

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

Кафедра электронных приборов

М.В. Бородин
А.И. Башкиров

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ГРАДИЕНТНЫХ ОПТИЧЕСКИХ
ВОЛНОВОДОВ**

Методические указания к лабораторной работе для студентов направлений 12.04.03
«Фотоника и оптоинформатика» и 11.04.04 «Электроника и наноэлектроника»

Томск
2021

УДК 535.31
ББК 22.343.2
Б83

Рецензент

Мандель А.Е., профессор каф. СВЧиКР, доктор физ.-мат. наук.

Бородин М.В., Башкиров А.И.

Б83 Моделирование параметров градиентных оптических волноводов: методические указания к лабораторной работе для студентов направлений 12.04.03 «Фотоника и оптоинформатика» и 11.04.04 «Электроника и наноэлектроника» / М. В. Бородин, А. И. Башкиров. - Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2021. 7 с.

Настоящее методическое пособие для студентов направлений 12.04.03 «Фотоника и оптоинформатика» и 11.04.04 «Электроника и наноэлектроника» посвящено изучению свойств градиентных планарных оптических волноводов.

Учебно-методическое пособие содержит описание методики моделирования в приближении ВКБ (Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна) параметров градиентных волноводов с разными типами профиля распределения показателя преломления по глубине.

Одобрено на заседании кафедры ЭП, протокол № 88 от 1 марта 2021 г.

УДК 535.31
ББК 22.343.2

© Бородин М.В., Башкиров А.И., 2021
© Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ.....	4
2 ЗАДАНИЕ.....	5
3 РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ.....	6
4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.....	7
5 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЁТА.....	7

ВВЕДЕНИЕ

Целью настоящей работы является знакомство с методикой моделирования свойств градиентных планарных волноводов с использованием приближения Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна.

В рамках лабораторной работы студентам предлагается решить две задачи: расчет спектра эффективных показателей преломления для волновода с известным профилем распределения показателя преломления и обратная задача по восстановлению параметров профиля для волновода с известными эффективными показателями преломления.

1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

В градиентных волноводах показатель преломления изменяется плавно в пределах волноводного слоя вдоль оси x (глубины), т. е. $n_0 = n_0(x)$. Плавный профиль показателя преломления может быть получен внесением примеси в приповерхностный слой диффузией или другими методами. Свет распространяется в таком слое путём полного внутреннего отражения от границы волноводного слоя с покровным и путём преломления в оптически неоднородном волноводном слое (см. рис. 1.1).

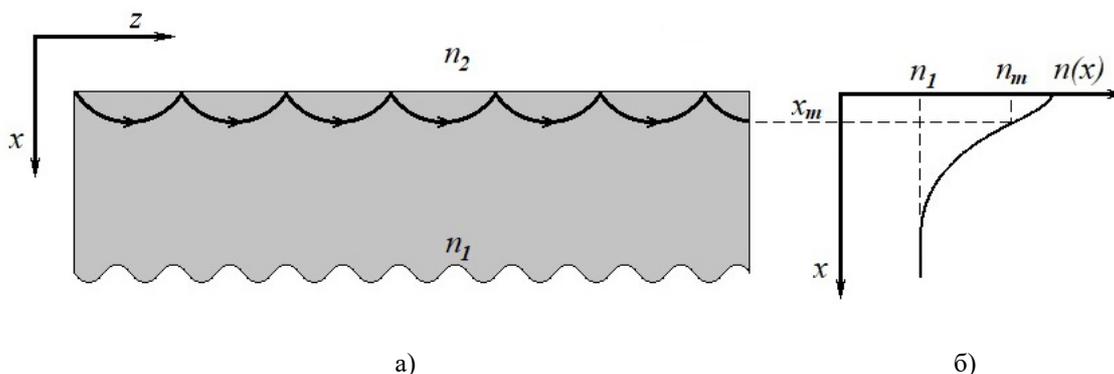


Рисунок 1.1 — Градиентный волновод:

а) распространение световой волны в приближении геометрической оптики; б) профиль показателя преломления

Найдём дисперсионное уравнение для волновода с плавным распределением показателя преломления:

$$n(x) = n_1 + \Delta n \cdot f(x), \quad (1.1)$$

где n_1 — показатель преломления подложки;

Δn — приращение показателя преломления волновода на границе с покровной средой;

$f(x)$ — монотонно убывающая непрерывная функция такая, что:

$$f(x) = 1, \text{ при } x = 0,$$

$$f(x) = 0, \text{ при } x = -\infty.$$

Волновой вектор в произвольной точке траектории луча может быть разложен на две составляющие:

$$\begin{aligned} k_z &= \beta, \\ k_x &= \sqrt{k_0^2 n^2(x) - \beta^2} = k_0 \sqrt{n^2(x) - n_m^2}, \end{aligned} \quad (1.2)$$

где $k_0 = 2\pi/\lambda$ — волновое число в вакууме,

n_m — эффективный показатель преломления для моды с номером m .

При выводе (1.2) использовалось приближение геометрической оптики, считалось, что результирующий волновой вектор по модулю равен $k_0 n(x)$. В этом

приближении набег фазы волны при прохождении от границы раздела сред до так называемой точки поворота x_m равен:

$$\Delta\varphi = -k_0 \int_0^{x_m} \sqrt{n^2(x) - n_m^2} dx, \quad (1.3)$$

В литературе это приближение известно как «приближение ВКБ» (Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна). Условия применимости этого приближения известны:

$$[k_0(n^2(x) - n_m^2)]^{-1} \frac{\partial}{\partial x} \sqrt{n^2(x) - n_m^2} \ll 1, \quad (1.4)$$

$$\frac{1}{2k_0} \int_0^{x_m} [n^2(x) - n_m^2]^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial^2}{\partial x^2} [n^2(x) - n_m^2]^{\frac{1}{4}} dx \ll 1. \quad (1.5)$$

Эти выражения фактически ограничивают величину первой и второй производной от k_x . При этом в точке поворота выполняются условия

$$\begin{aligned} k_x &= 0, \\ n(x_m) &= n_m, \end{aligned} \quad (1.6)$$

а неравенства (1.4) и (1.5) не выполняются. Более строгое рассмотрение показывает, что в точке поворота волна приобретает дополнительный фазовый сдвиг $\varphi_1 \approx \pi/2$.

Сдвиг фазы волны при отражении от границы $x = 0$ с покровной средой (показатель преломления n_2) можно найти по формуле

$$\varphi_2 = 2 \arctan \left(\frac{n_0^\chi}{n_2} \cdot \sqrt{\frac{n_m^2 - n_2^2}{n_0^2 - n_m^2}} \right), \quad (1.7)$$

где параметр χ равен нулю для ТЕ-волн и двум для ТМ-волн, а n_0 – показатель преломления волноводного слоя на границе с покровной средой, т. е. $n_0 = n(x=0) = n_l + \Delta n$. Поскольку $\Delta n \ll n_l$, для приближенных расчётов можно считать $\varphi_2 \approx \pi$.

С учётом вышеизложенного дисперсионное уравнение в ВКБ-приближении запишется:

$$2|\Delta\varphi| = 2\pi m + \varphi_1 + \varphi_2,$$

или, с учётом (1.3) и принятых приближений

$$k_0 \int_0^{x_m} \sqrt{n^2(x) - n_m^2} dx = \pi \left(m + \frac{3}{4} \right). \quad (1.8)$$

Уравнение (1.8) можно дополнительно преобразовать, учитывая (1.1), (1.6) и условие $\Delta n \ll n_l$:

$$\begin{aligned} \sqrt{n^2(x) - n_m^2} &\approx \sqrt{n_1^2 + 2n_1 \Delta n f(x) - n_1^2 - 2n_1 \Delta n f(x_m)} = \sqrt{2n_1 \Delta n} \cdot \sqrt{f(x) - f(x_m)}, \\ k_0 \sqrt{2n_1 \Delta n} \int_0^{x_m} \sqrt{f(x) - f(x_m)} dx &= \pi \left(m + \frac{3}{4} \right). \end{aligned} \quad (1.9)$$

Если известны n_l , Δn и $f(x)$, то из (1.9) численным расчётом можно получить точку поворота x_m (глубина распространения волноводной моды), а значит и n_m – эффективный показатель преломления для моды с номером m .

Как нетрудно убедиться, с увеличением номера моды m величина x_m увеличивается.

2 ЗАДАНИЕ

1. Рассчитать спектр эффективных показателей преломления ТЕ мод для волновода с параметрами:

$n_l = 2.002$, $\Delta n = 0.025$, $x_0 = 2$ мкм. Длину волны светового излучения в вакууме принять равной 633 нм. Вид распределения $\Delta n(x)$ уточнить у преподавателя.

Возможные варианты:

а) $\Delta n(x) = \Delta n \cdot \cosh^{-2}(x/x_0)$

б) $\Delta n(x) = \Delta n \cdot \exp(-x/x_0)$

$$в) \Delta n(x) = \Delta n \cdot \exp(-(x/x_0)^2)$$

2. Пользуясь программой, составленной в пункте 1, подобрать параметры волновода, максимально удовлетворяющие указанному набору значений эффективных показателей преломления.

Вид распределения показателя преломления волновода: $n(x) = n_1 + \Delta n \cdot \cosh^2(x/x_0)$.
Длина волны светового излучения в вакууме 633 нм.

Таблица 2.1 Варианты спектров эффективных показателей преломления:

Номер моды	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
0	2.02277	1.94301	2.21589
1	2.01002	1.92287	2.20837
2	2.00275	1.91352	2.20129

3 РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ

Для расчетов можно пользоваться математическим пакетом Mathcad или аналогичным по функциональности.

Перед началом работы изучить теоретический материал.

Моделирование параметров градиентных волноводов в рамках данной работы базируется на численном (как правило) решении дисперсионного уравнения (1.8). В зависимости от наличия у студентов соответствующего программного обеспечения, это может потребовать создания отдельной программы для решения трансцендентных уравнений подобного рода или использования готового программного продукта. Соответственно, алгоритмы численного решения уравнений должны быть изучены в рамках предшествующих дисциплин.

Применительно к математическому пакету Mathcad, для расчета дисперсионного уравнения в ВКБ приближении удобно использовать встроенную функцию root. Дисперсионное уравнение потребуется адаптировать, приведя его к виду $G(x_m) = 0$ и создав в Mathcad соответствующую функцию, например такого вида:

$$G(a) = \int_0^a \sqrt{f(x) - f(a)} dx - \frac{\pi(m+3/4)}{k_0 \sqrt{2n_1 \Delta n}}, \quad (3.1)$$

где m — номер моды, на которую потом будет ссылаться функция root,

$f(x)$ — функция, описывающая вид распределения показателя преломления в волноводном слое.

При этом распределение показателя целиком выглядит как в (1.1).

Зная вид распределения $n(x)$, и подставив его в выражение (3.1), можно задать необходимые параметры в функции root и вычислить точку поворота, обозначенную выше как a . Далее, воспользовавшись свойством (1.6), находятся значения эффективных показателей преломления для мод с номерами m .

Решение обратной задачи, по нахождению параметров волновода по известным значениям эффективных показателей преломления, несложно проводится путём параметрической оптимизации, то есть подгонки расчётного набора (спектра) эффективных показателей преломления к уже известным значениям, например полученным измерениями на реальном образце.

Для этого полезно ввести числовой критерий одного из видов:

$$\psi = \sqrt{\sum_{m=0}^M (n_m - N_m)^2}, \quad (3.2)$$

$$\psi = \max_{m=0..M} |n_m - N_m|, \quad (3.3)$$

где M — максимальный используемый номер моды, n_m - расчетные значения эффективных показателей преломления, N_m - заданные (экспериментальные) значения эффективных показателей преломления.

Меня исходные параметры волновода, такие как n_1 , Δn , x_0 (входит в состав $f(x)$, см. задание), добиваются наименьшего значения числового критерия (3.2) или (3.3), которое коррелирует с погрешностью подгонки. Следует учесть, что погрешность даже в 10^{-3} в расчетах и измерениях n_m , применительно к планарным волноводам, считается достаточно заметной.

4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как меняется глубина распространения волноводной моды (точка поворота) с увеличением номера моды?
2. Как изменится количество мод градиентного волновода при увеличении толщины волноводного слоя (параметр x_0 в приведённых здесь видах распределения $n(x)$)?
3. При каких условиях возможно существование излучательной моды подложки в градиентном волноводе?

5 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЁТА

Отчёт должен содержать:

- титульный лист;
- цель работы;
- описание проделанных этапов выполнения работы;
- листинг программы;
- результаты расчетов в табличном и графическом виде;
- ответы на контрольные вопросы;
- выводы по проделанной работе.