Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

Н. Э. Лугина

Теория вероятностей и математическая статистика

Методические указания к практическим занятиям
и организации самостоятельной работы для студентов направления
«Программная инженерия»
(уровень бакалавриата)

Томск
2022

УДК 519.2
ББК 22.17
Л83

Рецензент:
Сидоров А. А., заведующий кафедрой автоматизации обработки информации Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники, канд. экон. наук, доцент

Лугина, Наталья Эдуардовна
Л83 Теория вероятностей и математическая статистика: методические указания к практическим занятиям и организации самостоятельной работы для студентов направления «Программная инженерия» (уровень бакалавриата) / Н. Э. Лугина. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2022. – 64 с.

Курс «Теория вероятностей и математическая статистика» формирует у студентов понятия, знания и компетенции, позволяющие строить и анализировать математические модели реального мира с помощью вероятностно-статистических методов. Навыки применения методов вероятностного и статистического анализа для решения ситуационных задач приобретаются на практических занятиях, во время самостоятельной работы и при подготовке к промежуточной аттестации.

Для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки «Программная инженерия».

Одобрено на заседании кафедры АОИ, протокол № 1 от 18.01.2022

УДК 51922
ББК 22.17

ОГЛАВЛЕНИЕ

1 ВВЕДЕНИЕ

Курс «Теория вероятностей и математическая статистика» ориентирован на формирование у студентов представлений о моделях, которые в большинстве своем являются формализацией понятий, взятых из реальной жизни. Для практического использования полученных знаний, способности к анализу теоретических положений изучаемой дисциплины, а также для решения задач в условиях неполной или неопределенной информации, курс содержит практические занятия, систематическую работу по изучению теоретического материала, самостоятельную подготовку к промежуточной аттестации.

Практические занятия содержат четыре раздела:

1) Основные понятия и теоремы теории вероятностей.
2) Случайные величины и их законы распределения.
3) Предельные теоремы теории вероятностей.
4) Основы математической статистики.

Целью практических занятий и самостоятельной работы по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» является формирование следующих навыков:

– применение изученных моделей и методов при решении практических (ситуационных) задач;
– использование при решении задач теорем, расчетных формул, таблиц;
– способность и готовность применять вероятностно-статистические методы при обработке результатов измерений.

Задание студенту формулируется в терминах некоторой предметной области. Начальный этап работы состоит в формализации задачи, выборе метода решения, установлении последовательности шагов решения. Расчеты при решении задачи могут быть выполнены как с применением математических программных пакетов (MathCad, Excel), так и с помощью калькулятора. Важным этапом работы является анализ полученного результата, сопоставление его с интуитивным представлением и обоснование проведенных рассуждений.

Самостоятельная работа включает следующие виды деятельности:

– теоретическая подготовка;
– самостоятельное решение задач;
– подготовка к промежуточной аттестации.

Теория вероятностей формально-логически изучает закономерности случайных явлений и строит их математические модели. Математическая статистика обрабатывает результаты наблюдений случайных явлений. Курс «Теория вероятностей и математическая статистика» предлагает студентам – будущим исследователям – используя вероятностно-статистические методы дать ответ на вопрос, какую из моделей или гипотез следует принять. Таким образом, навык вероятностно-статистического исследования, полученный при изучении курса, позволяет находить решения в типичных ситуациях явлений действительности.

2 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

2.1 Практическое занятие «Случайные события и их вероятности»

Цель занятия

Знакомство с основными понятиями, связанными со случайным экспериментом; овладение навыками построения пространства элементарных исходов.

Форма проведения

Решение практических задач, разбор индивидуального задания.

Рекомендации по подготовке к занятию

Перед проведением занятия необходимо повторить теоретический материал по комбинаторике ([1], глава 1, параграф 8). Познакомиться с основными терминами ([1], глава 1, параграфы 2–5) и понятием вероятностного пространства ([1], глава 1, параграфы 7,9).

Порядок проведения занятия

1) Обсуждение темы занятия в аудитории — краткий обзор темы занятия.
2) Выборочный опрос студентов.
3) Решение задач у доски.
4) Примеры задач индивидуального домашнего задания (варианты индивидуального задания приведены в приложении А).

Примеры задач

Задача 1. Опишите пространство элементарных событий в следующих опытах:
а) производится выстрел по мишени, состоящей из трех концентрических кругов;
б) фиксируется результат одной шахматной партии;
в) монета подбрасывается до тех пор, пока не выпадет герб;
г) из урны, содержащей 4 занумерованных шара, вынимаются наугад два шара одновременно;
д) из урны, содержащей 4 занумерованных шара, вынимается наугад один шар, возвращается в урну, затем вынимается второй шар.

Задача 2. Наугад выбрали 4 детали. Событие А – ровно одна бракованная, событие В – не менее двух бракованных. Что означают события $\overline{A}$ и $\overline{B}$.

Задача 3. Производится два выстрела по мишени. Являются ли несовместными события: A_0 – «не было ни одного попадания», A_1 – «было ровно одно попадание», A_2 – «было два попадания»? Образуют ли эти события пространство элементарных событий? Являются ли они равновозможными?

Задача 4. С какой вероятностью монета, брошенная дважды, по крайней мере один раз выпадет гербом?

Задача 5. Подбрасываются одновременно два игральных кубика. Что вероятнее: получить сумму выпавших очков, равную девяти или равную десяти?

Задача 6. В урне лежат два белых и четыре черных шара. Какова вероятность при однократном вынимании шара получить черный шар? Какова вероятность при одновременном вынимании двух шаров наугад получить а) два черных шара; б) шары разного цвета?

Задача 7. На четырех карточках написаны буквы слова «стол». Какова вероятность при последовательном отборе наугад трех карточек получить слово «лот»?

Задача 8. На шести карточках написаны буквы: а, и, у, ц, м, н. Какова вероятность при выкладывании их в ряд получить слово «умница»?

Задача 9. На карточках написаны буквы: а, а, е, о, к, к, р. Какова вероятность при выкладывании их в ряд наугад получить слово «караоке»?

Задача 10. В ящике лежат 10 лампочек, среди них три бракованные. Из ящика наугад вынимают три лампочки. Какова вероятность, что среди вынутых а) нет бракованных; б) ровно одна бракованная?

Задача 11. Танк продвигается к полосе препятствий перпендикулярно ей. Известно, что на полосе установлены мины через каждые 10 м, а ширина танка 2 м. Какова вероятность, что танк преодолеет полосу, не задев ни одной мины?

Задача 12. В круг радиуса 2 наудачу бросается точка. Какова вероятность, что точка попадет внутрь вписанного в этот круг правильного треугольника?

Задача 13. Прутик длиной 20 см разламывается наугад на три части. Какова вероятность, что из обломков можно составить треугольник?

Контрольные вопросы

1) Перечислите требования к случайному эксперименту.
2) Дайте определение случайного события.
3) Дайте определение пространства элементарных событий.
4) События несовместные; событие невозможное, достоверное.
5) Что такое противоположные события?
6) Что называют вероятностью события?
7) Условия применения классического определения вероятности.
8) Условия применения геометрического определения вероятности.
9) Понятия размещений, сочетаний, перестановок.

2.2 Практическое занятие «Основные теоремы теории вероятностей»

Цель занятия

Изучение свойств вероятностей; овладение навыками применения теорем о вероятности суммы и произведения событий.

Форма проведения

Решение практических задач, разбор индивидуального задания.

Рекомендации по подготовке к занятию

Способы непосредственного подсчета вероятностей являются довольно сложными, поэтому для вычисления вероятностей применяют косвенные методы, позволяющие по известным вероятностям одних событий находить вероятности других событий. Перед проведением занятия повторить теоретический материал по конспекту или по рекомендуемой литературе ([1], глава 1, параграфы 6, 10, 11), обратить внимание на понятие условной вероятности и независимости событий ([2], глава 1, параграфы 6, 7).

Порядок проведения занятия

1) Тестовый опрос по теме предыдущего занятия.
2) Устный опрос студентов об основных теоремах теории вероятностей и их следствий.
3) Решение задач с использованием теорем сложения совместных и несовместных событий, теорем умножения зависимых и независимых событий.
4) Примеры задач индивидуального домашнего задания (варианты индивидуального задания приведены в приложении Б).

Примеры задач

Задача 1. В субботу днем в клубе «Баббл-гум» будет эстрадный концерт, а вечером – дискотека. Билет на концерт можно купить с вероятностью 0,8, на дискотеку – с вероятностью 0,6. Какова вероятность купить хотя бы один билет?

Задача 2. Подбрасывают наудачу три игральные кости. Обозначим события: A – «на всех трех костях выпало разное число очков», B – «хотя бы на одной из костей выпало 6 очков». Найдите условную вероятность события A при условии, что наступило событие B, и условную вероятность события B при условии, что наступило событие A. Зависимы ли события A и B?

Задача 3. Пусть A, B, C – три произвольных события. Выразите через них события D – «произошли все три события A, B, C», E – «произошло по крайней мере одно из них», F – «произошло ровно одно из них».

Задача 4. Три стрелка, вероятности попадания которых в мишень равны соответственно 0,7, 0,8, 0,6 делают по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Найдите вероятность события «в мишени оказалось ровно две пробоины».

Задача 5. Двое играют в такую игру: из урны, содержащей два белых и четыре черных шара, они поочередно извлекают по одному шару, возвращая его обратно после своего хода. Выигрывает тот, кто первым достанет белый шар. У кого вероятность выигрыша больше: у игрока, начавшего игру, или у его противника?

Задача 6. Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит ее. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,2 при каждом отдельном выстреле. Сколько патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не менее 0,6?

Контрольные вопросы

1) Чему равна вероятность невозможного; вероятность достоверного события?
2) Что называют суммой, или объединением, двух событий?
3) Что называют произведением, или пересечением, двух событий?
4) Как найти вероятность противоположного события?
5) Сформулируйте теорему сложения.
6) Как найти условную вероятность события?
7) Сформулируйте теорему умножения.
8) Что такое независимые события?
9) Сформулируйте критерий независимости события.
10) Как найти вероятность появления хотя бы одного из n независимых событий, имеющих одинаковые вероятности?

2.3 Практическое занятие «Формула полной вероятности. Формулы Байеса»

Цель занятия

Изучение следствия обеих теорем – теоремы сложения и теоремы умножения вероятностей – формулы полной вероятности, а также следствия теоремы умножения и формулы полной вероятности – формулы Байеса.

Форма проведения

Решение практических задач.

Рекомендации по подготовке к занятию

Перед проведением занятия повторить теоретический материал по изученной теме ([1], глава 1, параграф 12; [2], глава 1, параграф 8), просмотреть варианты индивидуальных заданий, подготовить вопросы для обсуждения, подготовить доклад (по желанию). Повторяя теоретический материал, выяснить, в чем состоит испытание, обратить внимание на условия применения теорем. Найти и привести примеры применения Байесовских методов в самых различных областях знаний.

Порядок проведения занятия

1) Тестовый опрос по теме предыдущего и текущего занятий.
2) Решение задач у доски с использованием формулы полной вероятности.
3) Доклад (1 – 2 студента) по теме «Парадоксы теории вероятностей».
4) Решение задач у доски с использованием формул Байеса.
5) Примеры задач индивидуального домашнего задания (варианты индивидуального задания приведены в приложении Б).

Примеры задач

Задача 1. При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 86% случаев.

Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 94% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10 % пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

Задача 2. От деревни до домика бабушки можно дойти по любой из трех дорожек. Вероятность благополучно пройти через лес по первой дорожке равна 0,25, по второй – 0,35, а по третьей – 0,4. Неизвестно, по какой дорожке шла Красная Шапочка, но она добралась до бабушки. Какова вероятность что это была первая дорожка, если выбор любой дорожки равно возможен?

Задача 3. Господин *N* решил заказать мебель в одной из двух компаний, первоначально считая их равноценными. Как выяснилось позже, 1-ая компания допускает брак в двух случаях из 100, 2-ая – в трех случаях из 200 заказов; 1-ая компания в 5-ти случаях из 20-ти выполняет заказ с опозданием. 2-ая – в 3-х случаях из 15. Известно, что господин *N* получил вовремя качественную мебель. Найдите вероятность того, что мебель была изготовлена а) первой компанией; б) второй компанией.

Контрольные вопросы

1) Какие вероятности называют априорными?

2) Какие вероятности называют апостериорными?

3) Какая из формул – полной вероятности или формулы Байеса – используется при решении задачи, если событие *А* может произойти; событие *А* произошло?

4) Как записать формулу полной вероятности, если событие *А* может произойти вместе с одним из трех событий, образующих полную группу несовместных событий?

5) Как записать формулу Байеса, если нужно найти вероятность второй гипотезы после опыта, в котором событие *А* произошло вместе с одним из трех событий, образующих полную группу несовместных событий?

6) Какой самоконтроль при анализе числовых данных используется при решении задач по формуле полной вероятности? По формулам Байеса?

2.4 Практическое занятие «Последовательность независимых опытов»

Цель занятия

Изучение вероятностной схемы Бернулли. Овладение навыками применения той или иной формулы для вычисления вероятностей в зависимости от числового значения вероятности события и количества опытов. Овладение навыком работы с таблицами функций Гаусса и Лапласа. Контроль по темам занятий 2.1 – 2.4.

Форма проведения

Решение практических задач, разбор индивидуального задания.

Рекомендации по подготовке к занятию

Перед проведением занятия повторить теоретический материал по конспекту или по рекомендуемой литературе ([1], глава 1, параграфы 13), обратить внимание на условия схемы испытаний Бернулли ([2], глава 2, параграф 1). Изучить предельные теоремы для схемы Бернулли: локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа, формула Пуассона («закон редких явлений») ([2], глава 2, параграф 2, 3).

Порядок проведения занятия

1) Устный опрос студентов о постановке задачи, об условиях применения схемы Бернулли.

2) Решение задач с использованием таблицы «Последовательность независимых опытов» (приложение В) и таблиц функций Гаусса и Лапласа.

3) Примеры задач индивидуального домашнего задания (варианты индивидуального задания приведены в приложении Б).

4) Контрольная работа (варианты заданий приведены в пп.3.3).

Примеры задач

Задача 1. Монету бросают 8 раз. Какова вероятность, что 4 раза выпадет «герб»?

Задача 2. По каналу связи передаются сообщения с помощью кода, состоящего из двух знаков. Вероятность появления первого знака 2/3. Передано четыре знака. Найдите наивероятнейшее число появлений первого знака и его вероятность.

Задача 3. В некотором (хорошо отлаженном) производстве вероятность того, что отдельная деталь окажется бракованная, постоянна и равна 0,005. Какова вероятность, что в указанной партии из 10000 изделий встретится ровно 40 бракованных? Какова вероятность, что в партии из 10000 изделий, бракованных будет не более 70?

Задача 4. Вероятность допустить ошибку при наборе некоторого текста, состоящего из 800 знаков, равна 0,005. Найдите вероятность 4 сделанных ошибок.

Задача 5. С завода-изготовителя на склад отправлено 4000 тщательно упакованных доброкачественных изделий. Вероятность того, что одно изделие повредится в пути, равна 0,0005. Найдите вероятность того, что на склад поступит от 3 до 5 испорченных изделий.

Задача 6. Средняя плотность болезнетворных микробов в 1 м^3 воздуха равна 100. Берется на пробу 2 дм^3 воздуха. Найти вероятность того, что в нем будет обнаружен хотя бы один микроб.

Контрольные вопросы

1) Поясните, откуда возникают числовые значения вероятности события в тексте задач.
2) Какие испытания называются независимыми?
3) Какие условия составляют схему испытаний Бернулли?
4) Какой вид имеет формула Бернулли?
5) Что называют наивероятнейшим числом появления события в n независимых испытаниях? Как находится это число?
6) Как вычислить вероятность того, что в n независимых испытаниях событие А наступит а) менее k раз; б) более k раз; в) не менее k раз; г) не более k раз?
7) Сформулируйте локальную теорему Муавра-Лапласа (с пояснениями входящих в формулы символов).
8) Сформулируйте интегральную теорему Муавра-Лапласа (с пояснениями входящих в формулы символов).
9) Как определяется функция Гаусса? Каким свойством она обладает?
10) Как определяется функция Лапласа? Каким свойством она обладает?
11) Почему закон распределения Пуассона называют законом редких явлений?

2.5 Практическое занятие «Дискретные и непрерывные случайные величины»

Цель занятия

Изучение понятия дискретной случайной величины (ДСВ); овладение способами задания ДСВ: ряд распределения (графически – многоугольник распределения), функция распределения; навыками применения моделей ДСВ в ситуационных задачах. Изучение понятия непрерывной случайной величины (НСВ). Овладение полными, исчерпывающими характеристиками НСВ: функция распределения, плотность распределения (графически – кривая распределения).

Форма проведения

Решение практических задач, разбор индивидуального задания.

Рекомендации по подготовке к занятию

Перед проведением занятия повторить теоретический материал по конспекту или по рекомендуемой литературе ([1], глава 2, параграфы 14-17; [2], глава 5), ([1], глава 2, параграф 26), обратить внимание на отличие моделей ДСВ и НСВ.

Порядок проведения занятия

1) Тестовый опрос по теме занятия.

2) Обсуждение способов задания ДСВ.

3) Решение задач с использованием ДСВ.

4) Обсуждение способов задания НСВ.

5) Решение задач с использованием НСВ.

6) Примеры задач индивидуального домашнего задания (варианты индивидуального задания приведены в приложении Г).

Примеры задач

Задача 1. Два стрелка производят по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятность попадания первого – 0,5, второго – 0,6. Составьте ряд распределения случайной величины X – количества пробоин в мишени. Запишите функцию распределения и постройте ее график. Какова вероятность, что в мишени будет хотя бы одна пробоина?

Задача 2. В коробке лежат 10 сотовых телефонов, два из них неисправны. Наугад выбрали 3 телефона. Составьте ряд распределения случайной величины X – число неисправных телефонов среди отобранных. Запишите функцию распределения и постройте ее график. Какова вероятность события A – не более одного неисправного телефона?

Задача 3. Случайная величина задана интегральной функцией

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x\le -1,\\ A\cdot(x+1) & \text{при } -1<x\le 0,\\ Bx^2+\dfrac{1}{2} & \text{при } 0<x\le \dfrac{1}{2},\\ 1 & \text{при } x>\dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

Найдите

а) значения параметров *A, B*;

б) плотность распределения $\rho(x)$;

в) $P(-1/2<X<1/4)$.

Задача 4. Случайная величина задана плотностью распределения

$$\rho(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{2}x & \text{при } 0<x\le -1,\\ \dfrac{1}{2} & \text{при } 1<x\le 2,\\ A\cdot(3-x) & \text{при } 2<x\le 3,\\ 0 & \text{при } x\le 0,\, x>3. \end{cases}$$

Найдите

а) значения параметра *A*;

б) функцию распределения *F(x)*;

в) $P(1/2<X<5/2)$.

Контрольные вопросы

1) Что называют случайной величиной?

2) Какую величину называют дискретной случайной величиной?

3) Какую величину называют непрерывной случайной величиной?

4) Что называют законом распределения дискретной случайной величины?

5) Как задают закон распределения дискретной случайной величины, принимающей конечное множество значений?

6) Что называют многоугольником распределения?

7) Как определяется функция распределения случайной величины *X*?

8) Как с помощью функции распределения вычислить вероятность того, что случайная величина X примет значения из интервала (a;b)?

9) Какими свойствами обладает функция распределения случайной величины X?

10) Какой вид имеет график функции распределения?

11) Чему равна вероятность того, что непрерывная случайная величина X примет одно, заданное определенное значение?

12) Является ли непрерывной функция распределения для дискретной случайной величины?

13) Что называют плотностью распределения случайной величины?

14) Как называют график плотности распределения?

15) Как с помощью плотности распределения найти вероятность попадания значений случайной величины X в интервал $(a;b)$?

16) Какие свойства имеет плотность распределения?

17) Как выражается функция распределения через плотность распределения?

18) Как выражается плотность распределения через функцию распределения?

2.6 Практическое занятие «Числовые характеристики случайных величин»

Цель занятия Овладение навыком вычисления отдельных числовых параметров, характеризующих существенные черты распределения случайной величины: среднее значение, около которого группируются возможные значения случайной величины; число, характеризующее степень разброса этих значений относительно среднего и так далее.

Форма проведения

Решение практических задач. Контроль по темам занятий 2.5 – 2.6.

Рекомендации по подготовке к занятию

Перед проведением занятия повторить теоретический материал по конспекту или по рекомендуемой литературе. Ознакомиться с основными числовыми характеристиками ДСВ и их свойствами ([1], глава 2, параграфы 19–24). Рассмотреть числовые характеристики НСВ, выписать формулы для их расчета и пояснения о смысле этих характеристик ([1], глава 2, параграфы 28, 29; [2], глава 6).

Порядок проведения занятий

1) Тестовый опрос по теме занятия.

2) Решение задач.

3) Разбор задач индивидуального домашнего задания (варианты индивидуального задания приведены в приложении Г).

4) Контрольная работа (варианты заданий приведены в пп.3.3).

Примеры задач

Задача 1. Из урны, содержащей четыре красных шара и шесть белых шаров, предполагается извлечь наугад и без возвращения три шара и наблюдать значение *X* – число извлеченных красных шаров. Найдите:

а) ряд распределения случайной величины *X*;

б) функцию распределения *F(x)*;

в) математическое ожидание;

г) дисперсию и среднее квадратическое отклонение;

д) $P(1{,}5<X<2{,}2)$.

Задача 2. Случайная величина задана плотностью распределения

$$\rho(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x & \text{при } 0<x\le -1,\\ \frac{1}{2} & \text{при } 1<x\le 2,\\ A\cdot(3-x) & \text{при } 2<x\le 3,\\ 0 & \text{при } x\le 0, x>3.\end{cases}$$

Найдите

а) значения параметра *A*;

б) функцию распределения *F(x)*;

в) математическое ожидание; моду; медиану; квантиль, соответствующую вероятности 0,25;

г) дисперсию и среднее квадратическое отклонение;

в) *P(1/2<X<5/2)*.

Задача 3. Найдите коэффициент асимметрии и эксцесс случайной величины, распределенной по так называемому закону Лапласа с плотностью вероятности $\rho(x)=\frac{1}{2}\cdot e^{-|x|}$.

Контрольные вопросы

1) Как определяется математическое ожидание дискретной случайной величины, принимающей конечное множество значений?

2) Какие другие названия используют для математического ожидания? Чем объясняются эти названия?

3) Как определяется математическое ожидание непрерывной случайной величины, все значения которой принадлежат бесконечному промежутку?

4) Каковы свойства математического ожидания случайной величины?

5) Как определяется дисперсия случайной величины?

6) Что характеризует дисперсия случайной величины?

7) По какой формуле можно вычислить дисперсию?

8) Каковы свойства дисперсии случайной величины?

9) Запишите упрощенную расчетную формулу для дисперсии.

10) Что такое среднее квадратическое отклонение? Какую размерность имеет эта величина?

11) Что называют начальным моментом k-го порядка случайной величины?

12) Что называют центральным моментом k-го порядка случайной величины?

13) Что характеризует коэффициент асимметрии случайной величины?

14) Что характеризует эксцесс случайной величины?

2.7 Практические занятия «Распределения дискретных и непрерывных случайных величин»

Цель занятий

Изучение распределений ДСВ: биномиальное, геометрическое, Пуассона и их числовых характеристик. Изучение распределений НСВ: нормальное, равномерное, показательное и их числовых характеристик.

Форма проведения

Решение практических задач, разбор индивидуального задания.

Рекомендации по подготовке к занятию Перед проведением занятия повторить теоретический материал по конспекту или по рекомендуемой литературе. Рассмотреть важнейшие типы дискретных распределений ([1], глава 2, параграф 25). Выписать примеры и способы описания важных типов НСВ ([2], глава 8; [1], глава 2, параграф 30).

Порядок проведения занятия

1) Тестовый опрос по теме занятия.

2) Решение задач.

3) Разбор задач индивидуального домашнего задания (варианты индивидуального задания приведены в приложении Д).

4) Нормальное распределение (свойства и график плотности).

5) Вычисление вероятностей, связанных с нормальным законом распределения (работа с таблицами функции Лапласа).

Примеры задач

Задача 1. На турбазе «Солнечной» 20% отдыхающих приезжают на велосипедах. Случайно отобраны 4 человека. Составьте ряд распределения случайной величины X – число людей из четырех отобранных, приехавших на велосипедах. Найдите математическое ожидание и дисперсию этого распределения. Запишите функцию распределения и постройте ее график. Какова вероятность, что среди четырех случайно отобранных человек,
а) не будет ни одного, приехавшего на велосипеде;
б) окажется хотя бы один, приехавший на велосипеде;
в) будет не больше двух, приехавших на велосипеде?

Задача 2. Снайпер стреляет в мишень до первого попадания. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,8. Опишите распределение случайной величины X – число промахов и случайной величины Y – число израсходованных патронов.

Задача 3. Вероятность обнаружить нестандартную деталь в партии равна 0,1. Контролер проверяет детали до появления первой нестандартной, но не более пяти деталей. Случайная величина X – число проверенных стандартных деталей. Опишите закон распределения случайной величины X.

Задача 4. Вероятность попадания в самолет при каждом выстреле из винтовки 0,001. Производится 3000 выстрелов. Какова вероятность хотя бы одного попадания. С помощью какого закона можно описать случайную величину X – число попаданий в самолет? Чему равны ее математическое ожидание и дисперсия?

Задача 5. Диаметр деталей, выпускаемых цехом, является непрерывной случайной величиной X, распределенной по нормальному закону с параметрами ***a***=5см, Ϭ=0,9см. Запишите плотность распределения случайной величины X, постройте ее график. Найдите вероятность того, что диаметр выбранной наудачу детали а) заключен в пределах от 4 до 7 см; б) отличается от математического ожидания не более, чем на 2 см. Укажите пределы, в которых может находиться диаметр детали, чтобы вероятность невыхода за эти пределы составила 0,95.

Задача 6. Коробка с мармеладом упаковывается автоматически. В среднем масса одной коробки равна 1,06 кг. Найдите среднее квадратическое отклонение, если 5% коробок имеют массу меньше 1 кг (предполагается, что массы коробок распределены по нормальному закону).

Задача 7. Пусть масса пойманной рыбы является непрерывной случайной величиной X, распределенной по нормальному закону с параметрами ***a***=375г, Ϭ=25г. Запишите плотность распределения случайной величины Y (стоимость пойманной рыбы), связанной с X по закону Y=4X+10.

Задача 8. Автобусы идут с интервалом в 5 мин. Предполагая, что время *T* ожидания автобуса на остановке является равномерно распределенной непрерывной случайной величиной, найдите: а) плотность распределения вероятностей $\rho(t)$; б) вероятность того, что время ожидания автобуса не превзойдет двух минут. Постройте графики функций $\rho(t)$ и *F(t).*

Задача 9. Запишите плотность распределения и функцию распределения показательного закона, если параметр $\lambda = 7$. Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины *X*.

Контрольные вопросы

1) Какое распределение вероятностей называется биномиальным? Запишите биномиальный закон распределения вероятностей случайной величины в виде таблицы.

2) Чему равно математическое ожидание случайной величины, распределенной по биномиальному закону с параметрами n и p?

3) Чему равна дисперсия случайной величины, распределенной по биномиальному закону с параметрами n и p?

4) Какое распределение дискретной случайной величины называется геометрическим?

5) Чему равно математическое ожидание случайной величины X, имеющей геометрическое распределение? Чему равна дисперсия случайной величины X, имеющей геометрическое распределение?

6) Запишите формулу Пуассона и объясните смысл каждого символа.

7) При каких условиях можно применять закон распределения Пуассона?

8) Что является случайной величиной в законе распределения Пуассона?

9) Как связаны между собой биномиальное распределение и распределение Пуассона?

10) Чему равно математическое ожидание и дисперсия случайной величины, распределенной по закону Пуассона?

11) Какое распределение вероятностей называют равномерным на отрезке $[a;b]$?

12) Как записать плотность распределения случайной величины X, равномерно распределенной на отрезке $[a;b]$?

13) Какой вид имеет функция распределения $F(x)$ случайной величины X, равномерно распределенной на отрезке $[a;b]$?

14) Чему равно математическое ожидание случайной величины X, равномерно распределенной на отрезке $[a;b]$? Чему равна дисперсия случайной величины X, равномерно распределенной на отрезке $[a;b]$?

15) Случайная величина X равномерно распределена на отрезке $[a;b]$. Как найти вероятность попадания ее значений в интервал $(c;\ d)$, принадлежащий данному отрезку?

16) Какое распределение вероятностей случайной величины называют нормальным?

17) Каков вероятностный смысл параметра a, входящего в выражение плотности нормального распределения? Каков вероятностный смысл параметра σ, входящего в выражение плотности нормального распределения?

18) Как называется график плотности нормального распределения? Какие четыре значимые теоретические положения используются для построения эскиза нормальной кривой?

19) Как вычислить вероятность попадания значений нормальной случайной величины X в заданный интервал?

20) Как вычислить вероятность отклонения нормальной случайной величины от ее математического ожидания?

21) Сформулируйте правило трех сигм.

22) Как определяется показательное распределение случайной величины?

23) Какой вид имеет функция распределения для показательного закона?

24) Каково соотношение между математическим ожиданием и средним квадратическим отклонением случайной величины, имеющей показательное распределение?

25) Как найти вероятность попадания значений в заданный интервал $(a;b)$ случайной величины X, имеющей показательное распределение?

2.8 Практические занятия «Системы случайных величин»

Цель занятий

Знакомство с понятием случайного вектора (системы случайных величин); изучение связи между случайными величинами, входящими в систему.

Форма проведения

Решение практических задач, разбор индивидуального задания.

Рекомендации по подготовке к занятию

Перед проведением занятия повторить теоретический материал по конспекту или по рекомендуемой литературе ([1], глава 3, параграф 33, 34), обратить внимание на понятие условного распределения вероятностей и критерий независимости компонент системы случайных величин. Рассмотреть числовые характеристики системы случайных величин и их свойства ([1], глава 3, параграф 36). Повторить раздел математического анализа «Вычисление двойного интеграла».

Порядок проведения занятия

1) Тестовые опросы по теме занятия.

2) Решение задач индивидуального домашнего задания (варианты индивидуального задания приведены в приложении Е).

3) Доклад (1–2 студента) на тему «Двумерное нормальное распределение».

4) Решение задач на проверку критерия независимости непрерывных случайных величин, входящих в систему.

Примеры задач

Задача 1. Двумерная дискретная случайная величина (X, Y) задана матрицей распределения вероятностей.

Y / X	3	8	10
–1	0,17	0,13	0,25
0	0,10	0,30	0,05

1.1 Найдите закон распределения случайной величины X и закон распределения случайной величины Y.

1.2 Найдите условный закон распределения случайной величины Y при условии X= –1. Зависимы ли X и Y?

1.3 Являются ли X и Y коррелированными случайными величинами? Какие числовые характеристики позволяют ответить на этот вопрос?

Задача 2. Двумерная непрерывная случайная величина (X, Y) равномерно распределена в треугольнике ABC с координатами вершин A(0;0), B(0;2), C(2; 0).

2.1 Запишите плотность вероятности распределения $\rho(x,y)$.

2.2 Найдите плотности распределения $\rho_1(x), \rho_2(y)$; выясните, зависимы ли X и Y.

2.3 Найдите условную плотность $\rho(y|\,x)$; проверьте, зависимы ли X и Y.

2.4 Запишите функцию регрессии Y на X, постройте линию регрессии в ΔABC;

2.5 Найдите математические ожидания компонент X и Y m_x, m_y. Убедитесь, что точка с координатами (m_x, m_y) лежит на линии регрессии.

2.6 Выясните, являются ли X и Y коррелированными случайными величинами. Сделайте вывод о виде корреляционной зависимости.

Контрольные вопросы

1) Какая случайная величина называется двумерной случайной величиной?

2) В каком виде можно записать закон распределения дискретной двумерной случайной величины?

3) Как, зная закон распределения дискретной двумерной случайной величины, найти законы распределения составляющих?

4) Что называют условным законом распределения дискретной случайной величины X при $Y=y_k$?

5) Как определяется функция распределения двумерной случайной величины?

6) Каковы свойства функции распределения двумерной случайной величины?

7) Как определяется плотность распределения двумерной случайной величины?

8) Какими свойствами обладает плотность распределения системы случайных величин?

9) По каким формулам можно вычислить вероятность попадания значений двумерной случайной величины в заданный прямоугольник?

10) По какой формуле можно вычислить вероятность попадания значений двумерной случайной величины в заданную область?

11) Как выражается необходимое условие независимости двух случайных величин?

12) Что называют ковариацией двух случайных величин?

13) Что называют коэффициентом корреляции?

14) Каковы свойства коэффициента корреляции?

15) В чем отличие понятий независимость и некоррелированность компонент?

16) Что называют функцией регрессии?

2.9 Практическое занятие «Предельные теоремы теории вероятностей»

Цель занятий

Изучение предельных теорем теории вероятностей; овладение навыком оценивания вероятности события с помощью неравенства Чебышева; вычисление вероятности события с помощью центральной предельной теоремы.

Форма проведения

Решение практических задач, разбор индивидуального задания. Контроль по темам занятий 2.7 – 2.9.

Рекомендации по подготовке к занятию

Перед проведением занятия повторить теоретический материал по конспекту или по рекомендуемой литературе ([1], глава 4; [2], глава 11); обратить внимание на условия в формулировках теорем: независимость событий, требование одинакового распределения, ограниченности дисперсии ([1], глава 4, параграф 42). Рассмотреть применение теорем в условиях схемы испытаний Бернулли ([1], глава 4, параграф 43).

Порядок проведения занятия

1) Тестовый опрос по теме занятия.

2) Обсуждение теоретического материала.

3) Решение задач с использованием предельных теорем.

4) Разбор задач индивидуального домашнего задания (варианты индивидуального задания приведены в приложении Ж).

5) Контрольная работа (варианты заданий приведены в пп.3.3).

Примеры задач

Задача 1. Завод отправил на базу 10000 стандартных изделий. Среднее число изделий, повреждаемых при транспортировке, составляет 0,02%. Найти вероятность того, что будет повреждено 3 изделия.

Задача 2. По результатам проверок налоговыми инспекторами установлено, что каждое второе малое предприятие имеет нарушение финансовой дисциплины. Найти вероятность того, что из 1000 зарегистрированных малых предприятий имеют налоговые нарушения

а) ровно 480 предприятий;
б) от 480 до 520 предприятий;
в) сравните вероятность, полученную в пункте б) с оценкой, полученной с помощью неравенства Чебышева.

Задача 3. Игральную кость подбрасывают наудачу 350 раз. Оцените снизу вероятность того, что среднее арифметическое числа выпавших очков отклонится от математического ожидания по абсолютной величине не более, чем на 0,2. Сравните ответ с вероятностью, вычисленной с помощью центральной предельной теоремы.

Задача 4. С вероятностью 0,94 среднее арифметическое n независимых одинаково распределенных случайных величин, каждая из которых имеет дисперсию, равную 4, отклоняется от математического ожидания на ε=0,2. Оцените величину n.

Контрольные вопросы

1) О каком виде сходимости идет речь в центральной предельной теореме?

2) О каком виде сходимости идет речь в теореме Чебышева (закон больших чисел)?

3) Какие предельные теоремы применяются для последовательности испытаний Бернулли?

4) Чему равно математическое ожидание среднего арифметического n независимых одинаково распределенных случайных величин?

5) Чему равна дисперсия среднего арифметического n независимых одинаково распределенных случайных величин?

6) Как найти вероятность попадания в заданный интервал для биномиального распределенной случайной величины (интегральная теорема Муавра-Лапласа)?

2.10 Практические занятия «Основы математической статистики»

Цель занятий

Знакомство со способами представления выборочных данных; с понятием оценки параметра и свойствами оценок; овладение навыками построения доверительных интервалов для неизвестных параметров генеральной совокупности.

Форма проведения

Решение практических задач, разбор индивидуального задания.

Рекомендации по подготовке к занятию

Перед проведением занятия повторить теоретический материал по конспекту или по рекомендуемой литературе ([3], главы 1, 2; [2], главы 15, 16). Обратить внимание на различные способы представления выборочных данных и различие в формулах для расчета оценок параметров. Рассмотреть методы получения точечных оценок и свойства оценок ([3], глава 2). Изучить построение оценок для числовых параметров нормальной генеральной совокупности ([3], глава 2).

Порядок проведения занятия

1) Тестовый опрос по теме занятия.

2) Доклад о способах представления выборочных данных.

3) Решение задач на исследование свойств оценок.

4) Решение задач на построение доверительных интервалов.

5) Разбор задач индивидуального домашнего задания (варианты индивидуального задания приведены в приложении Ж).

Примеры задач

Задача 1. Расход сырья на единицу продукции составил

По старой технологии				
x_k	303	307	308	Всего
n_k	1	4	4	9

По новой технологии					
y_j	303	304	306	308	Всего
n_j	2	6	4	1	13

Найдите для каждой технологии оценки математического ожидания, моды, медианы, дисперсии. Постройте гистограммы и сравните их.

Задача 2. Найдите оценку неизвестного параметра распределения X по данной выборке $x_1, x_2, \ldots, x_n$ а) методом моментов; б) методом максимального правдоподобия:

1) $X \sim R(0, b)$; 2) $X \sim E(\lambda)$ 3) $X \sim Bin(100,\ p)$. Что можно сказать о свойствах этих оценок?

Задача 3. Из партии, содержащей 1000 деталей, на проверку было отобрано случайным образом 100 деталей, причем 9 деталей оказались бракованными. С заданной надежностью 99% найдите доверительный интервал для доли бракованных деталей во всей партии, если выборка а) повторная; б) бесповторная.

Задача 4. Используя данные задачи 3, определите, с какой вероятностью можно утверждать, что доля бракованных деталей во всей партии отличается от выборочной доли не более, чем на 0,02.

Контрольные вопросы

1) В чем суть выборочного метода?

2) Что называют оценкой параметра генеральной совокупности?

3) Что является оценкой математического ожидания? Оценкой дисперсии?

4) Какая оценка называется несмещенной?

5) Какая оценка называется состоятельной?

6) Как изменится ширина доверительного интервала, если увеличить доверительную вероятность?

7) Как изменится ширина доверительного интервала, если увеличить объем выборки?

8) Как способ отбора влияет на ширину доверительного интервала?

9) Какие распределения используются при построении доверительных интервалов для параметров нормальной генеральной совокупности?

3 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

3.1 Теоретическая подготовка

Самостоятельная работа над теоретическим материалом направлена на освоение основных понятий и методов теории вероятностей и математической статистики. Теоретическая подготовка включает в себя не только проработку лекционного материала, но и самостоятельное изучение тем (вопросов) теоретической части дисциплины.

Проработка конспекта лекций играет важную роль при выстраивании структуры дисциплины и выделения важных аспектов изучаемого материала. Конспект оказывает помощь студенту при подготовке к практическим и лекционным занятиям; в нем должны быть выделены основные положения, определения и формулы. Контроль изучения теоретического материала проводится на каждой практике в виде теста.

Изучая темы, вынесенные для самостоятельного изучения, необходимо работать на бумаге, составляя план прочитанного материала, выписывая формулы и решая задачи и упражнения, предложенные в учебнике. При работе с разными источниками важно привести в систему обозначения и термины, которые могут отличаться в разных учебниках. Контроль самостоятельного изучения материала осуществляется в форме проверки конспекта, собеседования с преподавателем или доклада на занятии.

3.2 Самостоятельное решение задач (выполнение домашних индивидуальных заданий)

Самостоятельное решение задач является важным элементом изучения теории вероятностей. В процессе изучения дисциплины первоначальный разбор задач проводится на практическом занятии, затем студент закрепляет полученные навыки, выполняя индивидуальное домашнее задание. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложениях А, Б, Г– Ж.

По результатам выполнения индивидуального задания оформляется отчет, который защищается перед преподавателем. Отчет об индивидуальном задании должен содержать следующие элементы:

- титульный лист, оформленный по стандарту ОС ТУСУР;
- номер варианта;
- условия всех задач;
- решение каждой задачи с необходимыми пояснениями и формулами.

При защите отчета студент должен знать используемые термины, уметь формулировать определения и теоремы, давать пояснения к решению.

3.3 Подготовка к контрольным работам

Для промежуточного контроля умений и навыков студентов проводится три контрольные работы.

Контрольная работа 1 «Случайные события и их вероятности»

Варианты заданий контрольной работы формируются случайным образом на основе индивидуальных домашних заданий (приложения А, Б). Вариант контрольной работы содержит четыре задачи. Задача 1 формируется из задач на определение классического вероятностного пространства, задача 2, 3 – на действия над событиями и основные теоремы теории вероятностей. Задача 4 требует применения формулы полной вероятности, формулы Байеса. Пример варианта контрольной работы приведен ниже.

ВАРИАНТ 1

Задача 1. В коробке лежат 15 красных, 9 синих и 6 зеленых карандаша. При падении из коробки случайным образом вывалились 6 карандашей. Какова вероятность того, что среди этих карандашей 1 зеленый, 2 синих и 3 красных?

Задача 2. Студент знает 40 из 50 вопросов, предлагаемых на зачете. Чтобы сдать зачет преподавателю *A*, студенту нужно ответить на оба вопроса, содержащихся в билете; чтобы сдать зачет преподавателю *B*, студенту требуется ответить хотя бы на один вопрос билета. Чему равны вероятности сдать зачет у преподавателей *A, B*?

Задача 3. Нужная студенту книга может с вероятностью 3/4 находиться в каждой из трех библиотек. Найдите вероятность того, что студент получит нужную книгу, побывав не во всех библиотеках.

Задача 4. В тире имеется три ружья, вероятности попадания из которых для данного стрелка равны соответственно 0,5; 0,6; 0,7. Стрелок берет наудачу одно из ружей и производит три выстрела в мишень. В результате трех выстрелов произошло ровно два попадания. Определите вероятность того, что стрелком было взято первое ружье.

Контрольная работа 2 «Дискретные и непрерывные случайные величины»

Варианты заданий контрольной работы формируются на основе индивидуальных домашних заданий (приложения Г, Д), выполнение которых и является подготовкой к контрольной работе. Вариант контрольной работы содержит две задачи.

Первая задача требует перехода к описанию дискретной случайной величины с помощью ряда распределения. При решении задачи требуется обосновать расчет вероятностей и проверить свойства ряда распределения. Необходимо найти числовые характеристики дискретной случайной величины.

Вторая задача – это задача на нахождение функции распределения непрерывной случайной величины при известной плотности распределения или нахождение плотности вероятности по известной функции распределения; предполагает использование свойств плотности распределения и функции распределения. Необходимо найти числовые характеристики непрерывной случайной величины.

ВАРИАНТ 1

Задача 1. В коробке лежат 4 карандаша, два из них – красные. Наугад выбрали 3 карандаша. Случайная величина X – число красных карандашей среди отобранных. Найдите:

1.1 ряд распределения X

1.2 функцию распределения $F(x)$

1.3 $M[X]$

1.4 $D[X]$

1.5 $P(0,2<X<2,5)$

Задача 2. Дана функция распределения случайной величины X

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le -1,\\ A\cdot(x+1) & \text{при } -1<x\le 0,\\ Bx^2+\dfrac{1}{2} & \text{при } 0<x\le \dfrac{1}{2},\\ 1 & \text{при } x>\dfrac{1}{2}.\end{cases}$$

Найдите:

2.1 постоянные A и B

2.2 плотность распределения $\rho(x)$

2.3 $M[X]$

2.4 $D[X]$

2.5 $P(1<X<2)$

Контрольная работа 3 «Распределения случайных величин. Системы случайных величин. Предельные теоремы теории вероятностей»

Варианты заданий контрольной работы формируются на основе индивидуальных домашних заданий (приложения Д–Ж), выполнение которых и является подготовкой к контрольной работе. Вариант контрольной работы содержит четыре задачи.

Первая задача подводит итог изучению двух тем курса «Случайные события и вероятности» и «Случайные величины и их законы распределения». Студенту необходимо владеть знанием основных теорем теории вероятностей, а также уметь находить вероятность попадания значений случайной величины в заданный интервал. Задачи формулируются таким образом, чтобы студент показал знания из различных тем и смог их применить в решении.

Вторая задача выбирается из типовых задач раздела «Системы случайных величин» и является частью задачи 2 из индивидуального задания (приложение Е). Студенту необходимо повторить свойства плотности распределения системы случайных величин выписать формулы для нахождения одномерных плотностей составляющих и функции регрессии.

Третья задача вариативна. Например, задача на применение предельных теорем теории вероятностей и является аналогом задачи 1 индивидуального задания (приложение Ж). При подготовке к контрольной работе студенту необходимо повторить материал раздела «Предельные теоремы теории вероятностей»; уяснить оценочную роль неравенства Чебышева; сформулировать и записать в конспект центральную предельную теорему, а также интегральную теорему Муавра-Лапласа. Третья задача может быть выбрана из раздела «Распределения случайных величин», где необходимо подобрать подходящий постановке задачи закон распределения (биномиальный, геометрический, Пуассона, равномерный или показательный) и найти числовые характеристики, используя параметры распределения.

Четвертая задача проверяет умение работать с нормальным законом распределения и проводить вычисления с помощью таблицы функции Лапласа.

ВАРИАНТ 1

Задача 1. Дана плотность распределения случайной величины X

$$\rho(x)=\begin{cases}0, & \text{если } x\le 0;\\ \frac{1}{2}, & \text{если } 0<x\le 1;\\ \frac{1}{3}x, & \text{если } 1<x\le 2;\\ 0, & \text{если } x>2.\end{cases}$$

Событие А наступает с вероятностью 1/3, если $X\in\left[0;\frac{1}{2}\right]$ и вероятностью 2/3, если $X\in\left(\frac{1}{2};2\right]$

Известно, что событие А наступило. Найдите вероятность того, что при этом $X\in\left[0;\frac{1}{2}\right]$.

Задача 2. Двумерная непрерывная случайная величина (X, Y) равномерно распределена в треугольнике ΔABC, заданном координатами вершин: $A(0;0)$, $B(0;1)$, $C(-1;1)$. Найдите плотность распределения случайной величины X.

Задача 3. Используя неравенство Чебышева, найдите вероятность того, что частота появления «единицы» при 60 бросаниях игральной кости отклонится от вероятности не более, чем на 0,15. Сравните ответ с вероятностью, вычисленной с помощью центральной предельной теоремы.

Задача 4. Масса пойманной рыбы является непрерывной случайной величиной *X,* распределенной по нормальному закону с параметрами ***a***=375 г, σ =25 г. Какова вероятность того, что улов будет находиться в пределах от 300 до 500 г?

3.4 Подготовка к промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация проводится в виде собеседования с преподавателем по результатам письменного опроса по теории и контрольного решения задач. Билет для промежуточной аттестации содержит два теоретических вопроса и две задачи. Теоретические вопросы выбираются из лекционного материала в соответствии с рабочей программой дисциплины. Задачи выбираются из задач шести индивидуальных заданий, выполненных студентом в течение семестра.

Пример задания промежуточной аттестации

БИЛЕТ № 1.

1. Формула полной вероятности (постановка задачи, гипотезы, вывести формулу, пользуясь теоремами сложения и умножения вероятностей).
2. Случайные величины. (Что называют случайной величиной? Какую величину называют дискретной случайной величиной? Какую величину называют непрерывной случайной величиной? Что называют законом распределения дискретной случайной величины? Как задают закон распределения дискретной случайной величины, принимающей конечное множество значений? Что называют многоугольником распределения?).
3. При бросании 100 монет какова вероятность выпадения ровно 50 гербов?
4. Случайная величина X подчинена нормальному закону, причем M[X]=40, D[X]=2000. Найдите $P(30<X<80)$.

4 СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хрущева, И. В. Теория вероятностей: учебное пособие / И. В. Хрущева. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 304 с. — ISBN 978-5-8114-0915-0. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/167789 (дата обращения: 24.01.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Буре, В. М. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / В. М. Буре, Е. М. Парилина. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 416 с. — ISBN 978-5-8114-1508-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/168536 (дата обращения: 24.01.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Хрущева, И. В. Основы математической статистики и теории случайных процессов: учебное пособие / И. В. Хрущева, В. И. Щербаков, Д. С. Леванова. — Санкт-Петербург: Лань, 2009. — 336 с. — ISBN 978-5-8114-0914-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/426 (дата обращения: 24.01.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Варианты задания «Случайные события и их вероятности»

ВАРИАНТ 1

1. Машинно-котельная установка состоит из двух котлов и одной машины. Событие А – исправна машина, событие В1 (В2) – исправен первый (второй) котел. Событие С означает работоспособность всей установки, то есть случай, когда исправна машина и хотя бы один котел. Выразить событие С и противоположное ему через А, В1, В2. Являются ли события В1 и В2 несовместными?

2. Куб, все грани которого окрашены, распилен на тысячу кубиков одинакового размера. Полученные кубики тщательно перемешаны. Определить вероятность того, что кубик, извлеченный наудачу, будет иметь: а) две окрашенные грани, б) три окрашенные грани, с) одну окрашенную грань, д) не будет иметь ни одной окрашенной грани.

3. Точка брошена наудачу внутрь круга радиуса 5. Найти вероятность того, что: а) точка находится от центра на расстоянии, меньше 3, б) меньший угол между заданной прямой и прямой, соединяющей точку с центром круга, не превосходит $\pi/6$ радиан.

ВАРИАНТ 2

1. Бросают две игральные кости. Описать пространство элементарных событий (результат опыта – пара чисел). А – событие, состоящее в том, что сумма очков нечетная, В – событие, заключающееся в том, что, хотя бы на одной из костей выпала единица. Из каких элементарных событий состоят события АВ, А+В, А\В?

2. В партии из 7 изделий имеется 4 бракованных. Определить вероятность того, что среди выбранных наудачу для проверки 5 изделий ровно 3 окажутся бракованными.

3. На окружности единичного радиуса с центром в начале координат наудачу выбирается точка. Найти вероятность того, что расстояние от выбранной точки до точки А(1; 0) не превышает 1.

ВАРИАНТ 3

1. Цифры 1,2,3,4 пишутся на четырех листах бумаги. После этого листы кладут в шляпу и хорошо перемешивают. Человек с завязанными глазами вынимает один за другим два листа. Описать пространство событий, отвечающее этому эксперименту. Из каких элементарных событий состоят события: А – сумма цифр на вынутых листах равна семи, С – разность цифр равна трем.

2. В телефонной книге наудачу выбирается семизначный номер телефона. Найти вероятность того, что выбранный номер а) начинается с цифры пять; б) не содержит одинаковых цифр.

3. Прямоугольная решетка состоит из цилиндрических прутьев радиуса r=1 см. Расстояние между осями прутьев равны соответственно 20 и 30 см. Определить вероятность попадания шариком диаметра 8 см в решетку при одном бросании без прицеливания, если траектория полета шарика перпендикулярна плоскости решетки.

ВАРИАНТ 4

1. На трех карточках написаны буквы А, В, С. Карточки хорошо перемешиваются и выкладываются в ряд. Опишите пространство данного эксперимента. Сколько различных «слов» может получиться? Опишите события «слово начинается с гласной буквы» и «гласная – в центре слова». Совместны ли они?

2. Из колоды 36 карт четырех мастей извлекается одна карта, затем она возвращается в колоду, все карты тщательно перетасовываются и снова извлекается одна карта. Определить вероятность того, что извлеченные карты разной масти.

3. В квадрат с вершинами (0;0), (0;1), (1;0), (1;1) наудачу брошена точка *M(x;y).* Найти P{|x-y|<1/3}.

ВАРИАНТ 5

1. Монета подбрасывается до первого появления герба. Наблюдаемый результат – общее число подбрасываний. Построить пространство элементарных событий и события: а) герб выпал при третьем подбрасывании, б) герб выпал не ранее, чем при третьем подбрасывании.

2. В коробке лежат 15 красных, 9 синих и 6 зеленых карандаша. При падении из коробки случайным образом вывалились 6 карандашей. Какова вероятность того, что среди этих карандашей 1 зеленый, 2 синих и 3 красных?

3. В квадрат со стороной 1 наудачу брошена точка А. Найти вероятность того, что расстояние точки А до ближайшей стороны квадрата не превосходит 1/6.

ВАРИАНТ 6

1. Игральная кость подбрасывается трижды. Наблюдаемый результат –упорядоченная тройка чисел. Сколько элементарных событий содержит пространство элементарных событий. Выразить через элементарные события событие А «ровно два раза выпала тройка и один раз шестерка».

2. Из колоды в 52 карты наудачу извлекается 3 карты. Найти вероятность того, что будут дама, король, туз.

3. В прямоугольник со сторонами 1 и 2 наудачу брошена точка А. Найти вероятность того, что расстояние от А до ближайшей стороны прямоугольника не превосходит 1/5.

ВАРИАНТ 7

1. Бросаются две игральные кости: одна черная, а другая белая. Отмечается число очков, выпавших на каждой кости. Выписать пространство элементарных событий. Сколько элементарных событий соответствует тому, что: а) сумма очков больше десяти; б) сумма очков – четная?

2. Из полного набора костей домино наудачу берется 5 костей. Найти вероятность того, что среди них будет ровно одна кость, содержащая хотя бы одну шестерку.

3. На бесконечную шахматную доску со стороной квадрата а бросается наудачу монета радиуса $r=a/5$. Найти вероятность того, что монета попадет целиком внутрь одного квадрата.

ВАРИАНТ 8

1. Из пяти различных книг А, В, С, Д, Е отбираются три книги. Описать пространство элементарных событий, отвечающее этому опыту. Сколько элементарных событий соответствует наборам: а) включающим А; б) не включающим А; в) включающим В и С; г) включающим или Д, или Е, и Д и Е?

2. Лифт отправляется с тремя пассажирами и останавливается на семи этажах. Чему равна вероятность Р того, что никакие два пассажира не выйдут на одном и том же этаже? Равновероятными считаются любые распределения людей по этажам.

3. На плоскости начерчены параллельные прямые, находящиеся друг от друга на расстоянии $2a$. На плоскость наудачу бросается монета радиуса $r=a/3$. Какова вероятность того, что монета не пересечет ни одной из прямых?

ВАРИАНТ 9

1. На карточках написаны буквы слова «подсветка». Наугад выбираются три карточки и выкладываются в ряд по одной. Опишите пространство элементарных событий, соответствующее этому эксперименту. Из каких элементарных событий состоят события: а) в слове все буквы – гласные; б) в слове все буквы согласные; в) слово состоит из двух гласных и одной согласной.

2. Из колоды в 36 карт наудачу вынимают три карты. Найти вероятность того, что среди этих карт окажется ровно один туз.

3. В квадрат с вершинами (0;0), (0;1), (1;0), (1;1) наудачу брошена точка $M(x; y)$. Найти $P\{max(x;y)<1/3\}$.

ВАРИАНТ 10

1. Образуют ли данные события пространство элементарных событий описанного эксперимента; если да, то являются ли равновозможными; если нет – являются ли несовместными: эксперимент – бросание двух правильных монет, событие С1 – герб на первой монете, С2 – герб на второй монете?

2. В кошельке лежат три монеты достоинством по 2 руб. и семь монет по 5 руб. Наудачу берется одна монета, а затем извлекается вторая монета. Определить вероятность того, что первая извлеченная монета имеет достоинство 2 руб., а вторая 5 руб.

3. На окружности единичного радиуса наудачу выбирается точка. Найти вероятность того, что проекция точки на выбранный диаметр находится от центра на расстоянии, не превышающем 2/3.

ВАРИАНТ 11

1. Взятая наудачу деталь может оказаться либо первого (событие А), либо второго (событие В), либо третьего (событие С) сорта. Что представляют собой события АВ, А\В, А+В+С? Опишите пространство элементарных событий для следующего эксперимента: последовательно вынимаются две детали и записывается их сорт.

2. Бросаются одновременно две игральные кости. Найти вероятности следующих событий: а) А – сумма выпавших очков равна 8; б) В – произведение выпавших очков равно 8; в) С – сумма выпавших очков больше, чем их произведение.

3. На бесконечную шахматную доску со стороной квадрата а бросается наудачу монета радиуса $r=a/5$. Найти вероятность того, что монета пересечет не более одной стороны квадрата.

ВАРИАНТ 12

1. Пусть события А1 и А2 означают попадание в мишень соответственно при первом и втором выстрелах. Выразить через А1 и А2 события: а) два попадания в мишень при двух выстрелах, б) ровно одно попадание в мишень при двух выстрелах, в) хотя бы одно попадание в мишень при двух выстрелах, г) ни одного попадания в мишень при двух выстрелах. Опишите пространство элементарных событий для этого эксперимента.

2. Определить вероятность того, что номер первой встретившейся автомашины имеет ровно две одинаковые цифры. Известно, что все номера автомашин четырехзначные, начиная с 0001, не повторяющиеся и равновозможные.

3. Наудачу взяты два положительных числа, каждое из которых не превышает двух. Найти вероятность того, что произведение XY будет не больше единицы, а частное Y/X будет при этом не больше двух.

ВАРИАНТ 13

1. Наудачу взятый телефонный номер состоит из пяти цифр. Сколько элементарных событий содержит пространство элементарных событий, отвечающее этому эксперименту? Как изменится ответ, если потребовать, чтобы все цифры номера были различными?

2. Семь человек случайным образом рассаживаются за круглым столом. Найти вероятность того, что два фиксированных лица окажутся рядом. Каков будет ответ, если люди рассаживаются на лавке?

3. В любые моменты промежутка времени $T=5$ равно возможны поступления в приемник двух сигналов. Приемник будет «забит», если разность между моментами поступления сигналов будет меньше $t=1$.Определить вероятность того, что приемник будет «забит».

ВАРИАНТ 14

1. Пусть события А1, А2, А3 – попадание в мишень соответственно первым, вторым, третьим стрелком при одном выстреле. Совместны ли события А1, А2, А3? Выразите через А1, А2, А3 события: а) ни одного попадания в мишень; б) только одно попадание в мишень; в) только два попадания; г) хотя бы одно попадание; д) хотя бы два попадания в результате этих трех выстрелов.

2. Десять томов антологии фантастики расставляются на полке наудачу. Какова вероятность того, что первый и десятый том будут разделены ровно тремя другими томами?

3. На отрезке AB единичной длины наудачу поставлены две точки L и M. Найти вероятность того, что точка L будет ближе к точке M, чем к точке A.

ВАРИАНТ 15

1. По жребию из 25 радиоприемников выбираются три и затем проверяются. Проверка показывает, исправен ли приемник (И) или нет (Н). Выписать пространство элементарных событий, отвечающее этому эксперименту. Какие элементарные события содержит событие А – исправен хотя бы один из трех приемников?

2. Определить вероятность того, что номер первой встретившейся автомашины НЕ содержит одинаковых цифр. Известно, что все номера автомашин четырехзначные, начиная с 0001, не повторяющиеся и равновозможные.

3. В квадрат с вершинами (0;0), (0;1), (1;0), (1;1) наудачу брошена точка $M(x;y)$. Найти $P\{ xy < 1/2 \}$.

ВАРИАНТ 16

1. Пусть событие А – падает снег, В – идет дождь. Совместны ли события А и В ? Выразите через А и В следующие события: а) идет дождь со снегом; б) идет дождь или снег; в) нет дождя; г) ясная погода; д) падает снег без дождя.

2. Для сокращения срока соревнований организаторы турнира решили по жребию разбить 20 команд спортсменов на 2 подгруппы по 10 команд в каждой. Определить вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся а) в разных подгруппах; б) в одной подгруппе.

3. В квадрат с вершинами (0;0), (0;1), (1;0), (1;1) наудачу брошена точка $M(x;y)$. Найти $P\{ min(x;y) < 1/5\}$.

ВАРИАНТ 17

1. Монета подбрасывается три раза. Построить пространство элементарных событий и события: 1) герб выпал ровно один раз; 2) ни разу не выпала цифра; 3) выпало больше гербов, чем цифр; 4) герб выпал не менее, чем два раза подряд. Есть ли совместные события среди четырех перечисленных?

2. Из десяти билетов выигрышными являются два. Определить вероятность того, что среди взятых наудачу пяти билетов а) хотя бы один выигрышный; б) ровно один выигрышный; в) два выигрышных.

3. На отрезке единичной длины наугад выбраны две точки. Какова вероятность, что расстояние между ними меньше 1/5?

ВАРИАНТ 18

1. Эксперимент состоит в раскладывании наудачу трех занумерованных шаров по трем ящикам. В каждый ящик может поместиться любое число шаров. Наблюдаемый результат – тройка чисел (номера ящиков, в которые попали соответственно первый, второй, третий шары). Построить пространство элементарных событий и события: а) первый ящик пустой; б) в каждый ящик попали по одному шару; в) все шары попали в один ящик.

2. Из букв разрезной азбуки составлено слово «ананас». Ребенок, не умеющий читать, рассыпал эти буквы и затем собрал в произвольном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получилось слово «ананас».

3. Определить вероятность того, что корни квадратного уравнения $x^2 + 2ax + b = 0$ вещественны, если равно возможны значения коэффициентов в интервалах: $-1<a<1$,
$-1<b<1$.

ВАРИАНТ 19

1. Игральная кость подбрасывается дважды. Наблюдаемый результат – пара чисел, выпавших в первый и второй раз. Построить пространство элементарных событий и события: а) оба раза выпало число очков, кратное трем; б) ни разу не выпало число шесть; в)оба раза выпало число очков, больше трех; г) оба раза выпало одинаковое число очков.

2. Десять книг на одной полке расставляются наудачу. Определить вероятность того, что при этом три определенные книги окажутся поставленными рядом.

3. В прямоугольник со сторонами 1 и 2 наудачу брошена точка M. Найти вероятность того, что расстояние от точки M до ближайшей вершины прямоугольника не превосходит 1/5.

ВАРИАНТ 20

1. Построить пространство элементарных событий для следующего эксперимента: отрезок разделяется на три равные части, на него наудачу бросаются три разные точки. Совместны ли события А1 – первая и вторая точки попали на левую часть отрезка и А2 – третья точка попала на центральную часть отрезка?

2. Буквенный замок содержит на общей оси пять дисков, каждый из которых разделен на шесть секторов с различными нанесенными на них буквами. Замок открывается только в том случае, если каждый диск занимает одно определенное положение относительно корпуса замка. Определить вероятность открытия замка, если установлена произвольная комбинация букв.

3. Два лица имеют одинаковую вероятность прийти к указанному месту в любой момент от 20:00 до 21:00 часа. Определить вероятность того, что время ожидания одним другого будет не больше 15 минут.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Варианты задания «Основные теоремы теории вероятностей»

ВАРИАНТ 1

1. Сколько раз нужно подбросить две пятикопеечные монеты, чтобы с вероятностью не менее 0,99 можно было утверждать, что хотя бы один раз выпадет два герба? (В ответе указать наименьшее число раз).

2. Из первой урны, содержащей 3 белых и 2 черных шара, переложили два вынутых наудачу шара во вторую урну, содержавшую до этого 4 белых и 4 черных шара. Затем из второй урны вынули наугад один шар. Он оказался белым. Найти вероятность того, что из первой урны во вторую были переложены два белых шара.

3. Монету бросают 8 раз. Найти вероятность событий: а) герб выпадает 5 раз; б) герб выпадает не более двух раз; в) герб выпадает не менее двух раз. Найти наивероятнейшее число выпадений герба.

ВАРИАНТ 2

1.Игра между А и В ведется на следующих условиях: в результате первого хода, который всегда делает А, он может выиграть с вероятностью 1/5; если первым ходом А не выигрывает, то ход делает В и может выиграть с вероятностью 3/5; если в результате этого хода В не выигрывает, то А делает второй ход, который может привести его к выигрышу с вероятностью 2/5. Ничьих не бывает. Определить вероятности выигрыша для А и для В.

2. Характеристика материала, взятого для изготовления продукции, с вероятностью 0,34; 0,16; 0,25; 0,16; 0,09 может находиться в пяти различных интервалах. В зависимости от свойств материала вероятности получения первосортной продукции равна соответственно 0,2; 0,3; 0,4; 0,3 и 0,2. Выбранная наудачу единица продукции проверяется на качество. Оказалось, что получена первосортная продукция. Найти вероятность того, что материал был взят из первого интервала.

3. Игральная кость бросается 12 раз. Найти вероятность того, что одно очко выпадает не менее четырех раз. Каково наивероятнейшее число выпадений одного очка?

ВАРИАНТ 3

1. В урне имеется 15 белых и 10 черных шаров. Два игрока последовательно достают по одному шару, возвращая каждый раз извлеченный шар. Игра продолжается до тех пор, пока кто-нибудь из них не достанет белый шар. Определить вероятность того, что первым вытащит белый шар игрок, начинающий игру.

2. В тире имеется 5 ружей, вероятности попадания из которых для данного стрелка равны соответственно 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Стрелок берет одно из ружей наудачу и производит выстрел. В результате выстрела произошло попадание. Определить вероятность того, что было взято первое ружье.

3. Испытание состоит в бросании трех игральных костей. Найти вероятность того, что в пяти независимых испытаниях ровно два раза выпадает по 3 единицы.

ВАРИАНТ 4

1.Найти вероятность того, что заказанный междугородный телефонный разговор не состоится в данный промежуток времени, если вероятность занятости всех каналов связи в этот промежуток равна 0,8, а вероятность отсутствия вызываемого лица равна 0,4.

2. В группе 15 спортсменов: 10 лыжников, 3 конькобежца, 2 бегуна. Вероятность выполнить норму мастера спорта равна: для лыжника 0,18, для конькобежца 0,16, и для бегуна 0,15. Наудачу выбранный спортсмен выполнил норму мастера спорта. Какова вероятность того, что этот спортсмен является лыжником?

3. Игральная кость подброшена 6 раз. Найти вероятность того, что на верхней грани не менее трех раз появится пятерка или тройка.

ВАРИАНТ 5.

1. Определить вероятность того, что наудачу выбранное целое положительное число n не делится ни на два, ни на три. ($1<n<100$)

2. В группе из 25 человек имеется 5 «нерадивых» студентов, а среди остальных «прилежных» студентов половина участвует в групповой проектной работе (ГПО). Вероятность сдать экзамен на «отлично» по АВС равна: для «нерадивых» студентов 0,01, для «прилежных» студентов, не участвовавших в ГПО – 0,4; для участников ГПО – 0,7. Известно, что первой на экзамене по АВС была отличная оценка. Какова вероятность, что первым сдал экзамен участник ГПО?

3. Производится 10 независимых выстрелов по цели, вероятность попадания в которую при одном выстреле равна 0,1. Для поражения цели достаточно двух попаданий. Найти наивероятнейшее число попаданий. Найти вероятность попадания в цель.

ВАРИАНТ 6

1. Вероятность получения билета, у которого равны суммы трех первых и трех последних цифр шестизначного номера, равна 0,05525. Какова вероятность иметь такой билет среди двух взятых наудачу, если оба билета: а) имеют последовательные номера; б) получены независимого один от другого?

2. Радиолампа может принадлежать к одной из трех партий с вероятностями p1, p2 и p3, где p1=p3=0,25; p2=0,5. Вероятность того, что лампа проработает заданное число часов, равны для этих партий соответственно 0,1, 0,2, 0,4. Выбранная наугад радиолампа проработала заданное число часов. Какова вероятность того, что эта радиолампа принадлежит второй партии?

3. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,8. Сколько нужно произвести выстрелов, чтобы наивероятнейшее число попаданий было равно 20? Какова вероятность этого события?

ВАРИАНТ 7

1. Студент знает 40 из 50 вопросов, предлагаемых на зачете. Чтобы сдать зачет преподавателю А, студенту нужно ответить на оба вопроса, содержащихся в билете, а чтобы сдать зачет преподавателю В, студенту требуется ответить хотя бы на один вопрос билета. Чему равны вероятности сдать зачет у преподавателей А, В?

2. Имеются две партии изделий по 12 и 10 шт., причем в каждой партии одно изделие бракованное. Изделие, взятое наудачу из первой партии, переложено во вторую, после чего выбирается наудачу изделие из второй партии. После проверки стало известно, что из второй партии извлечена бракованная деталь. Определить вероятность того, что из первой партии во вторую была переложена бракованная деталь.

3. В урне 9 белых и один черный шар. Какова вероятность того, что при десяти извлечениях с возвращениями черный шар будет извлечен хоты бы один раз? Сколько раз нужно произвести извлечений, чтобы вероятность получить хотя бы один черный шар была бы не меньше 0,9?

ВАРИАНТ 8

1. Двое играют с правильной монетой. Если у первого игрока выпадает герб, он выигрывает, если у него выпадает решка, передает ход партнеру. Второй выигрывает при выпадении решки. Ничьих не бывает. Определите вероятность выигрыша для каждого игрока.

2. В сосуд, содержащий 5 шаров, опущен белый шар. Затем, хорошо перемешав шары, из сосуда наугад извлекают один шар. Он оказался белым. Найти вероятность того, что в сосуде первоначально было два белых и три черных шара, если все предположения о первоначальном числе белых шаров равно возможны?

3. В урне 3 шара: 2 черных и один белый. Из урны шары извлекались по одному 5 раз, причем после каждого извлечения шар возвращался обратно. Найти вероятность того, что черный шар был извлечен не менее, чем 2 раза.

ВАРИАНТ 9

1. Квадрат горизонтальными линиями разделен на 5 одинаковых полос. В каждую из них бросается точка, положение которой равно возможно в любом месте полосы. Затем аналогично предыдущему проводят 4 вертикальных линии. Определить вероятность того, что в каждой вертикальной полосе будет ровно по одной точке.

2. Для сигнализации о том, что режим работы автоматической линии отклоняется от нормального, используется индикатор. Он принадлежит с вероятностями 0,2, 0,3 и 0,5 к одному из трех типов, для которых вероятности срабатывания при нарушении нормальной работы линии равны соответственно 0,9, 0,75 и 0,6. На пульт контроля от какого-то индикатора поступил сигнал. Какова вероятность, что сработавший индикатор принадлежит к первому типу?

3. Детали, изготовленные на конвейере, содержат 5% брака. Найти вероятность того, что среди взятых наугад пяти деталей а) нет ни одной бракованной; б) будет две бракованных; в) не более двух бракованных.

ВАРИАНТ 10

1. Абонент забыл последнюю цифру номера телефона и потому собирается набрать ее наудачу. Определить вероятность того, что ему придется звонить не более, чем в четыре места. Как изменится вероятность, если известно, что последняя цифра нечетная?

2. Имеется 3 ящика, содержащих каждый по 10 деталей. В первом – 8 годных и 2 бракованных детали, во втором – 9 годных и 1 бракованная и в третьем – 10 годных деталей. Выбирается наудачу 3 детали из одного произвольно выбранного ящика. Определить вероятность того, что извлечение производилось из второго ящика, если известно, что среди отобранных оказалось две годные и одна бракованная деталь.

3. Вероятность изготовления стандартной детали равна 0,95. Сколько деталей должно быть в партии, чтобы наивероятнейшее число стандартных деталей равнялось 55? Как вычислить вероятность этого события?

ВАРИАНТ 11

1. Игрок А поочередно играет с игроками В и С, имея вероятность выигрыша в каждой партии 1/3, и прекращает игру после первого проигрыша или после двух партий, сыгранных с каждым игроком (игра без ничьих). Определить вероятности выигрыша В и С.

2. Чемпион области проводит сеанс одновременный игры по шахматам на 25 досках. Против него играют 10 кандидатов в мастера и 15 перворазрядников. Вероятности выиграть у чемпиона в сеансе равны: для кандидата в мастера 0,1, для перворазрядника 0,025. Вероятности сделать ничью равны соответственно 0,25 и 0,05. Во время сеанса первым сделал ничью с чемпионом области участник под номером 12. Какова вероятность, что он является кандидатом в мастера спорта по шахматам?

3. На контроль поступила партия деталей из цеха. Известно, что 5% всех деталей не удовлетворяют стандарту. Сколько нужно испытать деталей, чтобы с вероятностью на менее 0,95 обнаружить хотя бы одну нестандартную деталь? Каково наивероятнейшее число нестандартных деталей?

ВАРИАНТ 12

1. На участке АВ для мотоциклиста-гонщика имеются три препятствия, вероятность остановки на каждом из которых равна 0,3. Вероятность того, что от пункта В до конечного пункта С мотоциклист проедет без остановки, равна 0,6. Определить вероятность того, что на участке АС не будет ни одной остановки.

2. Некто, заблудившись в лесу, вышел на поляну, откуда вело 5 дорог. Каждая из них выбирается с одинаковой вероятностью. Вероятности выхода из леса за час равны для этих дорог 0,6; 0,5; 0,2; 0,1; 0,1. Чему равна вероятность того, что заблудившийся пошел по первой дороге, если известно, что он вышел из леса за час?

3. Рабочий обслуживает три станка, работающих независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение часа один из станков потребует внимания рабочего равна 0,2 (для каждого одинакова). Какова вероятность того, что в течение часа: а) ни один станок не потребует внимания рабочего; б) все три станка потребуют внимания; в) хотя бы один станок потребует внимания?

ВАРИАНТ 13

1. Сколько нужно взять чисел из таблицы случайных чисел, чтобы с вероятностью не менее 0,9 быть уверенным, что среди них хотя бы одно число четное? (В ответе укажите наименьшее количество чисел).

2. Известно, что 5% всех мужчин и 0,25% всех женщин дальтоники. Наугад выбранное лицо страдает дальтонизмом. Исходя из примерного равенства числа мужчин и женщин, определить вероятность того, что выбранное лицо является мужчиной.

3. В цехе 6 моторов. Для каждого мотора вероятность того, что он в данный момент включен, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент: а) включены 4 мотора; б) включены все моторы; в) выключены все моторы. Найти наивероятнейшее число включенных моторов.

ВАРИАНТ 14

1. Разрыв электрической цепи может произойти вследствие выхода из строя элемента К или двух элементов К1 и К2, которые выходят из строя независимо друг от друга соответственно с вероятностями 0,3; 0,2; 0,2. Определить вероятность разрыва цепи.

2. Из полного набора костей домино последовательно берутся две кости. Известно, что вторую кость можно представить к первой. Определить вероятность того, что первая кость не является дублем.

3. Вероятность того, что расход электроэнергии на протяжении суток не превысит нормы, равна 0,6. Найти вероятность того, что в ближайшие 8 суток расход электроэнергии более 5 суток не превысит нормы.

ВАРИАНТ 15

1. В лотерее разыгрывается 50 билетов, из которых 10 выигрышных. Некто покупает 3 билета. Определить вероятность того, что он выиграет хотя бы на один билет.

2. В потоке из 100 студентов имеется 15 курящих, среди некурящих студентов 50 человек активно занимаются спортом. Вероятности заболеть гриппом во время сильной эпидемии равны: для курящих – 0,5; для спортсменов – 0,1; для остальных студентов –0,3. Наудачу выбранный студент данного потока заболел гриппом во время эпидемии. Определить вероятность того, что этот студент является курящим.

3. Вероятность того, что телевизору потребуется ремонт в течение гарантийного срока равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока не более одного телевизора из шести нужно будет ремонтировать.

ВАРИАНТ 16

1. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Зачет считается сданным, если студент ответит не менее, чем на три из поставленных в билете четырех вопросов. Взглянув на первый вопрос билета, студент обнаружил, что он его не знает. Какова вероятность того, что студент сдаст зачет?

2. На линии связи передаются два сигнала А и В с вероятностями соответственно 0,84 и 0,16. Из-за помех 1/6 сигналов А искажаются и принимаются как В-сигналы, а 1/8 часть переданных В-сигналов принимаются как А-сигналы. Известно, что на приемном пункте появился А-сигнал. Какова вероятность, что передавался А-сигнал?

3. Вероятность того, что лампа останется исправной после 100 часов работы равна 0,2. Какова вероятность того, что хотя бы одна из трех ламп останется исправной после 100 часов работы?

ВАРИАНТ 17

1. Вероятность для данного спортсмена улучшить свой предыдущий результат с одной попытки равна 0,1. Определить вероятность того, что на соревнованиях спортсмен улучшит свой результат, если разрешается делать две попытки.

2. С первого автомата на сборку поступает 40%, со второго – 30%, с третьего – 20%, с четвертого – 10% деталей. Среди деталей первого автомата 0,1% бракованных, со второго – 0,2%, с третьего – 0,25%, с четвертого – 0,5% бракованных. Наудачу выбранная деталь, поступившая на сборку, оказалась бракованной. Найти вероятность того, что она изготовлена третьим автоматом.

3. Отделом технического контроля было установлено, что из 100 велосипедов, выпускаемых заводом, 8 – с дефектами. Какова вероятность того, что из шести случайно выбранных велосипедов окажутся без дефектов более четырех?

ВАРИАНТ 18

1. В ящике 10 деталей, среди которых 6 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает 4 детали. Найти вероятность того, что все извлеченные детали окажутся окрашенными.

2. Известно, что 96% выпускаемой продукции удовлетворяет стандарту. Упрощенная схема контроля признает пригодной нестандартную продукцию с вероятностью 0,8. Известно, что изделие благополучно прошло упрощенный контроль. Какова вероятность того, что это изделие является стандартным?

3. Прибор состоит из пяти независимо работающих элементов. Вероятность отказа элемента в момент включения прибора равна 0,2. Найти наивероятнейшее число отказавших элементов и вероятность этого числа.

ВАРИАНТ 19

1. Вероятность выхода из строя К-го блока ЭВМ за время Т равна $q1=0,1$; $q2=0,2$ и $q3=0,3$, соответственно. Определить вероятность выхода из строя за указанный промежуток времени хотя бы одного из трех блоков этой машины, если работа всех блоков независима.

2. Известно, что в партии из 600 электрических лампочек 200 лампочек изготовлены на заводе N1, 250 – на заводе N2 и 150 – на заводе N3. Известно также вероятности 0,97; 0,91; 0,93 того, что лампочка окажется стандартного качества при изготовлении ее соответственно заводами N1, N2, N3. Наудачу выбранная из данной партии лампочка оказалась стандартной. Определить вероятность того, что она изготовлена на заводе N2.

3. Устройство состоит из восьми независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого элемента за время Т одинаковы и равны 0,2. Найти вероятность отказа устройства, если для этого достаточно, чтобы отказали хотя бы три элемента из восьми.

ВАРИАНТ 20

1. Двое поочередно бросают монету. Выигрывает тот, у которого раньше появится герб. Определить вероятности выигрыша для каждого из игроков.

2. По самолету производятся три одиночных выстрела. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,5; при втором – 0,6; при третьем – 0,8. Для вывода самолета из строя заведомо достаточно трех попаданий. При одном попадании самолет выходит из строя с вероятностью 0,3, при двух попаданиях – с вероятностью 0,6. Известно, что в результате трех выстрелов самолет был сбит. Определить вероятность того, что это произошло в результате двух попаданий.

3. Прибор выйдет из строя, если перегорит не менее пяти ламп из семи. Определить вероятность выхода прибора из строя, если известно, что вероятность перегорания каждой лампы равна 0,3. (Выход из строя ламп – события независимые)

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Таблица к практическому занятию «Последовательность независимых опытов»

n – количество независимых опытов

$P(A_i) = p = const$ *– вероятность успеха*

$P(\overline{A_i}) = 1 - p = q$ *– вероятность неудачи*

$P_n(k)$*– вероятность k раз появления события A в серии из n независимых опытов и не появления* $n-k$ *раз*

$p = const$ $n \le 10$	$p = const$ $n \to \infty$	$p \to 0$ $n \to \infty$
Формула Бернулли $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$	Локальная теорема Муавра-Лапласа $P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x)$, $x = \frac{k-np}{\sqrt{npq}}$, $\varphi(x)$– функция Гаусса, табулирована, $\varphi(-x) = -\varphi(x)$	Формула Пуассона $n \cdot p = a$ $a \le 30$ $P_n(k) \approx \frac{a^k}{k!} \cdot e^{-a}$
Производящая функция $\varphi(x) = (q + px)^n$ $P_n(k)$= коэффициент при x^k Наивероятнейшее число появлений события A $np - q \le k_0 \le np + p$	Интегральная теорема Муавра-Лапласа $P_n(k_1 \le k \le k_2) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$, $x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}$, $x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}$ $\Phi(x)$– функция Лапласа, табулирована, $\Phi(-x) = -\Phi(x)$	$P_t(k) \approx \frac{(\lambda t)^k}{k!} \cdot e^{-\lambda t}$ λ – среднее число событий, которые появляются в единицу времени

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Варианты задания «Дискретные и непрерывные случайные величины»

Задача 1. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X (ряд распределения указан в каждом варианте).

1.1 Постройте многоугольник распределения случайной величины X, запишите функцию распределения и постройте ее график. Убедитесь в выполнении свойств функции распределения.

1.2 Найдите числовые характеристики положения (математическое ожидание, моду) и рассеивания (дисперсию, среднее квадратическое отклонение) случайной величины X. Отметьте характеристики положения на многоугольнике распределения.

1.3 Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Y=kX+b$, используя свойства этих числовых характеристик.

Задача 2. Дана функция распределения $F(x)$ случайной величины X.

2.1 Найдите плотность распределения $\rho(x)$ случайной величины X. Убедитесь в выполнении свойств функции распределения.

2.2 Постройте графики функции распределения и плотности распределения (два рисунка).

2.3 Найдите числовые характеристики случайной величины X: математическое ожидание; моду; медиану; квантиль, соответствующую вероятности 0,25; среднее квадратичное отклонение; асимметрию и эксцесс. Поясните смысл найденных характеристик.

Задача 3. Дана плотность распределения $\rho(x)$ случайной величины X.

3.1 Используя характеристические свойства плотности распределения, найдите постоянную a; постройте график (запишите аналитическое выражение) плотности распределения.

3.2 Найдите функцию распределения $F(x)$ и постройте ее график. Убедитесь в выполнении свойств функции распределения.

3.3 Пользуясь функцией распределения, найдите вероятность того, что случайная величина X примет значения из промежутка [–0,5; 0,5].

ВАРИАНТ 1

1. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X; случайная величина Y=2X–1.

X	10	12	20	25	30
P	0,1	0,2	0,2	0,1	0,4

2. $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 0; \\ \dfrac{x^2}{64}, & x \in (0;\ 8]; \\ 1, & x > 8 \end{cases}$

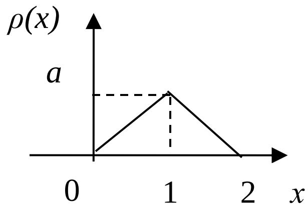
3. $\rho(x)=a\cdot\cos^2 x,\quad x\in\left(-\dfrac{\pi}{2};\ \dfrac{\pi}{2}\right).$

ВАРИАНТ 2

1. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X; случайная величина Y=2X–2.

X	8	12	18	24	30
P	0,3	0,2	0,3	0,1	0,1

2. $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0; \\ \dfrac{x^2}{100}, & x\in(0;10]; \\ 1, & x>10 \end{cases}$ 3.

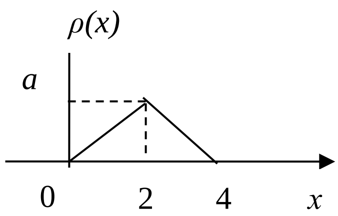


ВАРИАНТ 3

1. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X; случайная величина Y=2X-3.

X	30	40	50	60	70
P	0,5	0,1	0,2	0,1	0,1

2. $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0; \\ \dfrac{x^2}{16}, & x\in(0;\ 4]; \\ 1, & x>4 \end{cases}$ 3.

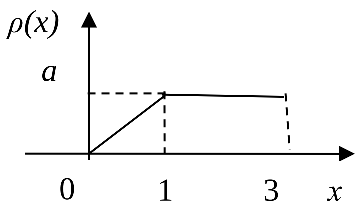


ВАРИАНТ 4

1. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X; случайная величина Y=2X–4.

X	21	25	32	40	50
P	0,1	0,1	0,3	0,2	0,3

2. $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0; \\ \dfrac{x^2}{81}, & x\in(0;9]; \\ 1, & x>9 \end{cases}$ 3.



ВАРИАНТ 5

1. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X; случайная величина Y=2X–5.

X	16	20	24	29	35
P	0,1	0,2	0,2	0,1	0,4

1. $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0; \\ \dfrac{x^2}{9}, & x\in(0;\ 3]; \\ 1, & x>3 \end{cases}$ 3. $\rho(x)=a\cdot x^2+\dfrac{1}{3},\quad x\in(0;\ 2).$

ВАРИАНТ 6

1. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X; случайная величина Y=2X–6.

X	11	15	20	25	30
P	0,4	0,1	0,3	0,1	0,1

2. $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0; \\ \dfrac{x^2}{49}, & x\in(0;\ 7]; \\ 1, & x>7 \end{cases}$ 3. $\rho(x)=a\cdot\sin x,\quad x\in\left(0;\ \dfrac{\pi}{2}\right).$

ВАРИАНТ 7

1. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X; случайная величина Y=2X–7.

X	12	16	21	26	30
P	0,2	0,1	0,4	0,2	0,1

2. $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0; \\ x^2, & x\in(0;\ 1]; \\ 1, & x>1 \end{cases}$ 3. $\rho(x)=a\cdot x^2-\dfrac{1}{3},\quad x\in(1;\ 2).$

ВАРИАНТ 8

1. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X; случайная величина Y=2X–8.

X	13	17	22	27	30
P	0,1	0,4	0,2	0,2	0,1

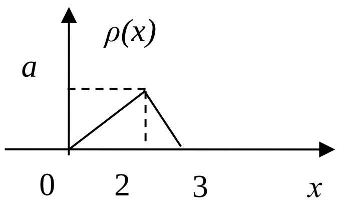
2. $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 0; \\ \dfrac{x^2}{36}, & x \in (0;\ 6]; \\ 1, & x > 6 \end{cases}$ 3. $\rho(x) = a \cdot \sin 3x \in \left(0;\ \dfrac{\pi}{6}\right)$.

ВАРИАНТ 9

1. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X; случайная величин Y=2X–9.

X	18	20	22	24	26
P	0,2	0,1	0,2	0,1	0,4

2. $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 0; \\ \dfrac{x^2}{4}, & x \in (0;\ 2]; \\ 1, & x > 2 \end{cases}$ 3.



ВАРИАНТ 10

1. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X; случайная величина Y=2X–10.

X	1,5	2	2,5	3	3,5
P	0,4	0,1	0,2	0,1	0,2

2. $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 0; \\ \dfrac{x^2}{25}, & x \in (0;\ 5]; \\ 1, & x > 5 \end{cases}$ 3. $\rho(x) = a \cdot \cos \dfrac{\pi}{6} x, \quad x \in (-3;\ 3)$.

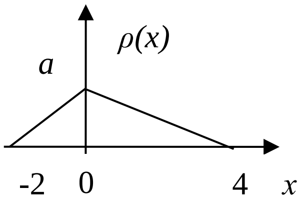
ВАРИАНТ 11

1. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X; случайная величина Y=2X–11.

X	10	12	20	25	30
P	0,1	0,2	0,1	0,1	0,4

2. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0;\\ \ln(x+1), & x\in(0;\ e-1];\\ 1, & x>e-1\end{cases}$

3.



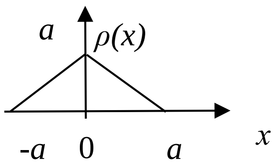
ВАРИАНТ 12

1. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X; случайная величина Y=2X–6.

X	9	13	19	25	31
P	0,3	0,1	0,1	0,2	0,3

2. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2;\\ 0,5(x-2), & x\in(2;\ 4];\\ 1, & x>4\end{cases}$

3.



ВАРИАНТ 13

1. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X; случайная величина Y=2X–3.

X	3	4	5	6	7
P	0,5	0,1	0,2	0,1	0,1

2. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 4;\\ 0,8x-3,2, & x\in(4;\ 5,25];\\ 1, & x>5,25\end{cases}$

3. $\rho(x)=a\cdot\sin\dfrac{\pi}{4}x,\quad x\in\left(0;\ 4\right).$

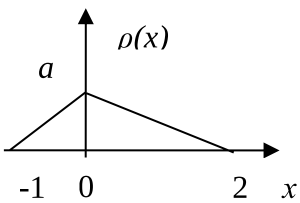
ВАРИАНТ 14

1. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X; случайная величина Y=2X–100.

X	22	26	33	41	50
P	0,2	0,2	0,1	0,3	0,2

2. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0;\\ x^2, & x\in(0;\ 1];\\ 1, & x>1\end{cases}$

3.

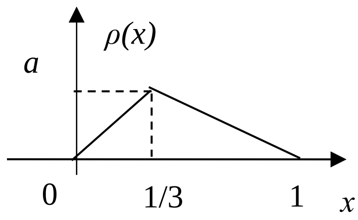


ВАРИАНТ 15

1. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X; случайная величина Y=10X–100.

X	9	13	19	25	31
P	0,3	0,1	0,1	0,2	0,3

2. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -1;\\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{1}{2}, & x\in(-1;1];\\ 1, & x>1.\end{cases}$

3. 

ВАРИАНТ 16

1. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X; случайная величина Y=2X–16.

X	18	20	22	24	26
P	0,4	0,1	0,2	0,1	0,2

2. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0;\\ \sin x, & x\in(0;\dfrac{\pi}{2}];\\ 1, & x>\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$

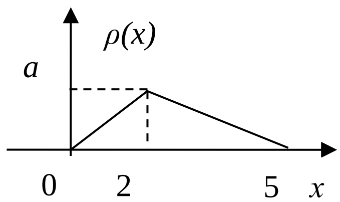
3. $\rho(x)=a\cdot x,\quad x\in[2;3].$

ВАРИАНТ 17

1. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X; случайная величина Y=2X–17.

X	10	12	20	25	30
P	0,1	0,2	0,1	0,1	0,4

2. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0;\\ \dfrac{x^2}{2,25}, & x\in(0;1,5];\\ 1, & x>1,5\end{cases}$

3. 

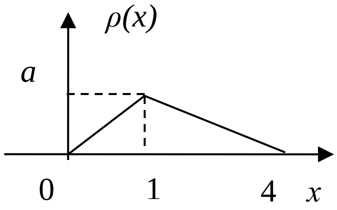
ВАРИАНТ 18

1. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X; случайная величина Y=2X–18.

X	14	18	23	28	32
P	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

3. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1;\\ \dfrac{x-1}{2}, & x\in(1;\,3);\\ 1, & x\ge 3\end{cases}$

3.



ВАРИАНТ 19

1. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X; случайная величина Y=2X–19.

X	15	19	24	29	32
P	0,1	0,4	0,3	0,1	0,1

2. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0;\\ \dfrac{x^2}{4}, & x\in(0;\,2];\\ 1, & x>2\end{cases}$ 3. $\rho(x)=a\cdot x^2+2x,\quad x\in\left(0;\ 1\right)$

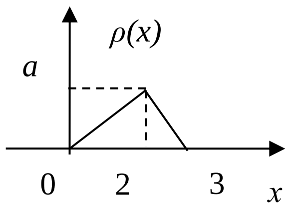
ВАРИАНТ 20

1. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X; случайная величина Y=2X–20,

X	16	20	24	29	35
P	0,1	0,2	0,2	0,1	0,4

4. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,2;\\ 0,2(5x-1), & x\in(0,2;\,1,2);\\ 1, & x\ge 1,2\end{cases}$

3.



ПРИЛОЖЕНИЕ Д

Варианты задания «Распределения дискретных и непрерывных случайных величин»

Задачи 1, 2. Опишите закон распределения случайной величины с помощью ряда распределения, общей формулы или функции распределения. Если к данной задаче применим известный закон распределения (биномиальный, геометрический, Пуассона), обоснуйте выбор этого распределения.

Задача 3. Дана случайная величина *X,* распределенная по нормальному закону $N(a,\sigma)$

3.1 Запишите функцию плотности распределения случайной величины X и постройте ее график. Укажите на графике координаты вершины и точек перегиба.

3.2 Пользуясь таблицами функции Лапласа, найдите вероятности попадания случайной величины X в данные интервалы – условия задачи пункты а) и б).

3.3 Для случайной величины $Y = kX + b$ (условие задачи – пункт в) запишите плотность распределения; параметры распределения найдите, пользуясь свойствами числовых характеристик.

ВАРИАНТ 1

1. Путем длительных наблюдений установлено, что в данной местности в сентябре в среднем бывает 12 дождливых дней. Что вероятнее: из восьми наудачу взятых дней сентября будет два дождливых или три дождливых дня? Записать закон распределения случайной величины X – числа дождливых дней.
2. Система состоит из 10000 элементов, каждый из которых в течение заданного времени может независимо от других отказать с вероятностью 0.00005. Сколько нужно взять запасных элементов, чтобы вышедшие из строя элементы заменить новыми с вероятностью, не меньшей 0,95?
3. X~N(1, 4) а) 0<X<4; б) X>5; в) Y = 3X – 1.

ВАРИАНТ 2

1. Из двух орудий поочередно ведется стрельба по цели до первого попадания одним из орудий. Вероятность попадания в цель первым орудием равна 0,5, вторым – 0,7. Начинает стрельбу первое орудие. Составить закон распределения случайной величины X – числа израсходованных первым орудием снарядов.
2. По цели выпущено 1000 снарядов, причем вероятность попадания равна 0,01. Какова вероятность того, что хотя бы восемь снарядов попадут в цель?
3. X~N (2, 6) а) 3<X<7; б) X<1; в) Y = –2–3X.

ВАРИАНТ 3

1. Вероятность получения отметки цели на экране обзорного радиолокатора равна 1/6. Цель считается обнаруженной, если получены 3 отметки. Какова вероятность, что цель будет обнаружена за 5 оборотов антенны. Записать распределение случайной величины X – числа отметок при *n* оборотах антенны.
2. Предназначенное для изготовления сладких булочек тесто после добавления в него изюма тщательно перемешивается. Сколько изюма в среднем должны содержать булочки, если потребовать, чтобы вероятность иметь хотя бы одну изюминку в булке была не менее 0,99?
3. X~N(3,2) а) 1<X<5; б) X≥4; в) Y = 3–X.

ВАРИАНТ 4

1. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Построить ряд распределения случайной величины X – числа попаданий в мишень при двух выстрелах. Найти F(x) и построить ее график.
2. Вероятность того, что стрелок попадет в мишень при одном выстреле, равна 0.8. Стрелку выдаются патроны до тех пор, пока он не промахнется. Составить закон распределения случайной величины X – числа патронов, выданных стрелку. Чему равна мода случайной величины X? Построить график функции распределения.
3. $X \sim N(2, 1)$ а) $0<X<3$; б) $X<1$; в) $Y = 3X+1$.

ВАРИАНТ 5

1. Коммутатор учреждения обслуживает 100 абонентов. Вероятность того, что в течение одной минуты абонент вызовет коммутатор равна 0,02. Какое из двух событий вероятнее: в течение одной минуты позвонит три абонента или в течение одной минуты позвонит четыре абонента?
2. Станок-автомат штампует детали. Вероятность того, что изготовленная деталь окажется бракованной, равна 0,1. Найти вероятность того, что среди 20 деталей окажется ровно четыре бракованных.
3. $X \sim N(-2, 3)$ а) $0<X<2$; б) $X \le -1$; в) $Y = 3X +2$.

ВАРИАНТ 6

1. Проводятся три независимых опыта, в каждом из которых событие А появляется с вероятностью 0,4. Рассматривается случайная величина X – число появления события А в трех опытах. Построить ряд распределения случайной величины X и функцию распределения F(x). Найти M[X] и D[X].
2. Найти среднее число опечаток на странице рукописи, если вероятность того, что страница рукописи содержит хотя бы одну опечатку равна 0,95.
3. $X \sim N(2, 4)$ а) $0<X<2$; б) $X>1$; в) $Y = 3-2X$.

ВАРИАНТ 7

1. В ячейку памяти ЭВМ записывается восьмиразрядное двоичное число. Значения 0 и 1 в каждом разряде появляются с одинаковой вероятностью. Случайная величина X – число единиц в записи двоичного числа. Записать закон распределения, найти наивероятнейшее число единиц.
2. Вероятность того, что изделие не выдержит испытания, равна 0,001. Найти вероятность того, что из 5000 изделий более, чем одно не выдержит испытания. Чему равно математическое ожидание числа изделий, не выдержавших испытания?
3. $X \sim N(0{,}5, 2)$ а) $0 \le X \le 1$; б) $X<0$; в) $Y = 2X-2$.

ВАРИАНТ 8

1. На полке 10 книг, причем три из них в переплете. Библиотекарь взял наудачу 2 книги. Построить ряд распределения и функцию распределения случайной величины X – числа отобранных книг в переплете.
2. Система состоит из 1000 элементов. Вероятность выхода из строя одного элемента в течение одной минуты равна 0,004. Найти вероятность выхода из строя в течение одной минуты ровно пяти элементов. Каково математическое ожидание числа элементов, которые могут выйти из строя в течение 10 минут?
3. $X \sim N(-0{,}5, 1)$ а) $-1<X<0{,}5$; б) $X \ge 05$; в) $Y = 2X - 1{,}5$.

ВАРИАНТ 9

1. Вероятность отказа каждого прибора при испытании не зависит от отказов остальных приборов и равна 0,2. Испытано 9 приборов. Случайная величина X – число отказавших за время испытания приборов. Найти наиболее вероятное число отказавших приборов.
2. Система состоит из 1000 элементов. Вероятность выхода из строя одного элемента в течение минуты равна 0,004. Найти вероятность выхода из строя в течение одной минуты не более пяти элементов.
3. $X \sim N(0{,}5,\ 0{,}4)$ а) $0{,}5<X<1{,}5$; б) $X<0$; в) $Y = 3X-1{,}5$.

ВАРИАНТ 10

1. Среди семян ржи сорняков 0,4%. Какова вероятность при случайном отборе 5000 семян обнаружить 5 семян сорняков?
2. Монету бросают 12 раз. Найти ряд, функцию распределения и математическое ожидание разности числа выпадений герба и числа выпадений решетки.
3. $X \sim N(2,\ 4)$ а) $-1<X<3{,}5$; б) $X\geq 3$; в) $Y = 3-3X$.

ВАРИАНТ 11

1. Вероятность того, что деталь не прошла проверку ОТК, равна 0,2. Найти вероятность того, что среди 7 случайно отобранных деталей окажется непроверенных от 3 до 5 деталей.
2. Снайпер стреляет по замаскированному противнику до первого попадания. Вероятность промаха при отдельном выстреле равна 0,3. Найти ряд, функцию распределения и математическое ожидание числа промахов.
3. $X \sim N(3,\ 4)$ а) $1<X<4$; б) $X>5$; в) $Y = 0{,}5X-23$.

ВАРИАНТ 12

1. Каждое изделие одной партии независимо от других может оказаться дефектным с вероятностью 0,2. Из партии берется выборка, состоящая из 15 изделий, которые и проверяются на годность. Если число дефектных изделий в выборке не более двух, то партия принимается, в противном случае подвергается сплошному контролю. Какова вероятность того, что партия будет принята?
2. По мишени, вероятность попадания в которую равна 0,6, ведется стрельба в неизменных условиях до получения двух попаданий. Найти ряд, функцию распределения и математическое ожидание числа нужных выстрелов.
3. $X \sim N(3,\ 4)$ а) $1<X<4$; б) $X>5$; в) $Y = 0{,}5X-23$.

ВАРИАНТ 13

1. Двое поочередно бросают монету до первого выпадения герба. Составить закон распределения случайной величины X – числа бросаний монеты вторым игроком. Чему равны $M[X]$ и $D[X]$?
2. Система состоит из 1000 элементов. Вероятность выхода из строя одного элемента в течение одной минуты равна 0,004. Найти вероятность выхода из строя в течение одной минуты ровно пяти элементов. Каково математическое ожидание числа элементов, которые могут выйти из строя в течение 10 минут?
3. $X \sim N(1,\ 2)$ а) $0<X<2$; б) $X<0$; в) $Y = 0{,}5X - 1$.

ВАРИАНТ 14

1. Составить закон распределения случайной величины X, если она принимает три значения: –2, 0, 1, причем P(X= –2) = 0,3 и M[X]= – 0,3. Найти функцию распределения случайной величины X и D[X].
2. Рукопись объемом в 1000 страниц машинописного текста содержит 1000 опечаток. Найти вероятность того, что наудачу взятая страница содержит: а) хотя бы одну опечатку; б) не менее двух опечаток.
3. X~ N(2, 4) а) $0<X<2$; б) $X>3$; в) $Y = 0{,}5X–2$.

ВАРИАНТ 15

1. Самолетная радиолокационная аппаратура состоит из 10000 элементов. Элементы выходят из строя независимо друг от друга. Вероятность того, что данный элемент в течение полета выйдет из строя, равна 0,0002. Найти функцию распределения числа вышедших из строя элементов.
2. Пусть s – число появлений случайного события А в серии из 8 независимых испытаний, в каждом из которых P(A)=0,3; X – величина, принимающая значение 0 или 1 в зависимости от того, оказалось ли s четным или нечетным. Найти ряд распределения, функцию распределения и математическое ожидание величины X.
3. X~ N(–1, 2) а) $–1\le X\le 1$; б) $X>0$; в) $Y = 2X+3$.

ВАРИАНТ 16

1. Эксплуатационные расходы, связанные с осуществлением некоторого авиарейса, составляют 10000 рублей. Число пассажиров, улетающих этим рейсом, является случайной величиной, имеющей биномиальное распределение с параметрами n=20 и p=0,9. Стоимость одного билета равна 700 руб. Найти математическое ожидание и дисперсию прибыли от рейса. Чему равна вероятность того, что рейс будет рентабельным?
2. Вероятность наступления события А в каждом испытании равна 0,7. Испытания проводятся до первого появления события А. Найти ряд распределения, функцию распределения и математическое ожидание числа испытаний, которые необходимо провести.
3. X~ N(0, 4) а) $– 2<X<0$; б) $X>1$; в) $Y = 0{,}5X+ 1$.

ВАРИАНТ 17

1. Прядильщица обслуживает 1000 веретен. Вероятность обрыва нити на одном веретене в течение одной минуты равна 0,004. Найти вероятность того, что в течение одной минуты обрыв произойдет в пяти веретенах.
2. По мишени, вероятность попадания в которую равна 0,6, ведется стрельба в неизменных условиях до получения двух попаданий. Найти ряд распределения, функцию распределения и математическое ожидание числа нужных выстрелов.
3. X~ N(0,5, 1,5) а) $0{,}5<X<1{,}5$; б) $X< –1$; в) $Y = 2X–1$.

ВАРИАНТ 18

1. Из двух орудий поочередно ведется стрельба по цели до первого попадания одним из орудий. Вероятность попадания в цель первым орудием равна 0,3, вторым – 0,7. Начинает стрельбу первое орудие. Составить закон распределения случайной величины X – числа израсходованных вторым орудием снарядов
2. Монету бросают, пока не выпадет решетка. Найти ряд распределения, функцию распределения и математическое ожидание числа выпадений герба.
3. X~ N(–2, 2) а) $–2<X<0$; б) $X< –1$; в) $Y = 1–0{,}5X$.

ВАРИАНТ 19

1. Станок-автомат штампует детали. Вероятность того, что изготовленная деталь окажется бракованной, равна 0,01. Найти вероятность того, что среди 200 деталей окажется ровно четыре бракованных. Описать закон распределения случайной величины X – числа бракованных из 200 деталей.
2. Снайпер стреляет по замаскированному противнику до первого попадания. Вероятность промаха при отдельном выстреле равна 0.3. Найти ряд распределения, функцию распределения и математическое ожидание числа промахов.
3. $X \sim N(3, 2)$ а) $0<X<3$; б) $X \geq 4$; в) $Y = 2X - 3$.

ВАРИАНТ 20

1. Из двух орудий поочередно ведется стрельба по цели до первого попадания одним из орудий. Вероятность попадания в цель первым орудием равна 0,3, вторым – 0,7. Начинает стрельбу первое орудие. Составить закон распределения случайной величины X – числа израсходованных первым орудием снарядов.
2. Монету бросают, пока не выпадет герб. Найти ряд распределения, функцию распределения и математическое ожидание случайной величины X – числа выпадений герба.
3. $X \sim N(-2, 1)$ а) $-2<X<1$; б) $X> -1$; в) $Y = 3 - 0,5X$.

ПРИЛОЖЕНИЕ Е

Варианты задания «Системы случайных величин»

Задача 1. Дана матрица распределения двумерной дискретной случайной величины (X, Y).

Вариант 1

X \ Y	1	2
2	0,34	0,12
3	0,16	0,18
5	0,10	0,10

Найдите (ответы вводите в виде десятичных дробей)
1.1. ряды распределения X и Y. Являются ли эти случайные величины независимыми?
1.2. M[X]
1.3. M[Y]
1.4. D[X]
1.5. D[Y]
1.6. COV(X,Y)
1.7. r_{xy} (ответ округлите до 0,01). Являются ли X и Y некоррелированными?
1.8. ряд распределения *X*, если Y=1
1.9. M[X/Y=1] (округлите до 0,01)

Вариант 2

X \ Y	1	2
1	0,17	0,10
2	0,13	0,30
3	0,25	0,05

Найдите (ответы вводите в виде десятичных дробей)
1.1. ряды распределения X и Y. Являются ли эти случайные величины независимыми?
1.2. M[X]
1.3. M[Y]
1.4. D[X]
1.5. D[Y]
1.6. COV(X,Y)
1.7. r_{xy} (ответ округлите до 0,1). Являются ли X и Y некоррелированными?
1.8. ряд распределения *Y*, если X=3
1.9. M[Y/X=3] (округлите до 0,01)

Вариант 3

Y / X	1	2
1	0,13	0,10
2	0,16	0,25
3	0,26	0,10

Найдите (ответы вводите в виде десятичных дробей)
1.1. ряды распределения X и Y. Являются ли эти случайные величины независимыми?
1.2. M[X]
1.3. M[Y]
1.4. D[X]
1.5. D[Y]
1.6. COV(X,Y)
1.7. r_{xy} (ответ округлите до 0,01). Являются ли X и Y некоррелированными?
1.8. ряд распределения X, если Y=2
1.9. M[X/Y=2] (округлите до 0,01)

Вариант 4

Y / X	1	2
1	0,10	0,16
2	0,19	0,20
3	0,20	0,15

Найдите (ответы вводите в виде десятичных дробей)
1.1. ряды распределения X и Y. Являются ли эти случайные величины независимыми?
1.2. M[X]
1.3. M[Y]
1.4. D[X]
1.5. D[Y]
1.6. COV(X,Y)
1.7. r_{xy} (ответ округлите до 0,01). Являются ли X и Y некоррелированными?
1.8. ряд распределения X, если Y=1
1.9. M[X/Y=1] (округлите до 0,1)

Вариант 5

X \ Y	1	2
1	0,25	0,13
2	0,11	0,20
3	0,16	0,15

Найдите (ответы вводите в виде десятичных дробей)
1.1. ряды распределения X и Y. Являются ли эти случайные величины независимыми?
1.2. M[X]
1.3. M[Y]
1.4. D[X]
1.5. D[Y]
1.6. COV(X,Y)
1.7. r_{xy} (ответ округлите до 0,01). Являются ли X и Y некоррелированными?
1.8. ряд распределения Y, если X=1
1.9. M[Y/X=1] (округлите до 0,01)

Вариант 6

X \ Y	–1	1
1	0,13	0,20
2	0,25	0,16
3	0,16	0,10

Найдите (ответы вводите в виде десятичных дробей)
1.1. ряды распределения X и Y. Являются ли эти случайные величины независимыми?
1.2. M[X]
1.3. M[Y]
1.4. D[X]
1.5. D[Y]
1.6. COV(X,Y)
1.7. r_{xy} (ответ округлите до 0,01). Являются ли X и Y некоррелированными?
1.8. ряд распределения X, если Y= –1
1.9. M[X/Y= –1] (округлите до 0,01)

Вариант 7

Y / X	–1	1	2
1	0,16	0,19	0,15
2	0,10	0,20	0,20

Найдите (ответы вводите в виде десятичных дробей)
1.1. ряды распределения X и Y. Являются ли эти случайные величины независимыми?
1.2. M[X]
1.3. M[Y]
1.4. D[X]
1.5. D[Y]
1.6. COV(X,Y)
1.7. r_{xy} (ответ округлите до 0,01). Являются ли X и Y некоррелированными?
1.8. ряд распределения Y, если X=2
1.9. M[Y/X=2]

Вариант 8

Y / X	2	3
–1	0,11	0,12
0	0,25	0,20
3	0,14	0,18

Найдите (ответы вводите в виде десятичных дробей)
1.1. ряды распределения X и Y. Являются ли эти случайные величины независимыми?
1.2. M[X]
1.3. M[Y]
1.4. D[X]
1.5. D[Y]
1.6. COV(X,Y)
1.7. r_{xy} (ответ округлите до 0,01). Являются ли X и Y некоррелированными?
1.8. ряд распределения Y, если X=0
1.9. M[Y/X=0] (округлите до 0,01)

Вариант 9

X \ Y	3	4
0	0,12	0,25
2	0,15	0,20
4	0,20	0,08

Найдите (ответы вводите в виде десятичных дробей)
1.1. ряды распределения X и Y. Являются ли эти случайные величины независимыми?
1.2. M[X]
1.3. M[Y]
1.4. D[X]
1.5. D[Y]
1.6. COV(X,Y)
1.7. r_{xy} (ответ округлите до 0,01). Являются ли X и Y некоррелированными?
1.8. ряд распределения *X*, если Y=3
1.9. M[X/Y=3] (округлите до 0,01)

Вариант 10

X \ Y	2	4
1	0,10	0,15
2	0,25	0,10
5	0,30	0,10

Найдите (ответы вводите в виде десятичных дробей)
1.1. ряды распределения X и Y. Являются ли эти случайные величины независимыми?
1.2. M[X]
1.3. M[Y]
1.4. D[X]
1.5. D[Y]
1.6. COV(X,Y)
1.7. r_{xy} (ответ округлите до 0,01). Являются ли X и Y некоррелированными?
1.8. ряд распределения Y, если X=2
1.9. M[Y/X=2] (округлите до 0,01)

Вариант 11

Y / X	1	2	3
–1	0,10	0,10	0
0	0,20	0,20	0,10
1	0,20	0,10	0

Найдите (ответы вводите в виде десятичных дробей)
1.1. ряды распределения X и Y . Являются ли эти случайные величины независимыми?
1.2. M[X]
1.3. M[Y]
1.4. D[X]
1.5. D[Y]
1.6. COV(X,Y)
1.7. r_{xy} (ответ округлите до 0,01). Являются ли X и Y некоррелированными?
1.8. ряд распределения X, если Y=1
1.9. M[X/Y=1] (округлите до 0,01)

Вариант 12

Y / X	3	4
2	0,15	0,10
4	0,25	0,10
5	0,10	0,30

Найдите (ответы в виде десятичных дробей)
1.1. ряды распределения X и Y . Являются ли эти случайные величины независимыми?
1.2. M[X]
1.3. M[Y]
1.4. D[X]
1.5. D[Y]
1.6. COV(X,Y)
1.7. r_{xy} (ответ округлите до 0,01). Являются ли X и Y некоррелированными?
1.8. ряд распределения Y, если X=5
1.9. M[Y/X=5]

Вариант 13

Y / X	–1	0
1	0,13	0,12
2	0,12	0,18
4	0,25	0,20

Найдите (ответы в виде десятичных дробей)
1.1. ряды распределения X и Y. Являются ли эти случайные величины независимыми?
1.2. M[X]
1.3. M[Y]
1.4. D[X]
1.5. D[Y]
1.6. COV(X,Y)
1.7. r_{xy} (ответ округлите до 0,01). Являются ли X и Y некоррелированными?
1.8. ряд распределения X, если Y=0
1.9. M[X/Y=0]

Вариант 14

Y / X	2	4
1	0,12	0,13
4	0,18	0,10
5	0,22	0,25

Найдите (ответы вводите в виде десятичных дробей)
1.1. ряды распределения X и Y. Являются ли эти случайные величины независимыми?
1.2. M[X]
1.3. M[Y]
1.4. D[X]
1.5. D[Y]
1.6. COV(X,Y)
1.7. r_{xy} (ответ округлите до 0,01). Являются ли X и Y некоррелированными?
1.8. ряд распределения Y, если X=4
1.9. M[Y/X=4] (округлите до 0,1)

Вариант 15

Y / X	1	4
2	0,13	0,12
3	0,18	0,22
5	0,25	0,10

Найдите (ответы в виде десятичных дробей)
1.1. ряды распределения X и Y. Являются ли эти случайные величины независимыми?
1.2. M[X]
1.3. M[Y]
1.4. D[X]
1.5. D[Y]
1.6. COV(X,Y)
1.7. r_{xy} (ответ округлите до 0,01). Являются ли X и Y некоррелированными?
1.8. ряд распределения X, если Y=1
1.9. M[X/Y=1] (ответ округлите до 0,01).

Вариант 16

Y / X	0	1
2	0,12	0,10
4	0,30	0,15
5	0,13	0,20

Найдите (ответы в виде десятичных дробей)
1.1. ряды распределения X и Y. Являются ли эти случайные величины независимыми?
1.2. M[X]
1.3. M[Y]
1.4. D[X]
1.5. D[Y]
1.6. COV(X,Y)
1.7. r_{xy} (ответ округлите до 0,01). Являются ли X и Y некоррелированными?
1.8. ряд распределения Y, если X=2
1.9. M[Y/X=2]

Вариант 17

Y / X	1	4
2	0,07	0,13
3	0,05	0,15
4	0,25	0,35

Найдите (ответы в виде десятичных дробей)
1.1. ряды распределения X и Y. Являются ли эти случайные величины независимыми?
1.2. M[X]
1.3. M[Y]
1.4. D[X]
1.5. D[Y]
1.6. COV(X,Y)
1.7. r_{xy} (ответ округлите до 0,01). Являются ли X и Y некоррелированными?
1.8. ряд распределения X, если Y=4
1.9. M[X/Y=4]

Вариант 18

Y / X	–1	2
1	0,12	0,16
2	0,14	0,30
4	0,15	0,13

Найдите (ответы в виде десятичных дробей)
1.1. ряды распределения X и Y. Являются ли эти случайные величины независимыми?
1.2. M[X]
1.3. M[Y]
1.4. D[X]
1.5. D[Y]
1.6. COV(X,Y)
1.7. r_{xy} (ответ округлите до 0,01). Являются ли X и Y некоррелированными?
1.8. ряд распределения Y, если X=2
1.9. M[Y/X=2] (ответ округлите до 0,01).

Вариант 19

Y / X	2	5
1	0,15	0,20
2	0,25	0,10
3	0,20	0,10

Найдите (ответы в виде десятичных дробей)
1.1. ряды распределения X и Y. Являются ли эти случайные величины независимыми?
1.2. M[X]
1.3. M[Y]
1.4. D[X]
1.5. D[Y]
1.6. COV(X,Y)
1.7. r_{xy} (ответ округлите до 0,01). Являются ли X и Y некоррелированными?
1.8. ряд распределения X, если Y=5
1.9. M[X/Y=5]

Вариант 20

Y / X	1	2
2	0,10	0,12
4	0,25	0,13
5	0,15	0,25

Найдите (ответы в виде десятичных дробей)
1.1. ряды распределения X и Y. Являются ли эти случайные величины независимыми?
1.2. M[X]
1.3. M[Y]
1.4. D[X]
1.5. D[Y]
1.6. COV(X,Y)
1.7. r_{xy} (ответ округлите до 0,01). Являются ли X и Y некоррелированными?
1.8. ряд распределения Y, если X=5
1.9. M[Y/X=5]

Задача 2. Дана плотность распределения $\rho(x,y)$ системы (X,Y) двух непрерывных случайных величин в треугольнике *ABC*.

Найдите

2.1. константу *C*.

2.2. $\rho_1(x)$, $\rho_2(y)$ – плотности распределения случайной величины X и случайной величины *Y*. Выясните, зависимы или нет случайные величины X и Y. Сформулируйте критерий независимости системы непрерывных случайных величин.

2.3. M[X]

2.4. M[Y]

2.5. Найдите условную плотность распределения $\rho(y|x)$ и запишите уравнение регрессии случайной величины *Y* на *X*. Постройте линию регрессии в треугольнике *ABC* (сделайте отдельный рисунок).

Вариант	Плотность распределения	Координаты вершин ΔABC
1	$\rho(x,y)=C$	$A(0;0)$, $B(2;0)$, $C(0;1)$
2	$\rho(x,y)=C$	$A(0;0)$, $B(1;0)$, $C(1;2)$
3	$\rho(x,y)=C$	$A(0;0)$, $B(1;0)$, $C(0;-3)$
4	$\rho(x,y)=C$	$A(0;0)$, $B(-3;0)$, $C(-3;1)$
5	$\rho(x,y)=C$	$A(0;0)$, $B(-3;0)$, $C(0;2)$
6	$\rho(x,y)=C$	$A(0;0)$, $B(2;0)$, $C(2;-3)$
7	$\rho(x,y)=C$	$A(0;0)$, $B(1;0)$, $C(0;4)$
8	$\rho(x,y)=C$	$A(0;0)$, $B(4;0)$, $C(4;1)$
9	$\rho(x,y)=C$	$A(0;0)$, $B(4;0)$, $C(0;-3)$
10	$\rho(x,y)=C$	$A(0;0)$, $B(-3;0)$, $C(-3;4)$
11	$\rho(x,y)=C$	$A(0;0)$, $B(-1;1)$, $C(-1;0)$
12	$\rho(x,y)=C$	$A(0;0)$, $B(1;0)$, $C(1;-5)$
13	$\rho(x,y)=C$	$A(0;0)$, $B(5;0)$, $C(0;2)$
14	$\rho(x,y)=C$	$A(0;0)$, $B(2;0)$, $C(2;5)$
15	$\rho(x,y)=C$	$A(0;0)$, $B(5;0)$, $C(0;-3)$
16	$\rho(x,y)=C$	$A(0;0)$, $B(-3;0)$, $C(-3;5)$
17	$\rho(x,y)=C$	$A(0;0)$, $B(-5;0)$, $C(0;4)$
18	$\rho(x,y)=C$	$A(0;0)$, $B(4;0)$, $C(4;-5)$
19	$\rho(x,y)=C$	$A(0;0)$, $B(1;0)$, $C(0;6)$
20	$\rho(x,y)=C$	$A(0;0)$, $B(6;0)$, $C(6;1)$

ПРИЛОЖЕНИЕ Ж

Варианты задания «Предельные теоремы теории вероятностей, основы математической статистики»

Задача 1. Предельные теоремы теории вероятностей

Для заданных условий сравнить вероятности, рассчитанные двумя способами:

а) с помощью неравенства Чебышева;

б) с помощью центральной предельной теоремы (теоремы Муавра-Лапласа).

Задача 2. Распределения математической статистики (работа с таблицами)

По заданной вероятности γ и числу степеней свободы k найти квантиль x_γ, пользуясь соответствующими таблицами:

а) стандартного нормального распределения;

б) распределения «хи-квадрат»;

в) распределения Стьюдента;

г) распределения Фишера.

Нарисовать примерный вид графика плотности распределения; указать критическую точку; заштриховать правую часть площади, соответствующую вероятности $\alpha = 1 - \gamma$; сделать пояснения к рисунку.

Задача 3. Доверительные интервалы

Построить доверительный интервал (найти количество опытов), учитывая доверительную вероятность, заданную точность и способ отбора.

ВАРИАНТ 1

1. Вероятность некоторого события А в каждом испытании из серии n независимых испытаний Р(А)=1/3. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что относительная частота этого события отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более, чем на 0,01, если n=7500 испытаний. Сравнить полученные оценки с результатами применения ЦПТ.
2. а) γ = 0,94; б) γ = 0,95, k = 15; в) γ = 0,975, k = 27; г) γ = 0,95, $k_1 = 4,\ k_2 = 7$.
3. С целью изучения размеров дневной выручки в сфере мелкого частного бизнеса была проведена бесповторная 5%-ная случайная выборка из 1000 торговых киосков города. В результате были получены данные о средней дневной выручке, которая составила 500 у.е. В каких пределах с доверительной вероятностью 0,95 может находиться средняя дневная выручка всех торговых точек изучаемой совокупности, если с.к.о. составило 150 у.е.

ВАРИАНТ 2

1. Оценить (двумя способами) вероятность того, что относительная частота появления герба при ста бросаниях монеты отклонится от вероятности не более, чем на 0,1.
2. а) γ = 0,98; б) γ = 0,975, k = 12; в) γ = 0,99, k = 10; г) γ = 0,99, $k_1 = 7,\ k_2 = 11$.
3. Фирма, торгующая автомобилями в небольшом городе, собирает информацию о состоянии местного автомобильного рынка в текущем году. С этой целью из 8746 лиц в возрасте 18 лет и старше, проживающих в этом городе, отобрано 500 человек. Среди них оказалось 29 человек, планирующих приобрести новый автомобиль в текущем году. Оцените с надежностью 0,95 долю лиц в генеральной совокупности, планирующих приобрести новый автомобиль в текущем году.

ВАРИАНТ 3

1. Технический контролер проверяет партию однотипных приборов. С вероятностью 0,01 прибор может иметь дефект А и независимо от этого с вероятностью 0,02 – дефект В. В каких границах будет практически наверняка заключено число бракованных изделий в партии из 1000 штук, если за вероятность практической достоверности принять 0,99?

2. а) $\gamma = 0{,}96$; б) $\gamma = 0{,}99$, $k = 19$; в) $\gamma = 0{,}975$, $k = 9$; г) $\gamma = 0{,}95$, $k_1 = 6$, $k_2 = 9$.

3. Для оценки числа безработных среди рабочих одного из районов города в порядке случайной повторной выборки отобраны 400 человек рабочих специальностей. Из них 25 человек оказались безработными. Используя 95% доверительный интервал, оцените истинные размеры безработицы среди рабочих этого района.

ВАРИАНТ 4

1. Дисперсия каждой из 4500 независимых, одинаково распределенных случайных величин равна 5. Найти вероятность того, что среднее арифметическое этих случайных величин отклонится от своего математического ожидания не более, чем на 0,04.

2. а) $\gamma = 0{,}97$; б) $\gamma = 0{,}95$, $k = 6$; в) $\gamma = 0{,}95$, $k = 8$; г) $\gamma = 0{,}99$, $k_1 = 8$, $k_2 = 14$.

3. Турбюро, рекламируя отдых на одном из морских курортов, утверждает, что для этого курорта характерна идеальная погода со среднегодовой температурой +20 С. Случайно отобраны 35 дней в году, и средняя температура за отобранные дни оказалась 18 градусов. Постройте 98% доверительный интервал для среднегодовой температуры, если температура воздуха распределена по нормальному закону, а стандартное отклонение дневной температуры составляет 4°С.

ВАРИАНТ 5

1. Случайная величина Y есть среднее арифметическое независимых и одинаково распределенных случайных величин, дисперсия каждой из которых равна 5. Сколько нужно взять таких величин, чтобы случайная величина Y с вероятностью, не меньшей 0,9973, имела отклонение от своего математического ожидания, не превосходящее 0,01?

2. а) $\gamma = 0{,}95$; б) $\gamma = 0{,}99$, $k = 11$; в) $\gamma = 0{,}975$, $k = 14$; г) $\gamma = 0{,}95$, $k_1 = 5$, $k_2 = 13$.

3. Выборочные обследования малых предприятий города показали, что 85% малых предприятий в выборке относятся к негосударственной форме собственности. Приняв доверительную вероятность равной 0,954, определите, в каких границах находится доля негосударственных малых предприятий в генеральной совокупности, если в выборку попало 100 предприятий

ВАРИАНТ 6

1. Случайная величина Y является средней арифметической 10000 независимых и одинаково распределенных случайных величин, среднее квадратическое отклонение каждой из которых равно 2. Какое максимальное отклонение случайной величины Y от ее математического ожидания можно ожидать с вероятностью, не меньшей 0,9544 ?

2. а) $\gamma = 0{,}94$; б) $\gamma = 0{,}99$, $k = 16$; в) $\gamma = 0{,}975$, $k = 21$; г) $\gamma = 0{,}99$, $k_1 = 11$, $k_2 = 8$.

3. В целях изучения среднедушевого дохода семей города была произведена 1% бесповторная выборка из 30000 семей. По результатам обследования среднедушевой доход семьи составил 20 тыс. руб. с с.к.о. 15 тыс. руб. С вероятностью 0,95 найдите доверительный интервал, в котором находится величина среднедушевого дохода всех семей города, считая среднедушевой доход случайной величиной, распределенной по нормальному закону.

ВАРИАНТ 7

1. Производится выборочное обследование партии электроламп для определения средней продолжительности их горения. Найти наименьшее число электроламп, которые нужно взять для обследования, чтобы с вероятностью 0,9973 утверждать, что средняя продолжительность горения лампочек во всей партии отклоняется от полученной в выборке не более, чем на 15 часов, если с.к.о. равно 30?

2. а) $\gamma = 0{,}98$; б) $\gamma = 0{,}975$, $k = 6$; в) $\gamma = 0{,}99$, $k = 8$; г) $\gamma = 0{,}95$, $k_1 = 9$, $k_2 = 12$.

3.С целью демографического исследования случайным образом отобрано 300 семей города. Среди этих семей 15% состоят из 2 человек. В каких пределах находится в генеральной совокупности доля семей, состоящих из 2 человек, если принять доверительную вероятность равной 0,95?

ВАРИАНТ 8

1. Число солнечных дней в году для данной местности является случайной величиной с математическим ожиданием, равным 75 дням. Оценить вероятность того, что в течение года в этой местности будет не менее 50 и не более 100 солнечных дней.

2. а) $\gamma = 0{,}96$; б) $\gamma = 0{,}99$, $k = 8$; в) $\gamma = 0{,}975$, $k = 12$; г) $\gamma = 0{,}95$, $k_1 = 10$, $k_2 = 14$.

3. По данным выборочных обследований прожиточный минимум в одном из районов области составил в среднем на душу населения 7 тыс. руб. в месяц. Каким должен быть минимальный объем выборки, чтобы с вероятностью 0,997 можно было утверждать, что этот показатель уровня жизни населения в выборке отличается от своего значения в генеральной совокупности не более чем на 1 тыс. руб., если с.к.о. равно 3 тыс. руб.?

ВАРИАНТ 9

1. Сколько раз нужно подбросить наудачу правильную монету, чтобы с вероятностью 0,75 ожидать, что отклонение относительной частоты появления герба от вероятности окажется по абсолютной величине менее 0,01 ?

2. а) $\gamma = 0{,}97$; б) $\gamma = 0{,}95$, $k = 17$; в) $\gamma = 0{,}95$, $k = 9$; г) $\gamma = 0{,}99$, $k_1 = 12$, $k_2 = 9$.

3. Выборочное обследование распределения населения города по среднедушевому денежному доходу показало, что 60% обследованных в выборке имеют среднедушевой денежный доход не более 20 тыс. руб. В каких пределах находится доля населения, имеющая такой среднедушевой доход, во всей генеральной совокупности, если объем генеральной совокупности составляет 1000000 человек, выборка не превышает 10% объема генеральной совокупности и осуществляется по методу случайного бесповторного отбора, а доверительная вероятность принимается равной 0,954?

ВАРИАНТ 10

1. Вероятность того, что наудачу выбранная из данной партии деталь имеет дефект, равна 0,15. Рассматривается произвольная партия, состоящая из 5100 деталей. Отыскать такое число $\varepsilon > 0$, чтобы с вероятностью 0,9544 абсолютная величина отклонения относительной частоты появления бракованной детали от ее вероятности не превышала ε.

2. а) $\gamma = 0{,}95$; б) $\gamma = 0{,}99$, $k = 6$; в) $\gamma = 0{,}975$, $k = 20$; г) $\gamma = 0{,}95$, $k_1 = 10$, $k_2 = 5$.

3. Аудиторская фирма хочет проконтролировать состояние счетов одного из коммерческих банков. Для этого случайно отбираются 50 счетов. По 20 счетам из 50 отобранных в течение месяца имело место движение денежных средств. Постройте 99% доверительный интервал, оценивающий долю счетов в генеральной совокупности, по которым в течение месяца имело место движение денежных средств.

ВАРИАНТ 11

1. В период учений на полосу укреплений «противника» было сброшено 100 серий бомб. при сбрасывании одной такой серии математическое ожидание числа попаданий равно 2, а среднее квадратическое отклонение числа попаданий равно 1,5. Найти вероятность того, что в полосу укреплений попадет от 180 до 220 бомб.

2. а) $\gamma = 0,93$; б) $\gamma = 0,96$, $k = 9$; в) $\gamma = 0,95$, $k = 16$; г) $\gamma = 0,99$, $k_1 = 6$, $k_2 = 12$.

3.Строительная компания хочет оценить возможности успешного бизнеса на рынке ремонтно-строительных работ. Оценка базируется на случайной бесповторной выборке, согласно которой из 1000 домовладельцев, собирающихся ремонтировать свои дома, отобраны 600 человек. По этой выборке определено, что средняя стоимость ремонтных работ, которую предполагает оплатить домовладелец, составляет 5000 у.е. С какой вероятностью можно гарантировать, что эта стоимость будет отличаться от средней стоимости работ в генеральной совокупности по абсолютной величине не более, чем на 600 у.е., если оценка с.к.о. по выборке равна 500 у.е.

ВАРИАНТ 12

1. Оцените вероятность того, что относительная частота появления герба при 80 бросаниях монеты отклонится от вероятности не более, чем на 0,2.

2. а) $\gamma = 0,98$; б) $\gamma = 0,975$, $k = 12$; в) $\gamma = 0,99$, $k = 10$; г) $\gamma = 0,99$, $k_1 = 7$, $k_2 = 11$.

3.Менеджер компании, занимающейся прокатом автомобилей, хочет оценить среднюю величину пробега одного автомобиля в течение месяца. Из 280 автомобилей, принадлежащих компании, методом случайной бесповторной выборки отобрано 30. По данным этой выборки установлено, что средний пробег автомобиля в течение месяца составляет 1342 км со стандартным отклонением 227 км. Считая пробег автомобиля случайной величиной, распределенной по нормальному закону, найдите 95% доверительный интервал, оценивающий средний пробег автомобилей всего парка в течение месяца

ВАРИАНТ 13

1. Вероятность появления события в каждом из 100 независимых испытаний равна 0,6. Найти вероятность того, что событие наступит не менее, чем в 50 и не более, чем в 70 испытаниях

2. а) $\gamma = 0,96$; б) $\gamma = 0,99$, $k = 19$; в) $\gamma = 0,975$, $k = 9$; г) $\gamma = 0,95$, $k_1 = 6$, $k_2 = 9$.

3. Среднемесячный бюджет студентов одного из колледжей США оценивается по случайной выборке. Постройте 95,4% доверительный интервал, если объем выборки равен 20, выборочное среднее. равно 800 у.е., а оценка с.к.о. 120 у.е.

ВАРИАНТ 14

1. Найти вероятность того, что частота появления герба при 150 бросаниях монеты отклонится от вероятности не более, чем на 0,1.

2. а) $\gamma = 0,97$; б) $\gamma = 0,95$, $k = 6$; в) $\gamma = 0,95$, $k = 8$; г) $\gamma = 0,99$, $k_1 = 8$, $k_2 = 14$.

3. Коммерческий банк, изучая возможности предоставления долгосрочных кредитов населению, опрашивает своих клиентов для определения среднего размера такого кредита. Из 9706 клиентов банка опрошено 1000 человек. Среднее значение необходимого кредита в выборке составило 6750 у.е. со стандартным отклонением 1460 у.е. Найдите границы 95% доверительного интервала для оценки неизвестного среднего значения кредита в генеральной совокупности.

ВАРИАНТ 15

1. Случайная величина X имеет среднее квадратичное отклонение, равное 2. Какое максимальное отклонение среднего арифметического 200 статистических копий случайных величин X от ее математического ожидания можно ожидать с вероятностью, не меньшей 0,96?

2, а) $\gamma = 0{,}95$; б) $\gamma = 0{,}99$, $k = 11$; в) $\gamma = 0{,}975$, $k = 14$; г) $\gamma = 0{,}95$, $k_1 = 5$, $k_2 = 13$.

3. Выборочные обследования показали, что доля покупателей, предпочитающих новую модификацию товара А, составляет 60% от общего числа покупателей данного товара. Каким должен быть объем выборки, чтобы можно было получить оценку генеральной доли с точностью не менее 0,05 при доверительной вероятности 0,9?

ВАРИАНТ 16

1. Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,2. Найти вероятность того, что в 100 испытаниях событие появится не менее 10 и не более 30 раз.

2. а) $\gamma = 0.94$; б) $\gamma = 0.99$, $k = 16$; в) $\gamma = 0.975$, $k = 21$; г) $\gamma = 0.99$, $k_1 = 11$, $k_2 = 8$.

3. С помощью случайной выборки оценивается среднее время ежедневного просмотра телепередач абонентами кабельного телевидения в период с 18 до 22 ч. Каким должен быть объем выборки, если в предыдущих выборочных обследованиях установлено, что с.к.о. времени просмотра передач составило 40 мин, а отклонение выборочной средней от генеральной средней по абсолютной величине не должно превышать 5 мин с надежностью 0,99?

ВАРИАНТ 17

1. Случайная величина Y является средней арифметической независимых и одинаково распределенных случайных величин, дисперсия каждой из которых равна 5. Сколько нужно взять таких величин, чтобы случайная величина Y с вероятностью, не меньшей 0,9973, имела отклонение от своего математического ожидания, не превосходящее 0,01?

2. а) $\gamma = 0{,}98$; б) $\gamma = 0{,}975$, $k = 6$; в) $\gamma = 0{,}99$, $k = 8$; г) $\gamma = 0{,}95$, $k_1 = 9$, $k_2 = 12$.

3. При выборочном опросе 1200 телезрителей оказалось, что 456 из них регулярно смотрят программы телеканала НТВ. Постройте 99% доверительный интервал, оценивающий долю всех телезрителей, предпочитающих программы телеканала НТВ

ВАРИАНТ 18

1. Дисперсия каждой из 4500 независимых, одинаково распределенных случайных величин равна 5. Найти вероятность того, что среднее арифметическое этих случайных величин отклонится от своего математического ожидания не более, чем на 0,04.

2. а) $\gamma = 0{,}96$; б) $\gamma = 0{,}99$, $k = 8$; в) $\gamma = 0{,}975$, $k = 12$; г) $\gamma = 0{,}95$, $k_1 = 10$, $k_2 = 14$.

3. Выборочное обследование 9 торговых сетей региона показало, что в среднем каждая сеть имеет 10 магазинов в регионе (с.к.о. равно 5). Постройте 95% доверительный интервал, оценивающих количество магазинов всех торговых сетей региона.

ВАРИАНТ 19

1. Вероятность наступления события в каждом из независимых испытаний равна 0,8. Произведено 400 испытаний. Найти вероятность того, что относительная частота появления события отклонится от его вероятности не больше, чем на 0,09.

2. а) $\gamma = 0{,}97$; б) $\gamma = 0{,}95$, $k = 17$; в) $\gamma = 0{,}95$, $k = 9$; г) $\gamma = 0{,}99$, $k_1 = 12$, $k_2 = 9$.

3. Производитель некоторого вида продукции утверждает, что 95% выпускаемой продукции не имеет дефектов. Случайная выборка 100 изделий показала, что только 92 из них свободны от дефектов. Постройте 96% доверительный интервал для проверки утверждения производителя.

ВАРИАНТ 20

1. Случайная величина Y является средним арифметическим 10000 не зависимых одинаково распределенных случайных величин, дисперсия каждой из которых равна 4. Какое максимальное отклонение случайной величины Y от ее математического ожидания можно ожидать с вероятностью 0,95?

2. а) $\gamma = 0{,}95$; б) $\gamma = 0{,}99$, $k = 6$; в) $\gamma = 0{,}975$, $k = 20$; г) $\gamma = 0{,}95$, $k_1 = 10$, $k_2 = 5$.

3. Выборочное обследование распределения населения города по среднедушевому денежному доходу показало, что 45% обследованных в выборке имеют среднедушевой денежный доход не более 18 тыс. руб. В каких пределах находится доля населения, имеющая такой среднедушевой доход, во всей генеральной совокупности, если объем генеральной совокупности составляет 100000 человек, выборка не превышает 10% объема генеральной совокупности и осуществляется по методу случайного бесповторного отбора, а доверительная вероятность принимается равной 0,92?