

Томский государственный университет систем управления
и радиоэлектроники

Дискретная математика

*Методические указания к самостоятельной работе
для студентов экономических направлений*

Составитель: С.И. КОЛЕСНИКОВА

Томск 2012

А Н Н О Т А Ц И Я

Цели настоящих методических указаний: 1) освоение основных понятий и определений дискретной математики; 2) приобретение практических навыков в построении модели для текстовых задач и их анализ. В четырех частях указаний приведены примеры задач и методов их решения (анализа возможного решения) на следующие темы:

1. Множества и их спецификации. Реляционная алгебра.
2. Алгебра логики, логические функции.
3. Основы комбинаторики.
4. Основные понятия теории графов.

Теоретический материал приведен *только тот и в том объеме*, который необходим для решения предлагаемых задач. Задачи контрольных заданий являются весьма простыми, они предназначены для усвоения основных начальных понятий и основ теории массового обслуживания. Предполагается, что студенты знают математику в объеме, требуемом в техническом ВУЗе.

Методические указания предназначены для студентов экономического факультета.

**СОДЕРЖАНИЕ МЕТОДИЧЕСКИХ УКАЗАНИЙ
К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ**
по дисциплине «Дискретная математика»
(108 часов (из них на подготовку к экзамену 36 часов))

УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 1 (18 час)	4
1.1. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) №1 по теме: «Множества и отношения. Реляционная алгебра» (10 час).....	4
1.2. Подготовка к интерактивному занятию №1 №1.1-1.2 (№И1) по теме: «Множества и отношения. Реляционная алгебра» (4 часа).....	4
1.3. Ознакомиться с типовыми тестами к разделу 1 (пример) (4 час).....	6
УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 2 (16 час)	7
2.1. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) №2 по теме: «Алгебра логики. Применение логических схем для решения практических задач» (8 час).....	7
2.2. Подготовка к интерактивным занятиям №2.1-2.2 (№И2) по теме: «Алгебра логики. Применение логических схем для решения практических задач» (4 часа).....	7
2.3. Ознакомиться с типовыми тестами к разделу 2 (4 час).....	8
УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 3 (16 час)	11
3.1. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) №3 по теме: «Комбинаторика. Поиск закономерности при решении практической задачи» (8 час).....	11
3.2. Подготовка к интерактивному занятию №3 «Комбинаторика. Поиск закономерности при решении практической задачи» (4ч).....	11
3.3. Ознакомиться с типовыми тестами к разделу 3 (4 час).....	12
УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 4 (22 час)	13
4.1. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) №4 по теме: «Графы. Динамическое программирование» (10 час).....	13
4.2. Подготовка к интерактивным занятиям №4.1-4.3 (№И4) по теме: «Графы. Динамическое программирование» (6 ч)	14
4.3. Ознакомиться с типовыми тестами к разделу 4 (6 час).....	15

Обозначения: ИДЗ - индивидуальные домашние задания
СРС - самостоятельная работа студентов
ИнЗ - интерактивное занятие

З-Эл – знания элементарные (определения, понятия, умение приводить иллюстрирующие примеры);

З-Пр – знания продуктивные (умение применить знания элементарные для решения учебных задач);

У-Эл – «умения» элементарные (уметь пользоваться готовыми частными алгоритмами для решения типовых задач), умение решать задачи по шаблону (копировать);

У-Пр – «умения» продуктивные (применять положения и известные частные алгоритмы дисциплины для решения практических задач);

В-Эл – элементарное владение методами дисциплины и уверенное осуществление (построение) основных операций для решения типовых задач;

В-Пр – продуктивно распознавать проблемы, алгоритмизировать их анализ и применять методы дисциплины для решения практических задач;

№ п / п	№ раздел / дисциплины из табл. 5.1	Вид самостоятельной работы	Трудо - емкость (час.)	Компетенц ии ОК, ПК	Контроль выполнения работы (Опрос, тест, Индивидуальные домашние задания (ИДЗ), и т.д)
1	1	Подготовка к проверочной	14	ОК-1, ПК-	ИДЗ. Тест.

.		индивидуальной работе и ее выполнение		32	
2	1	Подготовка к тестированию №1	4	ОК-1, ПК-32	
	2	Подготовка к проверочной индивидуальной работе и ее выполнение	12	ОК-1, ПК-32	ИДЗ. Тест.
3	2	Подготовка к тестированию №2	4	ОК-1, ПК-32	
4	3	Подготовка к проверочной индивидуальной работе и ее выполнение	12	ОК-1, ПК-32	ИДЗ. Тест.
5	3	Подготовка к тестированию №3	4	ОК-1, ПК-32	
6	4	Подготовка к проверочной индивидуальной работе и ее выполнение	16	ОК-1, ПК-32	ИДЗ. Тест.
7	4	Подготовка к тестированию №4	6	ОК-1, ПК-32	
8	1-4	Подготовка к экзамену	36	ОК-1, ПК-32	Экзамен

УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 1 (18 час)

1.1. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) №1 по теме: «Множества и отношения. Реляционная алгебра» (10 час)

Цель занятия: Проведение исследований на базе поискового метода по одной из заданных тем.
Форма текущего контроля освоения компетенций ОК-1, ПК-32, уровни 3-Пр, У-Пр, В-Пр: *отчет* по выбранной теме и подготовка презентации-защиты:

Рекомендуемые темы:

- Основания теории множеств и экономические задачи.
- Аксиоматика Колмогорова и вероятностные задачи.
- Алгоритмические языки и использование множеств.
- Реляционная алгебра и базы данных.
- Основные понятия алгебры множеств.
- Упорядочение хаоса: фракталы.
- Кибернетические методы в менеджменте.
- Математические основания геоморфологии.
- Теория множеств с парадоксами.

1.2. Подготовка к интерактивному занятию №1 №1.1-1.2 (№И1) по теме: «Множества и отношения. Реляционная алгебра» (4 часа)

Цель занятия: активное воспроизведение ранее полученных знаний по разделу «Множества. Бинарные отношения» в «незнакомых» условиях (применение основных понятий темы раздела 1 для решения задачи: построение модели реляционной базы данных).

Замечание. Параллельная дисциплина ООП, логически связанная с дисциплиной «Дискретная математика»: базы данных; управление данными.

Дополнительная литература для подготовки к занятию:

- 1) Шевелев Ю.П. Дискретная математика: учебное пособие для вузов - СПб. : Лань, 2008. – 591с.
- 2) Смыслова З.А. Дискретная математика: Учебное пособие. - Томск: ТМЦДО, 2000.
- 3) Зюзьков В.М. Дискретная математика. - Томск: ТМЦДО, 1999.
- 4) Жигалова Е.Ф. Дискретная математика. - Томск: ТМЦДО, 2000.
- 5) Липский В. Комбинаторика для программистов. - М.: Наука, 1989.
- 6) <http://www.intuit.ru/departement/ds/discretemath/> *поддержка курса* Дискретная математика
Автор: О.П. Кузнецов
- 7) <http://mat.net.ua/mat/Ivanov-Diskretnaya-algoritmi.htm>

8) <http://vuz.exponenta.ru/WIN/dm.pdf>

Форма текущего контроля освоения компетенций ОК-1, ПК-32, уровни 3-Пр, У-Пр, В-Пр: *отчет* по решению реальной практической задачи:

Задача И1.1. (Начальный уровень) Преподаватели кафедры Прикладной математики преподают на трех факультетах: механическом, технологическом, экономическом. На технологическом факультете работает 22 преподавателя, на механическом – 23 преподавателя, на механическом и экономическом – 36 преподавателей. Только на технологическом факультете работают 10 преподавателей. 2 – на трех факультетах. 5 преподавателей работают только на механическом и экономическом факультетах. Число преподавателей, работающих только на механическом и технологическом факультетах, равно числу преподавателей, работающих на экономическом и технологическом факультетах. Сколько преподавателей работает на кафедре? Сколько преподавателей работает только на одном факультете?

Задача И1.2. (Начальный уровень) В отчете об опросе 10000 покупателей было указано, что 5010 покупателям нравится шоколад, 3470 любят конфеты, и 4820 покупателей обожают леденцы. При этом в отчете также указано, что все три продукта любят 500 покупателей, шоколад и конфеты (и возможно также леденцы) – 1000 покупателей, шоколад и леденцы (и возможно также конфеты) – 840 покупателей, конфеты и леденцы (и возможно также шоколад) – 1410 покупателей. В действительности оказалось, что последнее число 1410 ошибочно. Обозначим его истинное значение через X . Найдите X , предположив, что каждому покупателю нравится хоть один из указанных продуктов.

Предположение оказалось неверным: было обнаружено, что некоторым покупателям не нравится ни один из перечисленных продуктов. Теперь однозначно найти X уже невозможно. Можно ли найти максимально возможное значение X ? Минимально возможное значение X ?

Задача И1.3. (Высокий уровень). Проектирование и анализ непротиворечивости реляционной базы данных с математическим обоснованием.

Подготовка занятия №1. Выбор ведущего студента, ответственного за выбор и подачу необходимой информации и обсуждение с ним алгоритма занятия.

Ознакомиться с формами текущего контроля

Таблица 1

№ п / п	Наименование разделов	Формы контроля				
		Знаний	Умений	Навыков	Оценка личностных качеств	Компетенции/ ожидаемый уровень освоения
1	Множества и их спецификации. Реляционная алгебра	Сдача индивидуальных заданий. Тестирование		Отчет по решению реальных практических задач на <i>интерактивном</i> занятии	Соблюдение установленных сроков для отчета и теста	ОК-1/ 3-Эл, У-Эл, В-Эл ПК-32/ 3-Пр, У-Пр, В-Пр

Ознакомиться со следующим материалом (по указанным источникам):

- 1) основные операции над отношениями, которые могут представлять интерес с точки зрения извлечения данных из реляционных таблиц: *объединение, пересечение, разность, расширенное декартово произведение* отношений;
- 2) специальные операции над отношениями: *выборка, проекция и соединение*;

- 3) иллюстрация *теоретико-множественных операций* над отношениями на основе введения абстрактных отношений (таблиц) с некоторыми атрибутами (полями), которую затем необходимо спроектировать участникам интерактивного занятия.

Подготовить отчет команды, сформированной на ИнЗ 1, по обсуждаемым задачам, содержащий положения:

- 1) Постановка решаемых задач.
- 2) Изложение обзора вариантов их решения.
- 3) Защита выбранного варианта и решение задач.
- 4) Подготовка презентации-защиты работы команды.

1.3. Ознакомиться с типовыми тестами к разделу 1 (пример) (4 час)

№	Вопросы	Ответы
1.	Выражение $((A \setminus C) \setminus (B \setminus C)) \cap B$ равно 1) C 2) \emptyset 3) U 4) B	
2.	Выражение $\overline{(A \setminus B)} \cap \overline{(A \cup B)}$ равно 1) U 2) \emptyset 3) $A \setminus B$ 4) B	
3.	Бинарное отношение $R = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{N}, a/b \in \mathbb{N}\}$ обладает свойствами: 1) - рефлексивно - симметрично - транзитивно: 2) - рефлексивно - антисимметрично - транзитивно: 3) - симметрично - не транзитивно: 4) – не рефлексивно - симметрично - транзитивно:	
4.	Бинарное отношение $R = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Z}, a=b\}$ обладает свойствами: 1) - рефлексивно - симметрично - транзитивно: 2) - рефлексивно - антисимметрично - транзитивно: 3) - симметрично - не транзитивно: 4) – не рефлексивно - симметрично - транзитивно:	
5.	Сколькими способами из букв а, б, в, г, д можно составить слово из 3-х букв, если буквы могут повторяться? 1) Это число размещений с повторениями из 5 по 3, и оно равно 125.	

	2) Это число сочетаний из 5 по 3, и оно равно 10. 3) Это число перестановок и оно равно $3!=6$.	
6.	В НИИ работает 67 человек; 27 из них знают английский, 15 – немецкий, 10 - французский, 5 - английский и французский, 7 - английский и немецкий, 3 - французский и немецкий, 8 - все три языка. Необходимо определить, сколько человек не знают ни одного языка. 1) 22 2) Таких нет. 3) 10	

УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 2 (16 час)

2.1. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) №2 по теме: «Алгебра логики. Применение логических схем для решения практических задач» (8 час)

Цель занятия: активное воспроизведение ранее полученных знаний по разделу «Алгебра логики, логические функции» в «незнакомых» условиях (применение основных понятий темы раздела 2 для решения задачи: построение модели реляционной базы данных).

Замечание. Параллельная дисциплина ООП, логически связанная с дисциплиной «Дискретная математика»: базы данных; управление данными.

Форма текущего контроля освоения компетенций ОК-1, ПК-32, уровни 3-Пр, У-Пр, В-Пр: *отчет* по выбранной теме и подготовка презентации-защиты:

Рекомендуемые темы:

- Основания алгебры логики и экономические задачи.
- Логические методы и задачи распознавания образов.
- Алгоритмические языки и использование логики.
- Логика и базы данных.
- Формальная логика - наука о законах и формах правильного мышления..
- Логика научного исследования.
- Логические методы в менеджменте.
- Математические основания геоморфологии.
- Алгебра логики с парадоксами.
- Логические методы в исследовании систем управления.
- Нестандартный математический анализ. Основные понятия нестандартного анализа. Соотношения с классическим анализом. Примеры.

2.2. Подготовка к интерактивным занятиям №2.1-2.2 (№И2) по теме: «Алгебра логики. Применение логических схем для решения практических задач» (4 часа)

Цель занятия: активное воспроизведение ранее полученных знаний по разделу «Алгебра логики, логические функции» в «незнакомых» условиях: применение основных понятий темы раздела 2 для решения задачи: *построение логической схемы в экономической задаче.*

Дополнительная литература для подготовки к занятию:

- 1) Шевелев Ю.П. Дискретная математика: учебное пособие для вузов - СПб. : Лань, 2008. – 591с.
- 2) Смыслова З.А. Дискретная математика: Учебное пособие. - Томск: ТМЦДО, 2000.
- 3) Зюзьков В.М. Дискретная математика. - Томск: ТМЦДО, 1999.
- 4) Жигалова Е.Ф. Дискретная математика. - Томск: ТМЦДО, 2000.
- 5) Липский В. Комбинаторика для программистов. - М.: Наука, 1989.
- 6) <http://www.intuit.ru/department/ds/discretmath/> *поддержка курса* Дискретная математика
Автор: О.П. Кузнецов
- 7) <http://mat.net.ua/mat/Ivanov-Diskretnaya-algoritmi.htm>
- 8) <http://vuz.exponenta.ru/WIN/dm.pdf>

Форма текущего контроля освоения компетенций ОК-1, ПК-32, уровни З-Пр, У-Пр, В-Пр: отчет по решению трех практических задач:

Задача И2.1. (Начальный уровень) Три подразделения – А, В, С – торговой фирмы стремились получить по итогам года максимальную прибыль. Экономисты высказали следующие предположения:

1. А получит максимальную прибыль только тогда, когда получат максимальную прибыль В и С;
2. либо А и С получают максимальную прибыль одновременно, либо одновременно не получают;
3. для того, чтобы С получил максимальную прибыль, необходимо, чтобы и В получил максимальную прибыль.

По завершении года оказалось, что одно из трех предположений ложно. Какие из названных подразделений получили максимальную прибыль?

Задача И2.2. (Высокий уровень).

Выпускник экономфака давно мечтал покорить полюс на снегоходе. В поселок на берегу Ледовитого океана он доставил большой запас бензина и мощный снегоход, который при полной заправке может проехать 50 километров. На Севере всегда имеются в неограниченном количестве пустые канистры, в которые можно сливать бензин из бензобака и оставлять на хранение во льдах (канистры с бензином возить не разрешается, пустые можно возить в любом количестве.) На всякий случай перед путешествием, он спросил своего друга с мехмата, сможет ли он достичь полюса (предполагается, что лед достаточно прочный, но расстояние до полюса из-за движения льдов может быть любым). Математик ответил ему, что метод математической индукции показывает, что путешествие вполне возможно. Воспроизведите ход мыслей математика.

Ознакомиться со следующим материалом (по указанным источникам):

- 1) алгебра логики, логические функции;
- 2) минимизация логических(переключательных) функций.;
- 3) разрешимые и неразрешимые проблемы. Схемы алгоритмов. Схемы потоков данных.

Подготовить отчет команды, сформированной на ИнЗ 1, по обсуждаемым задачам, содержащий положения:

- 5) Постановка решаемых задач.
- 6) Изложение обзора вариантов их решения.
- 7) Защита выбранного варианта и решение задач.
- 8) Подготовка презентации-защиты работы команды.

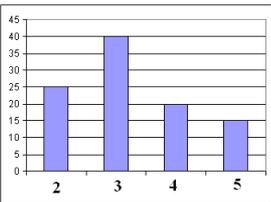
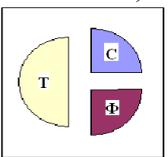
Ознакомиться с формами текущего контроля

Таблица 2

№ п / п	Наименование разделов	Формы контроля				
		Знаний	Умений	Навыков	Оценка личностных качеств	Компетенции/ожидаемый уровень освоения
1	Алгебра логики, логические функции	Сдача индивидуальных заданий		Отчет по решению реальных практических задач на интерактивном занятии	Соблюдение установленных сроков для отчета и теста	ОК-1/ З-Эл, У-Эл, В-Эл ПК-32/ З-Пр, У-Пр, В-Пр
		Тестирование				
		Отчет по ИнЗ №1				

2.3. Ознакомиться с типовыми тестами к разделу 2 (4 час)

Порядок старшинства логических операций следующий: 1. \neg , $\&$, \vee , \Leftrightarrow , \Rightarrow .	
---	--

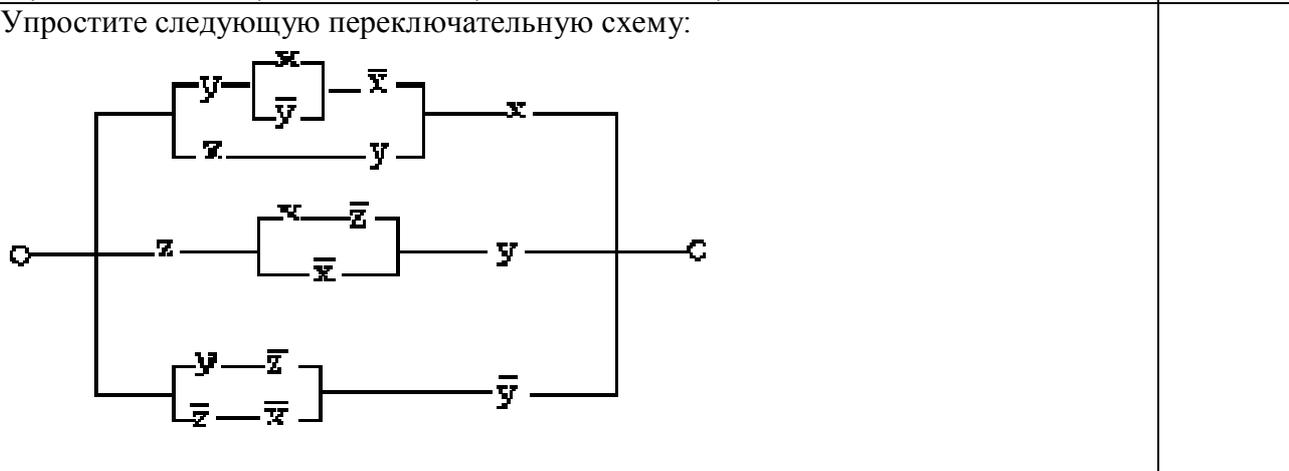
<p>2. $\neg, \&, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$.</p> <p>3. $\neg, \&, \Leftrightarrow, \vee, \Rightarrow$.</p> <p>4. $\&, \neg, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$.</p>	
<p>Укажите значения переменных K, L, M, N, при которых логическое выражение $(\neg K \vee M) \rightarrow (\neg L \vee M \vee N)$ ложно. Ответ запишите в виде строки из четырех символов: значений переменных K, L, M и N (в указанном порядке). Так, например, строка 1101 соответствует тому, что K=1, L=1, M=0, N=1.</p>	
<p>Подозреваемые в ограблении банка дали следующие показания: Петров: “Это сделал не я”. Иванов: “Это сделал Сидоров”. Сидоров: “Это сделал не я”. Алексеев: “Это сделал Иванов”. Свидетель утверждает, что только один из них сказал правду. Кто совершил преступление?</p>	
<p>Для составления цепочек используются бусины, помеченные буквами: A, B, C, D, E. На первом месте в цепочке стоит одна из бусин A, C, E. На втором – любая гласная, если первая буква согласная, и любая согласная, если первая гласная. На третьем месте – одна из бусин C, D, E, не стоящая в цепочке на первом месте. Какая из перечисленных цепочек создана по этому правилу? 1) CBE 2) ADD 3) ECE 4) EAD</p>	
<p>В цехе трудятся рабочие трех специальностей – токари (Т), слесари (С) и фрезеровщики (Ф). Каждый рабочий имеет разряд не меньший второго и не больший пятого. На диаграмме I отражено количество рабочих с различными разрядами, а на диаграмме II – распределение рабочих по специальностям. Каждый рабочий имеет только одну специальность и один разряд.</p> <p>I) </p> <p>II) </p> <p>Имеются четыре утверждения: А) Все рабочие третьего разряда могут быть токарями Б) Все рабочие третьего разряда могут быть фрезеровщиками В) Все слесари могут быть пятого разряда Г) Все токари могут быть четвертого разряда</p> <p>Какое из этих утверждений следует из анализа обеих диаграмм? 1) А 2) Б 3) В 4) Г</p>	

Сколько различных решений имеет уравнение $(K \wedge L \wedge M) \vee (\neg L \wedge \neg M \wedge N) = 1$ где K, L, M, N - логические переменные?
 В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений K, L, M и N, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа вам нужно указать только количество таких наборов.

В начальный момент в строке записана цифра 0 (ноль). На каждом из последующих 6 шагов выполняется следующая операция: в очередную строку записывается удвоенная предыдущая строка, а в конец строки приписывается очередная цифра (на i-м шаге приписывается цифра i).
 Для удобства в скобках пишется номер строки (начиная с 0).
 Ниже показаны первые строки, сформированные по описанному правилу:
 (0) 0
 (1) 001
 (2) 0010012
 (3) 001001200100123
 Какая цифра стоит в последней строке на 123-м месте (считая слева направо)?

Световое табло состоит из лампочек, каждая из которых может находиться в двух состояниях («включено» или «выключено»). Какое наименьшее количество лампочек должно находиться на табло, чтобы с его помощью можно было передать 50 различных сигналов?
 1) 5 2) 6 3) 25 4) 50

Для какого числа X истинно высказывание $((X > 4) \vee (X < 4)) \rightarrow (X < 2)$
 1) 2 2) 3 3) 4 4) 5



Вадим, Сергей и Михаил изучают различные иностранные языки: китайский, японский и арабский. На вопрос, какой язык изучает каждый из них, один ответил: "Вадим изучает китайский, Сергей не изучает китайский, а Михаил не изучает арабский". Впоследствии выяснилось, что в этом ответе только одно утверждение верно, а два других ложны. Какой язык изучает каждый из молодых людей?

Сколько различных символов, закодированных байтами, содержится в сообщении: 1101001100011100110100110001110001010111?																	
1) 4 2) 3 3) 2 4) 5																	
Для какого числа X истинно высказывание $((X > 3) \vee (X < 3)) \rightarrow (X < 1)$																	
1) 1 2) 2 3) 3 4) 4																	
Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:																	
<table border="1"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>Y</th> <th>Z</th> <th>F</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	X	Y	Z	F	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	
X	Y	Z	F														
0	1	0	0														
1	1	0	1														
1	0	1	0														
Какое выражение соответствует F?																	
1) $\neg X \vee Y \vee \neg Z$ 2) $X \wedge Y \wedge \neg Z$ 3) $\neg X \wedge \neg Y \wedge Z$ 4) $X \vee \neg Y \vee Z$																	
Каково наибольшее целое число X, при котором истинно высказывание $(90 < X \cdot X) \rightarrow (X < (X - 1))$?																	

УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 3 (16 час)

3.1. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) №3 по теме: «Комбинаторика. Поиск закономерности при решении практической задачи» (8 час)

Цель занятия: Проведение исследований на базе поискового метода по одной из заданных тем.
Форма текущего контроля освоения компетенций ОК-1, ПК-32, уровни 3-Пр, У-Пр, В-Пр: *отчет* по выбранной теме и подготовка презентации-защиты:

Рекомендуемые темы:

- Основания комбинаторики и применение к решению вероятностных задач.
- Комбинаторные методы и задачи логики.
- Алгоритмические языки и использование комбинаторики .
- Комбинаторика и фракталы.
- Логика научного исследования.
- Комбинаторные методы в менеджменте.
- Математические основания алгебры множеств.
- Производящие функции как аппарат научного исследования.
- Меры сложности алгоритмов. Классы задач P и NP. NP – полные задачи. Понятие сложности вычислений. Алгоритмически неразрешимые задачи. Тезис Тьюринга. Легко и трудно разрешимые задачи. Тезис Черча. Алгоритмически неразрешимые проблемы.
- Числа Фибоначчи. Производящая функция. Решения ряда упражнений (теоретических и компьютерных).

3.2. Подготовка к интерактивному занятию №3 «Комбинаторика. Поиск закономерности при решении практической задачи» (4ч)

Цель занятия: активное воспроизведение ранее полученных знаний в «незнакомых» условиях (применение знакомой модели для решения незнакомых задач).

Дополнительная литература для подготовки к занятию:

- 1) Шевелев Ю.П. Дискретная математика: учебное пособие для вузов - СПб. : Лань, 2008. – 591с.

- 2) Смыслова З.А. Дискретная математика: Учебное пособие. - Томск: ТМЦДО, 2000.
- 3) Липский В. Комбинаторика для программистов. - М.: Наука, 1989.
- 4) <http://www.intuit.ru/department/ds/discretemath/> поддержка курса Дискретная математика
Автор: О.П. Кузнецов
- 5) <http://mat.net.ua/mat/Ivanov-Diskretnaya-algoritmi.htm>
- 6) <http://vuz.exponenta.ru/WIN/dm.pdf>
- 7) Самостоятельный интернет-поиск.

Форма текущего контроля освоения компетенций ОК-1, ПК-32, уровни З-Пр, У-Пр, В-Пр: отчет по решению двух реальных практических задач (по выбору):

Задача И3.1. Использование чисел Фибоначчи в моделировании тренда временного ряда экономических показателей.

Задача И3.2. На выборах мера города X было зарегистрировано 2 кандидата. После обработки $n\%$ бюллетеней для голосования избирательная комиссия сообщила жителям, что кандидат А набрал 62% голосов, а кандидат В – 38% голосов. При каком минимальном целом n эти предварительные результаты выборов гарантируют победу кандидату А, если недействительных бюллетеней не будет? Мер избирается простым большинством.

Ознакомиться со следующим материалом (по указанным источникам):

- 1) связь последовательности Фибоначчи и «золотого сечения»;
- 2) пропорции при построении египетских пирамид;
- 3) закономерность и порядок в расстояниях между планетами солнечной системы;
- 4) тенденцию природы к спиральности, управляемой последовательностью Фибоначчи.

Подготовить отчет команды, сформированной на ИнЗ 1, по обсуждаемым задачам, содержащий положения:

- 1) Постановка решаемых задач.
- 2) Изложение обзора вариантов их решения.
- 3) Защита выбранного варианта и решение задач.
- 4) Подготовка презентации-защиты работы команды.

Ознакомиться с формами текущего контроля

Таблица 3

№ п / п	Наименование разделов	Формы контроля				
		Знаний	Умений	Навыков	Оценка личностных качеств	Компетенции/ ожидаемый уровень освоения
1	Основы комбинаторики	Сдача индивидуальных заданий. Тестирование.		Отчет по решению реальных практических задач на <i>интерактивном</i> занятии	Соблюдение установленных сроков для отчета и теста	ОК-1/ Уровни: З-Эл, У-Эл, В-Эл ПК-32/ З-Пр, У-Пр, В-Пр

3.3. Ознакомиться с типовыми тестами к разделу 3 (4 час)

1.	Система может принимать 128 различных равновероятных состояний. Какое количество информации в содержится в системе? 1) 128 2) 8 3) 7 4) 10	
2.	Задача. Необходимо выбрать смешанную команду, которая будет	

	<p>представлять местный теннисный клуб на соревнованиях. В спортивном клубе состоят 6 женщин и 9 мужчин. Сколько различных пар можно выбрать для участия в соревнованиях?</p> <p>1) $C_6^2 \cdot C_9^2 = 60$; 2) $6 \cdot 9 = 54$; 3) $6! \cdot 9!$; 4) $(9-6) \cdot 6 = 18$;</p>													
	<p>Задача Телефонные номера. Шахматная ассоциация решила оснастить всех своих сотрудников такими телефонными номерами, которые бы набирались на кнопочном телефоне ходом коня. Например, ходом коня набирается телефон 340-49-27. При этом телефонный номер не может начинаться ни с цифры 0, ни с цифры 8.</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td></td><td>0</td><td></td></tr> </table> <p>Опишите рекуррентное соотношение (функцию динамического программирования), определяющее количество телефонных номеров длины N, набираемых ходом коня.</p>	7	8	9	4	5	6	1	2	3		0		
7	8	9												
4	5	6												
1	2	3												
	0													
3.	<p>Производящая функция для сочетаний</p> $\sum_{r=0}^n a_r(x_1, x_2, x_3)t^r$ <p>1) Функция – производящая функция сочетаний из n различных объектов; 2) Функция $f(t) = (1+t)^n$ – производящая функция сочетаний из n различных объектов; 3) Функция $C(n, r)$ – производящая функция сочетаний из n различных объектов;</p>													
4.	<p>Задача. Сколькими способами можно выбрать А одинаковых или разных пирожных в кондитерской, где есть В разных сортов пирожных. $A=5$; $B=12$</p> <p>1) $5 \cdot 12$ 2) 12^5 3) 5^{12}</p>													
5.	<p>Задача. На собрании должны выступить 4 человека А, В, С, D. Сколькими способами их можно разместить в списке ораторов, если В не может выступить до того момента, пока не выступит А.</p>													
6.	<p>Задача. сколькими способами могут разместиться А покупателей в очереди в кассу. $A =15$</p>													

УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 4 (22 час)

4.1. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) №4 по теме: «Графы. Динамическое программирование» (10 час)

Цель занятия: Проведение исследований на базе поискового метода по одной из заданных тем.
Форма текущего контроля освоения компетенций ОК-1, ПК-32, уровни 3-Пр, У-Пр, В-Пр: отчет по выбранной теме и подготовка презентации-защиты:

Рекомендуемые темы:

- Задача китайского почтальона. Алгоритм построения наименьшего пути в графе, проходящего по всем ребрам. Алгоритм Дейкстры и Флойда-Уоршелла. Программная реализация алгоритма.

- Гамильтоновы циклы. Алгоритмы различных видов нахождения гамильтоновых циклов. Программная реализация.
- Задача коммивояжера. Метод ветвей и границ. Алгоритм нахождения кратчайшего пути в графе, проходящего по всем вершинам. Программная реализация.
- Графы и задачи логики.
- Алгоритмические языки и использование графов .
- Графы как аппарат научного исследования.
- Турнир: составление и оценка турнира.
- Динамическое программирование. Задачи: 1) поиск в последовательностях; 2) задача о телефонных номерах; 3) распределительные задачи и обратные к ней;
- Сети и потоки в них. Алгоритмы для нахождения максимального потока.

4.2. Подготовка к интерактивным занятиям №4.1-4.3 (№И4) по теме: «Графы. Динамическое программирование» (6 ч)

Цель занятия: активное воспроизведение ранее полученных знаний в «незнакомых» условиях (применение знакомой модели для решения незнакомых задач); ознакомиться с максимально широким кругом понятий раздела дискретной математики и выявить основные методы теории графов, которые могут использоваться в экономике. Раскрыть взаимосвязь понятий, их внутреннюю логику. Научиться правильно формулировать экономические задачи.

Дополнительная литература для подготовки к занятию:

- 1) Шевелев Ю.П. Дискретная математика: учебное пособие для вузов - СПб. : Лань, 2008. – 591с.
- 2) Липский В. Комбинаторика для программистов. - М.: Наука, 1989.
- 3) <http://www.intuit.ru/department/ds/discretmath/> поддержка курса Дискретная математика
Автор: О.П. Кузнецов
- 4) <http://mat.net.ua/mat/Ivanov-Diskretnaya-algoritmi.htm>
- 5) <http://vuz.exponenta.ru/WIN/dm.pdf>

Форма текущего контроля освоения компетенций ОК-1, ПК-32, уровни 3-Пр, У-Пр, В-Пр: *отчет* по решению двух реальных практических задач (по выбору):

Задача И4.1. Оптимизация коммуникаций. На территории города N размещены заводы и магазины, в которые поставляется продукция с этих заводов. В результате разработки были определены возможные трассы для прокладки коммуникаций и оценена стоимость их создания для каждой трассы. Стоимость прокладки коммуникаций для трассы между заводом №1 и магазином удобрений составляет 15 у.е., между заводом №1 и заводом №3 – 85 у.е., между заводом №1 и хлебозаводом – 20 у.е. Между магазином №1 и заводом №2 составит 25 у.е., между магазином №1 и обувной фабрикой – 65 у.е. Стоимость прокладки коммуникаций для трассы, соединяющей хлебозавод и магазин №2 - 5 у.е., между хлебозаводом и кафе – 50 у.е., между заводом №2 и кафе - 20 у.е., между магазином №2 и продуктовым магазином - 20 у.е., между продуктовым магазином и обувной фабрикой - 25 у.е, между продуктовым магазином и кафе – 35 у.е., между обувной фабрикой и магазином №3 - 15 у.е, между обувной фабрикой и аптекой – 40 у.е., между кафе и аптекой - 10 у.е., между магазином №3 и торговым центром - 20 у.е., между аптекой и заводом №3 составит 30 у.е, между аптекой и торговым центром – 45 у.е., между заводом №3 и торговым центром, - 25 у.е. Необходимо, чтобы коммуникации связали все объекты, затраты на прокладку данных коммуникаций должны быть минимальны.

Задача И4.2. Кратчайший путь. Фирме, занимающейся перевозкой скоропортящихся товаров, необходимо доставить товар из Суйфэньхе в Хабаровск, причем маршрутов, по которым можно произвести доставку несколько. Расстояние между Суйфэньхе и городом 2 составляет 15 км, между Суйфэньхе и городом 3 – 20 км, между Суйфэньхе и городом 11 – 85 км. Между городом 2 и городом 4 - 25 км, между городом 2 и городом 7 - 65 км. Между городом 3 и городом 5 составляет 5 км, между городом 3 и городом 8 - 50 км. Между городом 4 и городом 8 - 20 км. Между городом 5 и городом 6 - 20 км. Между городом 6 и городом 7 - 25 км, между городом 6 и городом 8 - 35 км. Между городом 7 и городом 9 - 15

км, между городом 7 и городом 10 - 40 км. Между городом 9 и городом 12 - 20 км. Между городом 10 и городом 11 - 30 км, между городом 10 и городом 12 - 45 км. Между городом 11 и городом 12 - 25 км. Требуется найти кратчайший путь из Суйфэньхе в Хабаровск

Задача И4.3. Задача коммивояжера. Коммивояжер желает посетить 6 городов. Они соединены сетью дорог

Расстояние между городом 1 и городом 2 составляет 6 км, между городом 1 и городом 3 - 7 км, между городом 1 и городом 4 - 20 км, между городом 1 и городом 5 - 12 км, между городом 1 и городом 6 - 10 км. Расстояние между городом 2 и городом 3 составляет 5 км, между городом 2 и городом 4 - 7 км, между городом 2 и городом 5 - 9 км, между городом 2 и городом 6 - 16 км. Расстояние между городом 3 и городом 4 составляет 4 км, между городом 3 и городом 5 - 10 км, между городом 3 и городом 6 - 12 км. Расстояние между городом 4 и городом 5 составляет 3 км, между городом 4 и городом 6 - 15 км. Расстояние между городом 5 и городом 4 составляет 6 км, между городом 5 и городом 6 - 4 км, между городом 6 и городом 3 - 11 км, между городом 6 и городом 5 - 21 км. Коммивояжёр должен посетить все 6 городов по одному разу, вернувшись в тот, с которого начал. Требуется найти такой маршрут движения, при котором суммарное пройденное расстояние будет минимальным.

Ознакомиться со следующим материалом (по указанным источникам):

- 1) методы теории графов:
 - а. «жадный» алгоритм,
 - б. алгоритм Дейкстры,
 - с. венгерский метод решения задачи коммивояжера;
- 2) планарные графы, гамильтоновы, эйлеровы;
- 3) теоремы Эйлера.

Подготовить отчет команды, сформированной на ИнЗ 4, по обсуждаемым задачам, содержащий положения:

- 1) Постановка решаемых задач.
- 2) Изложение обзора вариантов их решения.
- 3) Защита выбранного варианта и решение задач.
- 4) Подготовка презентации-защиты работы команды.

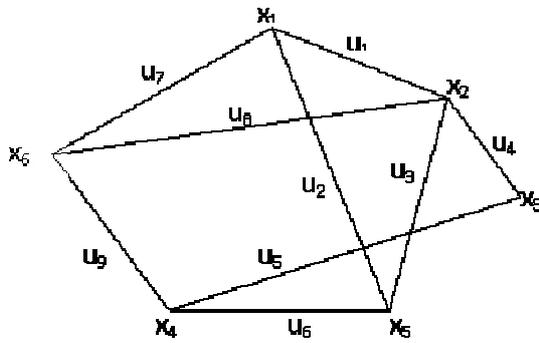
Ознакомиться с формами текущего контроля

Таблица 4

№ п / п	Наименование разделов	Формы контроля				
		Знаний	Умений	Навыков	Оценка личностных качеств	Компетенции/ ожидаемый уровень освоения
1	Основные понятия теории графов	Сдача индивидуальных заданий. Тестирование		Отчет по решению реальных практических задач на интерактивном занятии	Соблюдение установленных сроков для отчета и теста	ОК-1/ З-Эл, У-Эл, В-Эл ПК-32/ З-Пр, У-Пр, В-Пр

4.3. Ознакомиться с типовыми тестами к разделу 4 (6 час)

1.	Для графа, изображенного на рисунке, построены матрицы смежности. Какая из них верна?	
----	---	--



1) Матрица смежности имеет вид:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccc}
 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\
 x_1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
 x_2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
 x_3 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 x_4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
 x_5 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 x_6 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0
 \end{array} \\
 A =
 \end{array}$$

2) Матрица смежности имеет вид:

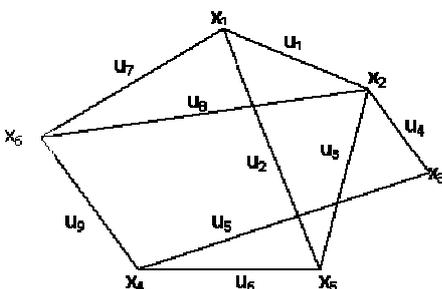
$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccc}
 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\
 x_1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 x_2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
 x_3 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 x_4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
 x_5 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 x_6 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0
 \end{array} \\
 A =
 \end{array}$$

3) Матрица смежности имеет вид:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccc}
 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\
 x_1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
 x_2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
 x_3 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 x_4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
 x_5 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 x_6 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1
 \end{array} \\
 A =
 \end{array}$$

2.

Для графа, изображенного на рисунке, построены матрицы инцидентности. Какая из них верна?



1) Матрица инцидентности имеет вид:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccccccc}
 u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 & u_6 & u_7 & u_8 & u_9 \\
 x_1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 x_2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 x_3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 x_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 x_5 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 x_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1
 \end{array} \\
 \mathbf{B} =
 \end{array}$$

2) Матрица инцидентности имеет вид:

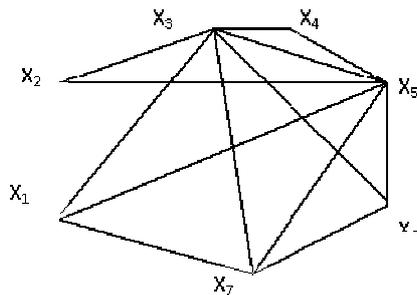
$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccccccc}
 u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 & u_6 & u_7 & u_8 & u_9 \\
 x_1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 x_2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 x_3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 x_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 x_5 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 x_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1
 \end{array} \\
 \mathbf{B} =
 \end{array}$$

3) Матрица инцидентности имеет вид:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccccccc}
 u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 & u_6 & u_7 & u_8 & u_9 \\
 x_1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 x_2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 x_3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 x_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 x_5 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 x_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{array} \\
 \mathbf{B} =
 \end{array}$$

3.

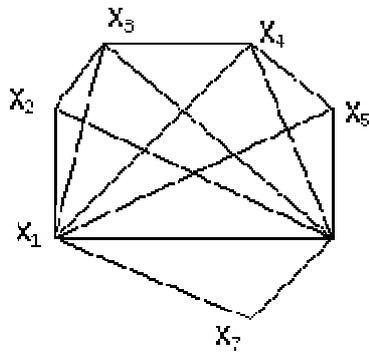
Определить метрические характеристики неориентированного графа



- 1) Радиус графа равен 1, диаметр равен 2. Центры графа - вершины x_3, x_5 ; Медианы графа - вершины x_3, x_5 .
- 2) Радиус графа равен 1, диаметр равен 2. Центры графа - вершины x_1, x_2 ; Медианы графа - вершины x_3, x_5 .
- 3) Радиус графа равен 1, диаметр равен 2. Центры графа - вершины x_3, x_5 ; Медианы графа - вершины x_1, x_4 .

4.

Определить метрические характеристики неориентированного графа



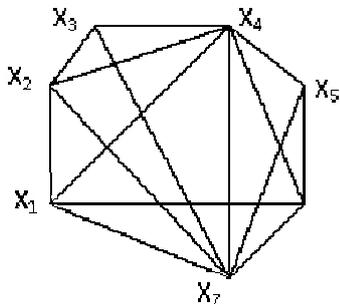
1) Радиус графа равен 1, диаметр равен 2. Центры графа - вершины X_2, X_4 ; Медианы графа - вершины X_1, X_6 .

2) Радиус графа равен 1, диаметр равен 2. Центры графа - вершины X_1, X_6 ; Медианы графа - вершины X_1, X_6 .

3) Радиус графа равен 1, диаметр равен 3. Центры графа - вершины X_5, X_6 ; Медианы графа - вершины X_1, X_6 .

5.

Определить метрические характеристики неориентированного графа



1) Радиус графа равен 1, диаметр равен 2. Центры графа - вершины X_5, X_6 ; Медианы графа - вершины X_4, X_7 .

2) Радиус графа равен 1, диаметр равен 2. Центры графа - вершины X_4, X_7 ; Медианы графа - вершины X_5, X_6 .

3) Радиус графа равен 1, диаметр равен 2. Центры графа - вершины X_4, X_7 ; Медианы графа - вершины X_4, X_7 .