Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
Высшего образования

«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ

УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)

Кафедра комплексной информационной безопасности электронно-вычислительных систем (КИБЭВС)

Метод анализа иерархий

Методические указания
по курсу «Системный анализ»

ММ Немирович-Данченко, ЕА Прозорова

Томск 2021

УДК 303.732.4
ББК
Д

Рецензент:

Немирович-Данченко М.М., Прозорова Е.А.
Д Методические указания по курсу «Системный анализ», метод анализа иерархий
/ М.М. Немирович-Данченко. – Томск. Гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники,
2021. – 23 с.

Методические указания составлены на основании Федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования и государственных требований к обязательному минимуму содержания и уровню подготовки по специальности 10.05.03 «Информационная безопасность автоматизированных систем»

УДК 303.732.4
ББК

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ

Развитие человечества можно представить себе, как развитие операций и методов измерения. Такие виды деятельности человека как взвешивание, сравнение объемов и длин были одними из самых древнейших операций. Со временем средства и методы измерений совершенствовались, повышалась их точность и, наконец, была принята единая в Европе система мер (Это случилось, как и многие другие прогрессивные нововведения, после Великой французской революции).

С развитием методов измерений менялись и представления о неизмеряемости наших ощущений (о невозможности количественных представлений в сфере сознания). Накапливалось осознание противоречия между оценками, повсеместно происходящими в жизни, и невозможностью точного представления этих оценок.

Человеку в течение жизни часто приходится сталкиваться с оценками в различных сферах, и, как правило, это попарные оценки – попарные сравнения. Так, чтобы измерить длину, мы в качестве пары должны взять некий эталонный метр, если нам привычна метрическая система. Наличие такого повсеместного опыта сравнений осознавалось и философами, и учеными как данность. Уже Анри Лебег, крупнейший математик 19-20 веков, писал о том, что мы вынуждены при измерении прибегать к попарным сравнениям. Потребность в количественном описании наших субъективных оценок таких сравнений значительно возросла в середине прошлого столетия. Это было связано, кроме всего прочего, и со становлением системного подхода при решении проблем в производстве и обществе, что, в свою очередь, привело, начиная с работ Абрахама Вальда и Эриха Лемана, к теории принятия решений.

Теория принятия решений оперировала такими понятиями, как ЛПР (лицо, принимающее решение), функция риска, функции потерь, минимаксные решающие правила; несколько позже важным этапом развития теории принятия решений стало возникновение теории субъективной вероятности. А наиболее качественные изменения в концепции "выбор наилучшего решения проблемной ситуации в условиях неопределённости" произошли во второй половине 20 века, когда появились два научных направления, совершенно различных по математическому обоснованию и инструментарию, но, как оказалось, очень близких по применению. Это нечеткие множества (Заде, 1978), и метод анализа иерархий (Саати, 1978) [1].

1 МЕТОД АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ

1.1 Описание метода

При принятии решений ЛПР или эксперт, привлеченный для решения поставленной задачи и формирования мнения ЛПР, как правило, анализирует существующую предметную (то есть относящуюся к конкретной прикладной области) систему взаимосвязанных компонент.

Предметом такого анализа могут быть, например:

– экономическая ситуация в стране или регионе,
– проекты развития предприятия,
– выбор новых материалов,
– конкурсный отбор поставщиков,
– выработка новой образовательной траектории ВУЗа, и т.д.

В работах Томаса Саати с коллегами накоплен громадный опыт по применению своей методологии в совершенно разных отраслях человеческой деятельности.

В данном разделе приводятся некоторые простейшие основы метода анализа иерархий (МАИ), предложенного Томасом Саати (в мировой литературе распространена аббревиатура AHP – Analytic Hierarchy Process). Применение МАИ сводит исследование систем практически любой сложности к последовательности попарных сравнений определенных компонент.

1.2 Понятие иерархии

Люди привыкли в обычной жизни объединять в группы, различные осязаемые нами элементы окружающий среды – предметы, явления и процессы. Мы делаем это, так как эти элементы обладают некоторыми характерными свойствами. В принципе, этот подход мы можем продолжать, то есть полученные группы соединять в надгруппы, и продолжать этот процесс до некоторого разумного предела. На каждом уровне элементы объединяются в группы по наличию каких-то свойств. Например, поставщики с опытом работы менее 3 лет объединяются в группу, претенденты на должность технического директора холдинга объединяются по уровню владения английским языком и т.д. Этот процесс группирования элементов, а затем группирования групп напоминает движение от листьев и ветвей дерева к его корню. Получаемая структура называется иерархией и рисуется в виде перевёрнутого дерева, где верхний элемент – это наша основная цель, итог все процедуры принятия решения. Каждый уровень иерархии, как правило, из многих элементов, или факторов (критериев).

1.3 Понятие вектора приоритетов

С точки зрения количественной главным вопросом методологии МАИ является следующий: как оценить влияние отдельных элементов (критериев) самого низкого уровня иерархии на итоговую цель - вершину? При этом интуитивно ясно, что разные факторы влияют по-разному, и в целом такое влияние неравномерно. Отсюда появляется основная задача МАИ – необходимость определения приоритетов факторов. Удобнее сразу договориться о терминологии – мы будем всегда говорить о **векторе приоритетов**. Основная вычислительная задача МАИ – нахождение и уточнение вектора приоритетов. Для этого может использоваться довольно серьёзный математический аппарат, но многие задачи могут быть решены с использованием приближенных, более простых, методов.

Приведём вначале общую постановку задачи, а затем сразу обратимся к простому примеру.

2 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Дано: общая цель (цели) решения задачи; N критериев (факторов); k альтернатив.

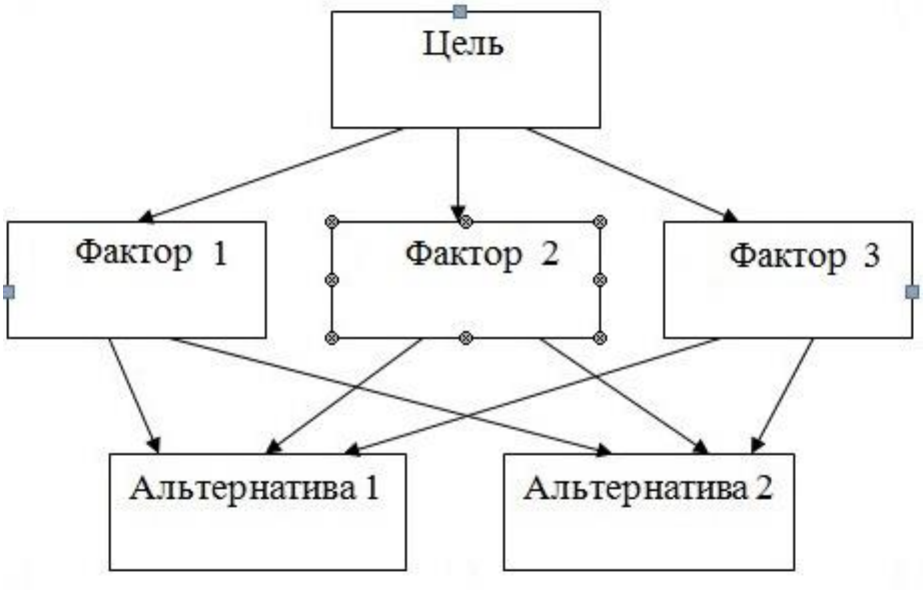

Рис. 1. Простейшая иерархия.

На рис. 1 представлен простейший случай МАИ, когда критериев (факторов) 3, а альтернативы всего 2. Это случается довольно редко, но именно такой пример имеет смысл рассмотреть сначала.

Прежде всего – что такое **альтернатива**? Это известный исследователю, существующий вариант решения проблемы. Например, если проблема – найти нового технического директора фирмы, то альтернативой могут быть несколько кандидатов, имеющих известные характеристики. Конечно, можно рассматривать абстрактную альтернативу, обладающую некоторыми свойствами, а затем актуализировать эту абстракцию, выйдя на известное и существующее решение. Это теоретически тоже один из путей применения метода. Таким образом, на этапе выбора альтернатив проявляется опыт эксперта (или группы экспертов), превентивный учет ряда факторов, возможные предварительные условия заказчика (ЛПР).

Факторы, или критерии, или свойства – это такие присущие альтернативам качества, которые позволяют их попарно сравнивать между собой. Эти качества должны позволить эксперту расставить альтернативы по возрастанию (убыванию) данного качества, про-ранжировать их.

Цель достигается выбором из нескольких альтернатив одной, лидирующей по результатам ранжирования.

Процедуру выбора можно кратко описать следующим образом. Критерии сравниваются между собой попарно, по количественной шкале Саати (таблица 1), результатом такого сравнения является вектор предпочтений критериев. В свою очередь, по каждому из критериев строится вектор предпочтений альтернатив. Если альтернатив - k , а критериев - N, то итогом такого построения станет матрица k * N. Весовые коэффициенты альтернатив, то есть их ранжирование, получается в результате перемножения матрицы k * N и вектора предпочтений критериев N * 1.

2.1 Создание набора критериев (факторов)

Составление набора факторов является не менее ответственным и важных шагом, чем поиск альтернатив. Даже, строго говоря, более важным. Именно факторы являются составными частями единой цели, они образуют своего рода портрет цели, паспорт её в разрезе данных факторов. Если, продолжая предыдущий пример с техническим директором фирмы, мы будем искать молодого экономиста – выпускника МГУ, это будет одно подмножество альтернатив, если при обсуждении наших требований к кандидатуре мы сделаем акцент на техническом образовании и знании интернет-маркетинга – это будет иное множество кандидатов (альтернатив).

Таким образом, пул критериев будет (должен!!) однозначно определять совокупность альтернатив.

2.2 Процедура попарного сравнения и матрица сравнений

Особое место в методе Саати отводится метрике сравнений. Суть процедуры сравнений в том, что, например, мы сравниваем между собой альтернативы по одному из факторов. (В нашем простейшем случае получится матрица 2x2). Вообще по итогам попарных сравнений образуется матрица сравнений, для заполнения элементов которой Саати ввел и неоднократно всесторонне обосновал оригинальную метрическую шкалу - в литературе встречаются разные названия этой шкалы, и «шкала относительной важности», и «шкала значимости». В данном тексте принято одно из распространённых названий – «шкала сравнений».

Таблица 1. Шкала сравнений

a_{ij}	Пояснения
1	Равная значимость сравниваемых элементов иерархии
3	Умеренное превосходство i-го элемента иерархии над j-ым
5	Существенное или сильное превосходство i -го элемента
7	Значительное превосходство i-го элемента
9	Очень значительное превосходство i-го элемента
2, 4, 6, 8	Промежуточные степени превосходства

По диагонали стоят результаты сравнения элемента с самим собой, так как значимость при этом, очевидно, равная, то и в ячейку заносится 1. Итак, главная диагональ матрицы сравнений будет состоять из единиц. Заносим соответствующие обратные величины: 1, 1/3, ..., или 1/9 в те клетки матрицы, которые лежат симметрично её диагонали, то есть если a_{ij}=3, то a_{ji}=1/3 и т.д. Это делается для корректного обратного сравнения элементов. Действительно, (продолжая наш пример) если нами условлено, что, например, альтернатива А1 значительно превосходит альтернативу А2 по знанию интернет-маркетинга (оценка 7), то, для непротиворечивости дальнейших действий, нам необходимо считать, что А2/А1=1/7 по данному же критерию. Полученные таким образом матрицы попарных сравнений будут обратно-симметричны относительно главной диагонали.

2.3 Действия с матрицами

Число полученных матриц сравнений определяется числами N – число критериев, и k – число альтернатив. Для каждого критерия нужно построить матрицу размерностью k x k, стало быть, число таких матриц – N. Также необходимо сравнить между собой собственно критерии, получится одна матрица NxN, В нашем простейшем примере – три матрицы 2x2 и одна матрица 3x3. Для каждой матрицы нужно найти собственный вектор. Компоненты этого вектора будут выступать в роли весовых коэффициентов при вычислении весовых коэффициентов следующего иерархического уровня – в нашем случае, при ранжировании между собой двух альтернатив.

2.4 Этапы решения задачи при использовании МАИ

1. Структуризация задачи в виде иерархии – выбор факторов, выбор альтернатив, при необходимости выделение подуровней. На этом этапе возможно графическое построение «дерева».

2. Выполнение процедуры парных сравнений элементов на каждом уровне иерархии. На этом этапе определяется относительная важность критериев или элементов.

3. Определение компонент собственных векторов матриц каждого уровня. При этом вычисляются коэффициенты важности для элементов уровня как нормированные числовые значения компонент собственных векторов.

4. Вычисление веса (места) каждой альтернативы как количественной характеристики её качественных свойств. На этом этапе определяется лучшая (или лучшие) альтернатива. Таким образом выполняется ранжирование альтернатив.

3 ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ

В качестве примера рассмотрим проблему выбора школы, описанную Саати [1]. Общая цель – выбор хорошей школы (Саати формулирует это как "удовлетворение школой"). Альтернативы – три, они обозначены на рис. 2 A, B. C.

Критериев 6 (они могут рассматриваться как подцели):

– ***Учёба (У)*** (сравниваем школы по использованию методик (Монтессори, Вальдорф), наличию предметных педагогов, известных своими результатами)

– ***Друзья (Д)*** (по этому критерию школы могут быть одинаковы)

– ***Школьная жизнь*** (Ш) (спектакли, кружки, походы, секции)

– ***Проф. обучение*** (П) (обучение одной конкретной специальности)

– ***Подготовка к колледжу (ВУЗу)*** (К) (как подшефная школа какого-то ВУЗа, с углубленной подготовкой физ.-мат. и т. д.)

– ***Обучение музыке (М)*** (наличие школьного хора, хореография, ритмика и т.д.)

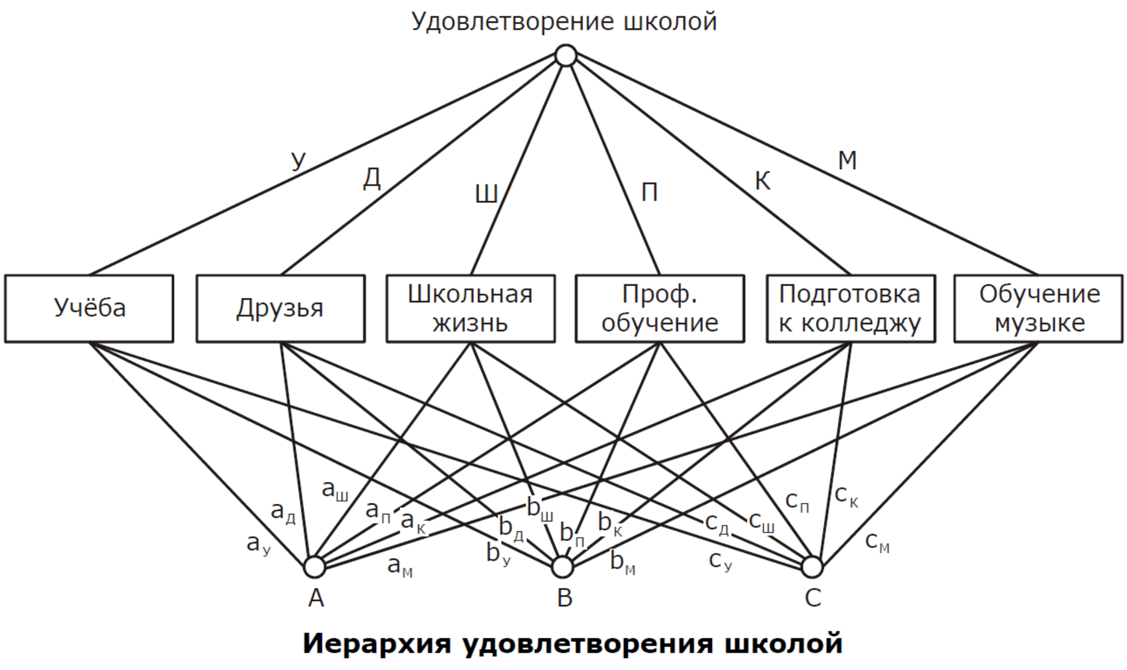

Рис. 2 Пример более сложной иерархии (по Саати [1])

Критерии должны обсуждаться и ранжироваться с использованием лингвистических оценок. Повторим здесь шкалу из таблицы 1, но с подробным обоснованием выбора степени важности:

Таблица 2. Шкала сравнений и лингвистические оценки

Степень важности	Определение	Объяснение
1	Одинаковая значимость	Два действия вносят одинаковый вклад в достижение цели
3	Некоторое преобладание значимости одного действия перед другим (слабая значимость)	Опыт и суждение дают лёгкое предпочтение одному действию перед другим
5	Существенная или сильная значимость	Опыт и суждение дают сильное предпочтение одному действию перед другим
7	Очень сильная или очевидная значимость	Предпочтение одного действия перед другим очень сильно. Его превосходство практически явно.
9	Абсолютная значимость	Свидетельство в пользу предпочтения одного действия другому в высшей степени предпочтительны
2, 4, 6, 8	Промежуточные значения между соседними значениями шкалы	Ситуация, когда необходимо компромиссное решение
Обратные величины приведённых выше чисел	Если действию *i* при сравнении с действием *j* приписывается одно из приведённых выше чисел, то действию *j* при сравнении с *i* приписывается обратное значение	Обоснованное предположение

Ниже приводятся результаты попарного сравнения критериев между собой (таблица 10) **и** парного сравнения школ по критериям (шесть таблиц, таблица 3- таблица 9).

По каждой таблице вычисляются компоненты векторов предпочтений.

Покажем, как сравнить между собой альтернативы по каждому из 6-ти критериев. Все матрицы здесь – 3x3 (n=3), так как выбираются из 3 альтернативных школ одна.

Для каждой матрицы **ищем нормированный вектор предпочтений**:

- перемножаем элементы строки А (n элементов),
- извлекаем корень степени n,
- повторяем эти действия для строк В и С,
- суммируем значения корней,

– и каждый из корней делим на сумму, тем самым получая компоненты нормированного вектора предпочтений.

Это один из нескольких приближенных способов нахождения собственных векторов.

Таблица 3. Сравнение школ по критерию У (отношение к учёбе в школе)

	A	B	C	Произведение элементов строки	Корень 3-й степени из произведения	Нормированный вектор (делим на сумму корней, т.е. на 3.50)
A	1	1/3	1/2	0,166667	0,55	Ау=0,16
B	3	1	3	9	2,08	Ву=0,59
C	2	1/3	1	0,666667	0,87	Су=0,25
					3,50	

Таблица 4. Сравнение школ по критерию Д (Друзья)

	A	B	C	Корень 3-й степени из произведения	Нормированный вектор
A	1	1	1	1	0,333
B	1	1	1	1	0,333
C	1	1	1	1	0,333

Таблица 5. Сравнение школ по критерию Ш (Школьная жизнь)

	A	B	C	Корень 3-й степени из произведения	Нормированный вектор
A	1	5	1	1,709	0,455
B	1/5	1	1/5	0,342	0,091
C	1	5	1	1,709	0,455

Таблица 6. Сравнение школ по критерию Проф. обучение

	A	B	C	Корень 3-й степени из произведения	Нормированный вектор
A	1	9	7	3,979	0,772
B	1/9	1	1/5	0,281	0,055
C	1/7	5	1	0,894	0,173

Таблица 7. Сравнение школ по критерию Подготовка к ВУЗу

	A	B	C	Корень 3-й степени из произведения	Нормированный вектор
A	1	1/2	1	0,794	0,25
B	2	1	2	1,587	0,5
C	1	1/2	1	0,794	0,25

Таблица 8. Сравнение школ по критерию обучение музыке (М)

	A	B	C	Корень 3-й степени из произведения	Нормированный вектор
A	1	6	4	2,884	0,691
B	1/6	1	1/3	0,382	0,091
C	1/4	3	1	0,909	0,218

Итак, в таблицах 3-9 в крайних справа столбцах находятся коэффициенты (ранги) наших 3-х альтернатив по каждому из 6-ти критериев. Следующий шаг очень важен для дальнейших действий. Необходимо составить из этих столбцов новую матрицу (3х6) – матрицу весовых коэффициентов школ.

Таблица 9. Матрица весовых коэффициентов школ

	У	Д	Ш	П	К	М
А	0,157	0,333	0,455	0,772	0,25	0,691
В	0,594	0,333	0,091	0,054	0,5	0,091
С	0,249	0,333	0,455	0,173	0,25	0,217

Из матрицы 9 хорошо видна "кухня" метода Саати. Школы, очевидно, занимают разные места по разным критериям. для того, чтобы выделить осредненного по всем весовым коэффициентам лидера, нужно проделать следующее: сравнить между собой критерии попарно, по такой же шкале значимости от 1 до 9, как в таблице 1. Ниже , в таблице 10, приведена итоговая таблица сравнений критериев и нормированный вектор предпочтений – в таблице 11:

Таблица 10 Матрица попарного сравнения критериев между собой

	Учёба	Друзья	Школьная жизнь	Проф. обучение	Подготовка к колледжу	Обучение музыке
Учёба	1	4	3	1	3	4
Друзья	1/4	1	7	3	1/5	1
Школьная жизнь	1/3	1/7	1	1/5	1/5	1/6
Проф. обучение	1	1/3	5	1	1	1/3
Подготовка к колледжу	1/3	5	5	1	1	3
Обучение музыке	1/4	1	6	3	1/3	1

Таблица 11 Вектор предпочтений для критериев.

У	Д	Ш	П	К	М
0,32	0,14	0,04	0,14	0,24	0,15.

Интересно, что среди критериев наибольшее значение после собственно учёбы получила подготовка к ВУЗу (колледжу).

Теперь перемножение матрицы 3х6 весовых коэффициентов школ из таблицы 9 на вектор 6х1 предпочтений критериев из таблицы 11 даст нам вектор 3х1 весов альтернатив (итогового ранжирования альтернатив, таблица 12).

Таблица 12. Ранжированные альтернативы

A	0,36761
B	0,37919
C	0,25282

Мы видим, что школы А и В очень близки по полученным итоговым весам. В этом случае, **во-первых**, можно уточнить наши сравнения, построить другую матрицу, **во-вторых**, можно для принятия решения руководствоваться некими сторонними соображениями, не принятыми (сознательно) во внимание при составлении критериев (например, оценить расстояние до школы, сравнить криминогенную ситуацию в районах, наличие интересных факультативов и т. п).

Но рекомендуется сначала (и это **в-третьих**) оценить степень согласованности полученных в ходе работы матриц.

4 ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНДЕКСА СОГЛАСОВАННОСТИ МАТРИЦЫ

Обратим внимание на матрицу 6х6 (таблица 10).

Из начального курса линейной алгебры известно, что при умножении квадратной матрицы на собственный вектор получается собственный вектор, умноженный на некоторое число – главное собственное значение матрицы (формула $A \cdot X = \lambda \cdot X$). Это число λ – размерность матрицы. Проверим данное утверждение на матрице из таблицы 10. Умножим матрицу на вектор-столбец из таблицы 11, получим вектор :

У	2,404564
Д	1,040774
Ш	0,258097
П	0,952984
К	1,785461
М	1,036193

Разделим по-членно полученный столбец на вектор предпочтений, то есть на найденный нами приближенно собственный вектор:

У	7,609718
Д	7,479698
Ш	7,159682
П	7,61536
К	7,565188
М	7,017

Средняя размерность матрицы получилась **равной λmax=7,41** (это среднее арифметическое чисел последнего столбца). Это наше главное собственное значение!

Очевидно, это довольно далеко от исходной размерности матрицы 6. Это явление называется "несогласованность" матрицы. Она стала как бы большей размерности, чем мы видим. Похожая ситуация бывает с фракталами нецелых размерностей.

Для несогласованных матриц необходимо оценить степень несогласованности (индекс несогласованности, ИС). Для вычисления нужно воспользоваться специально сгенерированными значениями случайной согласованности для матриц некоторых размерностей (таблица 15):

Таблица 13. Случайная согласованность

Размер матрицы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Случайная согласованность (СС)	0	0	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Формула для подсчёта ИС такова (формула(1):

$$\text{ИС} = \frac{\left(\frac{\lambda\text{max}-\text{n}}{\text{n}-1}\right)}{\text{CC}} \qquad (1)$$

В нашем случае n=6, СС=1,24, λmax=7,41 и ИС=0,28. Это довольно большое отклонение от нормы, Саати рекомендует работать с ИС не превышающим 0,1

5 УЛУЧШЕНИЕ СОГЛАСОВАННОСТИ МАТРИЦЫ ПОПАРНЫХ СРАВНЕНИЙ

При анализе результата нахождения вектора предпочтений можно сделать вывод, что сравнение важности критериев можно выразить как отношение некоторых весовых коэффициентов. Действительно, элемент при сравнении с самим собой даёт единицу – это явно результат некоторой мультипликативности метода измерения. Предположим поэтому, что отношения компонент вектора предпочтений между собой будут давать соответствующие значения матрицы сравнений.

Сказанное будет понятно после следующего примера. Возьмем матрицу попарных сравнений для критерия «Подготовка к ВУЗу (К)»:

Таблица 14. Согласованная матрица

	A	B	C	Корень 3-й степени из произведения	Нормированный вектор предпочтений	Результат Умножения Матрицы на вектор предпочтений	λmax
A	1	0,5	1	0,793701	0,25	0,75	3
B	2	1	2	1,587401	0,5	1,5	3
C	1	0,5	1	0,793701	0,25	0,75	3

Приведенные в таблице 14 выкладки показывают, что данная матрица идеально согласована (λmax=3, ИС =0). Рассмотрим теперь компоненты нормированного вектора и отношения этих компонент. Обозначим компоненты нормированного вектора предпочтений V1, V2, V3. Переобозначим для удобства $\omega_i = V_i$. Можно видеть, что $a_{ij} = \omega_i / \omega_j$ (например, на пересечении строки B и столбца A стоит элемент 0.5/0.25=2). Эти компоненты ωi будем называть весовыми векторами. Если из них образовать матрицу, она, очевидно по построению, будет согласована. Для улучшения согласованности матриц, таких, как в таблице 10, предлагается оценить отношения ωi/ωj для вычисленного вектора предпочтений и сравнить с значением, которое стоит в ячейке матрицы сравнений.

Приведем здесь для удобства вновь матрицу сравнений критериев и полученный вектор предпочтений (таблицы 10 и 11).

Матрица: Таблица 12,а

	Учёба	Друзья	Школьная жизнь	Проф. обучение	Подготовка к колледжу	Обучение музыке
Учёба	1	4	3	1	3	4
Друзья	1/4	1	7	3	1/5	1
Школьная жизнь	1/3	1/7	1	1/5	1/5	1/6
Проф. обучение	1	1/3	5	1	1	1/3
Подготовка к колледжу	1/3	5	5	1	1	3
Обучение музыке	1/4	1	6	3	1/3	1

Её нормированный вектор предпочтений

0,32	0,14	0,04	0,14	0,24	0,15

Имеем для сравнения значения первой строки (числа 1, 4, 3, 1, 3 и 4) и значения, полученные по формуле $a_{ij}=\omega_i/\omega_j$:

a11=0.32/0.32=1 (1) 1

a12=0.32/0.14=2.28 (4) 0.57

a13=0.32/0.04=8 (3) 2.6

a14=0.32/0.14=2.28 (1) 2.28

a15=0.32/0.24=1.33 (3) 0.44

a16=0.32/0.15= 2.13 (4) 0.53

В скобках показаны принятые при попарных сравнениях значения (значения из первой строки), а справа – относительная погрешность. Наибольшее значение погрешности у коэффициентов а13 и а14. Исправление этих коэффициентов на "весовые" значения 8 и 2.28 соответственно значительно улучшает ИС (ИС=0.18, а было ИС=0.28).

Если продолжить процедуру уточнения компонент матрицы сравнений, то окончательно матрица примет вид:

Матрица: Таблица 12,б

	Учёба	Друзья	Школьная жизнь	Проф. обучение	Подготовка к колледжу	Обучение музыке
Учёба	1,00	2,28	8,00	2,28	1,33	2,13
Друзья	0,44	1,00	7,00	3,00	0,20	1,00
Школьная жизнь	0,13	0,14	1,00	0,20	0,20	0,17
Проф. обучение	0,44	0,33	5,00	1,00	1,00	0,33
Подготовка к колледжу	5,00	5,00	1,00	1,00	3,00	5,00
Обучение музыке	1,00	6,00	3,00	0,33	1,00	1,00

Индекс согласованности такой матрицы (таблица 12, б) ИС=0.11, что вполне удовлетворительно.

Для новой матрицы сравнений таблица 12 теперь выглядит так:

A	0,40
B	0,36
C	0,24

Таким образом, уточнение вектора предпочтений привело к принципиально иному ранжированию альтернатив, на первое место вышла школа А, а школа В – на второе место.

Саати приводит уточненную матрицу сравнений критериев (после дополнительного обсуждения), она следующая:

	Учёба	Друзья	Школьная жизнь	Проф. обучение	Подготовка к колледжу	Обучение музыке
Учёба	1,00	5,00	7,00	5,00	3,00	1,00
Друзья	0,20	1,00	3,00	0,20	0,17	0,17
Школьная жизнь	0,14	0,33	1,00	0,25	0,20	0,20
Проф. обучение	0,20	5,00	4,00	1,00	0,20	0,17
Подготовка к колледжу	0,33	6,00	5,00	5,00	1,00	1,00
Обучение музыке	1,00	6,00	5,00	6,00	1,00	1,00

Индекс согласованности ИС=0,108.

Таким образом, установление степени согласованности матрицы, причин её несогласованности является важным этапом выполнения работ по МАИ.

Список литературы

1. Саати Т. Л. Принятие решений. Метод анализа иерархий. — М.: Радио и связь, 1989. — 316 с