис. 13.22,в) в виде следующего выражения:

$$I_3 = \int_0^{\infty} \Delta h(t)^2 + T^2 \Delta h'(t)^2 dt , \quad (13.106)$$

где T — желаемая постоянная времени экспоненты, к которой стремится кривая переходного процесса.

Интегральные критерии качества применяются для определения оптимальных значений варьируемых параметров по минимуму значения соответствующей интегральной оценки. Численной оценки показателей качества они не дают.

14. КОРРЕКЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЛИНЕЙНЫХ САР

14.1. Схемы включения корректирующих звеньев

Коррекция динамических свойств САР осуществляется для обеспечения требований по точности, устойчивости и качеству переходного процесса. Коррекцию динамических свойств САР можно сделать двумя способами: изменением параметров звеньев данной системы; изменением структуры системы с помощью введения корректирующих звеньев. Корректирующие звенья могут включаться последовательно или параллельно с основными звеньями САР (рис. 14.1) [1–4].

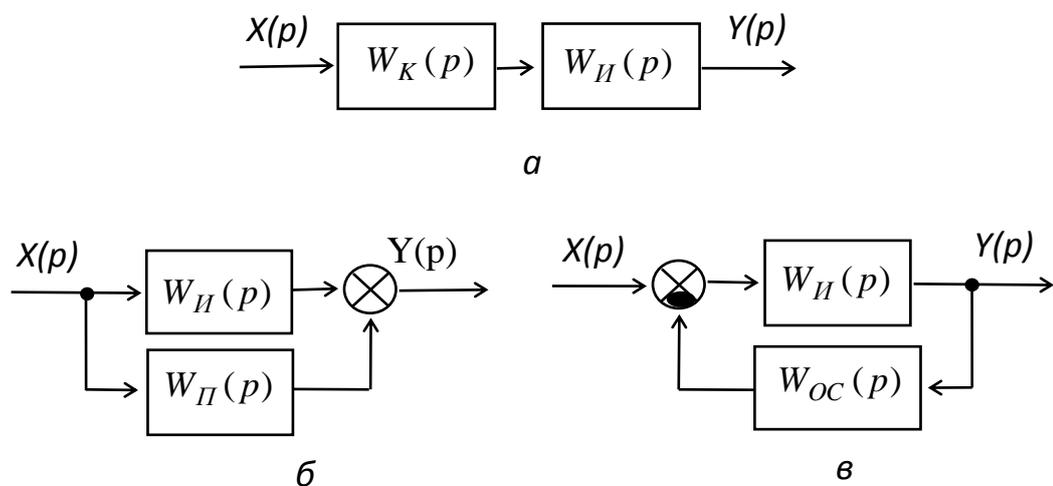


Рис. 14.1. Схемы включения корректирующих звеньев:
a — последовательная; *б* — параллельная;
в — с обратной связью.

Результующие желаемые передаточные функции $W_{ж}(p)$ соответственно для схем последовательного, параллельного включения корректирующих звеньев и включения с обратной связью находятся из соотношений:

$$W_{\mathcal{J}}(p) = W_K(p)W_H(p) ; \quad (14.1)$$

$$W_{\mathcal{J}}(p) = W_H(p) \pm W_{\Pi}(p) ; \quad (14.2)$$

$$W_{\mathcal{J}}(p) = \frac{W_H(p)}{1 \pm W_{OC}(p)W_H(p)} , \quad (14.3)$$

где $W_H(p)$, $W_K(p)$, $W_{\Pi}(p)$ — передаточные функции исходного звена, последовательного и параллельного корректирующих звеньев соответственно.

На основе соотношений (14.1) — (14.3) найдем передаточные функции корректирующих звеньев в следующем виде:

$$W_K(p) = \frac{W_{\mathcal{J}}(p)}{W_H(p)} ; \quad (14.4)$$

$$W_{\Pi}(p) = W_{\mathcal{J}}(p) \mp W_H(p) ; \quad (14.5)$$

$$W_{OC}(p) = \frac{W_H(p) \mp W_{\mathcal{J}}(p)}{W_{\mathcal{J}}(p) W_H(p)} . \quad (14.6)$$

В линейных системах все схемы включения корректирующих звеньев эквивалентны. Переход от одной схемы включения к другой может быть получен из выражений:

$$\begin{aligned} W_{\mathcal{J}}(p) &= W_K(p) W_H(p) = \\ &= W_H(p) \pm W_{\Pi}(p) = \frac{W_H(p)}{1 \pm W_{OC}(p) W_H(p)} ; \end{aligned} \quad (14.7)$$

$$W_K(p) = \frac{1}{1 \pm W_{OC}(p)W_H(p)} ; \quad (14.8)$$

$$W_{OC}(p) = \pm \left[\frac{1 - W_K(p)}{W_K(p) W_H(p)} \right] ; \quad (14.9)$$

$$W_K(p) = \frac{W_H(p) \pm W_{\Pi}(p)}{W_H(p)} ; \quad (14.10)$$

$$W_{\Pi}(p) = \pm W_H(p) W_K(p) - 1 ; \quad (14.11)$$

$$W_{OC}(p) = \frac{W_{\Pi}(p)}{W_H^2(p) \pm W_{\Pi}(p) W_H(p)} ; \quad (14.12)$$

$$W_{II}(p) = \frac{W_{II}^2(p) W_{OC}(p)}{1 \pm W_{II}(p) W_{OC}(p)}, \quad (14.13)$$

14.2. Последовательные корректирующие звенья

Наибольшее применение получили следующие последовательные корректирующие звенья:

- пропорционально-дифференцирующее;
- пропорционально-интегрирующее;
- пропорционально-интегриродифференцирующее.

14.2.1. Пропорционально-дифференцирующее звено

Идеальное пропорционально-дифференцирующее (ПД) звено имеет следующую передаточную функцию

$$W_{ПД}(p) = k_{II} \pm k_{Д} p = k_{II} (1 \pm p T_{ПД}), \quad (14.14)$$

где k_{II} и $k_{Д}$ — соответственно коэффициент, пропорциональный входной величине, и коэффициент, пропорциональный ее первой производной; $T_{ПД} = k_{Д}/k_{II}$ — постоянная времени пропорционально-дифференцирующего звена.

Последовательное включение пропорционально-дифференцирующего звена в САР приводит к тому, что передаточная функция разомкнутой системы $W_P(p) = B_P(p)/A_P(p)$ умножается на передаточную функцию этого звена $W_{ПД}(p)$ и желаемая передаточная функция равна

$$W_{Ж}(p) = W_P(p) W_{ПД}(p) = \frac{B_P(p)(k_{II} \pm k_{Д} p)}{A_P(p)}. \quad (14.15)$$

Из выражения (14.15) следует, что в передаточную функцию вводится нуль, причем положительное воздействие по производной, когда нуль

находится в левой полуплоскости (см. рис. 13.17,д), приводит к повышению устойчивости системы и качества переходного процесса.

АФХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ идеального пропорционально-дифференцирующего звена для положительного воздействия по производной с учетом (14.14) соответственно запишутся:

$$W_{\text{ПД}}(j\omega) = k_{\text{П}} + j\omega k_{\text{Д}} = k_{\text{П}}(1 + j\omega T_{\text{ПД}}) ; \quad (14.16)$$

$$L_{\text{ПД}}(\omega) = 20 \lg k_{\text{П}} + 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T_{\text{ПД}})^2} , \quad (14.17)$$

$$\varphi_{\text{ПД}}(\omega) = \arctg(\omega T_{\text{ПД}}) , \quad (14.18)$$

Инерционное (реальное) пропорционально-дифференцирующее (РПД) звено имеет следующую передаточную функцию

$$W_{\text{РПД}}(p) = \frac{k_{\text{П}} \pm k_{\text{Д}} p}{1 + p T_{\text{РПД}}} , \quad (14.19)$$

где $T_{\text{РПД}} \ll k_{\text{Д}} / k_{\text{П}}$.

АФХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ инерционного пропорционально-дифференцирующего звена для положительного воздействия по производной с учетом (14.19) соответственно запишутся:

$$W_{\text{РПД}}(j\omega) = \frac{k_{\text{П}} + j\omega k_{\text{Д}}}{1 + j\omega T_{\text{РПД}}} = k_{\text{П}} \frac{(1 + j\omega T_{\text{ПД}})}{1 + j\omega T_{\text{РПД}}} , \quad (14.20)$$

$$L_{\text{РПД}}(\omega) = 20 \lg k_{\text{П}} + 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T_{\text{ПД}})^2} - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T_{\text{РПД}})^2} , \quad (14.21)$$

$$\varphi_{\text{РПД}}(\omega) = \arctg(\omega T_{\text{ПД}}) - \arctg(\omega T_{\text{РПД}}) , \quad (14.22)$$

На рис. 14.2,а,б приведены АЛАЧХ и ЛФЧХ для идеального и инерционного пропорционально-дифференцирующих звеньев.

Пропорционально-дифференцирующие звенья реализуются на основе RC - звена и ОУ (рис. 14.3).

Найдем передаточную функцию пропорционально-дифференцирующего звена, реализованного на основе RC -звена

$$W(p) = \frac{R1}{R1 + \frac{R}{1 + pRC}} = \frac{R1(1 + pRC)}{R + R1 + pRCR1} = k \frac{(1 + pT_1)}{(1 + pT_2)} \quad (14.23)$$

где $k = \frac{R1}{R + R1}$, $T_1 = RC$, $T_2 = \frac{RCR1}{R + R1}$.

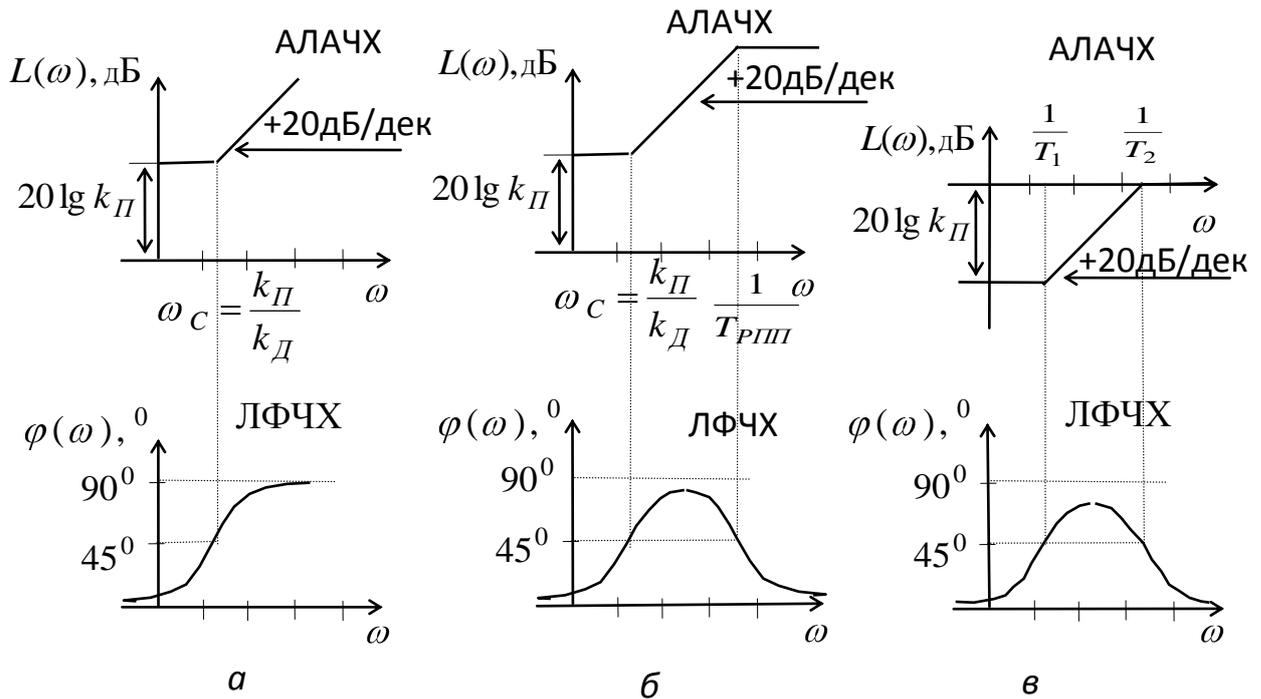


Рис. 14.2. Логарифмические частотные характеристики пропорционально-дифференцирующих звеньев: *а* — идеального; *б* — инерционного; *в* — на основе RC -звена.

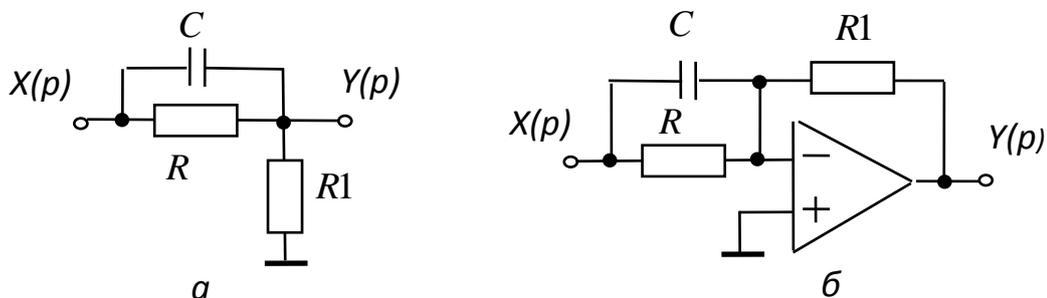


Рис. 14.3. Принципиальные схемы пропорционально-дифференцирующих звеньев: *а* — на основе RC -звена; *б* — на основе ОУ

В выражении (14.23) слагаемое в знаменателе pT_2 определяет неидеальность реализации пропорционально-дифференцирующего звена, реализованного на основе RC -звена

АФХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ пропорционально-дифференцирующего звена, реализованного на основе RC -звена, с учетом (14.23) запишутся:

$$W(j\omega) = k \frac{1 + j\omega T_1}{1 + j\omega T_2}, \quad (14.24)$$

$$L(\omega) = 20 \lg k + 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T_1)^2} - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T_2)^2}, \quad (14.25)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg(\omega T_1) - \arctg(\omega T_2), \quad (14.26)$$

АЛАЧХ пропорционально-дифференцирующего звена на основе RC -звена (рис. 14.2,в) показывает, что коэффициент усиления $k \leq 1$. Поэтому для реализации пропорционально-дифференцирующего звена используют ОУ (см. рис. 14.3,б).

Передаточная функция пропорционально-дифференцирующего звена, реализованного на основе ОУ, имеет вид

$$W(p) = - \frac{R}{R1} \frac{1 + pT}{1 + pRC}, \quad (14.27)$$

где $k = -R1/R$, $T = RC$.

АФХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ пропорционально-дифференцирующего звена, реализованного на основе операционного усилителя, с учетом (14.27) запишутся:

$$W(j\omega) = k(1 + j\omega T), \quad (14.28)$$

$$L(\omega) = 20 \lg k + 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T)^2}, \quad (14.29)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg(\omega T), \quad (14.30)$$

Пропорционально-дифференцирующее звено является фильтром верхних частот, так как его ЛАЧХ растет с увеличением частоты (см. рис 14.2). Поэтому введение такого звена в САР расширяет ее полосу, повышает быстродействие.

14.2.2. Пропорционально-интегрирующее звено

Идеальное пропорционально-интегрирующее (ПИ) звено имеет следующую передаточную функцию

$$\begin{aligned} W_{ПИ}(p) &= k_{II} \frac{1}{p} \pm k_{PI} = \frac{1}{p} (k_{II} \pm k_{PI} p) = \\ &= \frac{k_{II}}{p} \left(1 \pm \frac{k_{PI}}{k_{II}} p \right) = \frac{k_{II}}{p} (1 \pm p T_{ПИ}) \end{aligned} \quad (10.31)$$

Таким образом, пропорционально-интегрирующее звено эквивалентно последовательному соединению интегрирующего звена и пропорционально-дифференцирующего звена. Такое звено применяется вместо простого интегрирующего звена для повышения астатизма в тех случаях, когда введение интегрирующего звена требует дополнительной коррекции для сохранения устойчивости или необходимого качества переходного процесса.

Заметим, что знак при коэффициенте k_{PI} воздействия по интегралу всегда должен быть положительным, в то время как перед коэффициентом k_{PI} воздействия по производной он может быть любым. По частотным свойствам пропорционально-интегрирующее звено противоположно пропорционально-дифференцирующему и является фильтром нижних частот.

АФХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ идеального пропорционально-интегрирующего звена для положительного воздействия по производной с учетом (14.31) соответственно запишутся:

$$W_{ПИ}(j\omega) = \frac{k_{II}}{j\omega} \left(1 + j\omega \frac{k_{PI}}{k_{II}} \right) = \frac{k_{II}}{j\omega} (1 + j\omega T_{ПИ}) ; \quad (14.32)$$

$$L_{ПИ}(\omega) = 20 \lg k_{II} - 20 \lg \omega + 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T_{ПИ})^2} ; \quad (14.33)$$

$$\varphi_{ПИ}(\omega) = -90^0 + \text{arc tg}(\omega T_{ПИ}), \quad (14.34)$$

где $T_{ПИ} = k_{II}/k_{II}$ — постоянная времени пропорционально-интегрирующего звена.

На рис 14.4,*a* приведены АЛАЧХ и ЛФЧХ для идеального пропорционально-интегрирующего звена.

Пропорционально-интегрирующие звенья реализуются на основе RC-звена и на основе ОУ (рис. 14.5).

Передаточная функция пропорционально-интегрирующего звена, реализованного на основе RC-звена, имеет вид

$$W(p) = \frac{R + \frac{1}{pC}}{R + R1 + \frac{1}{pC}} = \frac{\frac{R}{R + R1} + \frac{1}{p(R + R1)C}}{1 + \frac{1}{p(R + R1)C}} =$$

$$= \frac{k_{II} + \frac{1}{p} k_{II}}{1 + \frac{1}{p} k_{II}} = \frac{1 + pT_1}{1 + pT_2}, \quad (14.35)$$

где $k_{II} = \frac{R}{R + R1}$, $k_{II} = \frac{1}{(R + R1)C}$, $T_1 = \frac{k_{II}}{k_{II}} = RC$ и $T_2 = \frac{1}{k_{II}} = (R + R1)C$.

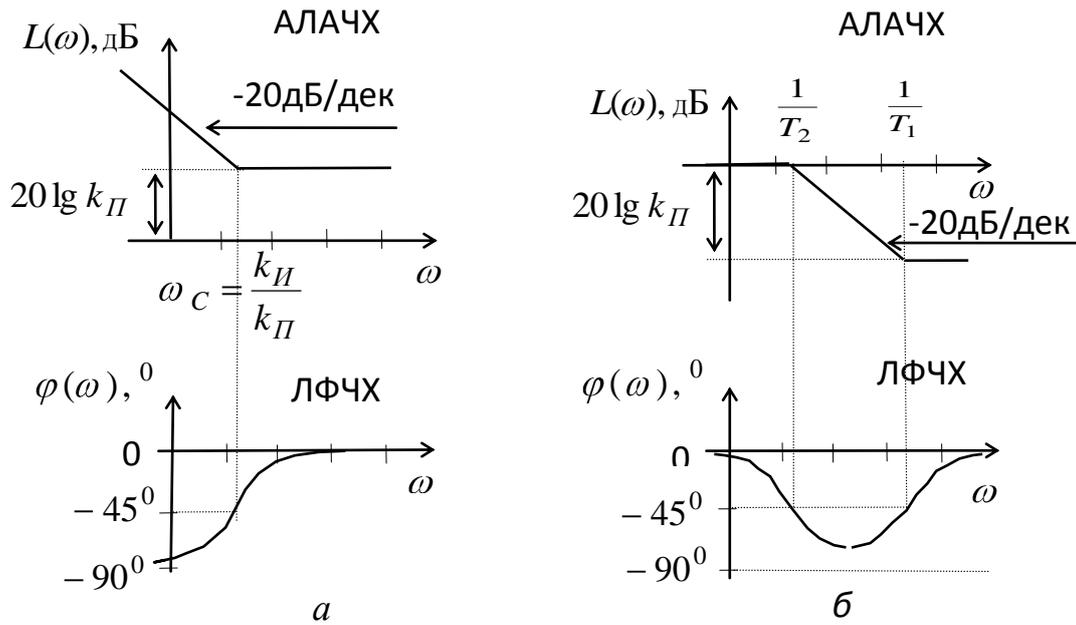


Рис. 14.4. Логарифмические частотные характеристики пропорционально - интегрирующих звеньев: а — идеального; б — на основе RC -звена

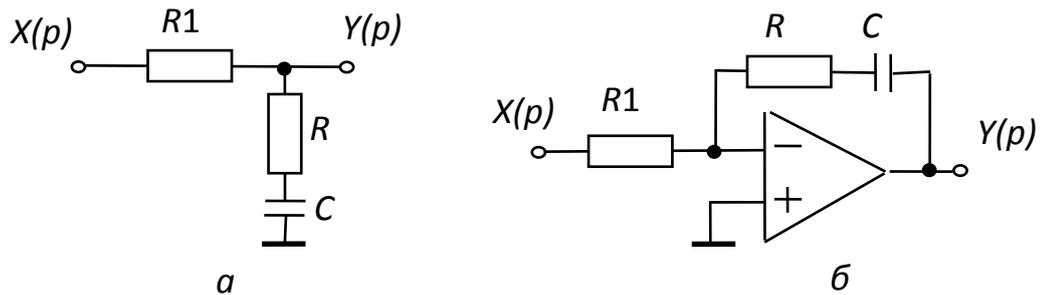


Рис. 14.5. Принципиальные схемы пропорционально-интегрирующих звеньев: а — на основе RC-звена; б — на основе ОУ

Из сравнения выражений (14.31) и (14.35) видно, что слагаемое, равное единице в выражении (14.35) приводит к неидеальности реализации пропорционально-интегрирующего звена на основе RC-звена.

АФХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ пропорционально-интегрирующего звена, реализованного на основе RC-звена, с учетом (14.35) запишутся:

$$W(j\omega) = \frac{1 + j\omega T_1}{1 + j\omega T_2}; \tag{14.36}$$

$$L(\omega) = 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T_1)^2} - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T_2)^2}; \tag{14.37}$$

$$\varphi(\omega) = \text{arc tg}(\omega T_1) - \text{arc tg}(\omega T_2) . \quad (14.38)$$

ЛАЧХ пропорционально-интегрирующего звена на основе RC -звена (рис. 14.4,б), показывает, что коэффициент усиления $k \leq 1$. Поэтому для реализации пропорционально-интегрирующего звена используют ОУ (см. рис. 14.5,б).

Передаточная функция пропорционально-интегрирующего звена, реализованного на основе операционного усилителя, имеет вид

$$W(p) = - \frac{R + \frac{1}{pC}}{R1} = - \frac{1}{pR1C} (1 + pRC) = \frac{k}{p} (1 + pT) , \quad (14.39)$$

где $k = -1/R1C$; $T = RC$.

АФХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ пропорционально-интегрирующего звена, реализованного на основе операционного усилителя, с учетом (14.39) запишутся

$$W(j\omega) = \frac{k}{\omega} (1 + j\omega T) , \quad (14.40)$$

$$L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \omega + 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T)^2} , \quad (14.41)$$

$$\varphi(\omega) = -90^\circ + \text{arc tg}(\omega T) . \quad (14.42)$$

Таким образом, по своим частотным свойствам пропорционально-интегрирующее звено для положительного воздействия по производной является фильтром нижних частот, так как его ЛАЧХ падает с увеличением частоты (см. рис. 14.4).

14.2.3. Пропорционально-интегрирующе-дифференцирующее звено

Идеальное пропорционально-интегрирующе-дифференцирующее (ПИД) звено имеет следующую передаточную функцию:

$$\begin{aligned}
 W_{ПИД}(p) &= k_{II} \frac{1}{p} \pm k_{II} \pm k_D p = \\
 &= \frac{k_{II}}{p} \left(1 \pm \frac{k_{II}}{k_{II}} p \pm \frac{k_D}{k_{II}} p^2 \right) .
 \end{aligned}
 \tag{14.43}$$

Из выражения (14.43) следует, что это звено эквивалентно последовательному соединению интегрирующего звена и пропорционально-дифференцирующего с воздействием по двум производным или, что то же самое, последовательному соединению пропорционально-интегрирующего звена и пропорционально-дифференцирующего звена с одной производной.

Таким образом, пропорционально-интегродифференцирующее звено повышает порядок астатизма, как и пропорционально-интегрирующее, но при этом одновременно дает более сильную коррекцию динамических свойств САР.

На рис. 14.6,*а* приведены АЛАЧХ и ЛФЧХ для идеального пропорционально-интегродифференцирующего звена.

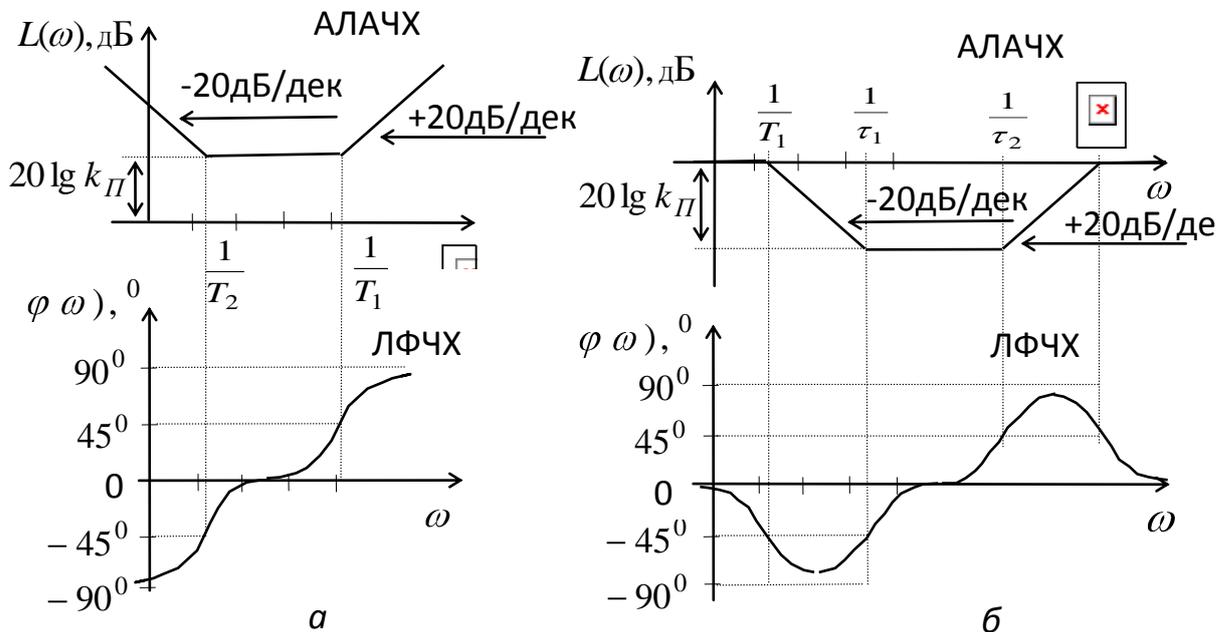


Рисунок 14.6 Логарифмические частотные характеристики пропорционально - интегродифференцирующего звена:
а — идеального; *б* — на основе *RC*-звеньев

Пропорционально-интегрирующе-дифференцирующие звенья реализуются на основе RC -звена и на основе операционного усилителя (рис. 14.7).

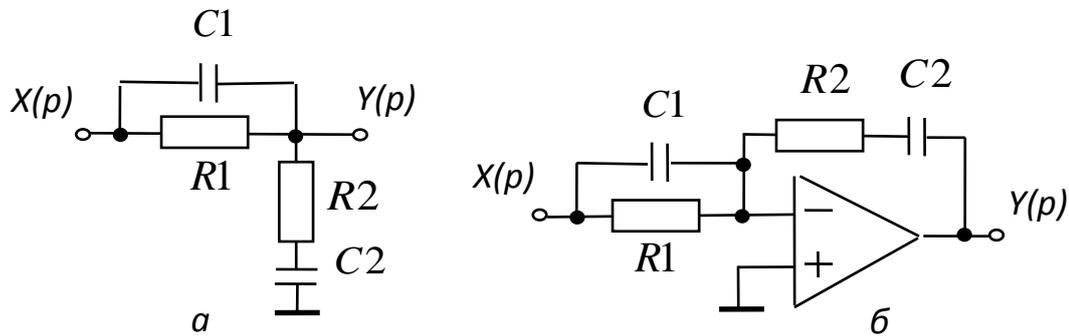


Рис. 14.7. Принципиальные схемы пропорционально-интегрирующе-дифференцирующих звеньев:
а — на основе RC -звена; *б* — на основе ОУ

Передаточная функция пропорционально-интегрирующе-дифференцирующего звена, реализованного на основе RC -звеньев, после преобразований запишется в следующем виде

$$W(p) = \frac{(1 + p\tau_1)(1 + p\tau_2)}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)}, \quad (14.44)$$

где $\tau_1 = R1 C1$, $\tau_2 = R2 C2$, $T_1 T_2 = \tau_1 \tau_2$, $T_1 + T_2 = \tau_1 + \tau_2 + R1 C2$.

АФХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ пропорционально-интегрирующе-дифференцирующего звена, реализованного на основе RC -звеньев с учетом (14.44) запишутся

$$W(j\omega) = \frac{(1 + j\omega\tau_1)(1 + j\omega\tau_2)}{(1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_2)}, \quad (14.45)$$

$$L(\omega) = -20 \lg \sqrt{1 + (\omega T_1)^2} + 20 \lg \sqrt{1 + (\omega \tau_1)^2} + \\ + 20 \lg \sqrt{1 + (\omega \tau_2)^2} - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T_2)^2}, \quad (14.46)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg(\omega T_1) + \arctg(\omega \tau_1) + \\ + \arctg(\omega \tau_2) - \arctg(\omega T_2). \quad (14.47)$$

ЛАЧХ пропорционально-интегрирующе-дифференцирующего звена на основе RC -звена (рис. 14.6,б) показывает, что коэффициент усиления $k \leq 1$. Поэтому

для реализации пропорционально-интегрирующего звена используют ОУ (см. рис. 14.7,б).

Передаточная функция пропорционально-интегрирующего звена, реализованного на основе ОУ, имеет вид

$$W(p) = \frac{k}{p}(1 + pT_1)(1 + pT_2), \quad (14.48)$$

где $k = -\frac{1}{R_1 C_2}$, $T_1 = R_1 C_1$, $T_2 = R_2 C_2$.

АФХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ пропорционально-интегрирующего звена, реализованного на основе операционного усилителя, с учетом (14.48) запишутся:

$$W(j\omega) = \frac{k}{\omega}(1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_2), \quad (14.49)$$

$$L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \omega + 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T_1)^2} + 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T_2)^2}, \quad (14.50)$$

$$\varphi(\omega) = -90^\circ + \arctg(\omega T_1) + \arctg(\omega T_2). \quad (14.51)$$

Таким образом, по своим частотным свойствам пропорционально-интегрирующее звено пропускает низкие и высокие частоты и подавляет средние частоты (см. рис. 14.6).

14.2.4. Структурные схемы реализации корректирующих звеньев

Из выражений (14.14), (14.31), (14.43) видно, что пропорционально-дифференцирующее, пропорционально-интегрирующее и пропорционально-интегрирующее звенья могут быть реализованы при параллельном включении соответствующих звеньев (рис. 14.8, рис. 14.9).

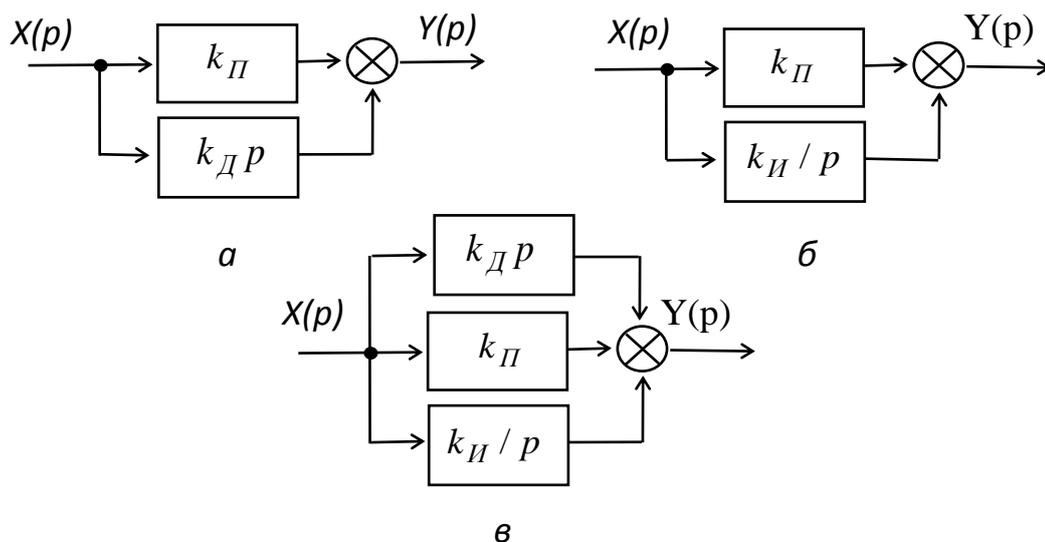


Рис. 14.8. Структурные схемы реализации пропорционально-дифференцирующего (а), пропорционально-интегрирующего (б), пропорционально-интегриродифференцирующего (в) звеньев

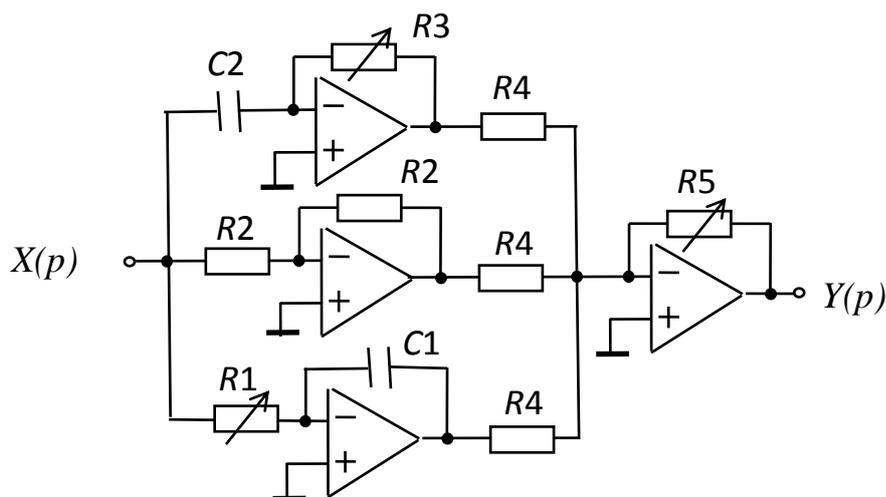


Рис. 14.9. Принципиальная схема ПИД звена с независимо регулируемыми параметрами на основе ОУ

14.2.5. Построение желаемых характеристик

Рассмотрим построение желаемых характеристик на основе последовательно включенных корректирующих звеньев: пропорционально-дифференцирующего, пропорционально-интегрирующего и пропорционально-интегриродифференцирующего (рис.14.10).

Из рис. 14.10,а выражения для передаточной функции исходного звена и желаемой характеристики запишутся

$$W_{И}(p) = \frac{k_{И}}{p^2}, \quad (14.52)$$

$$W_{Ж}(p) = \frac{k_{Ж}(1+pT)}{p^2}, \quad (14.53)$$

Тогда для передаточной функции корректирующего звена получим выражение

$$W_{К}(p) = \frac{k_{Ж}(1+pT)}{k_{И}}. \quad (14.54)$$

В качестве корректирующего звена получили пропорционально-дифференцирующее звено.

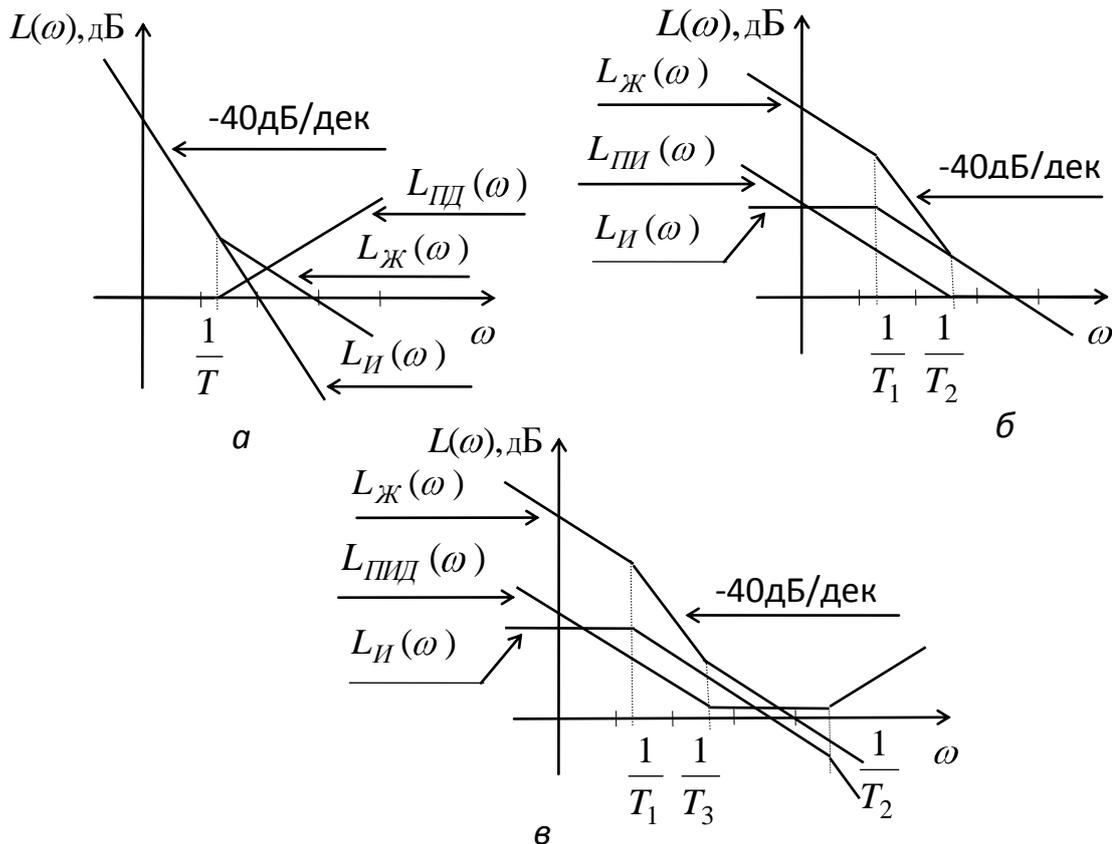


Рис. 14.10. Построение желаемых характеристик САР на основе последовательного включения корректирующих звеньев: а — ПД; б — ПИ; в — ПИД

Из рис. 14.10,б выражения для передаточной функции исходного звена и желаемой характеристики запишутся:

$$W_{И}(p) = \frac{k_{И}}{1 + pT_1}, \quad (14.55)$$

$$W_{Ж}(p) = \frac{k_{Ж}(1 + pT_2)}{p(1 + pT_1)}, \quad (14.56)$$

Тогда для передаточной функции корректирующего звена получим выражение

$$W_{К}(p) = \frac{k_{Ж}(1 + pT_2)}{k_{И} p}. \quad (14.57)$$

В качестве корректирующего звена получили пропорционально-интегрирующее звено.

Из рис. 14.10,в выражения для передаточной функции исходного звена и желаемой характеристики запишутся:

$$W_{И}(p) = \frac{k_{И}}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)}, \quad (14.58)$$

$$W_{Ж}(p) = \frac{k_{Ж}(1 + pT_3)}{p(1 + pT_1)}, \quad (14.59)$$

Тогда для передаточной функции корректирующего звена получим выражение

$$W_{К}(p) = \frac{k_{Ж}(1 + pT_3)(1 + pT_2)}{k_{И} p}. \quad (14.60)$$

В качестве корректирующего звена получили пропорционально-интегриродифференцирующее звено.

Таким образом, введение корректирующего звена позволяет получить желаемую характеристику.

Достоинством последовательной коррекции является простая реализация и простое регулирование параметров корректирующих звеньев путем изменения емкостей и сопротивлений, что дает возможность в широком

диапазоне менять параметры ЛАЧХ, а, следовательно, и динамические свойства САР.

Недостатком последовательной коррекции является требование высокой стабильности параметров и увеличение уровня широкополосных помех, что приводит к перегрузке оконечных каскадов системы.

14.3. Параллельные корректирующие звенья — обратные связи

14.3.1. Типы корректирующих обратных связей

Структурная схема корректирующей обратной связи приведена на рис. 14.11.

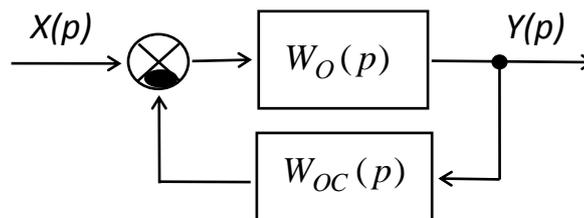


Рис. 14.11. Корректирующая обратная связь

При охвате звена с передаточной функцией $W_O(p)$ обратной связью через корректирующее звено с передаточной функцией $W_{OC}(p)$ получим следующую передаточную функцию:

$$W(p) = \frac{W_O(p)}{1 \pm W_{OC}(p)W_O(p)}, \quad (14.61)$$

где плюс в знаменателе соответствует отрицательной, а минус — положительной обратной связи.

Корректирующие обратные связи, помимо классификации на отрицательную обратную связь и положительную обратную связь, делятся на жесткие и гибкие обратные связи.

Жесткая обратная связь осуществляется статическим звеном $W_{oc}(0) \neq 0$, гибкая — дифференцирующим звеном $W_{oc}(0) = 0$.

14.3.2. Жесткая корректирующая обратная связь

Рассмотрим действие идеальной жесткой обратной связи с передаточной функцией $W_{oc}(p) = k_{oc}$ на передаточную функцию апериодического звена первого порядка $W_o(p) = \frac{k_o}{1 + pT_o}$. Согласно выражению (14.61) получим

$$\begin{aligned} W(p) &= \frac{\frac{k_o}{1 + pT_o}}{1 \pm k_{oc} \frac{k_o}{1 + pT_o}} = \\ &= \frac{k_o}{1 \pm k_{oc} k_o + pT_o} = \frac{\frac{k_o}{1 \pm k_{oc} k_o}}{1 + p \frac{T_o}{1 \pm k_{oc} k_o}} \end{aligned} \quad (14.62)$$

или

$$W(p) = \frac{k}{1 + pT}, \quad (14.63)$$

где $k = \frac{k_o}{1 \pm k_{oc} k_o}$, $T = \frac{T_o}{1 \pm k_{oc} k_o}$.

Таким образом, в результате охвата апериодического звена первого порядка жесткой обратной связью тип звена не изменяется, а его коэффициент передачи и постоянная времени изменяются в $(1 \pm k_{oc} k_o)$ раз, то есть уменьшаются в случае отрицательной обратной связи и увеличиваются при положительной обратной связи.

В качестве корректирующей обратной связи применяется в основном отрицательная обратная связь для уменьшения инерционности и улучшения

качества переходного процесса. На рис. 14.12 приведены соответственно ЛАЧХ и переходные характеристики апериодического звена при отсутствии ($L_O(\omega), h_O(t)$) и при наличии ($L(\omega), h(t)$) отрицательной обратной связи.

При охвате жесткой обратной связью интегрирующего звена с передаточной функцией $W_O(p) = \frac{k_O}{p}$ согласно выражению (14.61) получим

$$W(p) = \frac{\frac{k_O}{p}}{1 \pm k_{OC} \frac{k_O}{p}} = \frac{k_O}{p \pm k_{OC} k_O} = \frac{k}{pT \pm 1}, \quad (14.64)$$

где $k = \frac{1}{k_{OC}}$; $T = \frac{1}{k_{OC} k_O}$.

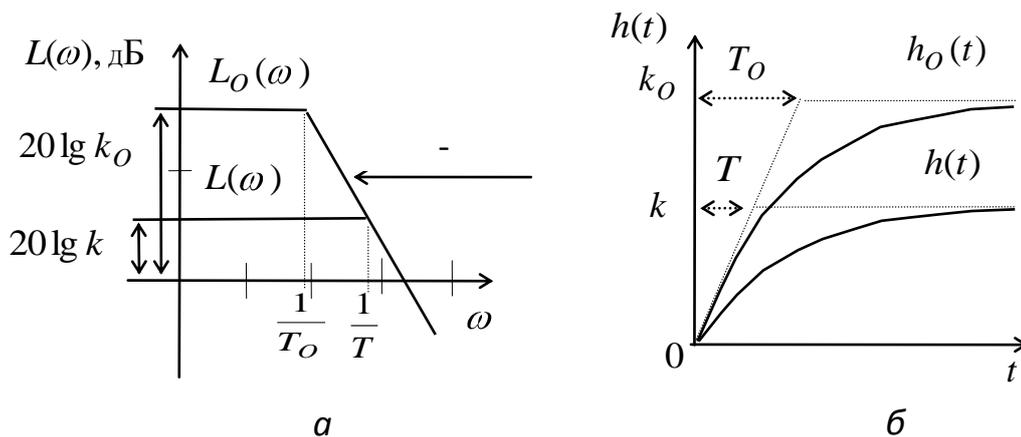


Рис. 14.12. Характеристики апериодического звена без отрицательной обратной связи и с отрицательной обратной связью:
a — АЛАЧХ; *б* — переходная

Таким образом, охват интегрирующего звена жесткой обратной связью превращает его в статическое звено. Согласно (14.64) при положительной обратной связи получается неустойчивая система, поэтому практический интерес в данном случае представляет только отрицательная обратная связь. Охват интегрирующего звена отрицательной обратной связью применяется для снижения порядка астатизма системы и соответственно для повышения ее

устойчивости и качества переходного процесса, если САР имеет излишний порядок астатизма.

При охвате жесткой отрицательной обратной связью апериодического звена второго порядка с передаточной функцией $W_O(p) = \frac{k_O}{1 + 2\zeta_O pT_O + p^2T_O^2}$

согласно выражению (14.61) получим

$$W(p) = \frac{\frac{k_O}{1 + 2\zeta_O pT_O + p^2T_O^2}}{1 + k_{OC} \frac{k_O}{1 + 2\zeta_O pT_O + p^2T_O^2}} = \frac{k}{1 + 2\zeta pT + p^2T^2}, \quad (14.65)$$

где $k = \frac{k_O}{1 + k_{OC} k_O}$; $T = \frac{T_O}{\sqrt{1 + k_{OC} k_O}}$; $\zeta = \frac{\zeta_O}{\sqrt{1 + k_{OC} k_O}}$.

Таким образом, в результате охвата апериодического звена второго порядка жесткой отрицательной обратной связью тип звена не изменяется, его коэффициент передачи уменьшается в $(1 + k_{OC} k_O)$ раз, а постоянная времени и коэффициент демпфирования уменьшаются в $\sqrt{1 + k_{OC} k_O}$ раз. При этом если коэффициент демпфирования остается больше 0.707, то качество переходного процесса повышается, а если $\zeta < 0.707$, то появляется колебательность переходного процесса.

14.3.3. Гибкая корректирующая обратная связь

Идеальная гибкая обратная связь представляет собой идеальное дифференцирующее звено. Если это звено дает первую производную $W_{OC}(p) = k_{OC} p$, то такая связь называется обратной связью по скорости. Для

основного звена с передаточной функцией $W_O(p) = \frac{k_O}{Q_O(p)}$ согласно

выражению (14.61) получим

$$W(p) = \frac{\frac{k_0}{Q_0(p)}}{1 \pm k_{OC} p \frac{k_0}{Q_0(p)}} = \frac{k_0}{Q_0(p) \pm k_{OC} k_0 p}. \quad (14.66)$$

Таким образом, гибкая обратная связь, не влияя на коэффициент передачи охватываемого звена, изменяет коэффициент при p в знаменателе его передаточной функции. Такая обратная связь применяется в УКВ-приемниках для перестройки в диапазоне частот, чтобы исключить влияние системы АПЧ.

В случае апериодического звена первого порядка, когда $W_0(p) = \frac{k_0}{1 + pT_0}$,

получим

$$W(p) = \frac{k_0}{1 + (T_0 \pm k_{OC} k_0) p}, \quad (14.67)$$

то есть постоянная времени основного звена изменяется на величину $\pm k_{OC} k_0$, пропорциональную коэффициенту обратной связи, причем отрицательная обратная связь увеличивает постоянную времени, а положительная — уменьшает. При этом в отличие от отрицательной жесткой обратной связи применение положительной гибкой обратной связи позволяет повышать быстродействие без снижения коэффициента передачи основного звена.

Для интегрирующего звена с передаточной функцией $W_0(p) = \frac{k_0}{p}$

согласно выражению (14.61) получим

$$W(p) = \frac{k_0}{(1 \pm k_{OC} k_0) p} = \frac{k}{p}, \quad (14.68)$$

то есть гибкая обратная связь изменяет коэффициент передачи, но не изменяет тип звена, как это было в случае жесткой обратной связи.

При гибкой обратной связи по ускорению, то есть по второй производной, когда $W_{OC}(p) = k_{OC} p^2$. для основного звена с передаточной функцией $W_O(p) = \frac{k_O}{Q_O(p)}$ согласно выражению (14.61) получим

$$W(p) = \frac{\frac{k_O}{Q_O(p)}}{1 \pm k_{OC} p^2 \frac{k_O}{Q_O(p)}} = \frac{k_O}{Q_O(p) \pm k_{OC} k_O p^2}, \quad (14.69)$$

то есть изменяется коэффициент передачи при p^2 в знаменателе передаточной функции. Такую обратную связь имеет смысл применять для основных звеньев второго и более высоких порядков. Инерционность гибкой обратной связи оказывает на динамику основного охватываемого звена такое же влияние, что и жесткая обратная связь, то есть при отрицательной обратной связи инерционность повышает быстродействие, а при положительной — снижает его.

Особенно широкое распространение получила инерционная гибкая ООС или изотропная обратная связь с передаточной функцией

$$W_{OC}(p) = \frac{k_{OC} p}{1 + p T_{OC}}. \quad (14.70)$$

При охвате изотропной ООС основного звена с коэффициентом передачи

$W_O(p) = \frac{k_O}{p}$ получим передаточную функцию следующего виде:

$$\begin{aligned} W(p) &= \frac{\frac{k_O}{p}}{1 + \frac{k_O}{p} \frac{k_{OC} p}{1 + p T_{OC}}} = \\ &= \frac{k_O}{p (1 + k_{OC} k_O + p T_{OC})} = \frac{k}{p (1 + p T)} \end{aligned}, \quad (14.71)$$

где $k = \frac{k_O}{1 + k_{OC} k_O}$; $T = \frac{T_{OC}}{1 + k_{OC} k_O}$.

В этом случае при сохранении интегрирующих свойств основного звена получается эффект введения производной, а постоянная времени T , характеризующая инерционность звена, может быть сделана малой за счет большого коэффициента передачи k_O .

При охвате обратной связью основного звена с большим коэффициентом передачи k_O получим передаточную функцию

$$W(p) = \frac{k_O}{1 + k_O W_{OC}(p)} \approx \frac{1}{W_{OC}(p)}. \quad (14.72)$$

Таким образом, на основе практически безынерционного усилителя можно получить звено с передаточной функцией, обратной передаточной функции звена обратной связи.

Несмотря на эквивалентность всех способов коррекции на передаточную функцию системы в соответствии с выражениями (14.8) - (14.13), обратные связи получили большее распространение благодаря следующим достоинствам:

обратную связь, как правило, легче реализовать из-за того, что на ее вход поступает более мощный сигнал, чем уровень мощности в той точке системы, куда подключен выход цепи обратной связи;

отрицательные обратные связи уменьшают отрицательное влияние нелинейностей и неустойчивости параметров системы, имеющих в охваченной основной части системы, что также объясняет их основное применение в технике САР.

Литература

1. Якушевич Г.Н. Радиоавтоматика / Г.Н. Якушевич; Федер. агентство по образованию, Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2005. – 229 с.

2. Востриков А.С. Теория автоматического регулирования: учеб. пособие для вузов/ А.С.Востриков, Г.А. Французова. – М.: Высш. шк., 2004. – 365 с.

3. Коновалов Б.И. Теория автоматического регулирования: учеб. пособие / Б.И. Коновалов, Ю.М. Лебедев. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2003. – 205 с.

4. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т.1. Линейные системы. - М.: Физматлит, 2003. – 288с.

5. Кориков А.М. Основы теории управления: учебное пособие / А.М. Кориков – Томск, - ТУСУР. – 2002. – 392 с.

6. Справочное пособие по теории систем автоматического регулирования и управления / под общей ред. Е.А. Санковского. Мн.: Вышэйш. школа, 1973. – 584 с.

7. Справочник по радиоэлектронным системам. Т.1. Захаров В.Н., Кривицкий Б.Х., Мамаев Н.С. и др.; Под ред. Б.Х. Кривицкого. – М.: Энергия, 1979. – 352с.

8. Справочник по радиоэлектронике в 3 т. / под общей ред. проф. д-ра. техн. наук А.А.Куликовского. – М.: Энергия, 1970.-816с.
9. Коновалов Г.Ф. Радиоавтоматика / Г.Ф. Коновалов – М.: Радио и связь, 1990. – 335 с.
10. Первачев В.С. Радиоавтоматика / В.С. Первачев. – М.: Радио и связь, 1982. – 296 с.
11. Юревич Е.И. Теория автоматического управления \ Е.И. Юревич – М.: Энергия, 1975.- 416 с.
12. Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления / Е.П. Попов. – М.: Наука, 1989. – 304 с.
13. Уваров Р. В. Радиоприемные устройства: Учебник для техникумов / Р.В. Уваров, В.И. Хиленко. – М.: Радио и связь, 1989. – 280 с.
14. Справочник по учебному проектированию приемно-усилительных устройств / М. К. Белкин, В. [и др.]. – 2-е изд. – Выща шк.: Головное изд-во, 1988. – 472 с.
15. Проектирование радиоприемных устройств: учеб. пособие для вузов / под ред. А.П. Сиверса. – М : Сов. Радио, 1976. – 488 с.
16. Шахгильдян В.В. Системы фазовой автоподстройки частоты / В.В. Шахгильдян, А.А. Ляховкин. – М.: Связь, 1972. – 450 с.
17. Кривицкий Б.Х. Системы автоматической регулировки усиления / Б.Х. Кривицкий, Е.Н. Салтыков. – М.: Радио и связь, 1982. – 192 с.