Томский государственный университет систем управления
и радиоэлектроники

ТЕОРИЯ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

***Методические указания
к самостоятельной работе студентов***

Составитель: С.И. КОЛЕСНИКОВА

Томск 2012

А Н Н О Т А Ц И Я

Цели настоящих методических указаний: 1) освоение основных понятий и определений теории массового обслуживания; 2) приобретение практических навыков в построении модели для текстовых задач и их анализ. В четырех частях указаний приведены примеры задач и методов их решения (анализа возможного решения) на следующие темы:
1. Математические основы теории массового обслуживания.
2. Классические модели систем массового обслуживания.
3. Сети систем массового обслуживания.
4. Немарковские системы массового обслуживания.
Теоретический материал приведен *только тот и в том объеме*, который необходим для решения предлагаемых задач. Задачи контрольных заданий являются весьма простыми, они предназначены для усвоения основных начальных понятий и основ теории массового обслуживания. Предполагается, что студенты знают математику в объеме, требуемом в техническом ВУЗе.
Методические указания предназначены для студентов экономического факультета.

СОДЕРЖАНИЕ
МЕТОДИЧЕСКИХ УКАЗАНИЙ
К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ
по дисциплине «Теория массового обслуживания»
для студентов направления 230100.68 – Информатика и вычислительная техника.
Профиль - Информационное и программное обеспечение автоматизированных систем

ОГЛАВЛЕНИЕ

Виды самостоятельной работы и формы контроля

Таблица 1.

№ п/п	№ раздела дисциплины из табл. 5.1	Вид самостоятельной работы	Трудоемкость (час.)	Компетенции ОК, ПК	Контроль выполнения работы (Опрос, тест, Индивидуальные домашние задания (ИДЗ), и т.д)
1.	1	Подготовка к проверочной индивидуальной работе и ее	5	ОК-1, ОК-2, ПК-5	Отчет по ИДЗ. Отчет

		выполнение			по ИнЗ.
2	1	Подготовка к интерактивному занятию №1	4	ОК-1, ОК-2, ПК-5	
	2	Подготовка к проверочной индивидуальной работе и ее выполнение	5	ОК-1, ОК-2, ПК-5	Отчет по ИДЗ. Отчет по ИнЗ.
3	2	Подготовка к интерактивному занятию №2	4	ОК-1, ОК-2, ПК-5	
4	3	Подготовка к проверочной индивидуальной работе и ее выполнение	5	ОК-1, ОК-2, ПК-5	Отчет по ИДЗ. Отчет по ИнЗ.
5	3	Подготовка к интерактивному занятию №3	4	ОК-1, ОК-2, ПК-5	
6	4	Подготовка к проверочной индивидуальной работе и ее выполнение	5	ОК-1, ОК-2, ПК-5	Отчет по ИДЗ. Отчет по ИнЗ..
7	4	Подготовка к интерактивному занятию №4	4	ОК-1, ОК-2, ПК-5	

Обозначения: ИДЗ - индивидуальные домашние задания
СРС - самостоятельная работа студентов
ИнЗ - интерактивное занятие

З-Эл – знания элементарные (определения, понятия, умение приводить иллюстрирующие примеры);
З-Пр – знания продуктивные (умение применить знания элементарные для решения учебных задач);
У-Эл – «умения» элементарные (уметь пользоваться готовыми частными алгоритмами для решения типовых задач), умение решать задачи по шаблону (копировать);
У-Пр – «умения» продуктивные (применять положения и известные частные алгоритмы дисциплины для решения практических задач);
В-Эл – элементарное владение методами дисциплины и уверенное осуществление (построение) основных операций для решения типовых задач;
В-Пр – продуктивно распознавать проблемы, алгоритмизировать их анализ и применять методы дисциплины для решения практических задач;

1. УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 1

1.1. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) №1 по теме:
«Математические основы теории массового обслуживания»

Цель занятия: Проведение исследований на базе поискового метода по одной из заданных тем.
Форма текущего контроля освоения компетенций (ОК-1, ОК-2 уровни З-Эл, У-Эл, В-Эл; ПК-5 уровни З-Пр, У-Пр, В-Пр): *отчет* по выбранной теме и подготовка презентации-защиты ИДЗ.
Пример выполнения домашнего задания.

Задача 1.9. Задана матрица $P_1 = \begin{Vmatrix} 0,4 & 0,6 \\ 0,3 & 0,7 \end{Vmatrix}$ вероятностей перехода дискретной цепи Маркова из i-го состояния в j-ое за один шаг (i, j=1, 2). Распределение вероятностей состояний E_1, E_2 в начальный момент t=0 определяется вектором q_0 =(0,1; 0,9). Найти:

1) матрицу P_2 перехода цепи из состояния i в состояние j за два шага;
2) распределение вероятностей по состояниям в момент t=2;
3) вероятность того, что в момент t=1 состоянием цепи будет E_2;

4) стационарное распределение вероятностей состояний E_1, E_2.

Решение. Для дискретной однородной цепи Маркова справедливо соотношение: $P_n = P_1^n$, где P_1 – матрица переходных вероятностей за один шаг; P_n - матрица переходных вероятностей за n шагов.

1. Матрица P_2 перехода за два шага: $P_2 = P_1^2 = \begin{Vmatrix} 0,4 & 0,6 \\ 0,3 & 0,7 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} 0,4 & 0,6 \\ 0,3 & 0,7 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0,34 & 0,66 \\ 0,33 & 0,67 \end{Vmatrix}$.

2. Обозначим вектор распределения вероятностей состояний на s-ом шаге:

$$p(s) = \left(p_1(s),\, p_2(s),\dots, p_k(s)\right),\ 0 \le p_j(s) \le 1,\ \ \sum_{i=1}^{k} p_i(s) = 1,\ k=2.$$

Для дискретной однородной цепи Маркова распределение вероятностей состояний на (s+n) –ом шаге определяется по формуле: $p(s+n) = p(s)\cdot P_n$. Распределение вероятностей состояний системы в момент t=2, положив s=0 и n=2. Тогда вектор распределения вероятностей состояний на 2-ом шаге:

$$p(2) = q\cdot P_2 = (0,1;\, 0,9)\cdot \begin{Vmatrix} 0,34 & 0,66 \\ 0,33 & 0,67 \end{Vmatrix} = (0,331;\quad 0,669).$$

3. Найдем распределение вероятностей состояний системы в момент t=1. Положим в s=0 и n=1, тогда: $p(1) = q\cdot P_1 = (0,1;\, 0,9)\cdot \begin{Vmatrix} 0,4 & 0,6 \\ 0,3 & 0,7 \end{Vmatrix} = (0,31;\quad 0,69)$. Следовательно, вероятность состояния E_2 в момент t=1 равна $p_2(1)=0,69$.

4. Стационарное распределение вероятностей состояний не меняется со временем, или $p(s) = p;\quad p(s+1) = p;\quad P_n = P_1,$ и $p = p\cdot P_1,\quad 0 \le p_j \le 1,\quad j = 1,\dots,k,\ \ \sum_{j=1}^{k} p_j = 1$, $k=2$.

Система линейных уравнений в координатной форме имеет вид (одно уравнение является линейной комбинацией другого):

$$\begin{cases} p_1 = 0,4p_1 + 0,3p_2, \\ p_2 = 0,6p_1 + 0,7p_2,\ p_1 + p_2 = 1. \end{cases}$$

Решая совместно первое уравнение системы и условие нормировки, получаем: $p = \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$, то есть $p_2 = \frac{2}{3}$.

1.2. Типовые тесты к разделу 1

№	Вопросы	Ответы
1.	**Пуассоновский поток – это** 1) Однородный стационарный поток без последствий 2) Число *n* событий такого потока, выпадающих на интервал х, распределено по Закону Пуассона: $P(n,x) = \dfrac{(\lambda x)^n e^{-\lambda x}}{n!}$. 3) Входной поток; 4) Детерминированный поток	
2.	**Стационарный поток – это** 1) Поток (заявок) стационарен, если вероятность появления n событий на интервале времени (t, t + x) не зависит от времени t. 2) Поток (заявок) стационарен, если это однородный поток. 3) Любой входной поток системы массового обслуживания 4) Детерминированный поток	

3.	**Поток без последствий – это** 1) если вероятность появления двух или более событий в течении элементарного интервала времени Δt есть величина бесконечно малая по сравнению с вероятностью появления одного события на этом интервале, т.е. $\lim\limits_{\Delta t \to 0} P(n, \Delta t) = 0$ при n=2,3,… 2) если число событий любого интервала времени (t, t + x) не зависит от числа событий на любом другом непересекающемся с нашим (t, t + x) интервале времени; 3) если события в потоке следуют один за другим через строгие интервалы времени; 4) любой входной поток системы массового обслуживания.	
4.	**Поток событий называется ординарным**, если 1) число событий любого интервала времени (t, t + x) не зависит от числа событий на любом другом непересекающемся с нашим (t, t + x) интервале времени 2) все заявки потока с точки зрения обслуживания являются равноправными с точки зрения моментов их поступления; 3) если вероятность появления двух или более событий в течении элементарного интервала времени Δt есть величина бесконечно малая по сравнению с вероятностью появления одного события на этом интервале, т.е. $\lim\limits_{\Delta t \to 0} P(n, \Delta t) = 0$ при n=2,3,…	
5.	**Свойство простейшего потока** связано со следующей теоремой: 1) *Теорема*: При показательном распределении интервала времени между требованиями T, независимо от того, сколько он длился, оставшаяся его часть имеет тот же закон распределения. 2) *Теорема*: При показательном распределении интервала времени между требованиями T, независимо от того, сколько он длился, оставшаяся его часть имеет нормальный закон распределения. 3) *Теорема*: При показательном распределении интервала времени между требованиями T, независимо от того, сколько он длился, оставшаяся его часть имеет равномерный закон распределения.	
6.	**Для простейшего потока вероятность того, что на интервале времени z не появится ни одного события равна**: 1) $P(T<z)=1-e^{-\lambda}$; 2) $P(0, z)=e^{-\lambda z}$; 3) $P(0, z)=e^{-\lambda z} + e^{\lambda z}$.	
7.	**Случайный процесс, протекающий в системе, называется марковским, если** 1) если вероятность появления двух или более событий в течении элементарного интервала времени Δt есть величина бесконечно малая по сравнению с вероятностью появления одного события на этом интервале, т.е. $\lim\limits_{\Delta t \to 0} P(n,\ \Delta t) = 0$ при n=2,3,… 2) он учитывает влияние случайных факторов на поведение объекта (системы, процесса) и, следовательно, оценивает будущее с позиций вероятности тех или иных событий. 3) для любого момента времени t_0 вероятностные характеристики процесса в будущем зависят только от его состояния в данный момент t_0 и не зависят от того, когда и как система пришла в это состояние.	
8.	**Правило составления системы уравнений Колмогорова состоит в следующем**: 1) в каждом уравнении системы **в левой его части** стоит	

	вероятность данного состояния p_i, умноженная на суммарную интенсивность всех потоков, **ведущих из данного состояния**, а **в правой его части** – сумма произведений интенсивностей всех потоков, **входящих в i - е состояние**, на вероятности **i - го состояния**. 2) в каждом уравнении системы **в левой его части** стоит вероятность данного состояния p_i, умноженная на суммарную интенсивность всех потоков, **ведущих из данного состояния**, а **в правой его части** – сумма произведений интенсивностей всех потоков, **входящих в i - е состояние**, на вероятности тех состояний, из которых эти потоки исходят. 3) в каждом уравнении системы **в левой его части** стоит вероятность данного состояния p_i, умноженная на суммарную интенсивность всех потоков, **входящих в i - е состояние**, а **в правой его части** – сумма произведений интенсивностей всех потоков, **ведущих из данного состояния**, на вероятности **i - го состояния**.	

Форма текущего контроля освоения компетенций (ОК-1, ОК-2 уровни З-Эл, У-Эл, В-Эл; ПК-5 уровни З-Пр, У-Пр, В-Пр) (см. табл.2 методических указаний к практическим занятиям): *отчет* по решению практических текстовых задач.

Ознакомиться с формами текущего контроля

Таблица 2

№ п/п	Наименование разделов	Формы контроля				
		Знаний	Умений	Навыков	Оценка личностных качеств	Компетенции/ ожидаемый уровень освоения
1	Математические основы теории массового обслуживания	Сдача индивидуальных заданий		Тестирование по решению незнакомых задач	Соблюдение установленных сроков для отчета и теста	ОК-1, ОК-2 З-Эл, У-Эл, В-Эл ПК-5/ З-Пр, У-Пр, В-Пр
		Контрольная работа				
		Тестирование №1				

2. УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 2

2.1. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) №2 по теме: «Классические модели систем массового обслуживания»

Цель занятия: Проведение исследований на базе поискового метода по одной из заданных тем.

Форма текущего контроля освоения компетенций (ОК-1, ОК-2 уровни З-Эл, У-Эл, В-Эл; ПК-5 уровни З-Пр, У-Пр, В-Пр): *отчет* по выбранной теме и подготовка презентации-защиты:

Пример выполнения домашнего задания.

Задача 2.1. Технологическая система состоит из одного станка. На станок поступают заявки на изготовление деталей в среднем через 0,5 часа $(\overline{t_З} = 0{,}5ч.)$. Среднее время изготовления одной детали равно $\overline{t_{OБ}} = 0{,}6ч$. Если при поступлении заявки на изготовление детали станок занят, то она (деталь) направляется на другой станок. Найти абсолютную и относительную пропускную способности системы и вероятность отказа по изготовлению детали.

Решение. $\lambda = 1/\overline{t_З} = 1/0{,}5 = 2ч^{-1}$; $\mu = 1/\overline{t}_{OБ} = 1/0{,}6 \cong 1{,}67ч^{-1}$;

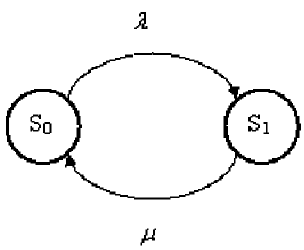
$$A=\frac{\lambda\mu}{\lambda+\mu}=\frac{2\cdot 1{,}67}{2+1{,}67}=0{,}91\,дет/ч;\ Q=\frac{\mu}{\lambda+\mu}=\frac{1{,}67}{2+1{,}67}=0{,}455\cong 0{,}46.$$

В среднем примерно 46 % деталей обрабатываются на этом станке.

$$P_{отк}=\frac{\lambda}{\lambda+\mu}=\frac{2}{2+1{,}67}\cong 0{,}54\,.$$

В среднем примерно 54 % деталей направляются на обработку на другие станки.

2.2. **Типовые тесты к разделу 2**

1	**В открытой СМО** 1) характеристики потока заявок зависят от того, в каком состоянии сама СМО (сколько каналов занято). 2) характеристики потока заявок не зависят от того, в каком состоянии сама СМО (сколько каналов занято). 3) характеристики потока заявок не зависят от того, в каком состоянии сама СМО (сколько каналов занято), но зависят от длины очереди.	
2	Дан граф состояний СМО  Классифицируйте данную СМО: 1) Одноканальная СМО с отказами. 2) Двухканальная СМО с отказами. 3) Одноканальная СМО с бункером для очереди. 4) Двухканальная СМО с ожиданием.	
3	**Абсолютная пропускная способность** – 1. среднее число заявок, обслуживаемых в единицу времени; 2. общее число заявок, обслуженных в СМО; 3. средняя доля заявок, обслуживаемых системой (к общему числу поступивших заявок в СМО)	
4	**Относительная пропускная способность** – 1. среднее число заявок, обслуживаемых в единицу времени; 2. общее число заявок, обслуженных в СМО; 3. средняя доля заявок, обслуживаемых системой (к общему числу поступивших заявок в СМО)	
5	**Дисплейный зал имеет 5 дисплеев. Поток пользователей простейший. Среднее число пользователей, посещающих дисплейный зал за сутки, равно 140. Время обработки информации одним пользователем на одном дисплее распределено по показательному закону и составляет в среднем 40 минут.** 1) λ-интенсивность потока заявок равна $\lambda=\frac{1}{0{,}17}\approx 5{,}85$. 2) λ-интенсивность потока заявок равна $\lambda=\frac{1}{40}\approx 0{,}025$. 3) λ-интенсивность потока заявок равна $\lambda=\frac{1}{140}\approx 0{,}007$	

6	**Задана матрица** $P_1 = \begin{Vmatrix} 0{,}4 & 0{,}6 \\ 0{,}3 & 0{,}7 \end{Vmatrix}$ **вероятностей перехода дискретной цепи Маркова из i-го состояния в j-ое за один шаг (i, j=1, 2). Распределение вероятностей по состояниям в начальный момент t=0 определяется вектором $\vec{q}$ =(0,1; 0,9). Матрица P_2 перехода цепи из состояния i в состояние j за два шага равна** 1) $P_2 = 2 \cdot P_1 = 2 \cdot \begin{Vmatrix} 0{,}4 & 0{,}6 \\ 0{,}3 & 0{,}7 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0{,}8 & 0{,}12 \\ 0{,}6 & 1{,}4 \end{Vmatrix}$; 2) $P_2 = P_1 \cdot P_1^T = \begin{Vmatrix} 0{,}4 & 0{,}6 \\ 0{,}3 & 0{,}7 \end{Vmatrix} \bullet \begin{Vmatrix} 0{,}4 & 0{,}3 \\ 0{,}6 & 0{,}7 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0{,}52 & 0{,}54 \\ 0{,}34 & 0{,}58 \end{Vmatrix}$; 3) $P_2 = P_1^2 = \begin{Vmatrix} 0{,}4 & 0{,}6 \\ 0{,}3 & 0{,}7 \end{Vmatrix} \bullet \begin{Vmatrix} 0{,}4 & 0{,}6 \\ 0{,}3 & 0{,}7 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0{,}34 & 0{,}66 \\ 0{,}33 & 0{,}67 \end{Vmatrix}$.	
7	**В одноканальную систему массового обслуживания с отказами поступает стационарный пуассоновский поток заявок. Время между поступлениями двух последовательных заявок распределено по показательному закону с параметром λ=5 заявок в минуту. Длительность обслуживания каждой заявки равна 0,5 мин. Среднее число обслуженных заявок за время 4 мин. равно** 1) μ=1/0.5=2; *A*= λμ/(λ+μ)=5·2/7≈1.43. Ответ: 1.43·4≈5,714. 2) μ=1/0.5=2; Ответ: 2·4=8. 3) μ=1/0.5=2; Ответ: (5+2)·4=80.	

2.3. Подготовка к интерактивным занятиям №3-6 по теме: Характеристики систем массового обслуживания с отказами. Характеристики систем массового обслуживания с очередями. Модель замкнутой системы. Модели систем с различными дисциплинами подключения каналов к обслуживанию

Цель занятия: активное воспроизведение ранее полученных знаний по разделу 2 «Классические модели систем массового обслуживания» в «незнакомых» условиях: применение основных понятий темы раздела 2 для решения задачи: построение вероятностно-графовых моделей для практических текстовых задач и нахождение числовых характеристик.

Дополнительная литература для подготовки к занятию:
1) http://www.edu.ru/modules.php?op=modload&name=Web_Links&file=index&l_op=viewlink&cid=2290 http://window.edu.ru/resource/124/47124
2) http://www.studfiles.ru/dir/cat32/subj1235/file11060/view111223.html
3) http://www.intuit.ru/department/se/mathmodel/4/
4) http://www.resolventa.ru/metod/student/servtheory.htm
5) http://www.nsu.ru/matlab/Exponenta_RU/educat/systemat/gomboev/labsmo/smo_z1.asp.htm
6) Самостоятельный интернет-поиск.

Форма текущего контроля освоения компетенций (ОК-1, ОК-2 уровни З-Эл, У-Эл, В-Эл; ПК-5 уровни З-Пр, У-Пр, В-Пр) (см. табл.2 методических указаний к практическим занятиям): *отчет* по решению практических текстовых задач, *типовая формулировка* которых следующая:

Задача И2.1. *Пропускная способность СМО.* Система имеет один канал обслуживания, на который поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ. Поток обслуживаний имеет интенсивность μ. Заявка, заставшая систему занятой, сразу же покидает ее.
Найти: абсолютную и относительную пропускную способность СМО и вероятность того, что заявка, пришедшая в момент времени t, получит отказ.

Задача И2.2. *Станок.* Технологическая система состоит из одного станка. На станок поступают заявки на изготовление деталей в среднем через 0,5 часа. Среднее время изготовления одной детали равно. Если при поступлении заявки на изготовление детали станок занят, то она (деталь) направляется на другой станок. Найти абсолютную и относительную пропускную способности системы и вероятность отказа по изготовлению детали.

Задача И2.3 *Три станка.* Имеется технологическая система, состоящая из трех одинаковых станков. В систему поступают для обработки детали в среднем через 0,5 часа. Среднее время изготовления одной детали 0,6 часов. Если при поступлении заявки на изготовление детали все станки заняты, то деталь направляется на другой участок таких же станков. Найти финальные вероятности состояний системы и характеристики (показатели эффективности) данной СМО.

Задача И2.4 *Оптимальное число каналов*. Определить оптимальное число каналов, обеспечивающее минимум затрат на систему, при условии достижения требуемого уровня ее безотказной работы.

Задача И2.5 *Максимум прибыли*. Определить оптимальное число каналов, обеспечивающее максимум прибыли от эксплуатации СМО в единицу времени.

Задача И2.6 обслуживается машинный парк, состоящий из N машин, бригадой из R механиков (N>R), причем каждая машина может обслуживаться только одним механиком. Интенсивность l зависит от того, сколько машин в данный момент находится в эксплуатации (N-k) и сколько машин обслуживается или стоит в очереди, ожидая обслуживания (k). Входящий поток требований исходит из ограниченного числа эксплуатируемых машин (N-k), которые в случайные моменты времени выходят из строя и требуют обслуживания. Общий входящий поток имеет интенсивность (N - k)l. Требование, поступившее в систему в момент, когда свободен хотя бы один канал, немедленно идет на обслуживание. Если требование застает все каналы занятыми обслуживанием других требований, то оно не покидает систему, а становится в очередь и ждет, пока один из каналов не станет свободным. Таким образом, в замкнутой СМО входящий поток требований формируется из выходящего.

Задача И2.7 Пусть для обслуживания 10 персональных компьютеров (ПК) выделено два инженера одинаковой производительности. Поток отказов одного компьютера - пуассоновский с интенсивностью l = 0.2. Время обслуживания ПК подчиняется показательному закону. Среднее время обслуживания одного ПК одним инженером составляет At=1.25 час. Возможны следующие варианты организации обслуживания ПК: 1) оба инженера обслуживают все 10 компьютеров, так что при отказе ПК его обслуживает один из свободных инженеров, в этом случае R=2, N=10; 2) каждый из двух инженеров обслуживает по пять закрепленных за ним ПК. В этом случае R=1,N=5. Выберите наилучший вариант организации обслуживания ПК.
1) Повторите 20 раз в цикле испытание работы СМО и найдите среднее количество поломок ПК в течение 2000 минут, оценку интенсивности поломок ПК, среднее время ремонта ПК в течение 2000 минут, оценку интенсивности ремонта ПК, среднее время ожидания в очереди. 2) Модифицируйте процедуру для случая, когда инженеры обслуживают ПК с разной интенсивностью, например, первый инженер в среднем ремонтирует ПК 75 минут, а второй - 80 минут. 3) Составьте процедуру моделирования функционирования СМО по второму варианту.

Задача И2.8 Железнодорожная касса имеет 2 окошка, в каждом из которых продаются билеты в 2 пункта: N1 и N2. Потоки пассажиров, приобретающих билеты N1 и N2 одинаковы по интенсивности, которая равна 0,45 пассажиров/мин. Среднее время обслуживания пассажира (продажи ему билета) – 2мин.

Поступило рационализаторское предложение: для уменьшения очередей (в интересах пассажиров) сделать обе кассы специализированными: в первой продавать билеты только в N1, а во второй - только в N2. Начертить граф состояний и, считая все потоки событий простейшими, проверить разумность этого предложения.

<u>Задача И2.9</u> На вход АИС подается в среднем 335 статей/час. Первая операция по обработке входного потока информационных документов (ИД) состоит в отборе тех статей, которые должны вводиться в АИС. В отборе участвуют 6 человек (отборщиков), средняя производительность каждого отборщика 60 статей/час. Известно, что в среднем из входного потока отбирается для ввода в АИС 61,3% ИД. Все потоки событий – простейшие. Предполагая отсутствие ограничений на очередь (очередь неограниченная), определить все возможные основные характеристики эффективности данной СМО. Построить граф состояний системы. ([4], с.397)

Ознакомиться со следующим материалом (по указанным источникам):

1) Выходные характеристики (характеристики эффективности) этой и других СМО; абсолютная пропускная способность, относительная пропускная способность вероятность отказа.
2) Варианты постановки задач оптимизации *n* – канальных СМО с отказами.
3) Примеры практических задач ТМО с заданными режимами обслуживания.

Пример решения оптимизационных задач.

Задача 2.2. Определить оптимальное число каналов, обеспечивающее минимум затрат на систему, при условии достижения требуемого уровня ее безотказной работы.

Решение. Пусть $\frac{\lambda}{\mu} = 1, P_{OTK} \le 0{,}03 (т.е. \le 3\%)$. Целевая функция (затраты на СМО) запишется: $y = cn \to \min$, где $c - const$. Следует найти $n_{OПТ}$.

$P_{OTK} = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{p_0}{n!}$; $\frac{\lambda}{\mu} = 1 \Rightarrow P_{OTK} = \frac{p_0}{n!}$; $P_{OTK} \le 0{,}03 \Rightarrow \frac{p_0}{n!} \le 0{,}03$ или $\frac{n!}{p_0} \ge 33$, или

$n!\left(1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\ldots+\frac{1}{n!}\right) \ge 33$. Последнее равенство начинает выполняться при $n_{OПТ} = 4$, так как:

$$n = 1 \to 1\left(1+\frac{1}{1}\right) = 2 < 33; n = 2 \to 1\cdot 2\left(1+\frac{1}{1}+\frac{1}{1\cdot 2}\right) = 5 < 33;$$

$$n = 3 \to 1\cdot 2\cdot 3\left(1+\frac{1}{1}+\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}\right) = 16 < 33;$$

$$n = 4 \to 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\left(1+\frac{1}{1}+\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\right) \cong 65 > 33.$$

Задача 2.3. Определить оптимальное число каналов, обеспечивающее максимум прибыли от эксплуатации СМО в единицу времени.

Решение. Содержание каждого канала в единицу времени обходится в определенную сумму. Чем больше каналов, тем больше затраты на эксплуатацию СМО. Вместе с тем, чем больше каналов (при λ и $\mu - const$), тем больше доля обслуживаемых заявок. А каждая обслуженная заявка дает определенный (пусть постоянный) доход в единицу времени. При увеличении числа каналов растут доходы *D*, но растут и расходы на эксплуатацию СМО – *R*. Чтобы решить эту задачу, необходимо найти оптимальное число каналов $n_{OПТ}$, обеспечивающее максимум целевой функции $P = D - R \to \max$, т.е. нужно максимизировать прибыль в единицу времени.

Подготовить отчет команды, сформированной на ИнЗ 3-6, по обсуждаемым задачам, содержащий положения:

1) Постановка решаемых задач.
2) Изложение обзора вариантов их решения.
3) Защита выбранного варианта и решение задач.
4) Подготовка презентации-защиты работы команды.

Ознакомиться с формами текущего контроля

Таблица 3

<table>
<tr><th rowspan="2">№ п/п</th><th rowspan="2">Наименование разделов</th><th colspan="5">Формы контроля</th></tr>
<tr><th>Знаний</th><th>Умений</th><th>Навыков</th><th>Оценка личностных качеств</th><th>Компетенции/ ожидаемый уровень освоения</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">Классические модели систем массового обслуживания</td><td colspan="2">Сдача индивидуальных заданий</td><td rowspan="3">Отчет по решению реальных практических задач на интерактивном занятии</td><td rowspan="3">Соблюдение установленных сроков для отчета и теста</td><td rowspan="3">ОК-1, ОК-2
З-Эл, У-Эл, В-Эл
ПК-5/
З-Пр, У-Пр, В-Пр</td></tr>
<tr><td colspan="2">Контрольная работа</td></tr>
<tr><td colspan="2">Отчет по ИнЗ №3-6</td></tr>
</table>

3. УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 3

3.1. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) №3 по теме: «Сети систем массового обслуживания»

Цель занятия: Проведение исследований на базе поискового метода по одной из заданных тем.

Форма текущего контроля освоения компетенций (ОК-1, ОК-2 уровни З-Эл, У-Эл, В-Эл; ПК-5 уровни З-Пр, У-Пр, В-Пр): отчет по выбранной теме и подготовка презентации-защиты:

Пример выполнения домашнего задания.

Задача 3.1. Рассматривается разомкнутая сеть. Найти характеристики ее эффективности.

Решение. Обозначим C_0 - источник заявок в разомкнутой СМО (фиктивная СМО с бесконечным числом заявок и интенсивностью обслуживания их, равной λ_0), λ_i - входной поток C_i. Заявки из C_j поступают в C_i с вероятностью p_{ji} в соответствии с матрицей передач $P=\|p_{ij}\|_{(N+1)\times(N+1)}$.

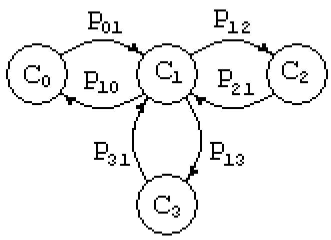


Рис.3.1

Заявки из C_j поступают в C_i с вероятностью p_{ji}, поэтому $\lambda_1 = \sum_{j=0}^{N} p_{ij}\lambda_j$, или $\lambda = p^T\lambda$, или в виде уравнений $D\lambda = (P - E)\,\lambda=0$:

$$(p_{00}-1)\lambda_0 + p_{10}\lambda_1 + \ldots + p_{N0}\lambda_N = 0$$
$$p_{01}\lambda_0 + (p_{11}-1)\lambda_1 + \ldots + p_{N1}\lambda_N = 0$$
$$\ldots$$
$$p_{0N}\lambda_0 + p_{1N}\lambda_1 + \ldots + (P_{NN}-1)\lambda_N = 0$$

Указанная система имеет нетривиальное решение, так как $D= P - E$ – вырожденная матрица, поскольку вследствие условия $\sum_{j=0}^{N} p_{ij} = 1$, матрица P вырождена.

Будем далее рассматривать неразложимые сети, в которых rang$P$=rang$D$=N и каждое состояние сети может быть достигнуто из любого другого за конечное число переходов.
Тогда из вышеуказанной системы определяются соотношения между интенсивностями сети СМО: $\lambda_i=\alpha_i\lambda_0$, где коэффициенты α_i (i=1,…,N) называются коэффициентами передачи и имеют следующий содержательный смысл. Одна и та же заявка, поступающая из C_0, может пройти через C_i несколько раз. Коэффициент α_i показывает среднее число прохождений через систему C_i одной заявки, поступившей от C_0.
Для разомкнутых сетей интенсивность λ_0 известна, поэтому решение системы единственно. Рассмотрим вначале условия существования установившегося режима в разомкнутой системе. Очевидно, что для этого необходимо соблюдение условий стабилизации очереди в каждой СМО: $\lambda_i = \alpha_i\lambda_0 < \mu_i$, $\rho_I = \alpha_i/\mu_i < l$ для одноканальных СМО и $\lambda_i = \alpha_i\lambda_0 < n_i\mu_i$ для многоканальных СМО. Следовательно, стационарный режим в разомкнутой сети будет иметь место при $\lambda_0 < \min\limits_i \frac{n_i \mu_i}{\alpha_i}$.

Зная коэффициенты передач α_i и интенсивности потоков λ_i, можно определить все характеристики разомкнутой сети. Запишем формулы для *вероятностей состояний многоканальной СМО* в более удобном для дальнейшего использования виде. Для этого введем функцию: $B_i(k_i) = \begin{cases} \rho_i^{k_i} / k_i, & \mathrm{k_i} \le n_i, \\ \rho_{*i}^{k_i - n_i} \rho_i^{ni} / n_i!, & \mathrm{k_i} > n_i. \end{cases}$

Здесь k_i и n_i - число заявок и число каналов в i-й системе соответственно; $\rho_i=\lambda_i/\mu_i$; $\rho_{*i}=\rho_i/n_i$.
Тогда вероятности состояний СМО с очередями запишутся в виде: $p_i(k_i)=B_i(k_i)p_{0i}$.
Для случая n_i=1 (одноканальные СМО) выражения для вероятностей состояний примут вид: $p_{0i}=l-\rho_i$; $B_i(k_i)=\rho_i^{ki}$ и $p_i(k_i)=\rho_i^{ki}(1-\rho_i)$.
Для линейных экспоненциальных стохастических сетей вероятности состояний так же, как и для многофазных СМО, определяется выражением

$$p(k_1,...,k_N) = \prod_{i=1}^{N} p_i(k_i) = \prod_{i=1}^{N} B_i(k_i) p_{0i}, \quad \sum_{k_1=1}^{\infty}\sum_{k_2=1}^{\infty}\cdots\sum_{k_N=1}^{\infty}\prod_{i=1}^{N} B_i(k_i) p_{0i} = 1.$$

Среднее число заявок в сети и среднее число заявок в очередях всех СМО в сети равны соответственно: $\bar{k} = \sum_{i=1}^{N} \bar{k}_i$, $\quad \bar{r} = \sum_{i=1}^{N} \bar{r}_i$, где $\mathrm{k_i}$ и $\mathrm{r_i}$ определяются для i-й СМО по «своим» формулам. Поскольку коэффициенты передачи α_i определяют среднее число прохождений заявки через i-ю СМО, то среднее время нахождения заявки в сети и среднее время ожидания заявки в очередях СМО данной сети равны соответственно:

$$\bar{\theta}_c = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \bar{t}_{ci}; \quad \bar{\theta}_{ож} = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \bar{t}_{ожi},$$

где $\bar{t}_{ci} = \bar{k}_i / \lambda_i$ - среднее, время пребывания заявки в i-й СМО. $\bar{t}_{ожi} = \bar{r}_i / \lambda_i$ - среднее время ожидания заявки в i-й СМО.

3.2. Типовые тесты к разделу 3

№	Вопросы	Ответы
1.	**Сеть СМО (**СеМО) 1) представляет собой совокупность конечного числа обслуживающих узлов, в которой циркулируют заявки, переходящие в соответствии с маршрутной матрицей из одного узла в другой. Узел всегда является	

	разомкнутой СМО. Входящие потоки требований в каждую СМО пуассоновские, а времена каждого этапа обслуживания, реализуемого на любой СМО сети, имеют экспоненциальное распределение. 2) представляет собой совокупность конечного числа обслуживающих узлов, в которой циркулируют заявки, переходящие в соответствии с маршрутной матрицей из одного узла в другой. Узел всегда является замкнутой СМО. 3) представляет собой совокупность конечного числа обслуживающих узлов, в которой циркулируют заявки, переходящие в соответствии с маршрутной матрицей из одного узла в другой. Узел всегда является разомкнутой СМО. При этом отдельные СМО отображают функционально самостоятельные части реальной системы, связи между СМО □ структуру системы, а требования, циркулирующие по СеМО, □ составляющие материальных потоков (сообщения (пакеты) в коммуникационной сети, задания в мультипроцессорных системах, контейнеры грузопотоков и т.п.).	
2.	**Сеть называется экспоненциальной, если** 1) входящие потоки требований в каждую СМО пуассоновские, а времена каждого этапа обслуживания, реализуемого на любой СМО сети, имеют нормальное распределение. 2) входящие потоки требований в каждую СМО нормальные, а времена каждого этапа обслуживания, реализуемого на любой СМО сети, имеют экспоненциальное распределение. 3) входящие потоки требований в каждую СМО равномерные, а времена каждого этапа обслуживания, реализуемого на любой СМО сети, имеют экспоненциальное распределение. 4) входящие потоки требований в каждую СМО пуассоновские, а времена каждого этапа обслуживания, реализуемого на любой СМО сети, имеют экспоненциальное распределение. Это позволяет считать, что этапы обслуживания независимы между собой и не зависят ни от параметров входящего потока, ни от состояния сети, ни от маршрутов следования требований.	
3.	**Разомкнутая сеть –** 1) это такая отрытая сеть, в которую заявки поступают из внешней среды и уходят после обслуживания из сети во внешнюю среду. 2) это такая сеть, в которой циркулирует фиксированное число заявок, а внешний независимый источник отсутствует. 3) это сеть, в которой постоянно циркулирует определенное число заявок и есть заявки, поступающие от внешних независимых источников.	
4.	**Замкнутая сеть –** 1) это такая отрытая сеть, в которую заявки поступают из внешней среды и уходят после обслуживания из сети во внешнюю среду. 2) это такая сеть, в которой циркулирует фиксированное число заявок, а внешний независимый источник отсутствует. 3) это сеть, в которой постоянно циркулирует определенное число заявок и есть заявки, поступающие от внешних независимых источников.	
5.	**Условное обозначение СМО (A/B/m/n)** 1) здесь **A** – число каналов обслуживания, **B** – число мест в очереди, **m** – обозначение закона распределения вероятностей для времени обслуживания, **n** – обозначение закона распределения вероятностей для интервалов поступления заявок. 2) здесь **A** – обозначение закона распределения вероятностей для времени обслуживания, **B** – обозначение закона распределения вероятностей для интервалов поступления заявок, **m** – число каналов обслуживания, **n** – число мест в очереди.	

	3) здесь **A** – обозначение закона распределения вероятностей для интервалов поступления заявок, **B** – обозначение закона распределения вероятностей для времени обслуживания, **m** – число каналов обслуживания, **n** – число мест в очереди (если число мест в очереди не ограничено, то указывается ∞).	

3.3. Подготовка к интерактивным занятиям №7, 8 «Модели многофазных систем. Модели сетей массового обслуживания»

Цель занятия: активное воспроизведение ранее полученных знаний по разделу 3 «Основы теории случайных процессов» в «незнакомых» условиях (применение основных понятий темы раздела 3 для решения задачи: построение вероятностных моделей для практически важных текстовых задач).

Дополнительная литература для подготовки к занятию:
1) http://www.edu.ru/modules.php?op=modload&name=Web_Links&file=index&l_op=viewlink&cid=2290 http://window.edu.ru/resource/124/47124
2) http://www.studfiles.ru/dir/cat32/subj1235/file11060/view111223.html
3) http://www.intuit.ru/department/se/mathmodel/4/
4) http://www.resolventa.ru/metod/student/servtheory.htm
5) http://www.nsu.ru/matlab/Exponenta_RU/educat/systemat/gomboev/labsmo/smo_z1.asp.htm
6) Самостоятельный интернет-поиск.

Форма текущего контроля освоения компетенций (ОК-1, ОК-2 уровни З-Эл, У-Эл, В-Эл; ПК-5 уровни З-Пр, У-Пр, В-Пр) (см. табл.3 методических указаний к практическим занятиям): *отчет* по решению практических текстовых задач, *типовая формулировка* которых следующая:

Задача ИЗ.1. Разомкнутая показательная сеть СМО задана параметрами: 1) числом N СМО 2) числом каналов в каждой СМО: $C_1, \ldots, C_N$; 3) матрицей переходных вероятностей $P=\|p_{ij}\|_{N\times N}$; 4) интенсивностями входных потоков: $\lambda_1, \ldots, \lambda_N$; средними временами обслуживания: $\tau_1,\ldots, \tau_N$ заявок в каждой СМО. Задание. 1) нарисовать граф сети СМО. 2) найти все характеристики данной сети для примера данных:

1) $N=3$;
2) $C_1=1$, $C_1=1$, $C_N=2$;
3)
$$P=\begin{array}{c|cccc|} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ \hline \mathbf{1} & 0{,}1 & 0 & 0{,}5 & 0{,}4 \\ \mathbf{2} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{3} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$
4) $\lambda_1=1$, $\lambda_2=0$, $\lambda_3=0$;
5) $\tau_1=0.07$, $\tau_2=0.06$, $\tau_3=0.35$;

Задача ИЗ.2.На вход СМО подается простейший поток заявок в интенсивностью λ. Обслуживание состоит из двух последовательных фаз, выполняемых в СМО1 и СМО2. В СМО1 (n_1 каналов) проводится обслуживание заявки, а в СМО2 (n_2 каналов) контролируется качество проведенного в СМО1 обслуживания. Если в СМО2 не обнаружено недостатков в обслуживании, то заявка считается обслуженной в СМО; если в СМО2 обнаружены недостатки в обслуживании, то заявка возвращается на повторное обслуживание в СМО1. Вероятность того, что заявка, обработанная в СМО1, будет в результате контроля в СМО2 возвращена на повторное обслуживание в СМО1, равна 1-р и не зависит от того, сколько раз она была обработана в СМО1.Определить условия существования стационарного режима работы рассмотренной СМО, считая, что потоки заявок, поступающие в СМО1 и СМО2, простейшие. Начертить граф состояний.

Ознакомиться со следующим материалом (по указанным источникам):

1) Выходные характеристики (характеристики эффективности) сетей СМО; пропускная способность, пропускная способность вероятность отказа.
2) Показательные сети. Условие существования решения.
3) Практическое приложение показательных сетей.

Подготовить отчет команды, сформированной на ИнЗ 7, 8, по обсуждаемым задачам, содержащий положения:

1) Постановка решаемых задач.
2) Изложение обзора вариантов их решения.
3) Защита выбранного варианта и решение задач.
4) Подготовка презентации-защиты работы команды.

Ознакомиться с формами текущего контроля

Таблица 4

<table>
<tr><th rowspan="2">№ п/п</th><th rowspan="2">Наименование разделов</th><th colspan="5">Формы контроля</th></tr>
<tr><th>Знаний</th><th>Умений</th><th>Навыков</th><th>Оценка личностных качеств</th><th>Компетенции/ ожидаемый уровень освоения</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">Сети систем массового обслуживания</td><td colspan="2">Сдача индивидуальных заданий</td><td rowspan="3">Отчет по решению реальных практических задач на интерактивном занятии</td><td rowspan="3">Соблюдение установленных сроков для отчета и теста</td><td rowspan="3">ОК-1, ОК-2
З-Эл, У-Эл, В-Эл
ПК-5/
З-Пр, У-Пр, В-Пр</td></tr>
<tr><td colspan="2">Контрольная работа</td></tr>
<tr><td colspan="2">Отчет по ИнЗ №7, 8</td></tr>
</table>

4. УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 4

4.1. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) №4 по теме: «Немарковские системы массового обслуживания»

Цель занятия: Проведение исследований на базе поискового метода по одной из заданных тем.
Форма текущего контроля освоения компетенций компетенций (ОК-1, ОК-2 уровни З-Эл, У-Эл, В-Эл; ПК-5 уровни З-Пр, У-Пр, В-Пр): отчет по выбранной теме и подготовка презентации-защиты:

Пример выполнения домашнего задания.

Задача 4.1. Определить оптимальное число причалов промышленного речного порта, принимающего влажные сыпучие материалы. Поток поступления барж простейший с параметром, равным 0.5 шт./сутки. Время разгрузки одной баржи случайно и распределено по показательному закону с параметром, равным 0.5 шт./сутки.
Цена оборудования одного причала 100000$, текущие затраты на содержание одного работающего причала 400$/сутки а стоящего - 200$/сутки, затраты на содержание груженой баржи 1000$/сутки. Если груз с момента прибытия ожидает более 2-х суток, то условия его разгрузки усложняются и связаны с дополнительными текущими затратами в 600$/сутки.

Решение. Приведем расчетные формулы для заданного типа многоканальной СМО со сложным режимом ожидания:

1. $P_0 = \dfrac{1}{\sum\limits_{n=o}^{s-1} \dfrac{\psi^n}{n!} + \dfrac{\psi^s}{s!(1-\dfrac{\psi}{s})}}$, $ps = \dfrac{\psi^s}{s!} \cdot P_0$;

2. $F(t) = P\{\beta < t\} = \begin{cases} 0, t \le 0 \\ 1 - \Pi e^{-(s\mu-\lambda)t}, t \ge 0 \end{cases}$; $\Pi = \dfrac{ps}{1-\psi/s}$; β - время ожидания груза;

$C_4 = C_4' P\{t_{ож} < 2суток\} + C_4'' P\{t_{ож} > 2суток\}$

3) $M1 = ps\dfrac{\psi}{s}\dfrac{1}{\left(1-\dfrac{\psi}{s}\right)^2}$; 4) $M_2 = \sum\limits_{k=0}^{s-1}\dfrac{s-k}{s!}\psi^k P_0$;

5) $I = E_n C_1 S + C_2 M_2 + C_3(S - M_2) + C_4 M_1 T$.

Приведем листинг программы:

```
double c1=100000;  //Цена оборудования одного причала, $
double c2=400*365; // текущие затраты на содержание одного работающего причала
double c3=200*365; // текущие затраты на содержание одного стоящего причала , $
double c4i=1000;  //затраты на содержание груженой баржи, t<2x суток, $
double c4ii=1600; //затраты на содержание груженой баржи, t>2x суток, $
double c4;        //затраты на содержание груженой баржи
double jl=0.5; // интенсивность входящего потока, шт/сутки
double jm=0.5; //интенсивность выходящего потока, шт/сутки
double T=6000: //Годовой фонд времени работы системы, сутки
double M1      р. длина очереди
double M2;  //ср. число аппаратов свободных от обслуживания
double ps; // вероятность занятости всех причалов
int s;    //число причалов промышленного речного порта
double I;   // эффективность
double P;   // Вероятность ожидания не более 2х суток
double P0;
double sum=0;
double Y=jl/jm;
```

T=635

```
    for(s=2; s<12; s++)
    {
        ps=P0=0.0;
        sum=M1=M2=0.0;

/*1*/   for(int n=0; n<s; n++)
            sum+=pow(Y,n)/factl(n);

        P0=factl(s)*(1-Y/s);
        P0=1/(sum+pow(Y,s)/P0);

        ps=(pow(Y,s))/factl(s);
        ps=ps*P0;

/*2*/   P=ps/(1-Y/s);
        P=1-P*exp(-(s*jm-jl)*2);

        c4=c4i*P+c4ii*(1-P);

/*3*/   M1=ps*Y/s;
        M1=M1/pow((1-Y/s),2);
```

```
/*4*/    for(n=0; n<s; n++)
         {
              sum=factl(s);
              sum=(s-n)/sum;
              sum=sum*P0*pow(Y,n);
              M2+=sum;
         }

/*5*/    I=0.15*c1*s+c2*M2+c3*(s-M2)+c4*T*M1;

         fprintf(stream, "s=%10d \nI=%10.5f", s, I);
         fprintf(stream, "\n\n");
     }
```

Содержимое выходного файла:

s =	2	I=343118.39974
s =	3	I=307258.83648
s =	4	I=365657.97631
s =	5	I=443705.95342
s =	6	I=528828.01973
s =	7	I=616154.37566
s =	8	I=704024.52157
s =	9	I=792003.38229
s =	10	I=880000.41160
s =	11	I=968000.04477

Вывод: оптимальное число причалов промышленного речного порта = 3

4.2. Типовые тесты к разделу 4

№	Вопросы	Ответы
1.	**Обозначение законов распределения (A/B/m/n) в позициях A и B выполняется обычно буквами из следующего списка:** 1) *M* – экспоненциальное, E^k – эрланговское порядка *k*, *D* – детерминированное (постоянная величина), *G* – произвольное (любого вида). 2) *M* – нормальное, E^k – эрланговское порядка *k*, *D* – детерминированное (постоянная величина), *G* – произвольное (любого вида). 3) *M* – равномерное, E^k – эрланговское порядка *k*, *D* – детерминированное (постоянная величина), *G* – произвольное (любого вида).	
2.	**Относительный приоритет заявки** 1) дает право прервать обслуживание менее важной заявки и занять ее место в приборе (или в буфере, если все приборы заняты столь же важными заявками). Вытесненная заявка либо теряется, либо поступает в буфер, где ждет дообслуживания. 2) дает право первоочередного занятия освободившегося прибора. Он не дает право на вытеснение заявки из прибора или буфера. 3) характеризуется моментом действия: относительный реализуется в момент освобождения прибора.	
3.	**Относительным приоритетом заявки обладают** 1) Лица, имеющие льготы при обслуживании в кассе, у врача и т.п. 2) судно, получившее пробоину и нуждающееся в срочной разгрузке. 3) обращения программ к устройству для выполнения операции ввода или вывода.	
4.	**Абсолютным приоритетом заявки обладают**	

	1) Лица, имеющие льготы при обслуживании в кассе, у врача и т.п. 2) судно, получившее пробоину и нуждающееся в срочной разгрузке. 3) обращения программ к устройству для выполнения операции ввода или вывода. 4) команды оператора у пульта вычислительных производственных систем.	
5.	Уравнения Колмогорова описывают 1) вероятности появления двух или более событий в течение элементарного интервала времени Δt 2) распределение числа *n* событий попадающих на любой интервал *z* $P(n,z) = \frac{(\lambda z)^n \exp(-\lambda z)}{n!}, n = 0,1,2,...$ 3) вероятности того, что на интервале времени *z* не появится ни одного события: $P(0,z) = e^{-\lambda z}$ 4) вероятности состояний СМО во времени.	
6.	**Дисплейный зал имеет 5 дисплеев. Поток пользователей простейший. Среднее число пользователей, посещающих дисплейный зал за сутки, равно 140. Время обработки информации одним пользователем на одном дисплее распределено по показательному закону и составляет в среднем 40 минут. Данная СМО** 1) относится к классу многоканальных систем с отказами; 2) относится к классу многоканальных систем с ограниченной очередью; 3) относится к классу многоканальных систем с неограниченной очередью.	
7.	**В замкнутой СМО** – 1) характеристики потока заявок зависят от того, в каком состоянии сама СМО (сколько каналов занято). 2) характеристики потока заявок не зависят от того, в каком состоянии сама СМО (сколько каналов занято). 3) характеристики потока заявок не зависят от того, в каком состоянии сама СМО (сколько каналов занято), но зависят от длины очереди.	

4.3. Подготовка к интерактивному занятию №9, 10 «Статистическое моделирование. Имитационное моделирование» (4 ч)

Цель занятия: активное воспроизведение ранее полученных знаний по разделу 4 «Немарковские системы массового обслуживания», применение основных понятий темы раздела 4 для решения задач: построение статистических моделей для практически важных текстовых задач.

Дополнительная литература для подготовки к занятию:
1) http://www.edu.ru/modules.php?op=modload&name=Web_Links&file=index&l_op=viewlink&cid=2290 http://window.edu.ru/resource/124/47124
2) http://www.studfiles.ru/dir/cat32/subj1235/file11060/view111223.html
3) http://www.intuit.ru/department/se/mathmodel/4/
4) http://www.resolventa.ru/metod/student/servtheory.htm
5) http://www.nsu.ru/matlab/Exponenta_RU/educat/systemat/gomboev/labsmo/smo_z1.asp.htm
6) Самостоятельный интернет-поиск.

Форма текущего контроля освоения компетенций (ОК-1, ОК-2 уровни З-Эл, У-Эл, В-Эл; ПК-5 уровни З-Пр, У-Пр, В-Пр) (см. табл.4 методических указаний к практическим занятиям): *отчет* по решению практических текстовых задач, *типовая формулировка* которых следующая:

Задача Д4.1. В отделении нагрева металла в цехе крупной ковки часть нагревательных печей работают в режиме копильников. Если очередной поступающий слиток застает все нагревательные печи занятыми, то он помещается в копильник, где обеспечивается поддержание температуры металла. Если занятыми окажутся и копильники, то слиток отправляется на склад. В последующем его нагрев потребует дополнительных затрат в размере 100$. Поток поступления слитков простейший с параметром, равным 10 шт./сутки. Время нагрева слитка перед ковкой распределено по показательному закону с параметром, равным 2 шт./сутки. В цехе имеется всего 10 нагревательных печей, часть из которых работают в режиме копильников. Определить оптимальное число копильников, если цена нагревательной печи 100000$, текущие затраты на обслуживание работающей печи 50$/сутки, а стоящей - 30$/сутки. Затраты на содержание слитков в копильнике 60$/сутки на слиток. Годовой фонд времени работы отделения нагрева 6000 часов.

Задача Д4.2. Определить оптимальное число причалов промышленного речного порта, принимающего влажные сыпучие материалы. Поток поступления барж простейший с параметром, равным 0.5 шт./сутки. Время разгрузки одной баржи случайно и распределено по показательному закону с параметром, равным 0.5 шт./сутки.
Цена оборудования одного причала 100000$, текущие затраты на содержание одного работающего причала 400$/сутки а стоящего - 200$/сутки, затраты на содержание груженой баржи 1000$/сутки. Если груз с момента прибытия ожидает более 2-х суток, то условия его разгрузки усложняются и связаны с дополнительными текущими затратами в 600$/сутки.

Задача Д4.3. Определить число взлетно-посадочных полос на аэродроме, необходимое для того, чтобы вероятность ожидания посадки для самолета, прибывающего на аэродром, было меньше 0.1. Статистическим исследованием установлено, что поток прибывающих самолетов - простейший с параметром λ=27 прибытий/час, а время приземления и занятия взлетно-посадочной полосы распределено по показательному закону с параметром μ=30час$^{-1}$

Ознакомиться со следующим материалом (по указанным источникам):

1) Выходные характеристики (характеристики эффективности) нестационарных СМО и возможные подходы к их расчету.
2) Основные положения статистического моделирования.
3) Основные этапы имитационного моделирования.
4) Основные возможности пакета GPSS.

Подготовить отчет команды, сформированной на ИнЗ 4, по обсуждаемым задачам, содержащий положения:

1) Постановка решаемых задач.
2) Изложение обзора вариантов их решения.
3) Защита выбранного варианта и решение задач.
4) Подготовка презентации-защиты работы команды.

Ознакомиться с формами текущего контроля

Таблица 4

№ п/п	Наименование разделов	Формы контроля				
		Знаний	Умений	Навыков	Оценка личностных качеств	Компетенции/ ожидаемый уровень освоения

<table>
<tr><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">Немарковские системы массового обслуживания</td><td>Сдача индивидуальных заданий</td><td rowspan="3">Отчет по решению реальных практических задач на интерактивном занятии</td><td rowspan="3">Соблюдение установленных сроков для отчета и теста</td><td rowspan="3">ОК-1, ОК-2
З-Эл, У-Эл, В-Эл
ПК-5/
З-Пр, У-Пр, В-Пр</td></tr>
<tr><td>Контрольная работа</td></tr>
<tr><td>Отчет по ИнЗ №3</td></tr>
</table>

При составлении методических указаний использовался материал нижеуказанной литературы, а также материал интернет-ресурсов.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания / 5-е изд., испр. - М. : URSS, 2011. - 402 с.
2. Хинчин А.Е. Работы по математической теории массовогообслуживания / ред.: Б.В. Гнеденко. - 2-е изд., стереотип. - М. : УРСС, 2004. – 235с.
3. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей : Учебное пособие для втузов / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. - 4-е изд., перераб. и доп. - М. : Высшая школа, 2002. - 448 с. .
4. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения : Учебное пособие для втузов / 2-е изд., стереотип. - М. : Высшая школа, 2000. - 480 с.
5. Фомин Г.П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности : Учебник для вузов / Г. П. Фомин. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Финансы и статистика, 2005. - 614с.
6. Малышева И.А. Теория вероятностей и массового обслуживания. Программа, методические указания и контрольные задания для студентов-заочников II курса специальности УПП (Д). М.: ВЗИИТ, 1991.
7. Романцев В.В. Аналитические модели систем массового обслуживания: Учеб.пособие/СПбГЭТУ (ЛЭТИ). СПб., 1998. 67с.
8. http://www.edu.ru/modules.php?op=modload&name=Web_Links&file=index&l_op=viewlink&cid=2290 http://window.edu.ru/resource/124/47124
9. http://www.studfiles.ru/dir/cat32/subj1235/file11060/view111223.html
10. http://www.intuit.ru/department/se/mathmodel/4/
11. http://www.resolventa.ru/metod/student/servtheory.htm
12. http://www.nsu.ru/matlab/Exponenta_RU/educat/systemat/gomboev/labsmo/smo_z1.asp.htm