

# СИСТЕМЫ РАДИОСВЯЗИ И РАДИОДОСТУПА



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Томский государственный университет систем управления  
и радиоэлектроники

# **СИСТЕМЫ РАДИОСВЯЗИ И РАДИОДОСТУПА**

**Учебное пособие**

Томск  
Издательство ТУСУРа  
2018

УДК [621.396+004.771:621.396](075.8)

ББК 32.884.1я73

С409

**Авторы:**

А.А. Гельцер (разд. 4), Р.Р. Абенов (разд. 1, 2), Е.В. Рогожников (разд. 1),  
Д.А. Покаместов (разд. 4, 5), Я.В. Крюков (разд. 3)

**Рецензенты:**

**Носов В.И.**, д-р техн. наук, профессор  
**Пуговкин А.В.**, д-р техн. наук, профессор

С409 **Системы радиосвязи и радиодоступа: учеб. пособие / А.А. Гельцер, Р.Р. Абенов, Е.В. Рогожников [и др.]. – Томск: Изд-во Томск. гос. ун-та систем управления и радиоэлектроники, 2018. – 104 с.**

ISBN 978-5-86889-816-7

Изложены основы множественного доступа в современных системах радиосвязи, описаны методы, предлагаемые в мобильных системах связи пятого поколения, широко используемый метод ортогонального частотного мультиплексирования и метод неортогонального множественного доступа. Рассмотрено частотное мультиплексирование с использованием банка фильтров и применение разреженных кодов в системах связи. Подробно описан метод множественного доступа с помощью разреженных кодов.

Рекомендуется студентам и магистрантам, обучающимся по направлению «Инфокоммуникационные технологии и системы связи».

УДК [621.396+004.771:621.396](075.8)

ББК 32.884.1я73

ISBN ISBN 978-5-86889-816-7

© Гельцер А.А. и др., 2018

© Томск. гос. ун-т систем управления  
и радиоэлектроники, 2018

# Оглавление

Введение .....	4
<b>1. Ортогональное частотное мультиплексирование данных (OFDM)</b>	
1.1. Основы технологии OFDM .....	6
1.2. Временная синхронизация .....	13
1.2.1. Корреляционный метод оценки временного смещения	13
1.2.2. Оценка времени приема сигнала с использованием интерполяции корреляционной функции .....	14
1.3. Частотная синхронизация .....	15
1.4. Эквалайзирование в системах OFDM .....	27
<b>2. Частотное мультиплексирование с использованием банка фильтров</b>	
2.1. Основы технологии FBMC — Filter Bank Multicarrier .....	38
2.2. Модель сигнала FBMC/OQAM .....	41
2.3. Оценка канала в FBMC/OQAM с использованием пилотных сигналов .....	42
2.4. Формирование сигнала FBMC/OQAM .....	44
<b>3. Метод неортогонального множественного доступа NOMA</b>	
3.1. Основы технологии NOMA .....	47
3.2. Метод последовательного подавления помех SIC .....	51
3.3. Расчет пропускной способности канала связи NOMA .....	55
3.4. Метод множественного доступа с разделением каналов по мощности на ортогональных несущих .....	57
<b>4. Применение разреженных кодов в системах связи</b>	
4.1. Разреженные матрицы и соответствующие им графы .....	62
4.2. Помехоустойчивое кодирование. Блочные коды .....	64
4.3. Коды с малой плотностью проверок на четность .....	69
4.3.1. Алгоритмы кодирования LDPC. Формирование разреженных матриц .....	70
4.3.2. Алгоритмы декодирования LDPC .....	74
<b>5. Использование разреженных кодов для разделения абонентов</b>	
5.1. Модель системы SCMA .....	81
5.2. Алгоритмы детектирования SCMA .....	89
Заключение .....	95
Список принятых сокращений .....	96
Литература .....	99

## **Введение**

Проблема организации множественного доступа (мультиплексирование, разделение абонентов) является ключевой при разработке систем многоканальной связи. Выбор того или иного метода мультиплексирования напрямую влияет на эффективность использования частотно-временного ресурса, предоставляемого для передачи данных. Применяемые методы множественного доступа менялись по мере выхода документов, регламентирующих работу систем связи. Традиционно эти методы классифицируют следующим образом [1]:

- множественный доступ с частотным разделением FDMA (Frequency Division Multiple Access). Для организации канала связи пользователю выделяется определенный частотный диапазон. В оригинальном виде применялся в системах связи первого поколения;

- множественный доступ с временным разделением TDMA (Time Division Multiple Access). Пользователям выделяются разные временные интервалы, каналы могут работать в общей полосе частот. Этот метод использовался в системах связи второго поколения;

- множественный доступ с кодовым разделением CDMA (Code Division Multiple Access). Пользователи ведут передачу в одной полосе частот одновременно. Для разделения используется набор ортогональных (квазиортогональных) кодов. На основе этого принципа построены сети связи третьего поколения;

- множественный доступ с ортогональным частотным разделением OFDMA (Orthogonal Frequency Division Multiple Access), разновидность FDMA. Пользователи ведут передачу на ортогональных поднесущих. Сигнал формируется в частотной области и переводится во временную с помощью обратного быстрого преобразования Фурье. OFDMA получил применение в сетях связи четвертого поколения;

- множественный доступ с пространственным разделением SDMA (Space Division Multiple Access). Разделение абонентов достигается за счет пространственного разнесения приемных устройств. Для реализации этого подхода можно использовать антенные решетки, формирующие узкие лучи, направленные

ные на мобильные абонентские станции. При таком подходе абоненты, находящиеся на некотором удалении друг от друга, могут работать в общей полосе частот одновременно, что существенно экономит частотно-временной ресурс. Рассматривается возможность реализации этой технологии в следующем поколении сетей сотовой связи 5G;

- множественный доступ с поляризационным разделением PDMA (Polarization Division Multiple Access). Абонентские каналы формируются за счет использования антенн с различной поляризацией, сигналы передаются в одной полосе частот одновременно. Существует ряд ограничений на применение этого метода, прежде всего они связаны с особенностями распространения радиоволн (переотражение, рефракция, дифракция), которые приводят к деполаризации. На практике этот метод применяется в спутниковых и радиорелейных системах связи в условиях прямой видимости.

Цель данного учебного пособия — ознакомление обучающихся с основными технологиями множественного доступа в современных системах радиосвязи, а также с наиболее перспективными технологиями для будущего стандарта мобильной связи пятого поколения.

Учебное пособие рекомендуется использовать в качестве дополнительной литературы. Дисциплина «Системы радиодоступа» изучается студентами после освоения дисциплин: «Моделирование устройств и систем связи», «Цифровая обработка сигналов систем связи», «Формирование и обработка сигналов систем связи».

# **1. ОРТОГОНАЛЬНОЕ ЧАСТОТНОЕ МУЛЬТИПЛЕКСИРОВАНИЕ ДАННЫХ (OFDM)**

## **1.1. Основы технологии OFDM**

Ортогональное частотное мультиплексирование данных (OFDM — Orthogonal Frequency Division Multiplexing) представляет собой специальный случай одновременной передачи потока цифровых данных по многим частотным каналам. Одним из привлекательных свойств данной технологии считается относительно высокая устойчивость по отношению к частотно-селективным замираниям и узкополосным помехам.

По сути, OFDM является частным случаем техники передачи данных с использованием множества несущих (Multi Carrier Modulation — МСМ). Главный принцип МСМ заключается в том, чтобы разделить основной поток бит на ряд параллельных подпотоков с низкой скоростью передачи и затем использовать их для модуляции нескольких несущих (поднесущих). При этом, вообще говоря, к каждой из поднесущих может быть применена любая техника модуляции [2].

При формировании OFDM-сигнала необходимо обеспечить ортогональность поднесущих. Поэтому сначала, исходя из характера входных данных, определяются требуемый частотный спектр и необходимая схема модуляции. Каждая поднесущая связывается со своим подпотоком данных. Амплитуда и фаза поднесущей вычисляются на основе выбранной схемы модуляции. В качестве такой схемы может выступать бинарная фазовая манипуляция (Binary Phase Shift Keying — BPSK), квадратурная фазовая манипуляция (Quadrature Phase Shift Keying — QPSK) или квадратурная амплитудная модуляция (Quadrature Amplitude Modulation — QAM). Затем с помощью обратного преобразования Фурье (IFT) амплитуда как функция частоты преобразуется в функцию от времени (преимущественно используется вариант обратного быстрого преобразования Фурье — IFFT). Принимающая аппаратура с помощью прямого быстрого преобразования Фурье (FFT) преобразует амплитуду сигналов как функцию от времени в функцию от частоты, формируя при этом набор ортогональных синусоид.

За счёт применения преобразований Фурье частотный диапазон делится на поднесущие, спектры которых перекрываются (рисунок 1.1), но остаются ортогональными [3].

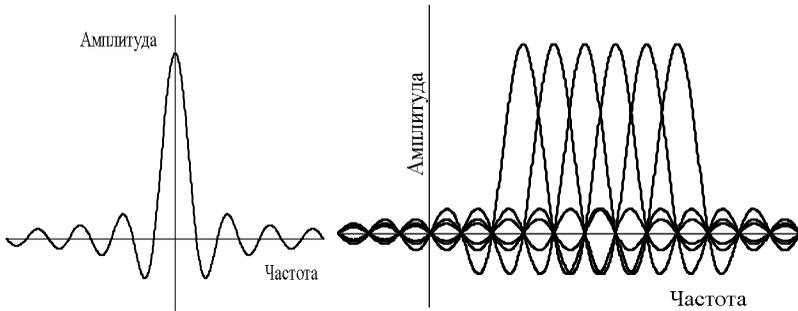


Рисунок 1.1 – Частотное представление OFDM-символа

OFDM-символ, состоящий из  $N_d$  отсчетов, может быть записан в виде

$$\dot{s}(k) = \frac{1}{N_d} \cdot \sum_{n=1}^{N_d} \dot{x}(k) \cdot e^{i \cdot 2 \cdot \pi \cdot k \cdot n / N_d}, \quad k = [1 : N_d], \quad (1.1)$$

где  $\dot{x}(k)$  — комплексная модулированная последовательность.

OFDM-символ включает циклический префикс (ЦП), размер которого  $N_g$  регламентируется стандартом системы связи. Число отсчетов в OFDM-символе с учетом циклического префикса равно:  $N = N_d + N_g$ .

С учетом случайного временного смещения, не кратного интервалу дискретизации, математическая запись OFDM-символа соответствует выражению

$$\dot{s}(k) = \frac{1}{N_d} \cdot \sum_{n=1}^{N_d} \dot{x}(k) \cdot e^{i \cdot 2 \cdot \pi \cdot k \cdot (n / N_d + \Delta \tau \cdot df)}, \quad (1.2)$$

где  $\Delta \tau$  — значение временного смещения;

$df$  — частотный интервал между поднесущими.

Излученный OFDM-сигнал проходит через многолучевой канал распространения, импульсная характеристика которого в дискретном виде может быть описана как

$$\dot{h}(m) = \sum_{l=1}^L \dot{c}_l \cdot \delta(m - \tau_l), \quad (1.3)$$

где  $\dot{c}_l$  — амплитудный множитель каждого из лучей,  $l = 1 : L$ .

Каждому лучу соответствует задержка  $\tau_l$ ,  $\delta(m - \tau_l)$  — дискретная дельта-функция,  $m$  — дискретное время.

Помимо многолучевости на принимаемый сигнал оказывает влияние частотный сдвиг, вызванный эффектом Доплера либо рассинхронизацией опорных генераторов. В этом случае принятый OFDM-символ может быть записан в виде

$$\dot{s}_r(k) = e^{j \cdot k \cdot \Delta f \cdot 2 \cdot \pi / f_s} \cdot \sum_{m=1}^M \dot{s}(k) \cdot \dot{h}(m - k) + \dot{w}(k), \quad (1.4)$$

где  $\Delta f$  — частотный сдвиг;

$f_s$  — частота дискретизации;

$\dot{w}(k)$  — отсчеты аддитивного белого гауссовского шума.

Всю последовательность принятых OFDM-символов, включая пилотные и информационные символы, обозначим как  $\dot{s}_\Sigma(k)$ , где  $k = [1 : (N_d \cdot K)]$ ,  $K$  — общее количество OFDM-символов в принятой последовательности.

На рисунке 1.2 приведена обобщенная схема формирования OFDM-символов [3]. Битовые потоки  $b_i$  отображаются в комплексные коэффициенты  $C_i$ , каждый из которых является символом цифровой квадратурной модуляции (например, PSK или QAM). Каждый коэффициент модулирует соответствующую ему поднесущую (гармоническое колебание), что достигается выполнением обратного быстрого преобразования Фурье (ОБПФ) размерностью  $N$  над вектором коэффициентов.

OFDM-символ формируется как суперпозиция модулированных таким образом поднесущих. После этого поток параллельных отсчетов переводится в последовательный вид и к нему добавляется защитный интервал в виде циклического префикса.

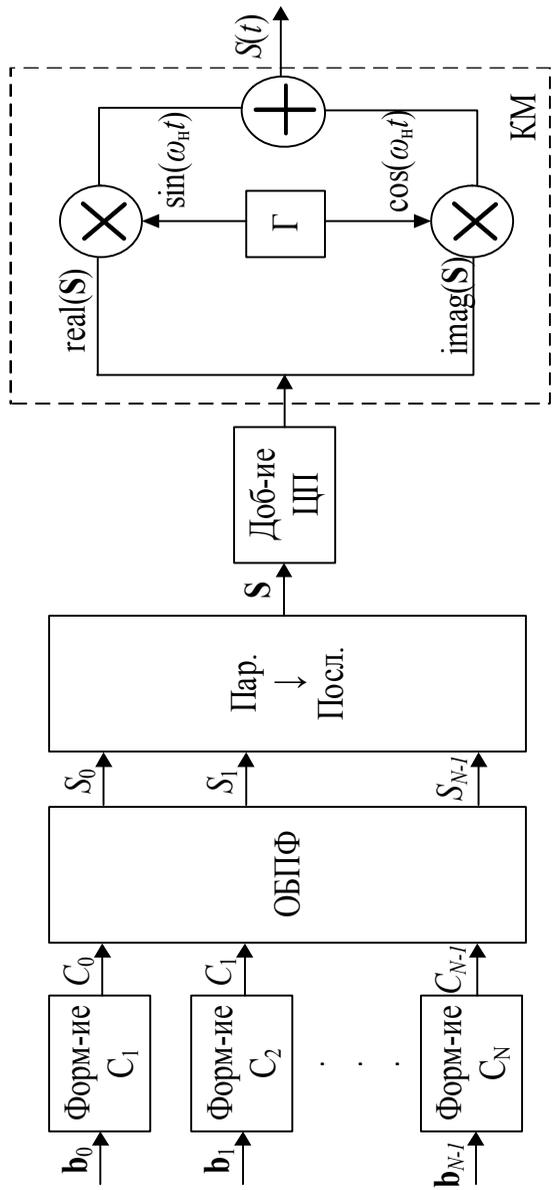


Рисунок 1.2 – Структурная схема формирователя OFDM-символов

Символ с ЦП подается на квадратурный модулятор (КМ) и отправляется в канал передачи.

Поднесущие, на которых идет передача, ортогональны, период каждой из них равен  $T_n = T_{\text{OFDM}}/n$ , где  $n = 0, \dots, N - 1$ , а коэффициент взаимной корреляции равен нулю. Спектры соседних поднесущих на интервале одного OFDM-символа накладываются друг на друга, но благодаря своему расположению их боковые лепестки компенсируются и ортогональность сохраняется.

Длительность OFDM-символа в  $N$  раз превосходит длительность символа QAM-модуляции при аналогичной занимаемой полосе и общей скорости передачи (рисунок 1.3). Это справедливо и для других видов квадратурной модуляции.

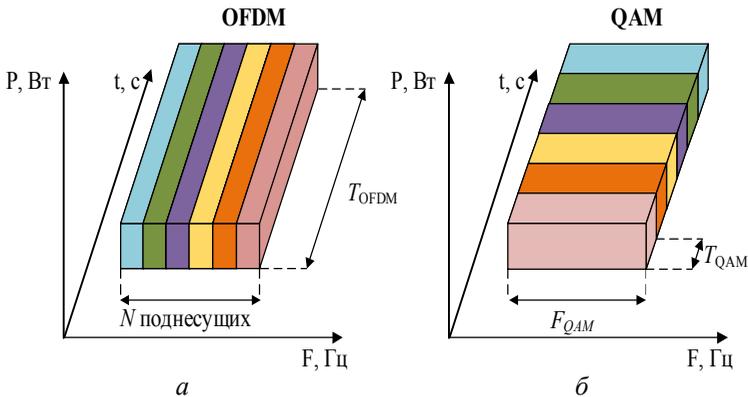


Рисунок 1.3 – Спектрограмма OFDM-символа (а) и QAM-символов (б)

Для борьбы с межсимвольной интерференцией (МСИ) вводят защитный интервал в виде циклического префикса (рисунок 1.4). Потери в скорости будут значительно меньше, чем при добавлении защитных интервалов к отдельным, последовательно идущим QAM-символам. Циклический префикс является копией конца символа, длительность определяется максимальной задержкой  $\tau_{\text{max}}$  в многолучевом канале передачи [4, 5].

Передача символов на группе ортогональных поднесущих позволяет эффективно бороться с частотно-селективными замираниями, используя оценку передаточной характеристики канала по пилот-сигналам и последующее эквалайзирование (рисунок 1.5) [6].

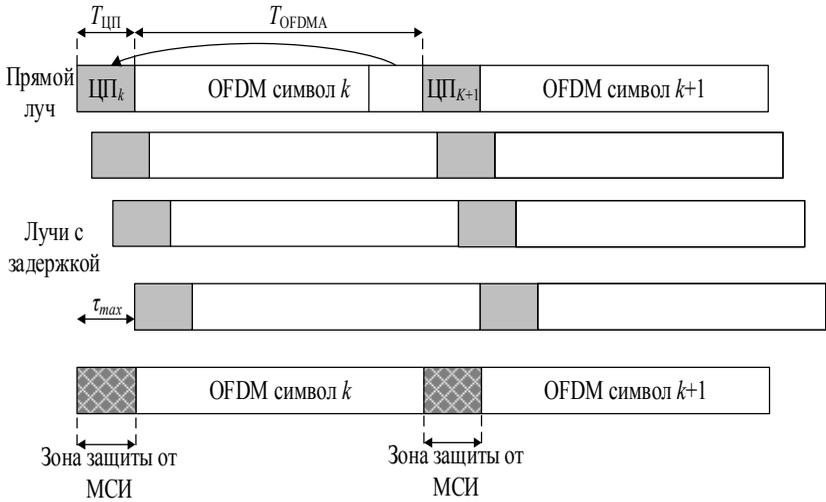


Рисунок 1.4 – Добавление ЦП к OFDM-символу

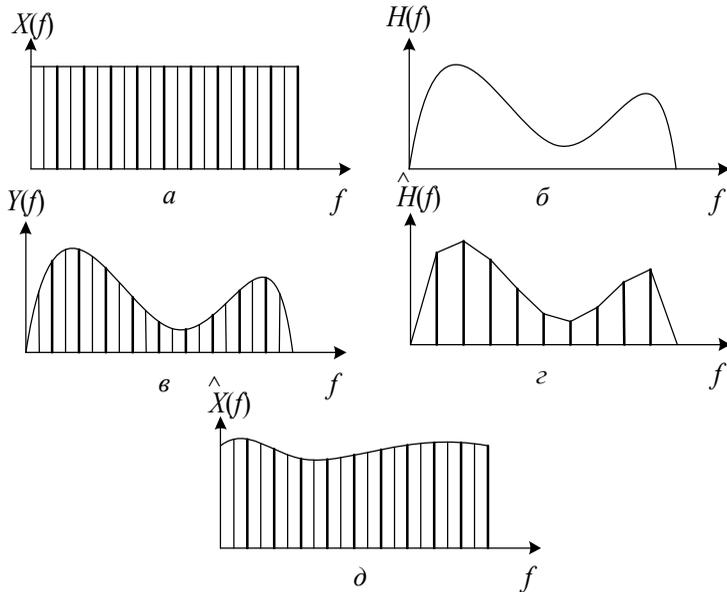


Рисунок 1.5 – Эквалайзирование OFDM-символов

В пределах OFDM-символа часть поднесущих переносит опорные сигналы (пилот-сигналы), в общем случае комплексные (рисунок 1.5, *a* — жирные прямые). При передаче сигнала через канал с частотно-селективными замираниями (АЧХ канала  $H(f)$  на рисунке 1.5, *б*) спектр принятого сигнала  $Y(f)$  искажен (рисунок 1.5, *в*). Приемник, зная переданные значения пилотных сигналов, может определить искажения, вносимые каналом, и, интерполируя, определить АЧХ  $\hat{H}(f)$  [7] (рисунок 1.5, *г*). Зная АЧХ, можно восстановить искаженный символ  $\hat{X}(f)$  (рисунок 1.5, *д*).

Сигналы с OFDM-модуляцией имеют ряд недостатков:

1) высокое значение пик-фактора сигнала [8]. Этот недостаток повышает требования к линейности усилителей и трактов передачи и разрядности АЦП/ЦАП [9]. Для его снижения применяется ряд методов, таких как использование блочного кодирования, ограничение амплитуды сигнала (clipping), вероятностные методы, усилители мощности с цифровыми предусаживаниями и др. [10];

2) высокий уровень внеполосного излучения [11]. При классической реализации OFDM-символов спектр сигнала имеет высокий уровень боковых лепестков. Для его снижения крайние поднесущие обнуляются и таким образом выступают в роли защитного интервала [12]. С одной стороны, это уменьшает уровень боковых лепестков вне полосы, а с другой — сокращает количество информационных поднесущих и общую скорость передачи бит в системе связи.

Существуют решения по снижению внеполосного излучения, основанные на использовании фильтрующих оконных функций, например фильтров Найквиста типа приподнятый косинус [12]. Кроме того, в последнее время появились схемы OFDM с более сложной фильтрацией сигнала, такие как частотное мультиплексирование с множеством поднесущих, использующих банк гребенчатых фильтров FBMC (Filter-Bank Multi-Carrier Modulation) [13, 14];

3) чувствительность к межчастотной интерференции. При расогласовании частоты несущей сигнала и опорной частоты гетеродина приемника (например, в результате доплеровского рассеяния) нарушается ортогональность поднесущих, из-за чего возникают помехи. Для борьбы с этим эффектом применяют специфические алгоритмы оценки ухода частоты и его последующей компенсации [15];

4) ограниченное количество ресурсов. Минимальным ресурсом передачи, который система может предоставить пользователю, является одна поднесущая на интервале одного OFDM-символа. Количество доступных для передачи информации поднесущих в общем случае меньше размерности преобразования Фурье, а для динамического распределения ресурсов необходимо отправлять большое количество служебной информации. По этой причине затруднительно построить системы связи с большим количеством подключений, которые характерны, например, для интернета вещей. Для увеличения количества доступных ресурсов и повышения эффективности использования частотно-временного ресурса применяют методы неортогонального множественного доступа.

## 1.2. Временная синхронизация

### 1.2.1. Корреляционный метод оценки временного смещения

Классическим методом оценки временного смещения является корреляционный метод [16, 17]. Приемным устройством принимается и оцифровывается сигнал и сохраняется в буферную память. В приемнике производится расчет корреляционной функции между принятой последовательностью и опорным сигналом, хранящимся в памяти приемника. Положение максимума взаимокорреляционной функции (ВКФ) позволяет определить момент приема пилотного сигнала (рисунок 1.6).

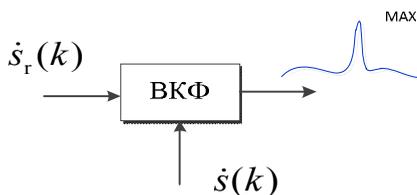


Рисунок 1.6 – Корреляционный метод приема сигнала

Расчет взаимокорреляционной функции между принятой последовательностью  $\dot{s}_r(m)$ ,  $m = [1 : M]$ , где  $M$  — число отсчетов в принятой последовательности, и опорным сигналом  $\dot{s}_{\text{ref}}(m)$ , хранящимся в памяти устройства, производится согласно выражению

$$R(m) = \text{ОДПФ}(\text{ДПФ}(\dot{s}_r(m)) \times \text{ДПФ}(\dot{s}_{\text{ref}}(m))^*), \quad (1.5)$$

где ОДПФ — обратное дискретное преобразование Фурье;

ДПФ — дискретное преобразование Фурье;

\* — знак комплексного сопряжения.

Стоит отметить, что размерность принятой последовательности  $\dot{s}_r(m)$ , хранящейся в буферной памяти, превышает размер опорного сигнала  $\dot{s}_{\text{ref}}(m)$ , в связи с этим в конец сигнала  $\dot{s}_{\text{ref}}(m)$  добавляется нулевая последовательность, чтобы размерность массивов была одинакова.

Оценка смещения по времени принятого сигнала соответствует положению максимума модуля ВКФ:

$$\Delta \hat{\tau} = m_{\text{max}} / f_s,$$

где  $m_{\text{max}}$  — номер отсчета, соответствующий максимальному значению модуля ВКФ.

Недостатком данного подхода является то, что точность оценки времени приема зависит от полосы сигнала и частоты дискретизации. Ошибка оценки времени приема прямого сигнала в данном случае будет находиться в интервале  $\partial = 0, \dots, t_s / 2$ , где  $t_s$  — интервал дискретизации, равный  $1 / f_s$ .

Для достижения измерения дальности с ошибкой менее 1 м потребуются оцифровка сигнала с частотой дискретизации более 150 МГц, что увеличивает сложность обработки сигнала и стоимость оборудования.

### 1.2.2. Оценка времени приема сигнала с использованием интерполяции корреляционной функции

Данный подход описан в работах [15, 18] и заключается в следующем. Приемным устройством принимается и оцифровывается сигнал. Отсчеты сигнала сохраняются в буферную память устройства. Оценка времени производится в два этапа – грубая и точная оценки. Грубая оценка смещения по времени принятого сигнала соответствует положению максимума модуля ВКФ (1.1). Точная оценка необходима для устранения неоднозначности по-

ложения максимума ВКФ, возникающей в результате того, что смещение по времени не кратно длительности интервала дискретизации. Для уточнения оценки временного смещения максимум ВКФ восстанавливается функцией интерполяции. Могут использоваться различные функции интерполяции, к примеру  $y = ax^2 + bx + c$ . Для ее вычисления используются три отсчета ВКФ в окрестности максимума. Точная оценка может быть записана в виде

$$\Delta \hat{\tau} = \frac{(m_{\max} - 1) + g_{\max} / G}{f_s}, \quad (1.6)$$

где  $g_{\max}$  — номер отсчета, соответствующий положению максимума модуля ВКФ после квадратичной интерполяции пика;

$G$  — число отсчетов функции квадратичной интерполяции.

Недостатком такого подхода является то, что на точность оценки временного смещения оказывает влияние геометрический фактор. Три точки ВКФ образуют треугольник, погрешность интерполяции в данном случае будет определяться значениями углов треугольника и его сторонами [19].

### 1.3. Частотная синхронизация

В данном подразделе реализован алгоритм Шмидла и Кокса [16]. На втором этапе частотной синхронизации производится дополнительная оценка частотного сдвига с использованием не только пилотной последовательности, но и информационных OFDM-символов, что позволяет существенно повысить результирующее оцениваемое значение.

#### *Грубая оценка частотного сдвига*

На этапе грубой оценки производится временная синхронизация (обнаружение начала кадра), а также обнаружение пилотной последовательности  $\hat{s}_p(k)$ , где  $k = [1 \dots N]$ . Грубая оценка частотного сдвига производится по пилотной последовательности. При этом подразумевается, что пилотная последовательность состоит из двух повторяющихся частей. Обозначим первую

половину пилотного сигнала как  $\dot{p}_1(k) = \dot{s}_p(k)$ , где  $k = [1, \dots, N/2]$ , а вторую половину как  $\dot{p}_2(k) = \dot{s}_p(k + N/2)$ , в идеальном случае  $\dot{p}_1 = \dot{p}_2$ . Коэффициент корреляции между первой и второй половинами пилотного сигнала рассчитывается как

$$\dot{R} = \sum_{k=1}^{N/2} \dot{p}_2(k) \cdot \dot{p}_1(k). \quad (1.7)$$

Коэффициент корреляции используется для грубой оценки частотного сдвига:

$$\Delta \hat{f}_1 = \frac{\arctg \left[ \frac{\text{Im}(\dot{R})}{\text{Re}(\dot{R})} \right]}{\pi \cdot T}, \quad (1.8)$$

где  $T = N / f_s$  — длительность пилотной последовательности.

Далее мы производим операцию устранения частотного сдвига по полученной грубой оценке (1.8) для принятой последовательности OFDM-символов следующим образом:

$$s_r'(k) = \dot{s}_r(k) \cdot \exp(j \cdot k \cdot (-1) \cdot \Delta \varphi), \quad (1.9)$$

где  $k = [1, \dots, N_1]$ ;

$N_1$  — число отсчетов в последовательности, используемой на втором этапе оценки частотного сдвига;

$\Delta \varphi = 2 \cdot \pi \cdot \Delta \hat{f}_1 / f_s$  — фазовый набег, вызванный частотным сдвигом за интервал дискретизации  $1 / f_s$ .

Оценка частотного сдвига между опорными генераторами приемного пункта пассивной радиолокационной системы и источником сигнала подсвета является задачей, которую необходимо решать практически во всех системах связи. Рассмотрим метод оценки частотного сдвига между опорным генератором приемного пункта пассивной радиолокационной системы и источником сигнала подсвета, использующим OFDM-сигналы.

Для систем связи существуют различные методы оценки частотного сдвига, некоторые из которых рассмотрены ниже.

**Метод Minn для оценки рассогласования частот гетеродинов.** Оценка рассогласования частот гетеродинов с использованием данного метода производится по тренировочной после-

довательности в два этапа. На первом этапе осуществляется грубая оценка частотного сдвига на основании расчета разности фаз между повторяющимися структурами сигнала [20].

При наличии многолучевого канала распространения радиоволн линейный фазовый набег, вызванный рассинхронизацией опорных генераторов приемного и передающего пунктов, искажается, вследствие чего нарушаются фазовые соотношения для повторяющихся частей сигнала.

Второй этап предлагаемого метода заключается в уточнении оценки, полученной на первом этапе: производится оценка импульсной характеристики канала распространения радиоволн. Оценка импульсной характеристики позволяет определить максимальное значение задержки отраженных сигналов. В том случае, если длительность повторяющейся последовательности превышает максимальное значение задержки в канале, то участок последовательности, не подвергнувшийся воздействию отраженных сигналов, может быть использован для получения точной оценки ухода частоты. Для расчета точной оценки используется принцип максимального правдоподобия.

**Метод Schmidl и Cox для оценки рассогласования частот гетеродинов.** В данном методе для оценки рассогласования гетеродинов приемного и передающего пунктов используется один OFDM-символ, состоящий из двух повторяющихся частей [16].

Обозначим первую половину пилотного сигнала как  $P_1$ , а вторую половину как  $P_2$ , причем  $P_1 = P_2$ . Произведем расчет ВКФ между первой и второй половинами пилотного сигнала:

$$R(l) = \text{ОБПФ}(\text{БПФ}(P_1(l)) \times \text{БПФ}(P_2(l))^*),$$

где ОБПФ — операция обратного быстрого преобразования Фурье;

БПФ — операция прямого быстрого преобразования Фурье;

\* — знак комплексного сопряжения.

Для расчета оценки частотного сдвига используется отличие фазового набега двух половин принятого сигнала. Разность фазового набега между двумя половинами пилотной последовательности определяется выражением

$$\Delta\hat{\phi} = \arctg \left[ \frac{\text{Im}(R(l_{\max}))}{\text{Re}(R(l_{\max}))} \right],$$

где  $l_{\max}$  — номер отсчета рассчитанной ВКФ, соответствующий максимуму модуля ВКФ.

Для случая, когда  $\Delta\hat{\phi} < \pi$ , оценка частотного сдвига может быть представлена как

$$\Delta\hat{f} = \frac{\Delta\hat{\phi}}{\pi T},$$

где  $T$  — длительность пилотной последовательности.

Иначе оценка может быть записана в виде

$$\Delta\hat{f} = \frac{\Delta\hat{\phi}}{\pi T} + \frac{2z}{T},$$

где  $z$  — целое число.

**Метод, предложенный Майковым Д.Ю.** Это метод оценки рассогласования частотного сдвига гетеродинов передающего и приемного пунктов, позволяющий снизить СКО оценки частотного сдвига за счет использования 2-символьной конструкции, структура которой поясняется на рисунке 1.7.

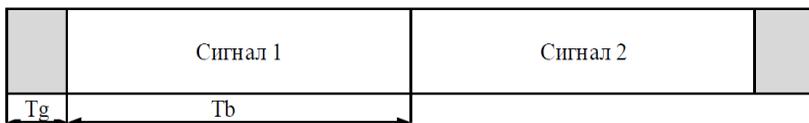


Рисунок 1.7 – Структура сигнала, используемая для реализации рассматриваемого метода

После приема сигнала и проведения процедуры временной синхронизации комплексные отсчеты первого сигнала перемножаются на комплексно-сопряженные отсчеты второго сигнала. Далее производится вычисление операции БПФ над рассчитанным произведением сигналов, а затем частотной комплексной ВКФ. При увеличении рассогласования частот гетеродинов передающего и приемного пунктов значение арктангенса отношения мнимой части к действительной будет увеличиваться пропорционально значению рассогласования частот (рисунок 1.8).

В результате сравнения рассмотренных методов оценки частоты, проведенного с применением математического моделирования, видно (рисунок 1.9), что лучшим из рассмотренных является метод, предложенный Майковым Д.Ю.

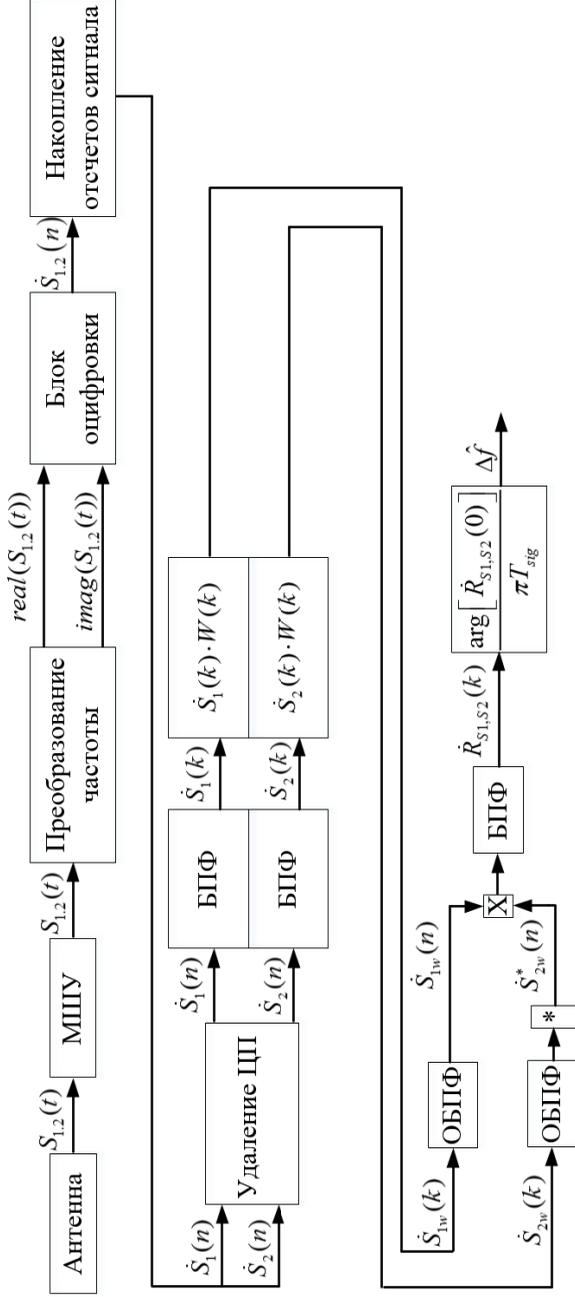


Рисунок 1.8 – Структурная схема метода оценки частотной рассинхронизации: первый и второй принятые пилотные сигналы:  $S_{1,2}(t)$  — в аналоговом виде;  $\hat{S}_{1,2}(n)$  — после оцифровки во временной области;  $\hat{S}_{1,2}(k)$  — после оцифровки в частотной области;  $W(k)$  — оконная функция; \* — знак комплексного сопряжения;  $\hat{R}_{S_1,S_2}(k)$  — рассчитанная комплексная ВКФ

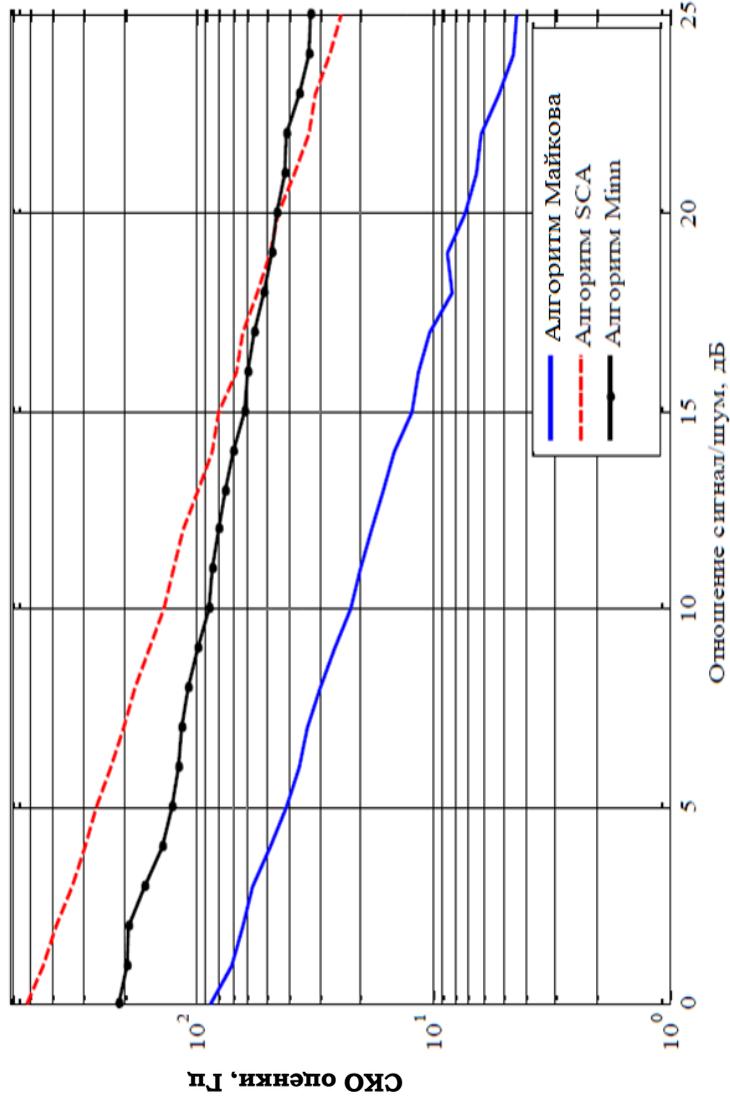


Рисунок 1.9 – Зависимость СКО оценки от отношения сигнал/шум

Выигрыш достигается за счет использования пилотного сигнала, содержащего два последовательных повторяющихся OFDM-символа (см. рисунок 1.7), по сравнению с 1-символьной конструкцией, используемой в остальных методах. Однако данная конструкция (два одинаковых повторяющихся OFDM-символа) не применяется в нисходящих кадрах в современных системах связи (к примеру, Wi-MAX, LTE и др.).

В каждом из рассмотренных методов оценка частотного сдвига производится по пилотному сигналу. Рассмотрим метод оценки частотного сдвига, позволяющий снизить ошибку оценки частотного сдвига за счет использования не только пилотных, но и информационных сигналов. Данный метод позволяет повысить точность оценки частотного сдвига при обработке OFDM-сигналов стандартов современных систем связи за счет использования не только пилотных символов, но и символов, содержащих служебные данные и данные пользователей. В предлагаемом методе реализуется следующая последовательность операций. Приемным устройством принимается и оцифровывается кадр, в начале которого следует пилотная последовательность (преамбула), далее передаются служебные данные системы связи и данные пользователей. Обобщенная структура кадра приведена на рисунке 1.10.

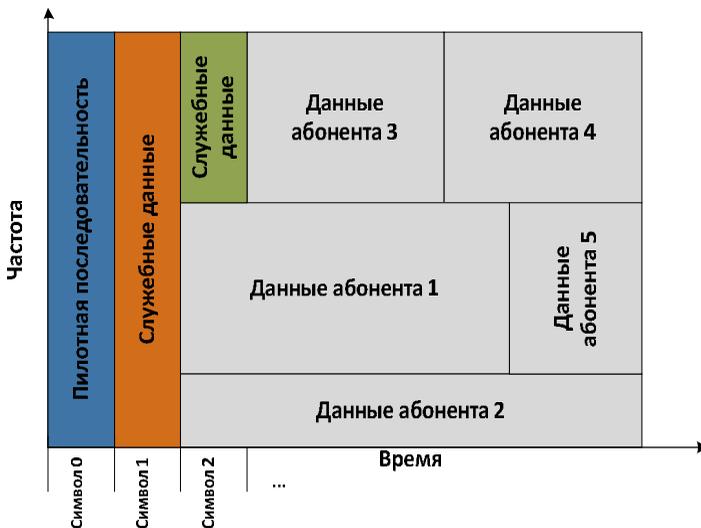


Рисунок 1.10 – Обобщенная структура кадра современных систем связи

Производится временная синхронизация с началом кадра по пилотной последовательности. Временная синхронизация может быть произведена по положению максимума взаимной корреляционной функции между принятым пилотным символом и опорным сигналом. Затем осуществляется грубая оценка частотного сдвига по принятой пилотной последовательности, состоящей из двух повторяющихся частей. Принятый пилотный сигнал может быть записан в виде

$$P_k = \sum_{n=1}^N X_n e^{i2\pi kn/N},$$

где  $X_n$  — модулированная последовательность;

$N$  — размер преобразования Фурье.

Обозначим первую половину пилотного сигнала как  $P1 = P_k(1 : N/2)$ , а вторую половину как  $P2 = P_k(N/2 + 1 : N)$ , причем  $P1 = P2$ . Грубая оценка частотного сдвига по пилотному сигналу может быть проведена любым известным методом. Рассчитаем ВКФ первой и второй половины пилотного сигнала методом SCA [16]:

$$R(l) = \text{ОБПФ}(\text{БПФ}(P1(l)) \times \text{БПФ}(P2(l))^*).$$

Разность фаз находим по формуле

$$\Delta\hat{\phi} = \arctg \left[ \frac{\text{Im}(R(l))}{\text{Re}(R(l))} \right],$$

где  $\text{Im}$  — мнимая часть;

$\text{Re}$  — реальная часть корреляционной функции в точке, соответствующей максимуму модуля функции корреляции рассчитанной ВКФ.

Грубый расчет ухода по частоте  $\Delta\hat{f}_{\text{груб}} = \frac{\Delta\hat{\phi}}{\pi T}$ , где  $T$  — длительность пилотной последовательности.

Устраним частотный сдвиг (по грубой оценке) для каждого OFDM-символа в кадре. Пусть кадр содержит  $N$  OFDM-символов, тогда устранение частотного сдвига для каждого OFDM-символа в кадре

$$g_j(k) = y_j(k) \cdot \exp(i \cdot k \cdot (-1) \cdot dphi),$$

где  $y_j(k)$  —  $j$ -й OFDM-символ в кадре ( $j \in (1, \dots, N)$ );

$k$  — порядковый номер отсчета сигнала;

$i$  — мнимая единица;

$$dphi = \frac{\Delta f_{\text{груб}} \cdot 2 \cdot \pi}{f_{\text{диск}}}, \quad f_{\text{диск}} \text{ — частота дискретизации.}$$

Уточненная оценка может быть произведена с использованием  $K_{sym}$  OFDM-символов в кадре, данные которых могут быть демодулированы с минимальным количеством ошибок. Для уточнения оценки частотного сдвига необходимо сформировать опорный сигнал для каждого из  $K_{sym}$  OFDM-символов, участвующих в оценке. Формирование опорного сигнала, по сути, является реконструкцией принятого сигнала.

Последовательность операций, необходимых для формирования опорного сигнала, приведена на рисунке 1.11.

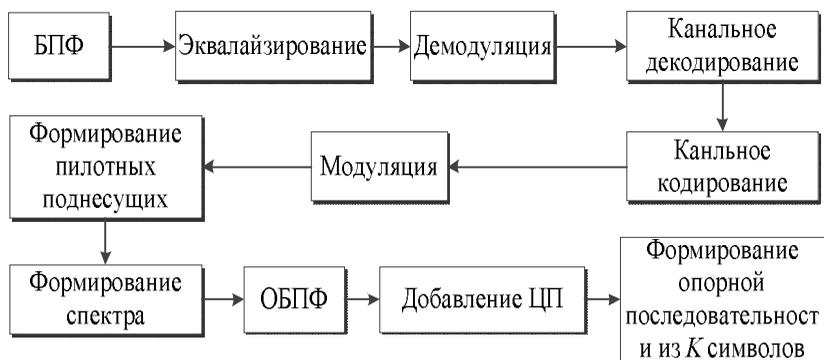


Рисунок 1.11 – Последовательность операций, необходимых для формирования опорного сигнала

БПФ — операция быстрого преобразования Фурье, необходимая для получения отсчетов принятых OFDM-символов кадра в частотной области и дальнейшей обработки символов.

*Эквалайзирование* [7] — операция, включающая в себя оценку передаточной функции канала распространения радиоволн по пилотным поднесущим и по пилотной последовательности, а также устранение влияния канала путем деления спектральных отсчетов принятого сигнала на полученную оценку передаточной функции. Точность оценки передаточной функции канала

распространения радиоволн (РРВ) зависит от количества пилотных поднесущих в OFDM-символе (расстояния между пилотными поднесущими), а также от используемого алгоритма эквалайзирования.

*Демодуляция* [21] — операция, осуществляемая для преобразования комплексных отсчетов сигнала в битовую последовательность в соответствии с используемой системой связи видом модуляции для дальнейшей обработки и исправления ошибок.

*Канальное декодирование* — преобразование над битовой последовательностью, полученной после демодуляции. Как правило, канальное декодирование включает в себя операции депережежения, помехоустойчивого декодирования, дерандомизации [22].

Перечисленные операции необходимы для устранения ошибок в битовой последовательности, нижеперечисленные операции необходимы для формирования опорного сигнала, свободного от искажений, вызванных шумами и влиянием канала связи.

*Канальное кодирование* — операция, обратная канальному декодированию, включает в себя рандомизацию бит, помехоустойчивое кодирование, перемежение бит.

*Модуляция* — преобразование битовой последовательности в комплексные спектральные отсчеты OFDM-сигнала в соответствии со стандартом, по которому работает система связи.

*Формирование пилотных поднесущих* — операция, выполняемая в соответствии со стандартом, по которому работает система связи.

*Формирование спектра* — расположение поднесущих, предназначенных для передачи пользовательских и служебных данных, а также пилотных поднесущих, в предназначенные для них места в спектре сигнала с добавлением защитных интервалов в частотной области.

*ОБПФ* — операция обратного быстрого преобразования Фурье, необходимая для перехода от частотного представления сигнала к временной области.

*Добавление ЦП* (циклического префикса) — операция, используемая для защиты от межсимвольной интерференции. ЦП обязательно присутствует в OFDM-системах связи.

*Формирование опорной последовательности* — операция накопления  $K_{sym}$  символов, используемых далее для точной оценки частотного сдвига.

Стоит отметить, что последовательность операций (рисунок 1.11) является обобщенной и может отличаться для сигналов различных телекоммуникационных систем. Все операции, необходимые для формирования опорного сигнала, должны производиться в соответствии со стандартом, по которому работает система связи. В результате для принятой последовательности из  $K_{sym}$  символов формируется опорная последовательность из  $K_{sym}$  символов, структура которых поясняется на рисунке 1.12.

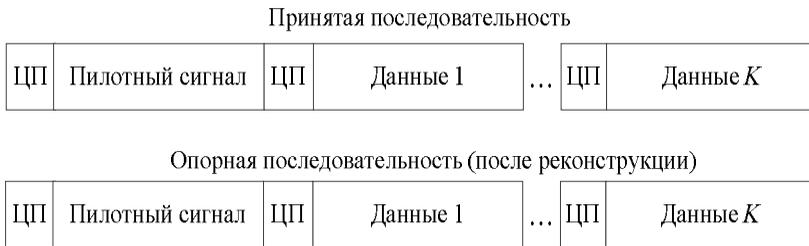


Рисунок 1.12 – Структура принятой и пилотной последовательностей

На точность оценки частотного сдвига оказывает влияние многолучевой характер распространения сигнала от источника подсвета до приемника [23].

Для снижения влияния многолучевого распространения радиоволн на точность оценки частотного сдвига производится свертка опорного сигнала и оценка импульсной характеристики канала распространения радиоволн:

$$S_{\text{опор}}^*(k) = \hat{h}(k) * S_{\text{опор}}(k),$$

где  $S_{\text{опор}}(k)$  — опорный сигнал;

$\hat{h}(k)$  — оценка импульсной характеристики канала распространения радиоволн;

$S_{\text{опор}}^*(k)$  — опорный сигнал после выполнения операции свертки с импульсной характеристикой.

Оценка импульсной характеристики выполняется по пилотным сигналам и поднесущим на этапе эквалайзирования. Существуют различные методы оценки импульсной характеристики канала распространения радиоволн [7].

После того как опорная последовательность сформирована, производится расчет двух коэффициентов корреляции между сигналами опорного и приемного каналов на интервалах от 1 до  $N_1 / 2$  и от  $N_1 / 2 + 1$  до  $N_1$ . Рассчитанные коэффициенты корреляции запишем в виде

$$korr_1 = \sum_{k=1}^{N_1/2} S_{\text{пр\_корр}}(k) \cdot S_{\text{опор}}(k);$$

$$korr_2 = \sum_{k=N_1/2+1}^{N_1} S_{\text{пр\_корр}}(k) \cdot S_{\text{опор}}(k).$$

где  $N_1$  — общее количество отсчетов в сформированной опорной последовательности, равное количеству отсчетов в принятом сигнале.

Используя рассчитанные коэффициенты корреляции, можно произвести расчет разности фаз между принятым и опорным сигналами на интервале времени, соответствующем половине длительности опорного и принятого сигналов:

$$\Delta\hat{\phi}_{\text{доп}} = \arctg\left(\frac{\text{imag}(korr_2 \cdot korr_1^*)}{\text{real}(korr_2 \cdot korr_1^*)}\right),$$

где \* — знак комплексного сопряжения.

Уточненную оценку доплеровского сдвига частоты запишем в виде  $\Delta\hat{f}_{\text{точн}} = \frac{\Delta\hat{\phi}_{\text{доп}}}{\pi \cdot T_{\text{н1}}}$ . Результирующая оценка частотного сдвига определяется как  $\Delta\hat{f} = \Delta\hat{f}_{\text{груб}} + \Delta\hat{f}_{\text{точн}}$ .

Последовательность операций, выполняемых в предлагаемом методе, поясняется на рисунке 1.13.



Рисунок 1.13 – Структурная схема предлагаемого метода Майкова Д.Ю.

Предложенный метод позволяет повысить точность оценки частотного сдвига при условии, что поднесущие с данными будут демодулированы с минимальным количеством ошибок. В случае возникновения ошибок при демодуляции точность оценки частотного сдвига будет снижаться.

## 1.4. Эквалайзирование в системах OFDM

### Алгоритмы оценки передаточной функции

Наиболее часто в современных системах связи, использующих для оценки канала пилотные поднесущие, реализуются следующие методы оценки передаточной функции.

**Оценка по одному пилоту.** Фазовые и амплитудные искажения информационных поднесущих в пределах одного элемента оцениваются по одному пилотному сигналу  $\hat{H} = P$ , где  $\hat{H}$  — поднесущие с данными;  $P$  — пилотные поднесущие.

**Алгоритм усреднения.** Данный алгоритм использует среднее значение пилотных поднесущих для оценки передаточной функции:  $\hat{H} = (P_1 + P_2 + \dots + P_N) / N$ .

Этот алгоритм является самым простым методом оценки канала РРВ и используется в системах WiMAX [24]. Он эффективно уменьшает влияние шума и является подходящим для случая медленных замираний уровня сигнала при прохождении канала РРВ.

**Линейная интерполяция.** Другой широко используемый алгоритм — линейная интерполяция [25].  $\hat{H}_i$  вычисляется путем одномерной линейной интерполяции:

$$\hat{H}_i = k_i x + b_i;$$

$$k_i = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}, \quad b_i = y_0 - k_i x_0.$$

**Интерполяция параболой.** Этот метод использует три пилотные поднесущие и сводится к нахождению коэффициентов параболы, проходящей через них [25]. Коэффициенты параболы соответственно равны:

$$a_i = \frac{y_3 - \frac{x_3(y_2 - y_1) + x_2 y_1 - x_1 y_2}{x_2 - x_1}}{x_3(x_3 - x_1 - x_2) + x_1 x_2},$$

$$b_i = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} - a_i(x_1 + x_2), \quad c_i = \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{x_2 - x_1} + a_i x_1 x_2,$$

$$\hat{H}_i = a_i x^2 + b_i x + c_i.$$

**Интерполяция SPLINE.** Этот алгоритм интерполирует значение функции, используя кубические сплайны. Кубическим интерполяционным сплайном, соответствующим данной функции  $f(x)$  и данным узлам  $x_i$ , называется функция  $S(x)$ , удовлетворяющая следующим условиям [25]:

1) на каждом сегменте  $[x_{i-1}, x_i]$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , функция  $\hat{H}(x)$  является полиномом третьей степени;

2) функция  $\hat{H}(x)$  и ее первая и вторая производные непрерывны на отрезке  $[a, b]$ ;

3)  $\hat{H}(x_i) = f(x_i)$ ,  $i = 0, 1, \dots, N$ .

### Моделирование

Рассмотрим пример численного моделирования для различных типов каналов РРВ, приведенный в [7]. Используемые для оценки канала пилотные поднесущие располагались с шагом 40, 60 и 80 кГц. Каждым методом формировалась оценка передаточной функции канала, затем она сравнивалась с истинной и

рассчитывалась среднеквадратичная ошибка оценивания. Количество реализаций равнялось 15000, число поднесущих — 480. Расстояние между поднесущими составляло 10 кГц. Для расчета вероятности битовой ошибки использовался OFDM-сигнал с двумя индексами модуляции: QAM-4 и QAM-16.

Для исследования были выбраны три модели канала (таблица 1.1) [26]:

канал № 1 — расширенная модель радиоканала 3GPP сотовых систем для обычного города;

канал № 2 — расширенная модель радиоканала 3GPP сотовых систем для пешехода;

канал № 3 — расширенная модель радиоканала 3GPP сотовых систем для транспортного средства.

Таблица 1.1 – Модели каналов распространения радиоволн

Номер луча	Канал № 1		Канал № 2		Канал № 3	
	Задержка, нс	Мощность, дБ	Задержка, нс	Мощность, дБ	Задержка, нс	Мощность, дБ
1	0	-1,0	0	0,0	0	0,0
2	50	-1,0	30	-1,0	30	-1,5
3	120	-1,0	70	-2,0	150	-1,4
4	200	0,0	90	-3,0	310	-3,6
5	230	0,0	110	-8,0	370	-0,6
6	500	0,0	190	-17,2	710	-9,1
7	1600	-3,0	410	-20,8	1090	-7,0
8	2300	-5,0			1730	-12,0
9	5000	-7,0			2510	-16,9

Примеры реализации передаточной функции этих каналов изображены на рисунке 1.14.

Пример оценки передаточной функции канала различными методами представлен на рисунке 1.15.

На рисунке 1.16 изображены зависимости СКО оценки передаточной функции для моделей каналов распространения от отношения сигнал/шум при среднем значении разнесения между пилотными поднесущими (60 кГц).

Результаты расчета вероятности битовой ошибки для каждого из каналов при двух индексах модуляции QAM-4 и QAM-16 изображены на рисунке 1.17.

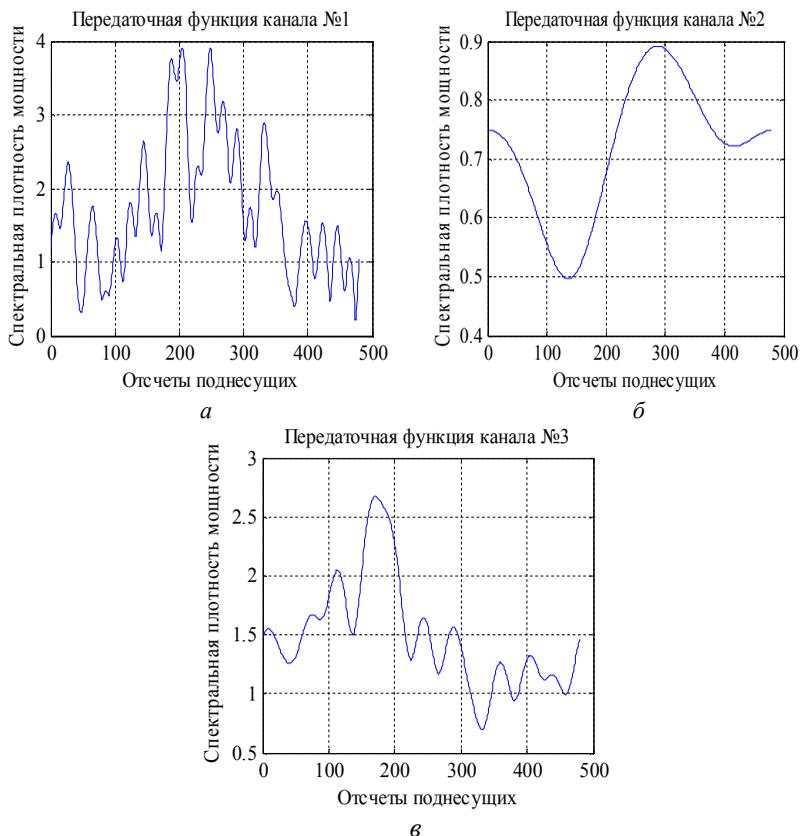


Рисунок 1.14 – Пример реализации передаточной функции каждого канала

Из рисунка 1.17 следует, что при низких отношениях сигнал/шум наименьшую ошибку оценивания обеспечивает метод усреднения. При повышении отношения сигнал/шум точность оценки методом усреднения повышается, но медленнее, чем точность оценки методом интерполяции. Если шаг расположения пилотных поднесущих относительно небольшой, метод усреднения целесообразно использовать до отношений сигнал/ шум 30 дБ. При отношении сигнал/шум выше 30 дБ следует выбирать метод интерполяции кубическим сплайном. В случае шага пилотных поднесущих равном 60 кГц интерполяцию выгодно использовать уже при отношении сигнал/шум 25 дБ.

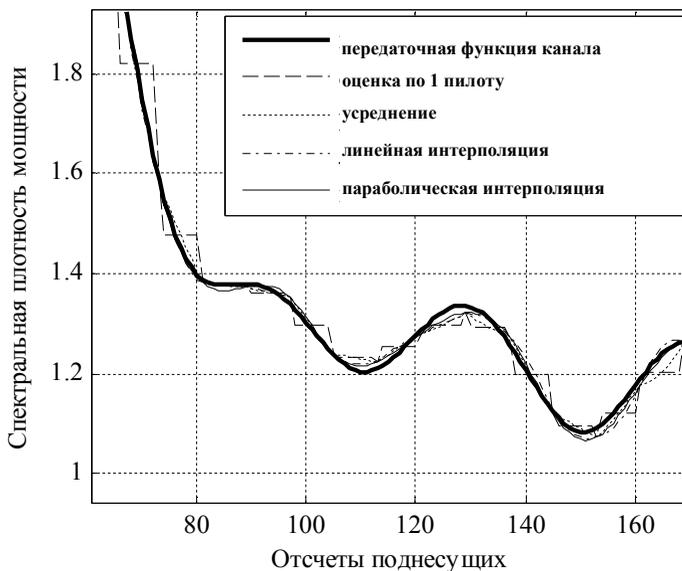


Рисунок 1.15 – Пример оценки передаточной функции канала различными методами

Анализ результатов моделирования для канала № 1 показал, что при высоком отношении сигнал/шум лучшим алгоритмом оценки передаточной функции является интерполяция сплайном.

При низких значениях отношения сигнал/шум результаты моделирования различных алгоритмов отличаются менее чем на 1 %.

Анализ результатов моделирования для канала № 2 продемонстрировал очевидное преимущество метода усреднения. Для всех практически значимых отношений сигнал/шум он демонстрирует наименьшую СКО оценивания передаточной функции и лучшую вероятность битовой ошибки.

Однако при высоких отношениях сигнал/шум точность оценки передаточной функции канала всех остальных методов увеличивается и разница между СКО оценки передаточной функции не превышает 0,2 %.

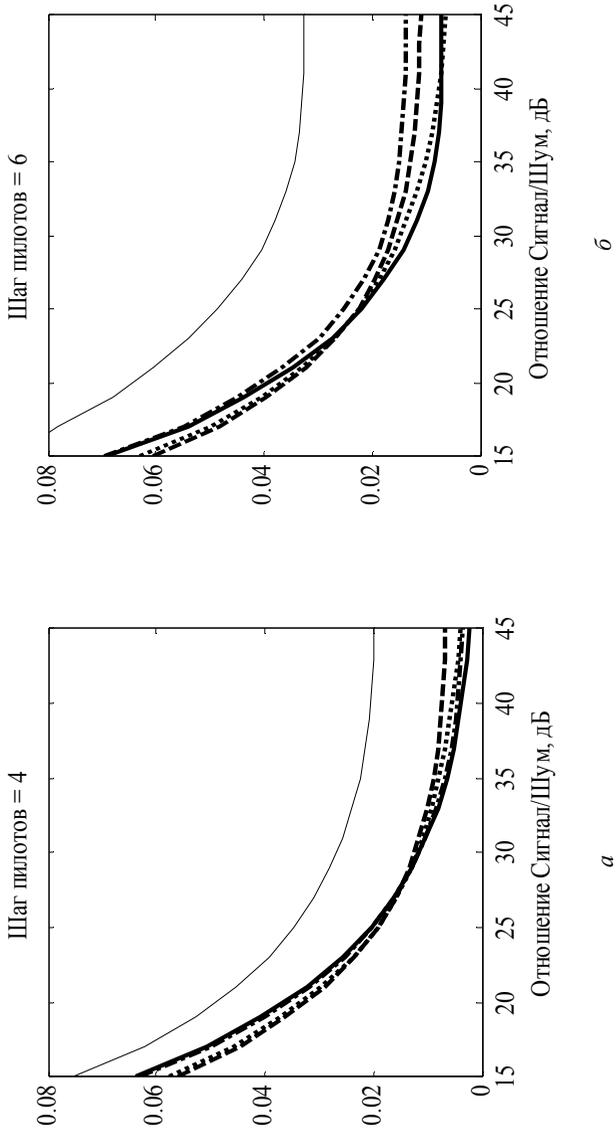


Рисунок 1.16 – СКО оценки передаточной функции, нормированные к среднему значению передаточной функции канала: *a* — канал № 1; *б* — канал № 2

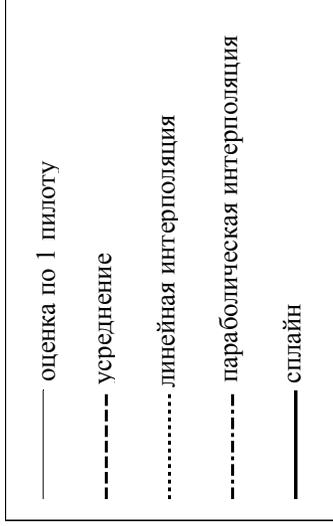
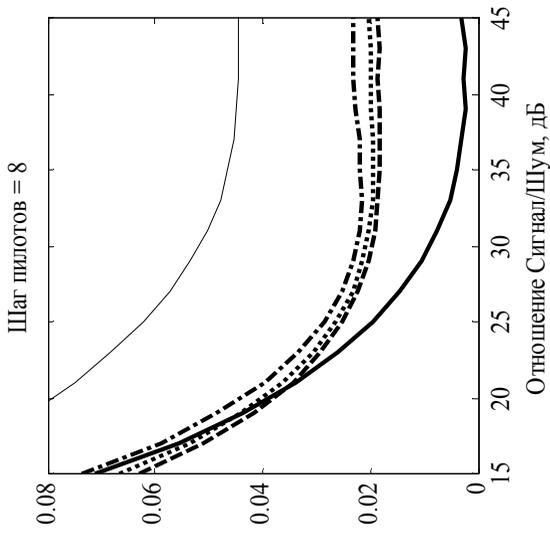
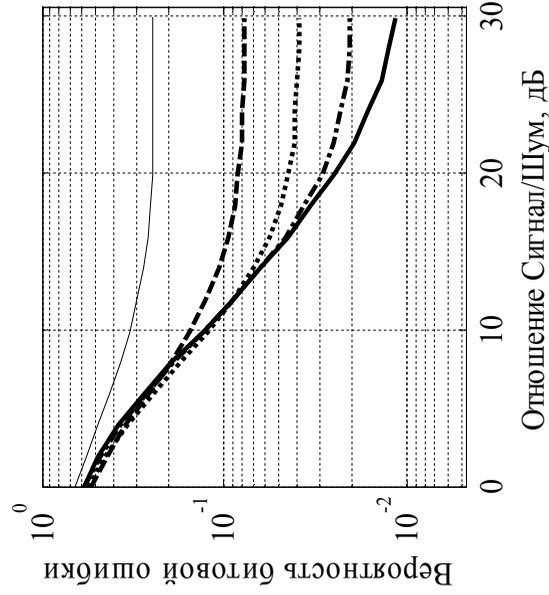
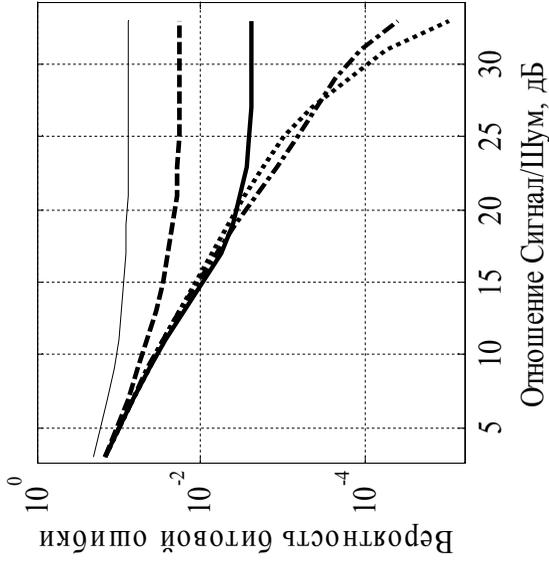


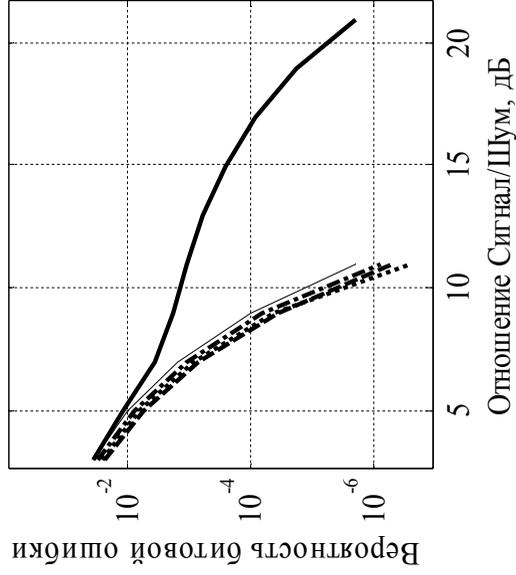
Рисунок 1.16 – СКО оценки передаточной функции, нормированные к среднему значению передаточной функции канала: 6 — канал № 3



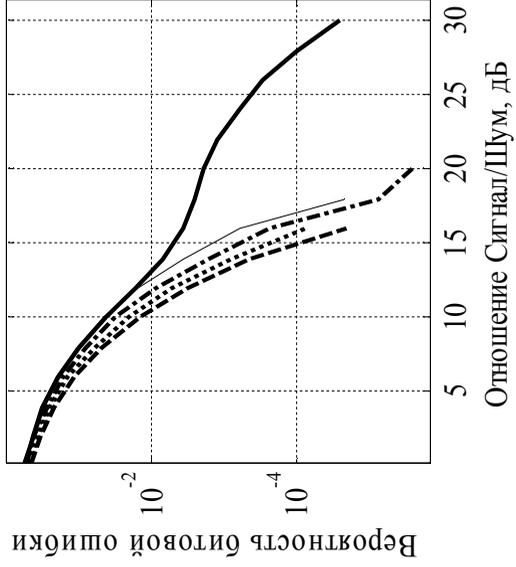
*a*

— по 1 пилоту; - - - усреднение; ..... линейная интерполяция; - · - · - параболическая интерполяция; — слайд

Рисунок 1.17 – Вероятность битовой ошибки с различным разнесением пилотных поднесущих: *a* — канал № 1



QAM-4

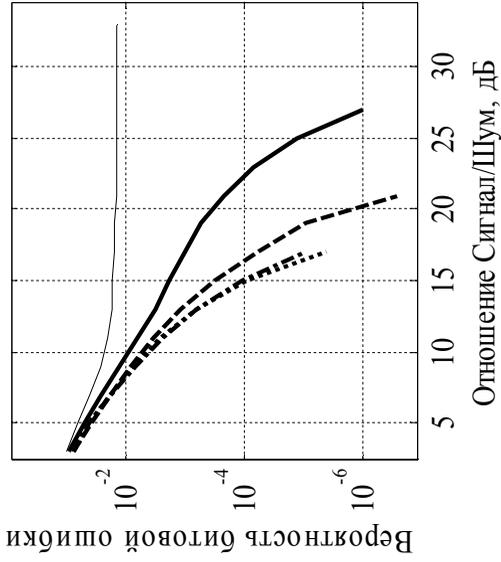


QAM-16

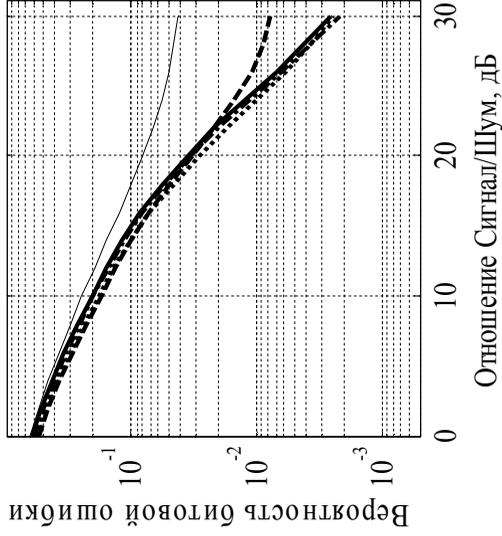
б

— по 1 пилоту; - - - усреднение; ..... линейная интерполяция; - · - · - параболическая интерполяция; — сплайн

Рисунок 1.17 – Вероятность битовой ошибки с различным разнесением пилотных поднесущих: б — канал № 2



QAM-4



QAM-16

6

— по 1 пилоту; - - - усреднение; ..... линейная интерполяция; - · - · - параболическая интерполяция; — слайд

Рисунок 1.17 – Вероятность битовой ошибки с различным разнесением пилотных поднесущих: в — канал № 3

Анализ результатов моделирования для канала № 3 показал, что при минимальном шаге расположения пилотных поднесущих и отношениях сигнал/шум менее 35 дБ метод усреднения обеспечивает минимальные среднеквадратичные ошибки оценивания. При больших отношениях сигнал/шум целесообразно использовать метод интерполяции сплайном или линейной интерполяции. При увеличенном шаге расположения пилотных поднесущих интерполяцию сплайном удобно применять уже при 27-30 дБ отношения сигнал/шум.

Результаты численного моделирования показывают, что для различных типов каналов РРВ целесообразно использовать разные методы оценивания передаточной функции. Рекомендации по использованию исследуемых методов для разработчиков сетей связи четвертого поколения приведены в таблице 1.2.

Таблица 1.2 – Рекомендации по выбору параметров системы связи для каждого типа канала

Номер канала	Рекомендуемое расстояние между пилотами, кГц	Рекомендуемый алгоритм в пределах отношения сигнал/шум 0–30 дБ	Рекомендуемый алгоритм в пределах отношения сигнал/шум 30–50 дБ
Канал №1	40	Алгоритм усреднения	Интерполяция сплайном
Канал №2	80	Алгоритм усреднения	Алгоритм усреднения
Канал №3	60	Алгоритм усреднения	Интерполяция сплайном

## **2. ЧАСТОТНОЕ МУЛЬТИПЛЕКСИРОВАНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БАНКА ФИЛЬТРОВ**

### **2.1. Основы технологии FBMC — Filter Bank Multicarrier**

В современных сетях связи четвертого поколения самой распространенной технологией с множеством несущих является OFDMA (Orthogonal Frequency Division Multiple Access), основанная на использовании прямого и обратного дискретного преобразования Фурье (ДПФ). В данных системах ДПФ рассматривается как набор из полосовых фильтров [27]. На приемнике восстановление сигнала возможно благодаря ортогональности подканальных фильтров. Обратное быстрое преобразование Фурье позволяет формировать ортогональные поднесущие в спектре. В OFDM-системе требуется точная частотная и временная синхронизация. При наличии в канале распространения многолучевости принятые символы перекрываются, межсимвольная интерференция ведет к нарушению ортогональности. Данная проблема решается двумя способами:

1) увеличить длительность символа циклическим префиксом, превышающим длину импульсной характеристики канала, и использовать стандартную демодуляцию на основе БПФ. Это стандартное решение, применяемое в современных системах связи с OFDM;

2) сохранить длительность символа, но добавить дополнительную обработку к БПФ. Такая схема называется FBMC (Filter Bank Multicarrier), устройством дополнительной обработки служит гребенчатый фильтр.

FBMC — метод передачи на поднесущих с фильтрацией каждой отдельной поднесущей гребенчатым фильтром [13]. Как правило, реализация такой структуры передатчика обычно сложна. Однако использование цифровых полифазных фильтров упрощает структуру передатчика и приемника.

За последние годы вклад в развитие данной технологии внесли проекты PHYDYAS, METIS, 5GIC, 5G Now и QoS MOS. По данным 5GNOW в качестве технологии физического уровня

будущего стандарта мобильной связи рассматриваются GFDM (Generalized Frequency Division Multiplexing) — мультиплексированный сигнал на основе обобщенного частотного разделения; UFMC (Universal Filtered Multicarrier) — универсальный фильтруемый многочастотный сигнал; FBMC (Filter Bank Multicarrier) — гребенчатый фильтрованный многочастотный сигнал, а также BFDM (Bi-orthogonal Frequency Division Multiplexing) — би-ортогональное частотно-разделяемое мультиплексирование сигналов.

Среди названных технологий FBMC выделяется следующими преимуществами [28]:

- 1) сохранением ортогональности поднесущих;
- 2) высокой частотной избирательностью выходного фильтра и, как следствие, низким внеполосным излучением;
- 3) увеличением эффективности использования частотно-временного ресурса из-за отсутствия циклического префикса.

Фильтр, соответствующий нулевой частоте, называют фильтром-прототипом, а остальные фильтры формируются путем сдвига его частотной характеристики по частоте. Фильтр-прототип характеризуется коэффициентом  $K$ , который определяет отношение длины импульсной характеристики фильтра к периоду символа. После фильтрации длительность символа увеличивается в  $K$  раз. Последовательные  $K$  символов перекрываются во времени, поэтому данный коэффициент также называют фактором перекрытия. От числа  $K$  зависит количество отсчетов в частотной области, добавленных между отсчетами ДПФ.

Банк фильтров в передатчике может быть реализован следующим образом (рисунок 2.1):

- 1) подготовка данных в виде комплексных отсчетов  $d_i(mM)$  путем умножения входных символов на частотные коэффициенты фильтра, подающиеся на  $2K-1$  входов с индексами  $(i-1)K+1, \dots, (i+1)K-1$ , где  $i$  — индекс подканала;  $m$  — индекс символа;  $M$  — количество подканалов (в случае OFDM это размерность ОБПФ). На практике один комплексный символ распределяется по нескольким входам ОБПФ. Количество входов зависит от фактора  $K$ ;
- 2) подача полученных отсчетов на ОБПФ размерностью  $KM$ , где  $M$  — размерность ДПФ. Для каждого набора входных данных на выходе ОБПФ имеется  $KM$  отсчетов;

3) сдвиг выходного потока данных каждого подканала на половину символа относительно предыдущего и суммирование всех потоков.



Рисунок 2.1 – Реализация банка фильтров с помощью ОБПФ

Данный процесс при факторе перекрытия  $K = 4$  подробно рассмотрен на рисунке 2.2.

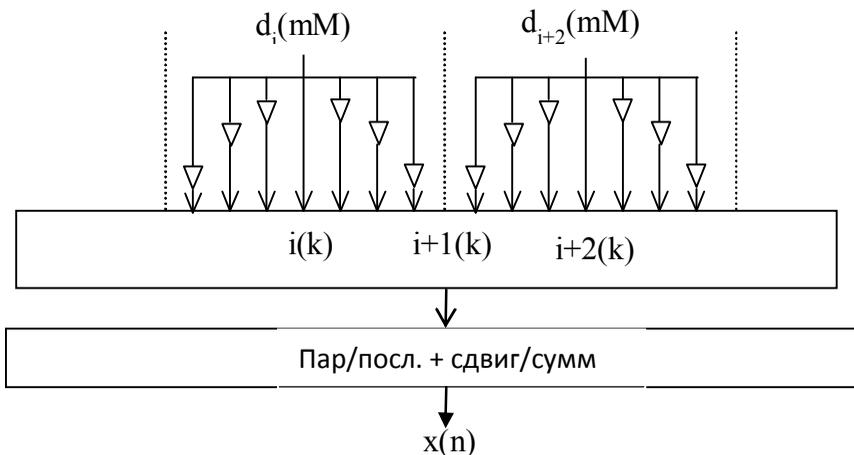


Рисунок 2.2 – Формирование сигнала FBMC

Использование FBMC в системах связи позволяет достичь очень низкого уровня внеполосного излучения по сравнению с OFDM [29], а также повысить спектральную эффективность и помехозащищенность (рисунок 2.3).

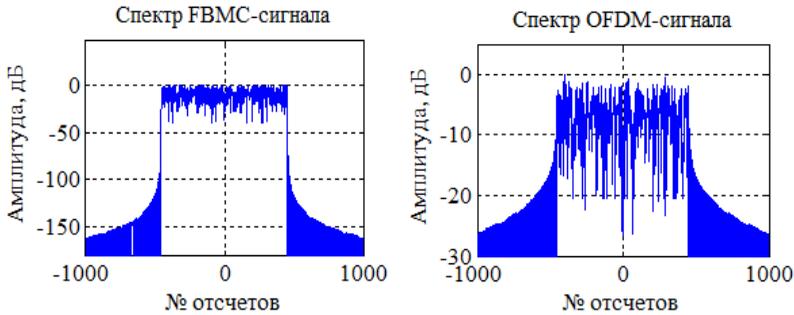


Рисунок 2.3 – Спектр сигнала FBMC и OFDM

## 2.2. Модель сигнала FBMC/OQAM

В соответствии с алгоритмом IOTA (Isotropic orthogonal transform algorithm — алгоритм изотропного ортогонального преобразования) [30], низкочастотный эквивалент передаваемого сигнала FBMC/OQAM выражается следующим образом:

$$s(t) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{m,n} i^{m+n} g(t - n\tau_0) e^{j2\pi F_0 t}, \quad (2.1)$$

где  $a_{m,n}$  обозначает реальную информационную часть, передаваемую на  $m$ -й поднесущей  $n$ -го символа OQAM, то есть  $a_{m,n}$  имеет действительное реальное значение в любой момент времени  $n$  на поднесущей  $m$ .  $M$  — это общее число поднесущих, а  $g$  — импульсная характеристика фильтра-прототипа.  $F_0$  — это интервал между поднесущими, при этом  $F_0 = 1/T_0 = 1/(2\tau_0)$ .

$T_0$  является длительностью символа CP-OFDM, а  $\tau_0$  — длительность символа OQAM, или временной сдвиг между двумя частями символа QAM;  $g_{m,n}$  определяется путем сдвига импульсной характеристики фильтра-прототипа, которая может быть выражена следующим образом:

$$g_{m,n}(t) = g(t - n\tau_0) e^{j2\pi F_0 t} i^{m+n}. \quad (2.2)$$

Мы можем переписать уравнение (2.1):

$$s(t) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{m,n} g_{m,n}(t). \quad (2.3)$$

В OFDM  $g_{m,n}$  между разными поднесущими абсолютно ортогональны в отличие от FBMC/OQAM. Можно получить идеальное восстановление символов, если будет гарантирована ортогональность реальной части  $g_{m,n}$ :

$$\Re \{ g_{m,n} | g_{p,q} \} = \Re \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} g_{m,n}(t) g_{p,q}^*(t) dt \right\} = \delta_{m,p} \delta_{n,q}, \quad (2.4)$$

где  $\delta_{m,p} = 1$ , если  $m = p$ ;  $\delta_{m,p} = 0$ , если  $m \neq p$ ;

Согласно FBMC/OQAM символы с разными индексами ( $m, n$ ) имеют следующее свойство:

$$\langle g_{m,n} | g_{p,q} \rangle = j \langle g \rangle_{m,n}^{p,q}, \quad (2.5)$$

где  $\langle g \rangle_{m,n}^{p,q}$  — это реальная часть, то есть для различных символов OQAM ( $m, n$ )  $\neq (p, q)$  мнимая часть будет являться взаимной помехой, так как ортогональность выполняется только в реальной части. В таких условиях восстановление символов в приемнике возможно при использовании OQAM-демодуляции [31]. Фильтр-прототип  $g(t)$ , предложенный в проекте PHYDYAS [4], имеет оптимальную форму во временной и частотной областях и удовлетворяет уравнению (2.2).

### 2.3. Оценка канала в FBMC/OQAM с использованием пилотных сигналов

Оценка канала с добавлением пилотов для FBMC/OQAM аналогична традиционной схеме CP-OFDM. На рисунке 2.4 представлена упрощенная модель формирования и обработки сигнала FBMC/OQAM [32, 33].

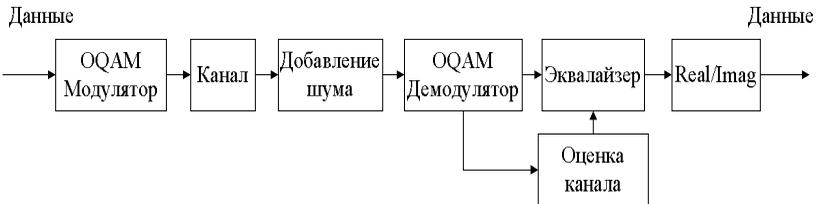


Рисунок 2.4 – Блок-схема FBMC/OQAM

Предположим, что параметры  $F_0$  и  $\tau_0$  являются постоянными, то есть частотные коэффициенты канала  $H_{m,n}$  в пределах одного символа и в полосе одной поднесущей не изменяются. Тогда принятый сигнал можно выразить следующим образом:

$$r(t) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{m,n} H_{m,n} g_{m,n}(t) + \eta(t), \quad (2.6)$$

где  $\eta(t)$  — шум, а  $H_{m,n}$  принимает комплексное значение.

Как правило, оценка канала осуществляется в два этапа. Сначала вычисляется коэффициент передачи в канале  $\hat{H}_{m,n}$  в местах расположения пилотных символов. Затем выполняется интерполяция оцененных коэффициентов по всему кадру. Так как в классической системе OFDM поднесущие ортогональны, можно получить коэффициент передачи в канале в местах расположения пилотного символа  $(m_0, n_0)$ :

$$\hat{H}_{m_0, n_0} = \frac{r_{m_0, n_0}}{a_{m_0, n_0}} = H_{m_0, n_0} + \frac{\eta_{m_0, n_0}}{a_{m_0, n_0}}. \quad (2.7)$$

Проблема заключается в том, что в системе FBMC/OQAM ортогональность сохраняется только в реальной части между всеми поднесущими. Принятый сигнал может быть определен выражением

$$\begin{aligned} r_{m_0, n_0} &= H_{m_0, n_0} \left( a_{m_0, n_0} + \sum_{(m,n) \neq (m_0, n_0)} a_{m,n} g_{m,n} | g_{m_0, n_0} \right) + \eta_{m_0, n_0} = \\ &= H_{m_0, n_0} (a_{m_0, n_0} + I_{m_0, n_0}) + \eta_{m_0, n_0}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

где  $I_{m_0, n_0}$  — это интерференция в мнимой части в FBMC/OQAM.

Если использовать классический метод наименьших квадратов, как в OFDM, то коэффициент передачи в канале примет вид

$$H_{m_0, n_0} = \frac{r_{m_0, n_0}}{a_{m_0, n_0}} = \frac{H_{m_0, n_0} a_{m_0, n_0} + H_{m_0, n_0} I_{m_0, n_0} + \eta_{m_0, n_0}}{a_{m_0, n_0}}. \quad (2.9)$$

## 2.4. Формирование сигнала FBMC/OQAM

Пусть позиционность модуляции равна 4, и на вход модулятора OQAM поступают нормированные символы QAM. В таблице 2.1 индексы  $n$ ,  $n+1$ , ... определяют номер символа FBMC, а  $m$ ,  $m+1$ , ... – номер символа QAM, соответствующий определенному подканалу.

Таблица 2.1 – Символы QAM в частотно-временной сетке

Индекс	$n$	$n+1$
$m$	$0,707 - 0,707i$	$0,707 - 0,707i$
$m + 1$	$0,707 + 0,707i$	$-0,707 + 0,707i$
$m + 2$	$0,707 + 0,707i$	$-0,707 - 0,707i$
...	...	...

Затем каждый комплексный символ QAM делится на два символа OQAM, при этом в первый записывается реальная часть, во второй – мнимая (таблица 2.2). В следующем символе FBMC порядок меняется, то есть в первом символе остается мнимая часть, во втором – реальная.

Таблица 2.2 – Символы OQAM в частотно-временной сетке

Индекс	$n$	$n+1$
$m - 1$	$0,707 + 0i$	$0 - 0,707i$
$m$	$0 - 0,707i$	$0,707 + 0i$
$m + 1$	$0,707 + 0i$	$0 + 0,707i$
...	...	...

Далее символы передискретизируются в  $K$  раз, то есть между символами OQAM добавляется  $K-1$  нулевых отсчетов. Для наглядности в таблице 2.3 нумерация символов OQAM ( $m - 1$ ,  $m$ , ...) сохранена.

Затем сигнал проходит через фильтр. В таблице 2.4 представлена часть импульсной характеристики фильтра PHUDYAS с коэффициентом перекрытия  $K = 4$  в частотно-временной сетке. Нетрудно заметить, что данные можно располагать следующим образом: в  $m$ -м подканале символа с индексом  $n - 4$  передавать реальную часть, в следующем символе — мнимую, и так далее. В подканалах  $m - 1/m + 1$  символа  $n - 4$  можно передавать мнимую часть, а в символе  $n - 3$  — реальную, и так далее.

Таблица 2.3 – Передискретизация в К раз

Индекс	$n$	$n + 1$
$m$	$0,707 + 0i$	$0 - 0,707i$
	$0 + 0i$	$0 + 0i$
	$0 + 0i$	$0 + 0i$
	$0 + 0i$	$0 + 0i$
$m+1$	$0 - 0,707i$	$0,707 + 0i$
	$0 + 0i$	$0 + 0i$
	$0 + 0i$	$0 + 0i$
	$0 + 0i$	$0 + 0i$
$m+2$	$0,707 + 0i$	$0 + 0,707i$
	...	...

Таблица 2.4 – Импульсная характеристика фильтра

Индекс	$n - 4$	$n - 3$	$n - 2$	$n - 1$	$n$	$n + 1$	$n + 2$	$n + 3$	$n + 4$
$m - 1$	0,0054	$j0,0429$	-0,1250	$j0,2058$	0,2393	$j0,2058$	-0,1250	$-j0,0429$	0,0054
$m$	0	-0,0668	0,0002	0,5644	1	0,5644	0,0002	0,0668	0
$m + 1$	0,0054	$-j0,0429$	-0,1250	$-j0,2058$	0,2393	$j0,2058$	-0,1250	$j0,0429$	0,0054

Сигнал после фильтрации представим в таблице 2.5.

Таблица 2.5 – Сигнал в частотно-временной сетке после фильтрации

Индекс	$n$	$n+1$
	$0,166 + 0i$	$0 - 0,166i$
	$0,5 + 0i$	$0 - 0,5i$
	$0,687 + 0i$	$0 - 0,687i$
$m$	$0,707 + 0i$	$0 - 0,707i$
	$0,687 - 0,166i$	$0,166 - 0,687i$
	$0,5 - 0,5i$	$0,5 - 0,5i$
	$0,166 - 0,687i$	$0,687 - 0,166i$
$m+1$	$0 - 0,707i$	$0,707 + 0i$
	$0,166 - 0,687i$	$0,687 + 0,166i$
	$0,5 - 0,5i$	$0,5 + 0,5i$
	$0,687 - 0,166i$	$0,166 + 0,687i$
$m+2$	$0,707 + 0i$	$0 + 0,707i$
	$0,687 + 0,166i$	$-0,166 + 0,687i$
	$0,5 + 0,5i$	$-0,5 + 0,5i$
	$0,166 + 0,687i$	$-0,687 + 0,166i$

В таблице 2.6 представлено влияние внутренней интерференции на сигнал OQAM в частотно-временной сетке при факторе перекрытия  $K = 4$ .

Таблица 2.6. Символы QAM в частотно-временной сетке

Индекс	$n$	$n + 1$	$n + 2$	$n + \dots$
$m$	$0,707 + \mathbf{0,480i}$	$-\mathbf{0,696} - 0,707i$	$0,707 - \mathbf{0,802i}$	$-\mathbf{1,687} + 0,707i$
	$1,012 + 0,337i$	$-0,439 - 0,759i$	$0,5 - 1,127i$	$-1,662 + 0,806i$
	$1,099 - 0,113i$	$0,093 - 0,902i$	$0,04 - 1,126i$	$-1,476 + 0,689i$
	$0,94 - 0,507i$	$0,56 - 1,014i$	$-0,468 - 0,902i$	$-1,224 + 0,165i$
$m + 1$	$\mathbf{0,869} - 0,707i$	$0,707 - \mathbf{0,813i}$	$-\mathbf{0,845} - 0,707i$	$-0,707 - \mathbf{0,158i}$
	$0,898 - 0,836i$	$0,553 - 0,418i$	$-0,832 - 0,664i$	$-0,221 - 0,085i$
	$0,918 - 0,869i$	$0,128 - 0,102i$	$-0,466 - 0,637i$	$-0,006 - 0,158i$
	$0,873 - 0,794i$	$-0,45 + 0,273i$	$0,049 - 0,528i$	$0,174 - 0,487i$
$m + 2$	$0,707 - \mathbf{0,571i}$	$-\mathbf{0,731} + 0,707i$	$0,707 - \mathbf{0,346i}$	$\mathbf{0,229} - 0,707i$

Таким образом, из-за наличия  $I_{m_0, n_0}$  оцениваемый коэффициент передачи в канале  $\hat{H}_{m, n}$  будет содержать значительную ошибку, что делает невозможным получение корректной оценки канала и эквалайзирования. Данная проблема решается путем использования дополнительной обработки. В настоящее время описано множество методов оценки канала, при этом в англоязычных источниках под методами оценки канала на самом деле подразумевается использование определенного алгоритма компенсации внутренней интерференции, затем применяются общеизвестные методы оценки, использующиеся в OFDM (метод наименьших квадратов, метод минимального среднеквадратического отклонения и др.). Методы компенсации основаны на использовании импульсной характеристики фильтра.

### 3. МЕТОД НЕОРТОГОНАЛЬНОГО МНОЖЕСТВЕННОГО ДОСТУПА NOMA

#### 3.1. Основы технологии NOMA

В основании метода NOMA [34–38] лежит технология суперпозиционного кодирования — SC (Superposition Coding), представленная впервые в [39]. Технология SC позволяет одновременно передавать информацию нескольким абонентским устройствам в одной полосе частот. Разделение пользовательских каналов происходит по мощности, а общий сигнал на выходе передатчика является суперпозицией сигналов всех пользователей с отличной друг от друга мощностью. Для демодуляции SC-сигнала используется алгоритм SIC (Serial Interference Cancellation).

Пример мультиплексирования 4 каналов методом NOMA изображен на рисунке 3.1. Величины мощности, выделенной каждому каналу, должно быть достаточно для обеспечения заданной скорости передачи в имеющихся условиях канала РРВ. Недостаток выделенной мощности канала приведет к росту ошибок демодуляции канальных символов, а переизбыток мощности — к увеличению межканальной интерференции и уменьшению помехоустойчивости соседних каналов.

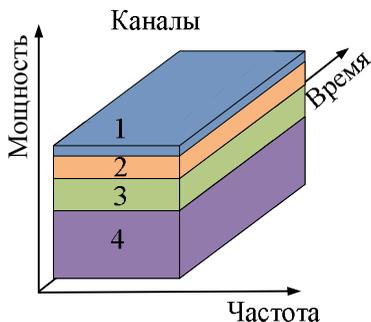


Рисунок 3.1 – Пример мультиплексирования 4 каналов

Чем больше отношение мощностей в мультиплексируемых каналах, тем легче компенсировать межканальную помеху. Поэтому применение метода NOMA оказывается выгодным в ситуации, когда абонентские каналы передачи сильно различаются

по отношению сигнал/шум (SNR). Тогда пользователю с простым каналом PPB и высоким отношением сигнал/шум (4-й канал на рисунке 3.1) возможно предоставить малую долю мощности относительно пользователя со сложным каналом PPB и низким отношением сигнал/шум (1-й канал на рисунке 3.1). При этом выделенной мощности должно быть достаточно для обеспечения требуемой скорости передачи всех абонентов.

В мобильных системах связи в реальном времени могут получать доступ к сети несколько десятков и даже сотен абонентов, расположенных случайно в зоне радиодоступа узловой станции. Поэтому всегда возможны ситуации, в которых каналы PPB пользователей значительно отличаются друг от друга. Характеристика канала PPB зависит от трассы прохождения сигнала, которая в пределах городской застройки может быть как простой, так и очень сложной.

Рассмотрим случай мультиплексирования методом NOMA двух абонентов, когда первый абонент  $UE_1$  (User Equipment — пользовательское оборудование) находится близко к узловой станции eNB (eNodeB — обозначение узловой станции в документации LTE), а второй  $UE_2$  — на ее окраине. В простейшем случае канал PPB не имеет частотно-селективных замираний, а ослабление сигнала обусловлено только распространением в свободном пространстве. На рисунке 3.2 приведено применение метода NOMA для двух пользователей в пределах соты узловой станции.

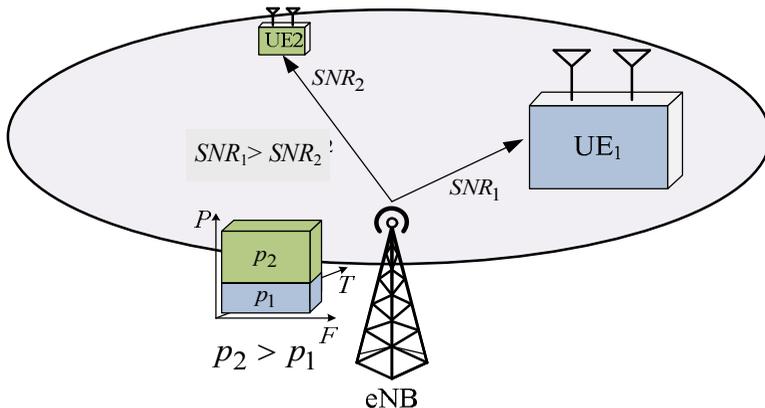


Рисунок 3.2 – Пример применения метода NOMA для двух пользователей в пределах соты узловой станции

При одинаковой мощности собственных шумов приемника UE<sub>1</sub> обладает лучшим ОСШ, чем пользователь UE<sub>2</sub> ( $SNR_1 > SNR_2$ ). Для эффективной демодуляции пользователю UE<sub>2</sub> будет выделена наибольшая часть доступной мощности, а пользователю UE<sub>1</sub> — наименьшая ( $p_1 < p_2$ ), а значения величин  $p_{1,2}$  рассчитываются с учетом  $SNR_{1,2}$ .

Рассмотрим формирование сигнала NOMA нисходящего потока (Downlink), содержащего в себе  $K$  пользовательских каналов. Пусть  $X_k$  — вектор канальных символов  $k$ -го канала, а  $p_k$  — парциальная мощность  $k$ -го канала. Назовем каналы с мощностью  $p > p_k$  каналами верхнего уровня, а каналы с мощностью  $p < p_k$  каналами нижнего уровня относительно  $k$ -го канала. Тогда общий транспортный сигнал  $S$  формируется по правилу

$$\mathbf{S} = \sum_{k=1}^K \sqrt{p_k} \cdot \mathbf{X}_k. \quad (3.1)$$

Структурная схема канала передачи NOMA сигнала изображена на рисунке 3.3. Сигнал  $Z_k$  на входе  $k$ -го абонента представляет собой транспортный сигнал  $S$ , прошедший через  $k$ -й индивидуальный канал распространения радиоволн:

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \otimes \mathbf{S} + \mathbf{N}_k$$

где  $Z_k$  — сигнальный вектор на входе  $k$ -го приемника;

$S$  — сигнальный вектор на выходе передатчика;

$H_k$  — вектор значений импульсной характеристики канала передачи;

$N_k$  — вектор отчетов аддитивной помехи;

$\otimes$  — операция свертки.

На рисунке 3.4, в изображено сигнальное созвездие транспортного сигнала, образованное путем суперпозиции сигнальных созвездий двух пользовательских каналов UE<sub>1</sub> и UE<sub>2</sub>, которые используют канальные символы QPSK и QAM-16 с парциальной мощностью  $p_1 = 0,9$  Вт и  $p_2 = 0,1$  Вт и представлены на рисунке 3.4, а, б.

На вход приемных устройств UE<sub>1</sub> и UE<sub>2</sub> поступают искаженные каналом распространения сигналы. На рисунках 3.5, а, б представлены сигнальные созвездия на входе UE<sub>1</sub> и UE<sub>2</sub> соответ-

ственно. Демодуляция сигнала происходит методом последовательного подавления помех SIC.

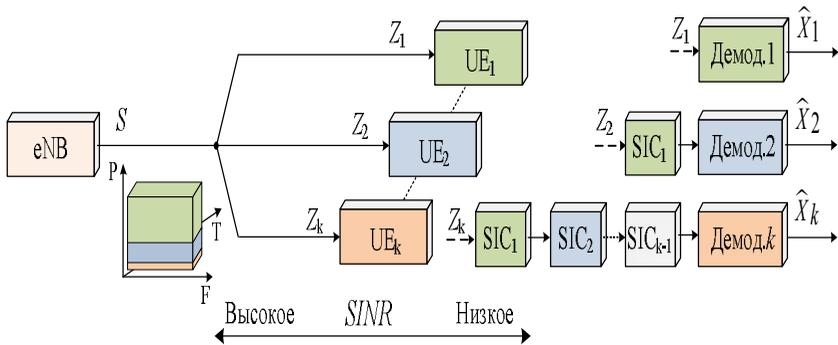


Рисунок 3.3 – Структурная схема канала передачи NOMA

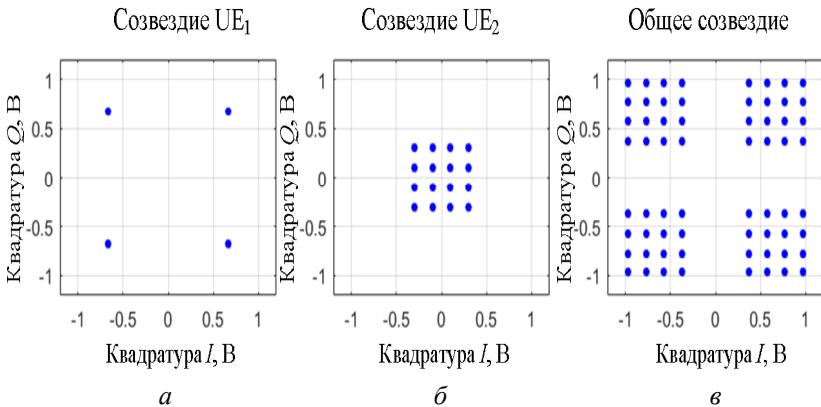


Рисунок 3.4 – Сигнальное созвездие транспортного сигнала на выходе передатчика eNB: *a* — созвездие QPSK с мощностью 0,9 Вт; *b* — созвездие QAM16 с мощностью 0,1 Вт; *v* — общее созвездие транспортного сигнала

На вход приемных устройств  $UE_1$  и  $UE_2$  поступают искаженные каналом распространения сигналы. На рисунках 3.5, *a*, *b* представлены сигнальные созвездия на входе  $UE_1$  и  $UE_2$  соответственно. Демодуляция сигнала происходит методом последовательного подавления помех SIC.

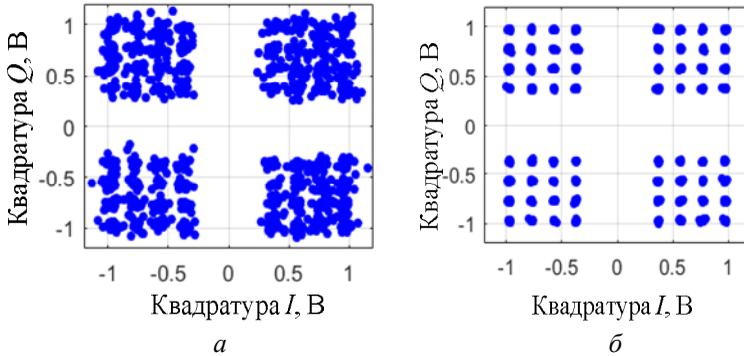


Рисунок 3.5 – Сигнальное созвездие транспортного сигнала на входе приемников: *a* — первого абонента UE<sub>1</sub>; *б* — второго абонента UE<sub>2</sub>

### 3.2. Метод последовательного подавления помех SIC

Впервые метод последовательного подавления помех SIC был предложен в [40, 41], он применяется для демодуляции сигнала, который является суперпозицией сигналов нескольких пользователей. Структурная схема SIC-приемника приведена на рисунке 3.6.

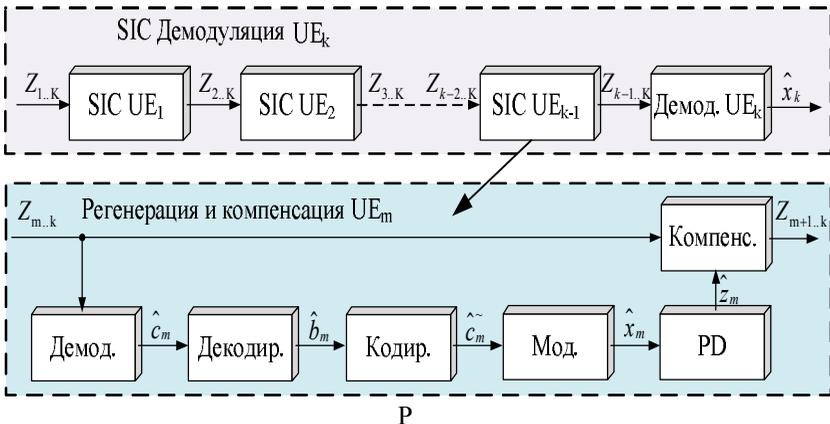


Рисунок 3.6 – Структурная схема SIC-приемника

Метод SIC заключается в последовательной демодуляции, регенерации и компенсации наиболее мощных сигналов для дальнейшей демодуляции наименее мощных. В первую очередь демодулируется сигнал пользователя с максимальной мощностью, который регенерируется и устраняется из принятого сигнала. Таким образом, становится возможной демодуляция второго по уровню мощности пользовательского сигнала. По цепочке осуществляется демодуляция всех каналов. Процедура регенерации является воссозданием сигнала в таком виде, в котором он был сформирован в передатчике. Процедура компенсации включает в себя устранение (вычитание) регенерированного сигнала из общего принятого.

Операции декодирования и кодирования не являются обязательными при регенерации, однако они позволяют исправить некоторое количество битовых ошибок и точнее восстановить каналные символы, затратив на это дополнительную вычислительную мощность. Если демодуляция SIC происходит без использования помехоустойчивого кодирования/декодирования, то регенерация каналов происходит на уровне канальных символов, и такой метод называют SL-SIC (Symbol Level - SIC). В противном случае регенерация каналов происходит на уровне битового слова, и такой метод называют CL-SIC (Code Level - SIC) [42–44].

Пусть  $SINR_{m,k}$  (Signal-to-interference-plus-noise ratio) — отношение сигнал/шум, при котором происходит демодуляция сигнала  $m$ -го пользователя в приемнике  $k$ -го пользователя. Все возможные вариации  $SINR$  представлены в виде матрицы на рисунке 3.7.

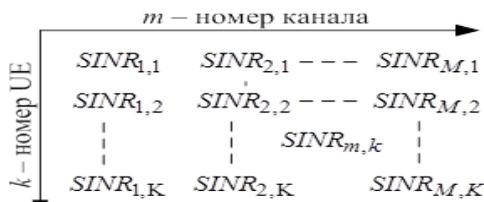


Рисунок 3.7 – Возможные вариации  $SINR$

Если  $m = k$ , то  $k$ -й пользователь демодулирует собственный канал (диагональ матрицы). Будем считать, что каждому пользователю  $UE_k$  достаточно демодулировать собственный канал,

при этом требуется обязательная компенсация каналов верхнего уровня  $m < k$ . Примем допущение, что каналы верхнего уровня демодулируются и компенсируются безошибочно, а системная помеха interfering каналов нижнего уровня представляет собой АБГШ.

Первый пользователь  $UE_1$  сразу может демодулировать свой собственный сигнал на фоне системной помехи сигналов нижнего уровня  $UE_{2...K}$ , при этом  $SINR_{1,1}$  будет рассчитываться как

$$SINR_{1,1} = \frac{\alpha_1 \cdot p_1}{\alpha_1 \cdot \sum_{i=2}^K p_i + N_1}$$

где  $\alpha_1$  — коэффициент ослабления;

$N_1$  — мощность АБГШ в канале РРВ  $UE_1$ ;

$p_1$  — мощность сигнала  $UE_1$  на выходе передатчика;

$p_i$  — мощность сигналов  $UE_{2...K}$  нижнего уровня.

Второй пользователь  $UE_2$  для демодуляции собственного сигнала должен сначала демодулировать сигнал первого пользователя  $UE_1$  с  $SINR_{1,2}$ :

$$SINR_{1,2} = \frac{\alpha_2 \cdot p_1}{\alpha_2 \cdot \sum_{i=2}^K p_i + N_2}$$

Демодулированный сигнал  $UE_1$  регенерируется и удаляется из общего принятого сигнала, после чего становится возможной демодуляция собственного сигнала  $UE_2$  с  $SINR_{2,2}$  на фоне системной помехи от  $UE_{3...K}$ :

$$SINR_{2,2} = \frac{\alpha_2 \cdot p_2}{\alpha_2 \cdot \sum_{i=3}^K p_i + N_2}$$

Для демодуляции последним  $K$ -м пользователем своего сигнала требуется последовательно демодулировать и компенсировать каналы верхнего уровня  $m < K$  с  $SINR_{m,K}$ :

$$SINR_{m,K} = \frac{\alpha_K \cdot p_m}{\alpha_K \cdot \sum_{i=m+1}^K p_i + N_K}, m < K.$$

В случае безошибочной компенсации сигналов  $m < K$  межканальная помеха полностью устраняется. Тогда сигнал послед-

него  $K$ -го пользователя в приемнике  $K$ -го пользователя демодулируется с отношением сигнал/шум:

$$SINR_{m=K,K} = \frac{\alpha_K \cdot P_K}{N_K}.$$

Обобщенное выражение для расчета  $SINR$ , с которым  $k$ -й пользователь демодулирует собственный сигнал:

$$SINR_k = \begin{cases} \frac{\alpha_k \cdot p_k}{\alpha_k \cdot \sum_{i=k+1}^K p_i + N_k}, & 1 \leq k < K; \\ \frac{\alpha_k \cdot p_k}{N_k}, & k = K. \end{cases} \quad (3.2)$$

Вернемся к сигнальному созвездию, которое изображено на рисунке 3.5. Пользователь UE<sub>1</sub> демодулирует сигнальное созвездие QPSK на фоне смеси помехи от канала UE<sub>2</sub> (QAM-16) и АБГШ. Пользователь UE<sub>2</sub> сначала демодулирует сигнальное созвездие QPSK пользователя UE<sub>1</sub>, регенерирует его, удаляет из принятого сигнала (1 итерация SIC) и демодулирует собственное созвездие QAM-16 на фоне АБГШ. Сигнальные созвездия на входе приемника и демодулятора приемных устройств изображены на рисунке 3.8.

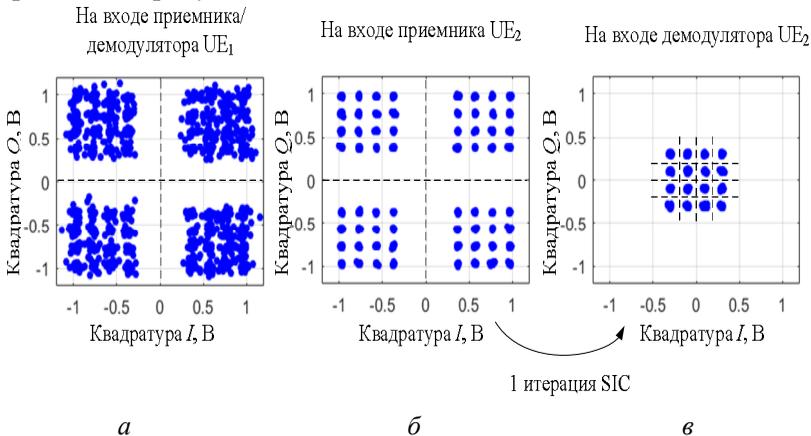


Рисунок 3.8 – Сигнальные созвездия: *a* — на входе приемника/демодулятора UE<sub>1</sub>; *б* — на входе приемника UE<sub>2</sub>; *в* — на входе демодулятора UE<sub>2</sub>

### 3.3. Расчет пропускной способности канала связи NOMA

Расчет предельной пропускной способности  $C$  канала связи NOMA происходит с помощью теоремы Шеннона [45], которая говорит о том, что предельная пропускная способность канала связи в канале с АБГШ:

$$C = F \cdot \log_2(1 + SNR), \quad (3.3)$$

где  $F$  — ширина полосы канала,  $SNR$  — отношение сигнал/шум, которое может быть выражено  $SNR = \frac{\alpha \cdot P}{N}$ , где  $P$  — мощность сигнала;  $\alpha$  — ослабление сигнала;  $N$  — мощность АБГШ в канале связи.

Пропускная способность единственного канала связи в системе будет определяться теоремой Шеннона. В многоканальной системе связи, состоящей из  $K$  каналов, общая пропускная способность системы  $C_{\text{сист}}$  является суммой пропускных способностей всех каналов  $C_{\text{сист}} = \sum C_{1..K}$ . Для многоканальных систем с частотным разделением каналов FD (Frequency Division) пропускная способность  $k$ -го канала будет определяться:

$$C_k^{FD} = F_k \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{\alpha_k \cdot P_k}{N_k} \right), \quad 1 \leq k \leq K \quad (3.4)$$

В данном случае доступная полоса  $F$  системы разделяется на диапазоны  $F_k$ , каждый из которых предназначается  $k$ -му каналу. В идеальном случае при ортогональном мультиплексировании межканальная интерференция отсутствует, и в первом приближении помехой является только АБГШ. На рисунке 3.9 приведена зависимость  $C_k^{FD}(SNR)$  при мультиплексировании 1, 2 и 4 каналов ( $K = 1, 2, 4$ ), полученная с помощью выражения (3.4), при разделении доступного частотного ресурса поровну между каналами:  $F_1 = F_2 = \dots = F_k$ .

При неортогональном мультиплексировании помехой является смесь АБГШ и сигналов соседних каналов (системная помеха). Представление системной помехи в виде нормальной помехи отражает наихудший случай для канала связи. Поэтому

при расчетах системная помеха мощностью  $P$  будет представлена в виде нормальной помехи  $N$  идентичной мощностью.

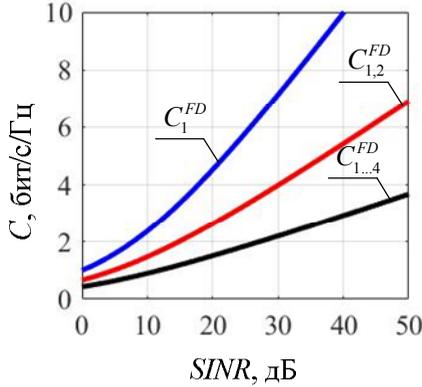


Рисунок 3.9 – Зависимость  $C_k^{FD}(SINR)$

В многоканальной системе из  $K$  каналов с разделением по мощности PD (Power Division), одновременно использующих единую полосу  $F$  при известных парциальных мощностях в каналах  $p_1, \dots, p_K$ , пропускная способность  $k$ -го канала определяется:

$$C_k^{PD} = \begin{cases} F \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{\alpha_k \cdot p_k}{\alpha_k \cdot \sum_{i=k+1}^K p_i + N_k} \right), & 1 \leq k < K; \\ F \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{\alpha_k \cdot p_k}{N_k} \right), & k = K. \end{cases} \quad (3.5)$$

В каналах  $1 \leq k < K$  сумма парциальных мощностей  $\sum p_i$  каналов  $i < k$  является системной помехой для  $k$ -го канала, а в последнем  $K$ -ом канале при полном устранении системной помехи искажения вносит только АБГШ мощностью  $N_K$ . Поэтому выражение (3.5) справедливо в случае полного устранения системной помехи каналов верхнего уровня при SIC-демодуляции.

На рисунке 3.10 приведена зависимость  $C_k^{PD}(SINR)$  для 2 и 3 каналов ( $K = 2$  и  $K = 3$ ), полученная с помощью выражения (3.5).

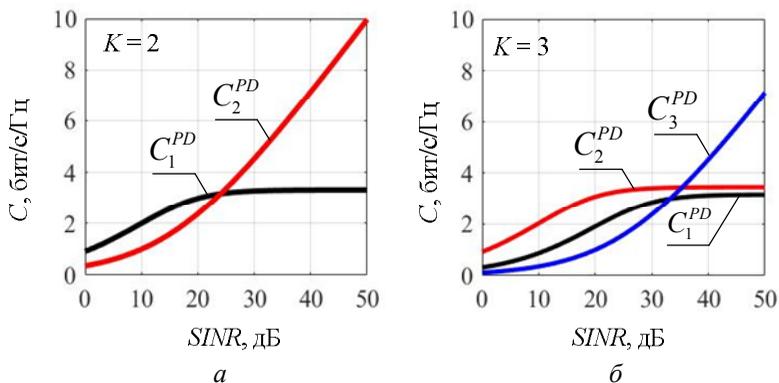


Рисунок 3.10 – Зависимость  $C_k^{PD}(SINR)$  при мультиплексировании 2 (а) и 3 (б) каналов

### 3.4. Метод множественного доступа с разделением каналов по мощности на ортогональных несущих

При использовании метода NOMA в мобильных системах связи возникает ряд трудностей. Увеличение вычислительных затрат при многоступенчатой обработке сигнала и погрешность оценки канала передачи делают мультиплексирование большого количества абонентов невозможной задачей. Поэтому аппаратная реализация алгоритма NOMA в «чистом виде» нецелесообразна. В этой ситуации выгодным решением является применение метода NOMA на базе OFDMA. Комбинация NOMA и OFDMA может способствовать увеличению спектральной эффективности относительно OFDMA.

OFDMA позволяет:

- 1) гибко распределять частотно-временной ресурс между пользователями;
- 2) эффективно бороться с межсимвольной интерференцией и достаточно просто производить процедуру эквалайзирования.

NOMA позволяет эффективно распределять энергетический ресурс между каналами, основываясь на оценке трассы РРВ.

В трехмерном пространстве (мощность–время–частота) распределение частотно-временного и энергетического ресурсов для 4 каналов методом PD/OFDMA представлено на рисунке 3.11.

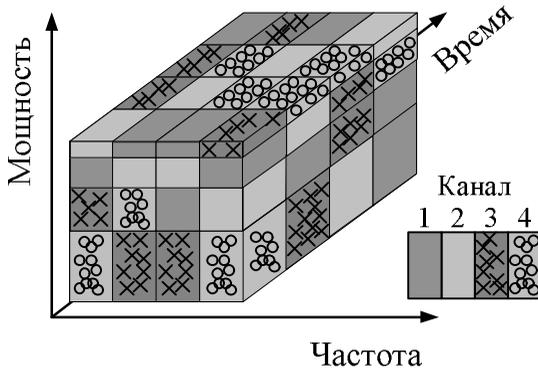


Рисунок 3.11 – Распределение 4 каналов в PD/OFDMA

Использование NOMA на базе OFDMA образует метод множественного доступа с разделением пользовательских каналов по мощности на ортогональных гармонических несущих PD/OFDMA. Уплотнение по мощности и формирование канальных символов происходит по схеме PD-NOMA, а распределение канальных символов в частотном ресурсе происходит по классической схеме OFDMA.

Рассмотрим алгоритм формирования и обработки сигнала PD/OFDMA (рисунок 3.12). Биты  $\mathbf{B}_k$   $k$ -го пользователя кодируются и модулируются, образуя кодовую последовательность  $\mathbf{C}_k$ , которая поступает на вход квадратурного модулятора. Символы модуляции  $\mathbf{X}_k$  поступают на блок распределения по мощности, где перемножаются с парциальной мощностью канала  $\sqrt{p_k}$ , формируя парциальные символы модуляции  $\mathbf{Z}_k$ .

Парциальная мощность рассчитывается, основываясь на требуемой скорости передачи и оценки состоянии канала РРВ, полученной по каналу обратной связи. Вектор  $\mathbf{Z}_k$  символов  $k$ -го канала PD-NOMA:  $\mathbf{Z} = \sqrt{p_k} \cdot \mathbf{X}_k$ .

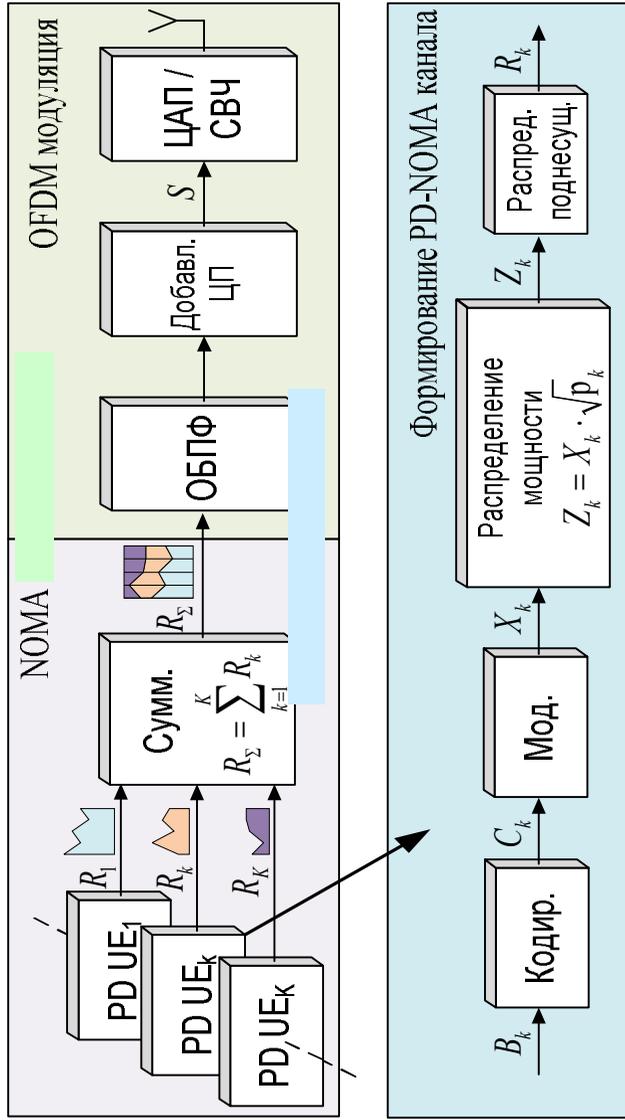


Рисунок 3.12 – Структурная схема формирования сигнала PD/OFDMA

Парциальные символы модуляции распределяются по поднесущим в соответствии с правилом размещения OFDMA, образуя вектор  $\mathbf{R}_k$ . Массивы распределенных по поднесущим парциальных символов модуляции каналов всех пользователей поступают на вход сумматора, где происходит операция сложения амплитуд. Каналы после уплотнения можно представить как

$$R_{\Sigma}(l) = \sum_{k=1}^K R_k(l), \quad l = 1..N_{FFT},$$

где  $N_{FFT}$  — размерность преобразования Фурье;

$l$  — номер поднесущей.

Дальнейшие процедуры формирования сигнала выполняются согласно схеме OFDM-модуляции. Вектор отсчетов  $\mathbf{R}_{\Sigma}$  поступает на блок обратного быстрого преобразования Фурье, формирующего временные отсчеты PD/OFDMA-символа. После добавления циклического префикса PD/OFDMA-символ поступает в блок цифро-аналогового преобразования и СВЧ-тракт. Отчеты PD/OFDMA-символа с циклическим префиксом:

$$S(t) = \sum_{l=1}^{N_{FFT}} R_{\Sigma}(l) \cdot e^{j2\pi l \Delta f (t - N_{CP} \cdot 1/F_s)},$$

где  $N_{CP}$  — количество отсчетов ЦП;

$F_s$  — частота дискретизации;

$\Delta f$  — частотное расстояние между поднесущими.

На приемной стороне  $k$ -го пользователя обработка сигнала PD/OFDMA начинается с OFDM-демодуляции. Сигнал проходит СВЧ-тракт, дискретизируется и устраняется циклический префикс. Вектор отсчетов  $S$  поступает на вход БПФ, на выходе которого формируются спектральные отсчеты PD/OFDMA-символа. Эквалайзер исправляет искажения, вызванные каналом РРВ, после чего из спектра PD/OFDMA-символа селектируются поднесущие, содержащие парциальные символы модуляции  $k$ -го абонента, и поступают в SIC-демодулятор, который реализован по стандартной схеме, описанной в предыдущем подразделе. Для компенсации каналов опционально может использоваться SL-SIC- или CL-SIC-демодуляция.

Структурная схема обработки PD/OFDMA изображена на рисунке 3.13.

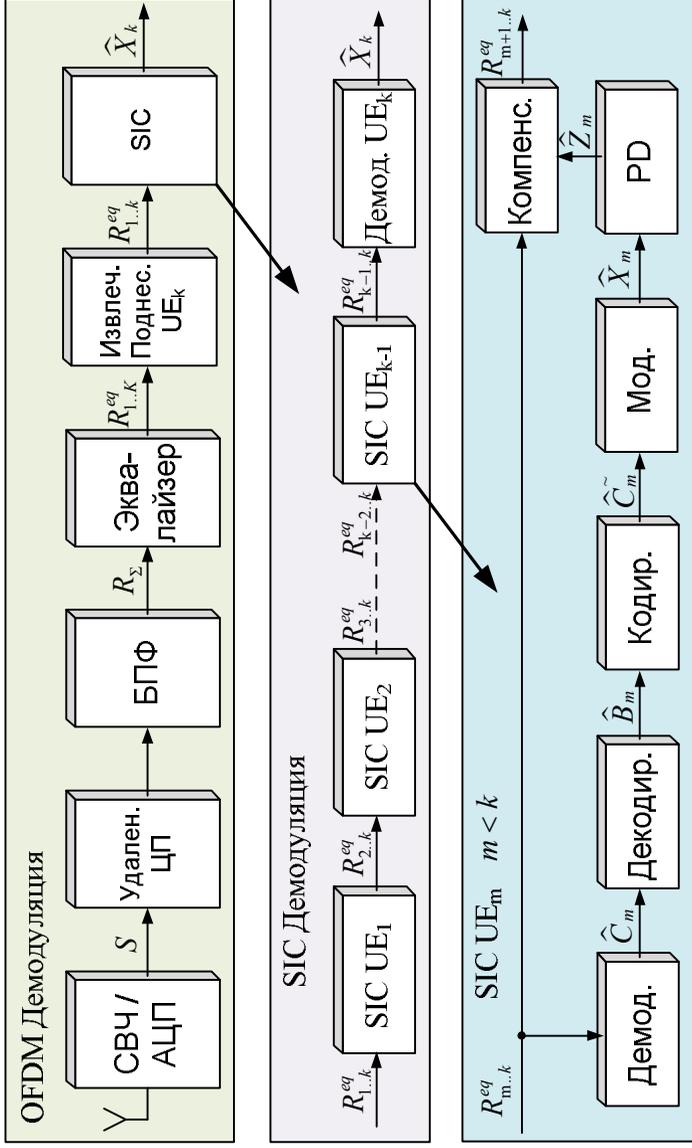


Рисунок 3.13 – Обробка PD/OFDMA

## **4. ПРИМЕНЕНИЕ РАЗРЕЖЕННЫХ КОДОВ В СИСТЕМАХ СВЯЗИ**

Данный раздел посвящен описанию помехоустойчивого LDPC-кодирования. В разделе приводятся краткие теоретические сведения о матрицах и соответствующих им двудольных графах, рассмотрены некоторые положения теории помехоустойчивого кодирования, необходимые для описания методов работы с кодами LDPC (Low Density Parity Check), описание кодов LDPC, включая методы создания проверочных разреженных матриц и алгоритмов декодирования, основанные на работе с двудольными графами.

### **4.1. Разреженные матрицы и соответствующие им графы**

В литературе имеется несколько определений разреженной матрицы. Суть их состоит в том, что матрица разрежена, если в ней «мало» ненулевых элементов [46], при этом относительно их местоположения никаких требований не выдвигается: они могут быть расположены случайным образом [47]. Альварадо, например, вводит следующее определение. Чтобы квадратная матрица была разреженной, количество ненулевых элементов должно выражаться как  $n^{1+\gamma}$ , где  $\gamma < 1$ , а чаще всего  $\gamma < 0,5$  или даже  $\gamma < 0,2$ ,  $n$  — порядок матрицы [48]. Более практичный подход вводится в [46], матрица может считаться разреженной, если наличие в ней большого числа нулей дает какой-то выигрыш. Иными словами, матрица разрежена, если к ней выгодно применять специальные алгоритмы обработки разреженных матриц для уменьшения сложности вычислений или экономии памяти компьютера при хранении.

Свойство разреженности позволяет хранить в памяти не всю матрицу, а только индексы ненулевых элементов или закон их распределения. Это существенно экономит память и упрощает обращение к элементам этой матрицы. Существует большое количество различных форматов хранения разреженных матриц: координатный формат, линейный связанный список, схема Кнута [49], разреженный строчный CSR (Compressed Sparse Rows),

разреженный столбцовый CSC (Compressed Sparse Column) [50], форматы Рейнболдта и Местеньи [51], Шермана [52] и др.

Алгоритмы вычислений строятся таким образом, чтобы обрабатывались только ненулевые элементы, и на основании предварительного знания о расположении ненулевых элементов избегались операции типа сложения с нулем или умножения на ноль. Таким образом, число операций, производимых машиной при исполнении алгоритма, пропорционально числу ненулевых элементов, а не числу всех элементов матрицы.

Разреженные матрицы представляют в виде графов. Так, на рисунке 4.1 приведена матрица  $\mathbf{A}$  и пример возможного построения соответствующего ей графа. Пусть элементы матрицы  $\mathbf{A}$  обозначены как  $a_{ij}$ , где  $i$  — индекс строки,  $j$  — индекс столбца,  $i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n$ , где  $n$  — порядок матрицы (в рассматриваемом примере матрица квадратная). Тогда в графе присутствуют вершины с индексами  $i$  или  $j$ , если в  $i$ -й строке или  $j$ -ом столбце матрицы  $\mathbf{A}$  есть ненулевые элементы. Значение элемента  $a_{ij}$  равно количеству ребер из вершины  $i$  в вершину  $j$  (рассматриваются матрицы, в которых ненулевые элементы равны «1» (единице)).

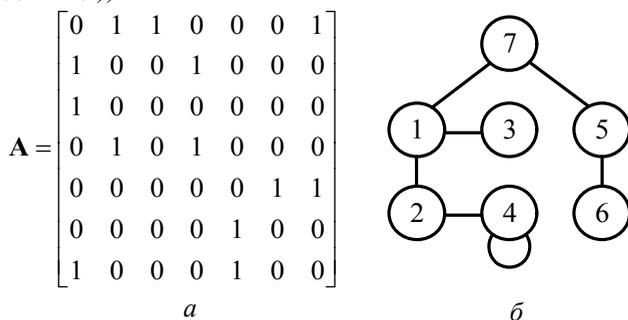


Рисунок 4.1 – Матрица  $\mathbf{A}$  (*a*) и соответствующий ей граф (*б*)

Интерес вызывает представление разреженных матриц в виде двудольных графов (биграфов). Граф считается двудольным, если множество его вершин можно разбить на две группы таким образом, что концы каждого ребра принадлежат разным группам [53]. В теории связи такие графы получили название графов Таннера [54].

На рисунке 4.2 приведен пример построения двудольного графа для матрицы **A**. Первая группа вершин соответствует столбцам, вторая группа вершин соответствует строкам. Вершину  $i$  из первой группы (группы строк) и вершину  $j$  из второй группы (группы столбцов) соединяет ребро, если элемент  $a_{ij}$  равен единице. Вершины пронумерованы по порядку. В дальнейшем будем рассматривать именно такое представление матриц в виде графа.

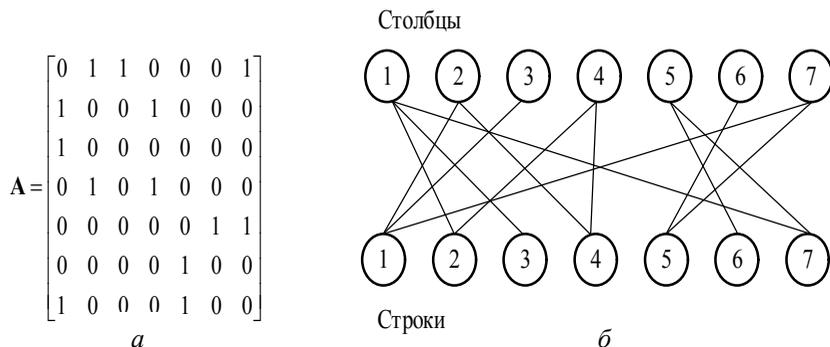


Рисунок 4.2 – Матрица **A** ( $a$ ) и соответствующий ей двудольный граф ( $b$ )

## 4.2. Помехоустойчивое кодирование. Блочные коды

При прохождении через канал передачи сигнал может искажаться под воздействием собственных шумов приемника, сторонних помех, частотно-селективных замираний и других факторов (рисунок 4.3 [55]). В результате этого после демодуляции принятого сигнала могут возникать ошибки.

Кодирующее устройство (кодер канала) системы помехоустойчивого кодирования добавляет к информационным символам  $\mathbf{V}_t$  некоторые избыточные символы. Это делается для того, чтобы приемник с помощью декодера мог исправить ошибки, возникающие в процессе передачи и демодуляции сигнала. Фактически, на этой идее строятся все методы помехоустойчивого кодирования.

На сегодняшний день существует много различных классов помехоустойчивых кодов, на рисунке 4.4 приведена обобщенная схема их классификации [56].

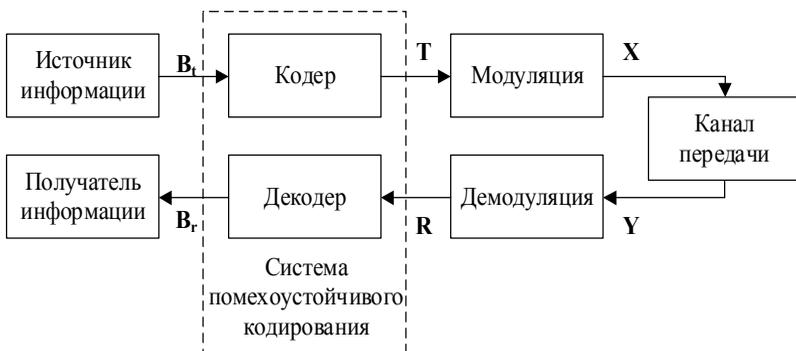


Рисунок 4.3 – Структурная схема цифровой системы передачи информации:  $V_i$  — вектор информационных бит,  $T$  — вектор бит кодера,  $X$  — вектор модуляционных символов (фактически сигнал),  $Y$  — принятый сигнал,  $R$  — вектор бит, получившийся в результате демодуляции сигнала,  $V_r$  — вектор декодированных бит

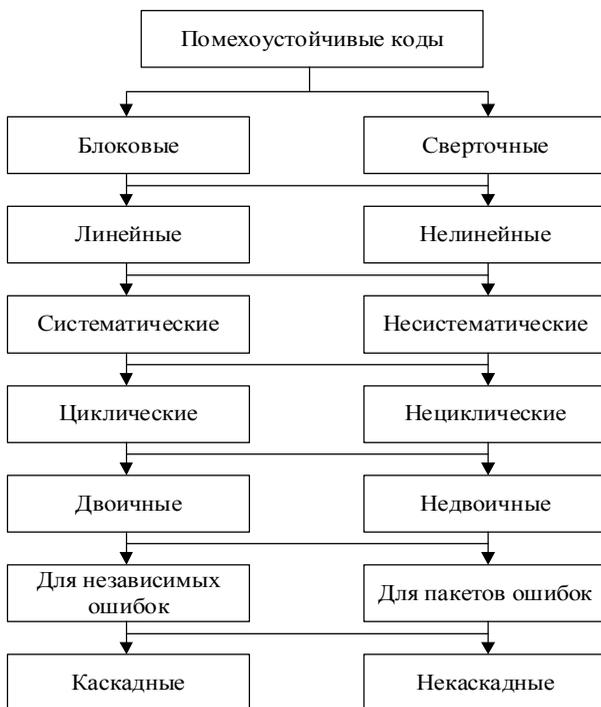


Рисунок 4.4 – Классификация помехоустойчивых кодов

Все коды можно разделить на две большие группы — блочные (блочные) и сверточные, называемые также древовидными. В блочных кодах кодирование и декодирование проводится над вектором символов (битов) конечной длины, в древовидных эти процессы происходят непрерывно. Блочный кодер является устройством без памяти, т. е. формируемый код зависит только от поступающего на вход вектора сообщения. Сверточный кодер является устройством с памятью.

В зависимости от комбинаций параметров, приведенных на рисунке 4.4, можно составить большое число примеров схем кодирования, работающих в системах связи. В настоящий момент наиболее часто применяются коды Голя [57], Рида–Маллера [58], Боуза–Чоудхури–Хоквингема (БЧХ) [59] и входящие в этот класс коды Рида–Соломона [60], различные сверточные коды, турбокоды [55] и коды с малой плотностью проверок на четность LDPC [1] и др. Наиболее эффективными с точки зрения приближения к границе Шеннона считаются турбокоды и LDPC, однако основные схемы реализации турбокодов защищены патентами [55]. По этой причине для разработчиков особый интерес представляют LDPC-коды. Конечный выбор кода обусловлен и рядом других факторов, например необходимой пропускной способностью канала, сложностью реализации алгоритма кодирования и декодирования (или их стоимостью), вычислительной сложностью и т. д. Также следует отметить, что часто применяют сразу несколько видов помехоустойчивого кодирования.

Рассмотрим подробнее принципы работы блочных кодов (рисунок 4.5). Информационная последовательность разбивается на блоки из  $k$  символов. Кодирование заключается в отображении этого блока в блок длиной  $n > k$ , который называется кодовым словом. Величина  $n - k$  является избыточностью кода. Такое отображение можно представить в матричном виде:

$$\mathbf{UG} = \mathbf{C}, \quad (4.1)$$

где  $\mathbf{U}$  — блок кодируемых символов длиной  $k$ ;

$\mathbf{G}$  — порождающая матрица размерностью  $k \times n$ ;

$\mathbf{C}$  — кодовое слово длиной  $n$ .



Рисунок 4.5 – Добавление избыточности в блочный код  $(n, k)$

Блочный код длиной  $n$  с  $2^k$  кодовыми словами является линейным, если его кодовые слова образуют  $k$ -мерное векторное пространство, которое порождается базисом из  $k$  линейно независимых векторов. При этом эти векторы образуют строки порождающей матрицы  $\mathbf{G}$  [56]. Часто кодовые слова представляют в систематической форме  $\mathbf{C} = (\mathbf{U}, \mathbf{V})$ , где  $\mathbf{V}$  — вектор с добавленной избыточной информацией. В этом случае генераторная матрица должна иметь вид

$$\mathbf{G} = [\mathbf{I}\mathbf{P}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & g_{1,1} & \dots & g_{1,n-k} \\ 0 & 1 & \dots & 0 & g_{2,1} & \dots & g_{2,n-k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & g_{k,1} & \dots & g_{k,n-k} \end{bmatrix}, \quad (4.2)$$

где  $\mathbf{I}$  — единичная матрица размером  $k \times k$ ;

матрица  $\mathbf{P}$  формирует проверочные символы.

Обнаружение ошибок может быть осуществлено путем вычисления синдромов декодером:

$$\mathbf{S} = \mathbf{C}\mathbf{H}^T, \quad (4.3)$$

где  $\mathbf{S}$  — вектор синдромов длиной  $n - k$ ;

$\mathbf{H}$  — проверочная матрица размерностью  $n - k \times n$  такая, что выполняется свойство ортогональности

$$\mathbf{G}\mathbf{H}^T = \mathbf{0}. \quad (4.4)$$

Такую матрицу можно получить из порождающей вида (4.2) как

$$\mathbf{H}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{I}_{n-k} \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Если при прохождении сигнала через канал и его демодуляции было принято сообщение без ошибок, то каждый блок этого сообщения по-прежнему является кодовым словом и, значит, в соответствии с (4.1), (4.3) и (4.4) выполняется условие

$$\mathbf{S} = \mathbf{C}\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{G}\mathbf{H} = 0.$$

Это важное свойство позволяет обнаружить и исправить ошибки. Так, если вектор синдромов  $\mathbf{S}$  отличен от нуля (поэтому вычисление синдромов еще называют проверками на четность), то принятый блок не является кодовым словом, и по значению  $\mathbf{S}$  можно определить, какой бит был определен неверно. На этом основано исправление ошибок по таблице синдромов. Такой подход хорош для двоичного симметричного канала (ДСК), в котором принимается жесткое решение о приеме «0» или «1», а длина кода достаточно мала. Стоит отметить, что данный метод позволяет обнаружить и устранить весьма ограниченное количество ошибок [61].

Важной характеристикой помехоустойчивых кодов является их минимальное Хеммингово расстояние (если код двоичный, в противном случае следует рассматривать иную метрику).

Для заданного кода минимальное Хеммингово расстояние  $d_{\min}$  определяется как минимальное расстояние между всевозможными парами его кодовых слов:

$$d_{\min} = \min_{C_1=1..2^k, C_2=1..2^k} \{ \text{sum}(\text{abs}(C_1 - C_2)) \mid C_1 \neq C_2 \}, \quad (4.6)$$

где  $\text{abs}$  — модуль;  $\text{sum}$  — сумма элементов вектора.

Тогда корректирующая способность кода, т. е. количество бит в кодовом слове, которое декодер способен исправить, равна [6]

$$t = \lfloor (d_{\min} - 1) / 2 \rfloor. \quad (4.7)$$

Теорема кодирования для канала с шумами К. Шеннона [13, 20] утверждает, что для широкого класса моделей каналов существуют такие кодер и декодер, для которых вероятность  $P_e$  того, что декодер воспроизведет символ источника информации ошибочно, оценивается как

$$e^{-n[E_L(R)+o(n)]} \leq P_e \leq e^{-nE(R)}, \quad (4.8)$$

где  $R$  — скорость источника информации;  $n$  — длина блока кода; функции  $E(R)$  и  $E_L(R)$  зависят от типа канала, и не зависят от  $n$ , они положительны при  $R = 0$ , убывают с ростом  $R$  и обращаются в ноль при  $R = C$ , где  $C$  — пропускная способность канала:

$$C = F \log_2 \left( 1 + \frac{P_c}{P_{ш}} \right), \quad (4.9)$$

где  $F$  — полоса частот сигнала;  $P_c$  — мощность сигнала,  $P_{ш}$  — мощность шума.

Таким образом, из (4.8) следует, что вероятность битовой ошибки напрямую связана с размером блока (или кодового ограничения) кода  $n$ . Для повышения эффективности использования канала связи, т. е. для приближения  $R$  к  $C$ , необходимо выбирать достаточно большие блоки кода [1].

### **4.3. Коды с малой плотностью проверок на четность**

Коды LDPC относятся к классу линейных блочных кодов, основные принципы построения которых были рассмотрены выше. Эти коды были предложены Р. Галлагером в 1963 году. В своей монографии [1] он подробно рассмотрел возможность построения таких кодов: ввел способ формирования разреженных проверочных матриц, предложил способы реализации алгоритмов декодирования, обосновал высокие корректирующие свойства таких кодов. Однако для вычислительной техники в те годы алгоритмы кодирования и декодирования оказались слишком сложны. Интерес к кодам LDPC со стороны разработчиков систем связи проявился в последние 20 лет. Это связано, с одной стороны, с увеличением вычислительной мощности микропроцессоров и, с другой стороны, с появлением ряда публикаций, в которых приведены новые подходы и более быстрые алгоритмы формирования матриц и декодирования кодов, кроме того, было обосновано, что коды LDPC подходят к границе Шеннона [62] ближе, чем турбокоды. Среди этих работ можно выделить работы Р.М. Таннера [54], Д.Дж. МакКея [63, 64] и Т.Дж. Ричардсона [65].

Идея создания кодов LDPC основана на теореме Шеннона о кодировании для канала с шумами (в соответствии с выражением (4.8)). Для повышения помехоустойчивости следует увеличить длину блока кода. Однако используя классические подходы, описанные в подразделе 4.2, для реализации такого кода необходима проверочная матрица (порождающую можно получить из нее) огромного размера. Так, длина кода в тысячу бит приведет к необходимости хранить матрицу объемом в один мегабит. Кроме этого, классические алгоритмы декодирования будут иметь значительную вычислительную сложность. Для решения этих проблем Галлагер предложил в качестве проверочной матрицы использовать матрицу с разреженным кодом [1]. Благодаря этому становится возможным хранить в памяти устройства матрицы размером в десятки и даже сотни тысяч бит.

### 4.3.1. Алгоритмы кодирования LDPC.

#### Формирование разреженных матриц

Вопрос реализации кодирования напрямую связан со структурой проверочной (порождающей) разреженной матрицы. Для экономии ресурсов такую матрицу можно создать, используя какую-то упорядоченную структуру, например циклический сдвиг строк или подматриц. При этом возможно использование подходов, применяемых в циклических кодах. Однако это приводит к увеличению веса строк и усложнению алгоритмов декодирования [66].

К разреженным матрицам выдвигается ряд требований. Так, уже упоминалась степень разреженности, которая влияет на объем хранимых данных и сложность декодирования. Пусть имеется разреженная матрица размерностью  $n \times k$  и  $dn$  — вес ее строк (количество единиц в строках), тогда вес столбцов:

$$dk = \frac{ndn}{k}. \quad (4.10)$$

Общее количество ненулевых элементов матрицы:

$$N = ndn = ndk \quad (4.11)$$

Кроме того, дополнительным важным свойством матриц является наличие в соответствующих им графах циклов определенной

кратности. Цикл — замкнутая последовательность ребер графа, начинающаяся и заканчивающаяся в одной вершине. Наименьшим возможным циклом является цикл кратности 4, именно такие циклы хуже всего влияют на исправляющие свойства LDPC-кодов [66]. На рисунке 4.6 приведен пример двух таких циклов для графа Таннера и соответствующей ему матрицы при  $n = 6, k = 4$ , круги соответствуют столбцам, квадраты — строкам.

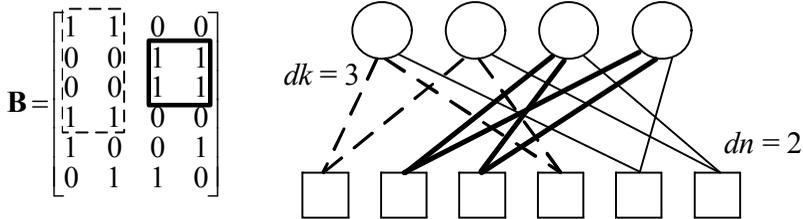


Рисунок 4.6 – Пример двух циклов кратности 4 в графе Таннера и соответствующей ему матрице

Рассмотрим подробнее алгоритмы формирования матриц, предложенные Галлагером [1], МакКеем [63, 64, 67] и коды повторения накопления, реализованные в стандарте цифрового спутникового вещания DVB-S2 [68].

Структура матрицы  $\mathbf{V}$ , полученной алгоритмом Галлагера, приведена на рисунке 4.7, где  $\mathbf{V}_0, \dots, \mathbf{V}_N$  — подматрицы. Элементы строки  $i$  подматрицы  $\mathbf{V}_0$  с индексами  $(i - 1)dn + 1, \dots, i \cdot dn$  равны единицам, остальные элементы — нули.

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \\ \dots \\ \mathbf{V}_{T-1} \end{bmatrix}$$

Рисунок 4.7 – Структура матрицы  $\mathbf{V}$ , полученной с помощью алгоритма Галлагера

Подматрица  $\mathbf{V}_0$  для  $k = 9, dn = 3$  приведена на рисунке 4.8. Матрица с такой структурой не содержит циклы. Размерность

$\mathbf{V}_0$  равна  $k/dn \times k$ . Для формирования  $\mathbf{V}$  необходимо  $\mathbf{T}$  подматриц, где  $\mathbf{T} = n/(k/dn) = n \cdot dn/k$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Рисунок 4.8 – Подматрица  $\mathbf{V}_0$  для  $k = 9, dn = 3$

Подматрицы  $\mathbf{V}_1, \dots, \mathbf{V}_{T-1}$  получаются путем случайных перестановок столбцов в подматрице  $\mathbf{V}_0$ . В результате перестановок в получившихся подматрицах должны отсутствовать циклы. Проверка на циклы может быть произведена путем нахождения попарного скалярного произведения между столбцами (проверку пройдут подматрицы, чье скалярное произведение не превышает 1) [66]. Подматрицы, содержащие циклы, отбрасываются. Подматрицы формируются до тех пор, пока количество строк результирующей матрицы не достигнет  $n$ . На рисунке 4.9 приведена матрица  $\mathbf{V}$ , получившаяся в результате выполнения алгоритма Галлагера для  $k = 9, n = 12, dn = 3, dk = 4$ .

$$\begin{array}{l} \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{V}_3 \end{array} \begin{array}{|c} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Рисунок 4.9 – Матрица  $\mathbf{V}$ , полученная в результате выполнения алгоритма Галлагера для  $k = 9, n = 12, dn = 3, dk = 4$



Матрица  $\mathbf{H}$  состоит из подматриц  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{T}$ , где  $\mathbf{T}$  — ступенчатая матрица, матрица  $\mathbf{P}$  фактически осуществляет внутреннее перемежение элементов исходной битовой последовательности. В стандарте [68] задан алгоритм такого перемежения, поэтому хранить всю матрицу в памяти не нужно. Максимальная длина блока LDPC-кода (а соответственно и размерность разреженной матрицы), используемого в стандарте DVB-S2, составляет 64800 [68].

### 4.3.2. Алгоритмы декодирования LDPC

Классические алгоритмы декодирования, основанные на оценке правдоподобия путем сравнения со всеми возможными реализациями, мало применимы для кодов LDPC, поскольку количество возможных кодовых слов растет экспоненциально с длиной блока кода. Поэтому для декодирования в основном применяются различные итерационные алгоритмы [70]. В результате, с одной стороны, уменьшается вычислительная сложность, с другой — несколько увеличивается вероятность ошибки [1].

Галлагер предложил два варианта декодирования LDPC-кодов — метод инверсии бит BF (Bit Flip) и метод с распространением доверия BP (belief propagation).

Метод BF применим для двоичных симметричных каналов (ДСК) с жестким выходом демодулятора и относительно прост. Декодирование производится в течение  $N$  итераций. Каждая итерация включает два шага:

- 1) вычисление проверок на четность в соответствии с проверочной матрицей;
- 2) инверсию бита, который участвует в наибольшем числе непрошедших проверок.

Если в какой-то итерации все проверки оказываются равными нулю, то цикл прекращается и принимается решение о верном декодировании. Если по прошествии  $N$  итераций проверки не равны нулю, то принимается решение о невозможности корректного декодирования.

Этот процесс можно проиллюстрировать с помощью графа Таннера. В качестве примера для уменьшения размера графа приведен не LDPC-код, а код Хэмминга,  $k = 4$ ,  $n = 7$ . На рисун-

ке 4.11 приведены его генераторная (*a*), проверочная (*б*) матрицы и граф Таннера (*в*), соответствующий проверочной матрице.

Предположим, что на вход кодера поступает битовое сообщение  $[1\ 1\ 0\ 1]$ , на выходе кодера ему соответствует кодовое слово  $[1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1]$ , которое поступает на вход ДСК. В канале произошла ошибка во втором бите (вектор ошибок  $[0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$ ). Таким образом, на выходе ДСК имеется вектор  $[1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1]$ . Процесс декодирования приведен на рисунке 4.12.

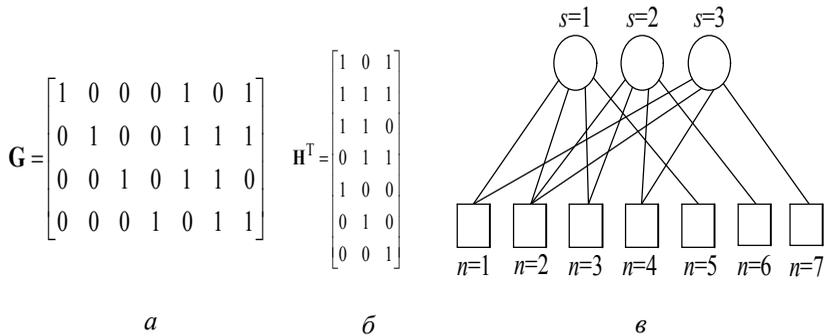


Рисунок 4.11 – Генераторная (*a*) и проверочная (*б*) матрицы кода Хэмминга (4,7), граф Таннера (*в*), соответствующий проверочной матрице

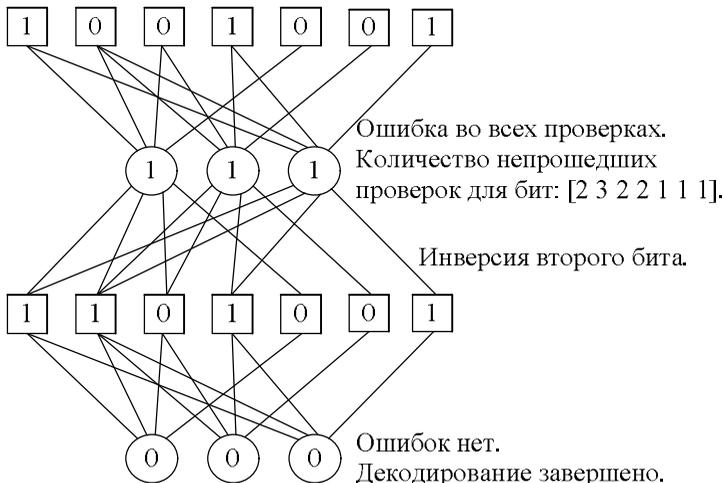


Рисунок 4.12 – Иллюстрация метода BF на графе Таннера

Фактически, первый шаг алгоритма сводится к расчету суммы значений бит, соответствующих информационным (символьным) узлам (квадратам), которые соединены ребрами с проверочными узлами (кругами). На втором шаге вычисляется сумма значений проверок, которые соединены ребрами с символьными узлами. Значение бита в той вершине, где сумма максимальна, инвертируется.

Алгоритм ВР схож с ВФ, но более сложен, он оперирует не с жесткими решениями демодулятора, а с вероятностями или с логарифмическими отношениями правдоподобия (log likelihood ratio — LLR). В настоящее время существует большое количество разновидностей этого алгоритма, известных под названиями алгоритм сумма-произведение SPA (Sum-Product Algorithm) и алгоритм передачи сообщения МРА (Message Passing Algorithm). Они отличаются друг от друга прежде всего вычислительной сложностью. Алгоритм, предложенный Галлагером, требует серьезных вычислительных затрат и в изначальном виде практически не применяется [66].

Рассмотрим одну из версий алгоритма, работающего с LLR. Она более экономна в вычислительных затратах по сравнению с классической версией, оперирующей с вероятностями [70]. Алгоритм удобнее рассматривать в виде операций, производимых на графе. В течение  $N$  итераций проверочные и информационные узлы обмениваются информацией о правдоподобии передачи бит. Еще этот процесс называют распространением, или передачей сообщений, в связи с чем и появились соответствующие названия. Пусть  $q_{ij}$  — сообщение от символьного узла  $i$  проверочному  $j$ ,  $r_{ji}$  — сообщения от проверочного узла  $j$  к битовому  $i$ .

1. На первом этапе работы алгоритма (инициация) вычисляются LLR на выходе демодулятора с мягким решением для каждого бита  $v_i$  вектора  $\mathbf{V}$ :

$$\text{LLR}(v_i) = \ln\left(\frac{P(y_i | v_i = 1)}{P(y_i | v_i = 0)}\right), \quad (4.12)$$

где  $y_i$  — компонент принятого сигнала  $\mathbf{Y}$ .

Значение  $\text{LLR}(v_i)$  присваивается символьным узлам графа (рисунок 4.13). На графе это рассматривается как сообщение  $q_i$  от битового узла  $v_i$  к проверочным узлам  $c_j$ .

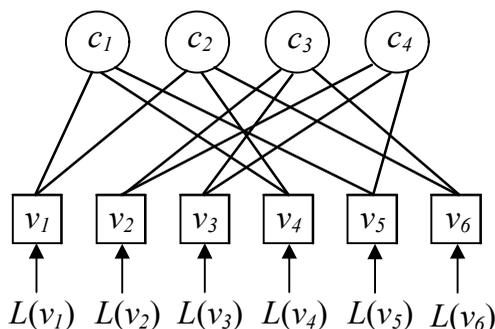


Рисунок 4.13 – Инициация алгоритма BP

2. На втором этапе проверочный узел  $j$  отправляет сообщение (пересчитанное LLR)  $r_{ji}$  битовому узлу  $i$  при условии принятия от других символьных узлов сообщений  $q_{tj}$ ,  $t = 1, \dots, dc$ ,  $t \neq i$ ,  $dc$  — количество ребер графа, соединяющих данный проверочный узел с символьными узлами (вес столбцов проверочной матрицы):

$$r_{ji} = LLR(q_{1j} \oplus \dots \oplus q_{(i-1)j} \oplus q_{(i+1)j} \oplus \dots \oplus q_{dcj}) . \quad (4.13)$$

Такие сообщения рассчитываются для всех узлов и для всех ребер.

Эту запись можно интерпретировать следующим образом. Согласно выражению (4.5) все проверки, в случае безошибочной передачи, равны нулю. Если сумма всех элементов проверки кроме  $i$ -го равна «1», значит  $i$ -й элемент равен «1», и наоборот, если сумма равна «0», то  $i$ -й элемент также равен «0». В случае демодуляции с мягким решением мы рассматриваем не значения бит, а LLR.

Для вычисления можно считать, что [71]

$$LLR(a \oplus b) = \ln\left(\frac{1 + e^{LLR(a)} e^{LLR(b)}}{e^{LLR(a)} + e^{LLR(b)}}\right) . \quad (4.14)$$

Для снижения вычислительной сложности выражение (4.14) можно записать в следующем виде (это упрощение применяется в разновидности алгоритма BP, получившего название UMP BP (Uniformly Most Powerful — равномерно более мощный)):

$$LLR(a \oplus b) \approx \text{sign}(LLR(a)) \text{sign}(LLR(b)) \min(|LLR(a)|, |LLR(b)|) . \quad (4.15)$$

Этап 2 на примере сообщения первого проверочного узла первому символьному узлу иллюстрирует рисунок 4.14.

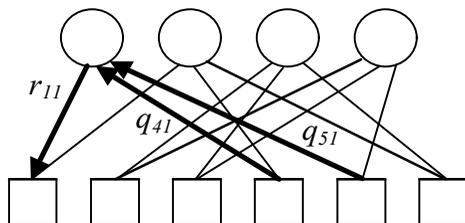


Рисунок 4.14 – Отправка сообщения проверочным узлом

3. На третьем этапе формируется сообщение  $q_{ij}$ , которое символичный узел  $i$  отправляет проверочному узлу  $j$  при условии принятия этим узлом сообщений  $r_{ji}$  от смежных проверочных узлов:

$$q_{ij} = q_i + \sum_{t \neq j}^{dv} r_{ti}. \quad (4.16)$$

где  $t$  — индексы проверочных узлов, соединенных ребрами с узлом  $i$ .

Такие сообщения рассчитываются для всех информационных узлов и для всех ребер. Этот процесс на примере сообщения первого символического узла первому проверочному узлу иллюстрирует рисунок 4.15.

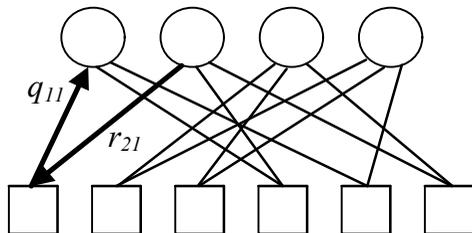


Рисунок 4.15 – Отправка сообщения символическим узлом

После этого происходит обновление общей информации (сообщения) этого узла:

$$q_i = q_i + \sum_t^{dv} r_{ti}. \quad (4.17)$$

4. Этап принятия жестких решений и их проверка. Жесткие решения принимаются по знаку  $q_i$  для всех символических узлов:

$$\hat{v}_i = \begin{cases} 1, & q_i \geq 0; \\ 0, & q_i < 0. \end{cases} \quad (4.18)$$

Если в результате проверки (выражение (4.19)) все синдромы равны нулю, принимается решение о верном декодировании, в противном случае алгоритм возвращается к этапу 2.

$$\mathbf{S} = \hat{\mathbf{V}} \mathbf{H}^T. \quad (4.19)$$

Если в течение  $N$  итераций проверки по-прежнему будут равны нулю, принимается решение о невозможности успешного декодирования.

На рисунке 4.16 приведены графики зависимостей вероятностей битовых ошибок от отношения энергии, приходящейся на бит сообщения, к спектральной плотности мощности шума для системы связи с кодом LDPC (параметры  $n = 6400$ ,  $k = 4800$ , систематический код, проверочная матрица получена алгоритмом Галлагера с добавлением единичной матрицы) [71]. Как видно из рисунка 4.16, алгоритм BP дает существенный выигрыш по сравнению с алгоритмом BF (более 2 дБ).

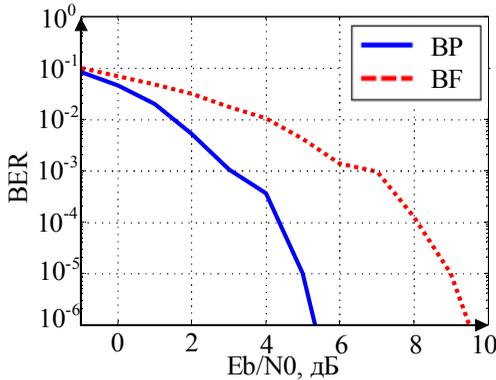


Рисунок 4.16 – Зависимости вероятности битовых ошибок от отношения энергии, приходящейся на бит сообщения, к спектральной плотности мощности шума для системы связи с LDPC-кодами при декодировании методами BP и BF

При увеличении длины кода можно получить более впечатляющий результат, так, например, в [65] показано, что код LDPC с длиной блока  $10^7$  приближается к пределу Шеннона на 0,0045 дБ.

## **5. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАЗРЕЖЕННЫХ КОДОВ ДЛЯ РАЗДЕЛЕНИЯ АБОНЕНТОВ**

Рассмотрим метод множественного доступа, основанный на разделении пользователей с помощью разреженных кодов – SCMA (Sparse Code Multiple Access) [72]. В основе этого метода лежит идея совмещения кодового разделения каналов CDMA (Code Division Multiple Access), на котором построены сети третьего поколения, и ортогонального частотного разделения OFDMA систем четвертого поколения [73]. Таким образом, пользователи разделяются в трех доменах: время, частота, кодовая последовательность. Прямое совмещение CDMA и OFDMA реализовано в технологии, которая известна как многочастотное кодовое разделение каналов (Multi Carrier CDMA — MC-CDMA) [74]. При этом алгоритм детектирования данных в приемнике предполагает реализацию набора корреляторов и быстрого преобразования Фурье [75, 76]. Уменьшение вычислительной сложности детектирования в системах с расширением спектра кодовой последовательностью достигается с помощью кодов с низкой плотностью сигнатур (Low Density Signature — LDS). Расширение спектра в LDS осуществляется с помощью последовательностей с малым количеством единиц по аналогии с помехоустойчивыми кодами с малой плотностью проверок на четность (Low Density Parity Check — LDPC), при этом для детектирования LDS-символов можно применить алгоритм распространения доверия, известный как Message Passing Algorithm (MPA) или BP, который существенно снижает вычислительные затраты [77, 78].

Отличие SCMA от LDS заключается в формировании многомерных комплексных кодовых слов вместо двоичных кодов, осуществляющих распределение QAM (Quadrature Amplitude Modulation)-символов. Благодаря этому достигается существенный выигрыш в помехозащищенности системы связи [79]. Кодовые слова SCMA неортогональны, их количество может превышать количество физических ортогональных поднесущих, что обеспечивает доступ большего количества пользователей по сравнению с OFDMA при использовании той же полосы частот [72].

Первая работа, посвященная SCMA, была опубликована в 2013 году [79], после чего вышел ряд статей, и эта технология

стала упоминаться в документах ведущих организаций, рассматривающих концепцию сетей пятого поколения, в качестве возможной кандидатуры на организацию физического уровня и мультимплексирования абонентов [80–83].

Рассмотрим принципы формирования SCMA-символов с помощью кодовых книг [79], требования к их заполнению, алгоритмы детектирования SCMA-символов — MAP (Maximum A Posteriori Probability — оценка апостериорного максимума) и МРА согласно [13, 77, 84].

## 5.1. Модель системы SCMA

Формирование SCMA-символов выполняется в соответствии со схемой, приведенной на рисунке 5.1: FEC (Forward Error Correction) — помехоустойчивое кодирование, SCMA — блок SCMA-кодирования, IFFT (Inverse Fast Fourier Transform) — обратное быстрое преобразование Фурье, Add CP (Add Cyclic Prefix) — блок, добавляющий циклический префикс,  $b_v$  — битовые потоки  $v$ -го слоя,  $v = 1, \dots, V$ ,  $V$  — общее количество слоев,  $s_k$  — комплексная амплитуда, отображаемая на  $k$ -й поднесущей,  $k = 1, \dots, F$ ,  $F$  — общее количество ортогональных поднесущих. Набор комплексных значений  $s_k$  образует вектор  $\mathbf{S} = [s_1, s_2, \dots, s_F]$ , модулирующий все  $F$  поднесущих. В отличие от классической схемы формирования OFDMA-символов вместо набора квадратурных модуляторов применяется блок SCMA-кодирования, который модулирует поток бит каждого слоя и распределяет их по поднесущим. Слой является минимальной единицей ресурса, доступной пользователю. Количество пользователей, передающих данные в одном кадре SCMA, способно достигать  $V$  и может быть больше количества поднесущих  $F$ , что является одним из ключевых достоинств технологии SCMA. Вместо блока обратного быстрого преобразования Фурье (IFFT) можно применить другую операцию, обеспечивающую ортогональность поднесущих, например использовать банк фильтров FBMC. В этом случае не нужно добавлять циклический префикс, что дополнительно экономит частотно-временной ресурс [13, 81].

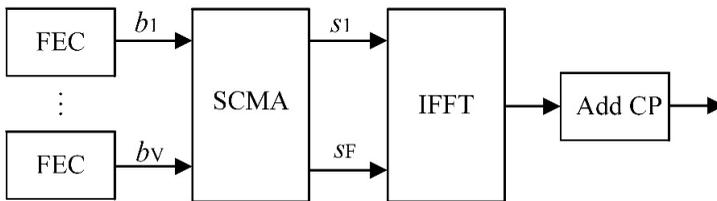


Рисунок 5.1 – Схема формирования SCMA-символов

Распределение пользователей по физическим частотным ресурсам описывается трехмерной матрицей  $\mathbf{CB} = [c_{vkm_v}]$  размерностью  $V \times F \times M$  — кодовой книгой (codebook — CB), индекс  $m_v = 1, \dots, M$  определяет вектор бит  $\mathbf{b}_v = [b_1, b_2, \dots, b_{\log_2 M}]$ , передаваемых в слое  $v$ ,  $M$  — количество различных битовых реализаций, которые можно передать на слое  $v$ . Общая кодовая книга состоит из  $V$  кодовых книг слоев  $\mathbf{CB}_v$  — двухмерных матриц размерностью  $F \times M$ :

$$\mathbf{CB}_v = \begin{bmatrix} c_{v11} & c_{v12} & \dots & c_{v1m_v} & \dots & c_{v1M} \\ c_{v21} & c_{v22} & \dots & c_{v2m_v} & \dots & c_{v2M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{vF1} & c_{vF2} & \dots & c_{vFm_v} & \dots & c_{vFM} \end{bmatrix}.$$

Кодовым словом слоя  $v$  является вектор

$$\mathbf{CW}_{vm_v} = \begin{bmatrix} c_{v1m_v} \\ c_{v2m_v} \\ \dots \\ c_{vFm_v} \end{bmatrix}.$$

В зависимости от реализации  $b_v$  слоем  $v$  в частотном домене передается кодовое слово с индексом  $m_v$ .  $M$  кодовых слов  $\mathbf{CW}_{vm_v}$  образуют кодовую книгу слоя  $v$   $\mathbf{CB}_v$ .

Кодовая книга  $\mathbf{CB}$  формируется на основе разреженной матрицы  $\mathbf{B}$  размерностью  $V \times F$ , элементами которой являются нули и единицы. Нули в матрице  $\mathbf{B}$  на позициях  $v, k$  соответствуют ну-

левым элементам кодовой книги  $[c_{vkm_v}]$  для всех  $m_v = 1, \dots, M$ . Разреженную матрицу можно представить в виде двудольного графа, также называемого графом Таннера.

На рисунке 5.2 приведен возможный пример матрицы и соответствующий ей граф Таннера для четырех поднесущих и шести слоев. Разреженная матрица  $\mathbf{B}$  может генерироваться одним из известных алгоритмов генерирования LDPC-матриц, однако разреженная матрица SCMA будет значительно меньше матрицы LDPC-кода. Общим правилом является отсутствие в  $\mathbf{B}$  циклов кратности 4 и более [66].

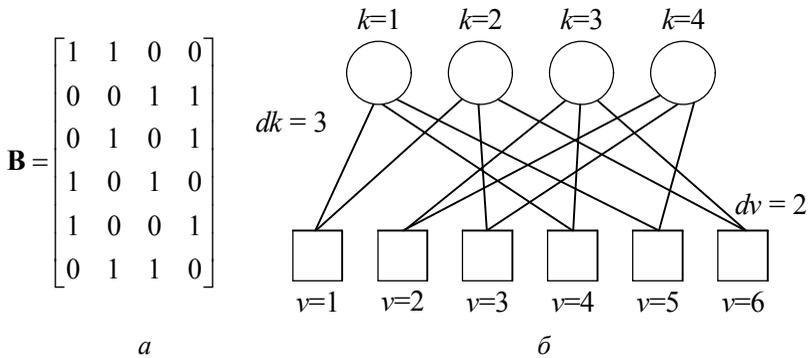


Рисунок 5.2 – Матрица  $\mathbf{B}$  кодовой книги (а) и соответствующий ей граф Таннера (б) для  $V = 6, F = 4, M = 3, dk = 3, dv = 2$

Кодовая книга  $\mathbf{C}\mathbf{B}$  полностью описывается пятью параметрами:  $V, F, M, dk, dv$ . Параметр  $dk$  — количество кодовых слов на  $k$ -й поднесущей, на рисунке 5.2 это количество ребер графа Таннера, соединяющих вершину поднесущих  $k$  с вершинами слоев  $v$  (количество единиц в столбцах матрицы  $\mathbf{B}$ ). Параметр  $dv$  — количество поднесущих, модулируемых кодовым словом  $\mathbf{C}\mathbf{W}_{vm_v}$  (количество ненулевых элементов кодового слова), на рисунке 5.2 это количество ребер графа Таннера, соединяющих вершину слоя  $v$  с вершинами поднесущих  $k$  (количество единиц в строках матрицы  $\mathbf{B}$ ). Количество нулей в формирующей матрице кодовой книги определяется параметрами  $dk$  и  $dv$ . В примере, изображенном на рисунке 5.2,  $V = 6, F = 4, dk = 3, dv = 2$ .

Кодовыми словами  $\mathbf{CW}_{vm_v}$  слоя  $v$  являются векторы из  $F$  элементов  $c_{vkm_v}$ ,  $dv$  из которых ненулевые, остальные  $F-dv$  элементы заполняются нулями в соответствии с формирующей разреженной матрицей  $\mathbf{B}$ . Результирующий вектор  $\mathbf{S}$  (комплексный сигнал в частотном домене) формируется как суперпозиция кодовых слов  $\mathbf{CW}_{vm_v}$  всех слоев, при этом только  $dk$  элементов кодовых слов  $c_{vkm_v}$  для каждой поднесущей отличны от нуля (рисунок 5.3).

$$\mathbf{S} = \sum_{v=1}^V \mathbf{CW}_{vm_v}, m_v \in [1, \dots, M]. \quad (5.1)$$

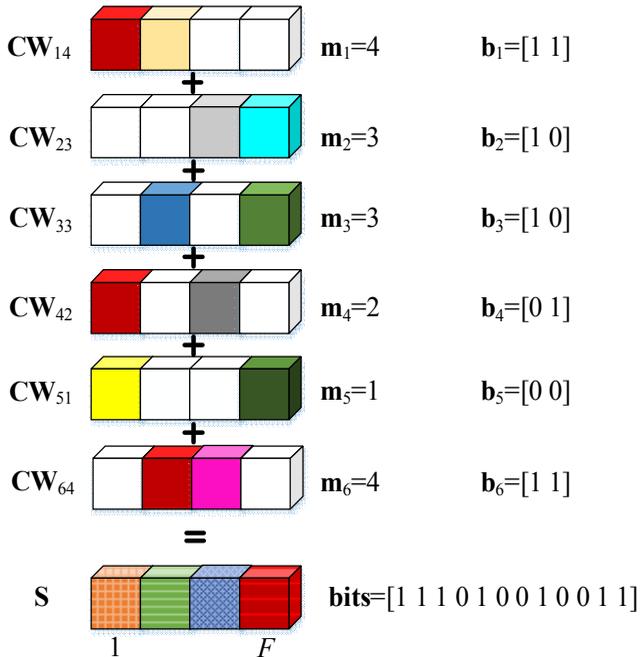


Рисунок. 5.3 – Формирование результирующего комплексного вектора  $\mathbf{S}$  при  $V = 6$ ,  $F = 4$ ,  $dk = 3$ ,  $dv = 2$

В результате суперпозиции перебора всевозможных кодовых слов (индексов  $m_v$ ) для каждой поднесущей существует  $M^{dk}$  различных реализаций значений  $s_k$ . Набор этих реализаций для поднесущей  $k$  образует вектор  $\mathbf{G}_k$ :

$$\mathbf{G}_k = [\mathbf{g}_{kj}] = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{k1} \\ \mathbf{g}_{k2} \\ \dots \\ \mathbf{g}_{kM^{dk}} \end{bmatrix}, \mathbf{g}_{kj} = \sum_{v=1}^V c_{vkm_v}, m_v \in [1, \dots, M], j = 1, \dots, M^{dk}$$

На рисунке 5.4 приведен пример формирования сигнального созвездия вектора  $\mathbf{G}_k$  одной поднесущей комплексными значениями  $c_{vkm_v}$  трех слоев при  $M = 4$  (для примера, приведенного на рисунке 5.3, это будет сигнальное созвездие первой поднесущей (созвездие вектора  $\mathbf{G}_1$ ) и сигнальные созвездия элементов  $c_{21m_2}, c_{31m_3}, c_{51m_5}$  при  $m_2, m_3, m_5 = 1, \dots, 4$ ).

Из компонентов  $c_{vkm_v}$  формируются кодовые слова  $\mathbf{CW}_{vm_v}$ , которые в свою очередь образуют кодовые книги слоев  $\mathbf{CW}_v$ , составляющие общую кодовую книгу  $\mathbf{CB}$ . Для кодового слова  $\mathbf{CW}_{vm_v}$  элементы подбираются таким образом, чтобы модуль  $\mathbf{CW}_{vm_v}$  при различных  $m_v$  имел одинаковую сумму модулей элементов.

В таблице 5.1 приведены численные значения компонентов  $c_{vkm_v}$ , изображенных на рисунке 5.4, для первой поднесущей в соответствии со схемой формирования символа, изображенной на рисунке 5.3.

Компоненты  $c_{vkm_v}$  одной поднесущей  $k$  внутри кодовой книги  $v$ -го слоя расположены на одинаковых евклидовых расстояниях от соседних точек (0,25), что обеспечивает одинаковую вероятность их детектирования [72].

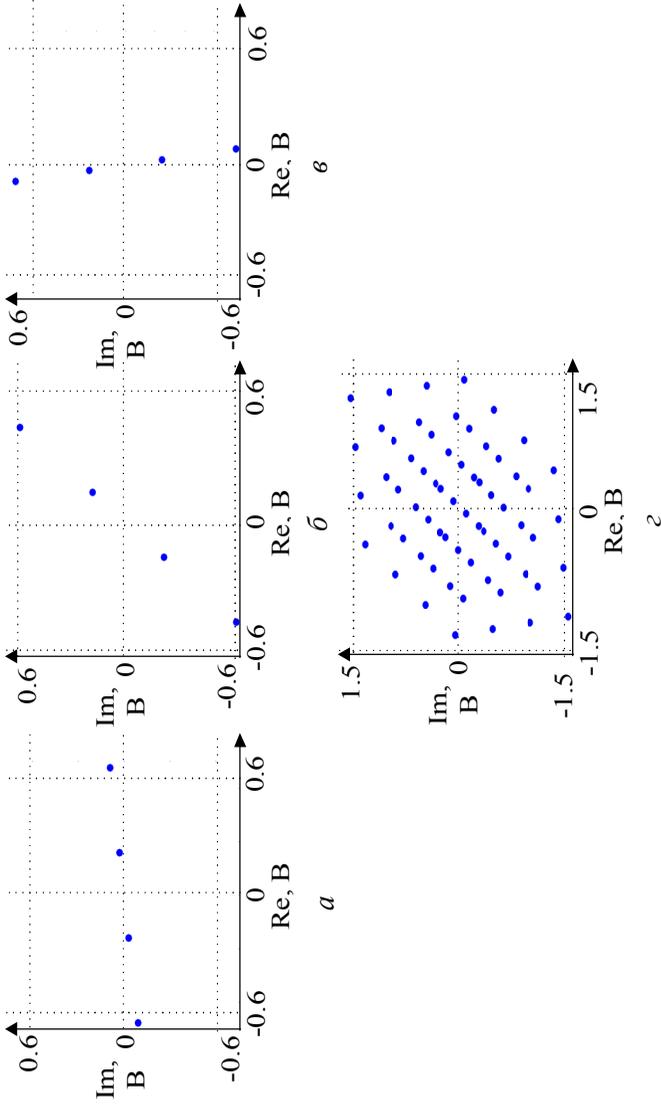


Рисунок 5.4 – Формирование сигнального созвездия одной поднесущей;  $a, b, c$  — формирующие сигнальные созвездия значений  $C_{\sqrt{m_k}}, m_k = 1, \dots, M$  для трех слов,  $z$  — результирующее сигнальное созвездие вектора  $\mathbf{G}_k, M = 4, dk = 3$

Таблица 5.1 – Элементы  $c_{vkm}$ , изображенные на рисунке 5.4,

$$dk = 3, M = 4$$

Параметр $i$	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$
$c_{21m_2}$				
Элементы вектора	$-0,74 - 0,09$	$-0,24 - 0,03$	$0,24 + 0,03$	$0,74 + 0,09$
Модуль	0,75	0,25	0,25	0,75
Обозначение	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{14}$
$c_{31m_3}$				
Элементы вектора	$-0,46 - 0,59i$	$-0,15 - 0,19i$	$0,15 + 0,19i$	$0,46 + 0,59i$
Модуль	0,78	0,22	0,22	0,78
Обозначение	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$a_{24}$
$c_{51m_5}$				
Элементы вектора	$0,09 - 0,74i$	$0,03 - 0,24i$	$-0,03 + 0,24i$	$-0,09 + 0,74i$
Модуль	0,78	0,22	0,22	0,78
Обозначение	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$	$a_{34}$

Кодовая книга, образованная значениями из таблицы 5.1 и разреженной матрицей  $\mathbf{B}$ , изображенной на рисунке 5.2, приведена в таблице 5.2.

Таблица 5.2 – Кодовая книга  $\mathbf{CB}$

$k$	$m$			
	1	2	3	4
	$c_{vk1}$	$c_{vk2}$	$c_{vk3}$	$c_{vk4}$
$\mathbf{CB}_1 (v=1)$				
	$\mathbf{CW}_{11}$	$\mathbf{CW}_{12}$	$\mathbf{CW}_{13}$	$\mathbf{CW}_{14}$
1	0	0	0	0
2	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{14}$
3	0	0	0	0
4	$a_{12}$	$a_{14}$	$a_{11}$	$a_{13}$
$\mathbf{CB}_2 (v=2)$				
	$\mathbf{CW}_{21}$	$\mathbf{CW}_{22}$	$\mathbf{CW}_{23}$	$\mathbf{CW}_{24}$
1	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{14}$
2	0	0	0	0
3	$a_{12}$	$a_{14}$	$a_{11}$	$a_{13}$
4	0	0	0	0

Продолжение таблицы 5.2

$k$	$m$			
	1	2	3	4
	$c_{vk1}$	$c_{vk2}$	$c_{vk3}$	$c_{vk4}$
	<b>CB<sub>3</sub> (v=3)</b>			
	<b>CW<sub>31</sub></b>	<b>CW<sub>32</sub></b>	<b>CW<sub>33</sub></b>	<b>CW<sub>34</sub></b>
1	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$a_{24}$
2	$a_{22}$	$a_{24}$	$a_{21}$	$a_{23}$
3	0	0	0	0
4	0	0	0	0
	<b>CB<sub>4</sub> (v=4)</b>			
	<b>CW<sub>41</sub></b>	<b>CW<sub>42</sub></b>	<b>CW<sub>43</sub></b>	<b>CW<sub>44</sub></b>
1	0	0	0	0
2	0	0	0	0
3	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$a_{24}$
4	$a_{22}$	$a_{24}$	$a_{21}$	$a_{23}$
	<b>CB<sub>5</sub> (v=5)</b>			
	<b>CW<sub>51</sub></b>	<b>CW<sub>52</sub></b>	<b>CW<sub>53</sub></b>	<b>CW<sub>54</sub></b>
1	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$	$a_{34}$
2	0	0	0	0
3	0	0	0	0
4	$a_{32}$	$a_{34}$	$a_{31}$	$a_{33}$
	<b>CB<sub>6</sub> (v=6)</b>			
	<b>CW<sub>61</sub></b>	<b>CW<sub>62</sub></b>	<b>CW<sub>63</sub></b>	<b>CW<sub>64</sub></b>
1	0	0	0	0
2	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$	$a_{34}$
3	$a_{32}$	$a_{34}$	$a_{31}$	$a_{33}$
4	0	0	0	0

Значения  $c_{vkm}$  располагаются внутри кодовой книги  $v$ -го слоя таким образом, чтобы точки с минимальным евклидовым расстоянием на первой ненулевой поднесущей располагались на максимальном евклидовом расстоянии на следующих ненулевых поднесущих и сумма модулей компонентов для каждого кодового слова была постоянной [72].

Таблица 5.2 составлена для случая, когда на всех поднесущих используется одинаковое результирующее сигнальное созвездие, что в общем случае не является обязательным.

## 5.2. Алгоритмы детектирования SCMA

Пусть сформированный сигнал  $\mathbf{S}$  передается в канале с селективными частотными замираниями и АБГШ (аддитивный белый гауссовский шум), тогда принятый сигнал в частотном домене:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{S} + \mathbf{N} , \quad (5.2)$$

где  $\mathbf{H}$  — канальная матрица;

$\mathbf{N}$  — вектор АБГШ в частотном домене.

Принятый сигнал на  $k$ -й поднесущей с учетом (5.2) можно представить в виде

$$y_k = \sum_{v=1}^V h_{vk} c_{vkm_v} + n_k , \quad (5.2)$$

где  $h_{vk}$  — элементы канальной матрицы  $\mathbf{H}$ .

Классический алгоритм основан на поиске переданных кодовых слов методом MAP [53]:

$$\hat{\mathbf{S}} = \operatorname{argmax}_{c_{vkm_v}} \mathbf{P}(\mathbf{S} | \mathbf{Y}) ,$$

что с учетом (5.2) сводится к выражению

$$\hat{\mathbf{S}} = \operatorname{argmax}_{c_{vkm_v}} \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{nk}^2} \left| y_k - \sum_{v=1}^V h_{vk} c_{vkm_v} + n_k \right|^2\right) , \quad k = 1, \dots, F ,$$

где  $\sigma_n^2$  — дисперсия шума.

При этом алгоритм рассматривает сигнал одновременно на  $F$  поднесущих, сравнивая принятый сигнал с  $M^V$  реализациями  $c_{vkm_v}$ , что приводит к большой вычислительной сложности алгоритма MAP [72, 79].

Для уменьшения числа операций в детектировании SCMA используют алгоритм распространения доверия МРА [77, 79, 85]. Разновидности этого алгоритма широко применяются в декодировании кодов LDPC [60]. Алгоритм МРА для SCMA включает в себя несколько шагов.

1. Расчет вероятности передачи набора различных компонентов кодовых слов  $c_{vkm_1}$ , ...,  $c_{vkm_V}$ ;  $m_1, \dots, m_V = 1, \dots, M$ , на поднесущей  $k$ :

$$R(k, m_1, m_2, \dots, m_v) = \exp \left( -\frac{1}{\delta_n^2} \left| y_k - (h_{1k} c_{1km_1} + h_{2k} c_{2km_2} + \dots + h_{vk} c_{vkm_v}) \right|^2 \right),$$

$$k = 1, \dots, F,$$

при этом только  $dk$  из  $V$  компонентов  $c_{vkm_v}$ , на поднесущей  $k$  имеют ненулевое значение, поэтому на этом этапе рассчитываются  $F \cdot M^{dk}$  значений [72].

2. Инициация вероятностей передачи ненулевых компонентов кодовой книги  $c_{vkm_v}$ . В первой итерации они соответствуют априорным вероятностям и в общем случае равны:

$$I(c_{vkm_v}) = \frac{1}{M}.$$

3. Расчет и обновление вероятностей передачи компонентов кодовой книги  $c_{vkm_v}$ , при условии передачи другими слоями всевозможных компонентов  $c_{jkm_j}; j = 1, \dots, V; j \neq v$ , на этой же поднесущей  $k$ :

$$P(c_{vkm_v} | Y) = \sum_{m_1=1}^M \sum_{m_2=1}^M \dots \sum_{m_{v-1}=1}^M \sum_{m_{v+1}=1}^M \dots \sum_{m_v=1}^M R(k, m_1, m_2, \dots, m_{i_v}) \prod_{v=1}^V I(c_{vkm_v}), \quad (5.3)$$

$$m_v = 1, \dots, M.$$

При этом для каждой поднесущей  $k$  только  $dk$  кодовых слов несут отличные от нуля компоненты  $c_{vkm_v}$ , поэтому (5.3) можно записать в виде:

$$P(c_{vkm_v} | Y) = \sum_{m_1=1}^M \sum_{m_2=1}^M \dots \sum_{m_{v-1}=1}^M \sum_{m_{v+1}=1}^M \dots \sum_{m_{v,dk}=1}^M R(k, m_1, m_2, \dots, m_{v,dk}) \prod_{v_i=1}^{dk} I(c_{v_i km_{v_i}}),$$

$$m_{v_i} = 1, \dots, 4,$$

где  $v_i$  — слои, имеющие ненулевые компоненты  $c_{vkm_v}$ , на поднесущей  $k$ .

Эту операцию для кодового слова  $c_{62m_6}$  при условии передачи  $c_{12m_1}$  и  $c_{32m_3}$  иллюстрирует граф Таннера на рисунке 5.5.

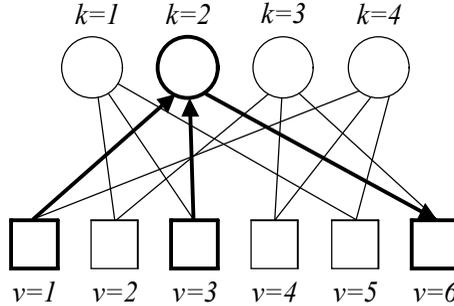


Рисунок 5.5 – Обновление вероятности передачи значений  $c_{62m_6}$  при условии передачи  $c_{12m_1}$  и  $c_{32m_3}$  для  $V = 6, F = 4, dk = 3, dv = 2$

4. Обновление вероятностей передачи ненулевых компонентов кодовых слов:

$$I(c_{vkm_v}) = P(c_{vkm_v} | \mathbf{Y}).$$

Шаги 3 – 4 повторяются в течение  $N$  итераций.

На рисунке 5.6 приведена зависимость вероятности символьных ошибок SER (symbol error rate) от отношения сигнал/шум SNR (signal noise ratio) для разного количества итераций в алгоритме МРА для SCMA с параметрами  $V = 6, M = 4, dk = 3, dv = 2$ , сигнальное созвездие кодовой книги приведено на рисунке 5.4. Результаты получены методом имитационного моделирования для канала с АБГШ. Из рисунка 5.6 следует, что целесообразно проводить не менее 4 итераций пересчета вероятностей в шагах 3 – 4 [72].

5. Вычисление итоговой вероятности передачи кодового слова  $CW_{vm_v}$  находится как произведение вероятностей его ненулевых компонентов:

$$P(CW_{vm_v}) = P(c_{vk_1m_v})P(c_{vk_2m_v}) \dots P(c_{vk_{dv}m_v}), \quad (5.4)$$

где  $k_j$  — индексы ненулевых компонентов  $c_{vk_jm_v}$  кодового слова  $CW_{vm_v}$ ,  $j = 1, \dots, dv$ .

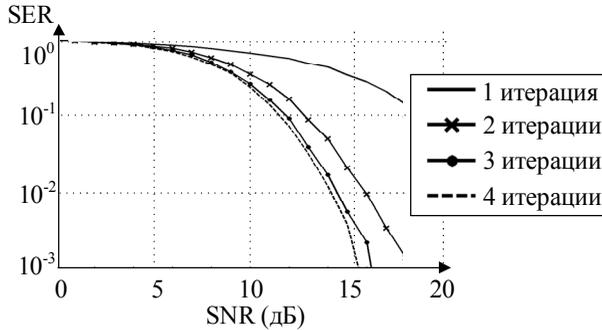


Рисунок 5.6 – График зависимости вероятности символьных ошибок от отношения сигнал/шум и количества итераций  $N$  для сигнального созвездия, приведенного на рисунке 5.4, и  $V=6$ ,  $F=4$ ,  $dk=3$ ,  $dv=2$ ,  $M=4$

Переданные биты определяются по индексу  $m_v$  кодового слова с максимальной вероятностью (5.4). Сложность алгоритма детектирования МРА пропорциональна  $M^{dk}$ , в то время как сложность алгоритма MAP пропорциональна  $M^V$  при одинаковой вероятности верного детектирования (рисунок 5.7).

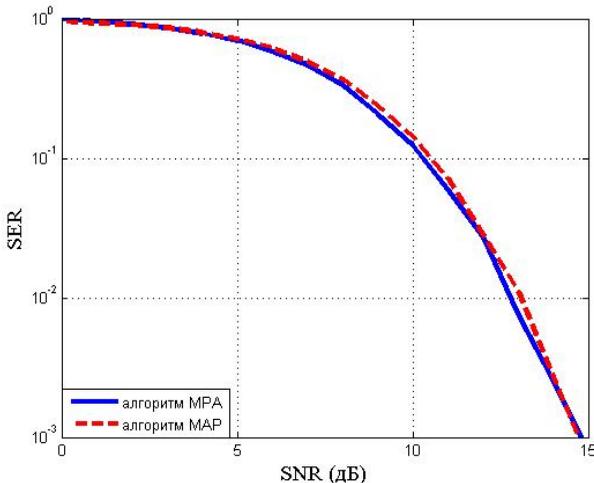


Рисунок 5.7 – График зависимости вероятности символьных ошибок от отношения сигнал/шум при детектировании алгоритмами МРА и MAP для сигнального созвездия, приведенного на рисунке 5.4, и  $V=6$ ,  $F=4$ ,  $dk=3$ ,  $dv=2$ ,  $M=4$

Прямым аналогом рассматриваемой системы связи с SCMA по скорости и занимаемой полосе частот является система связи с OFDM, работающая на 4 поднесущих и применяющая модуляцию QAM-8 (6 слоев SCMA переносят по 2 бита, 4 символа QAM-8 переносят по 3 бита, таким образом и символ SCMA и символ OFDM несут 12 бит).

На рисунке 5.8 приведены графики зависимости вероятности битовых ошибок BER (bit error ratio) от отношения энергии бита к спектральной плотности шума для SCMA ( $V = 6$ ,  $F = 4$ ,  $dk = 3$ ,  $d \nu = 2$ ,  $M = 4$  и сигнальное созвездие, изображенное на рисунке 5.4) и OFDM ( $F = 4$ , модуляция QAM-8) без помехоустойчивого кодирования [72].

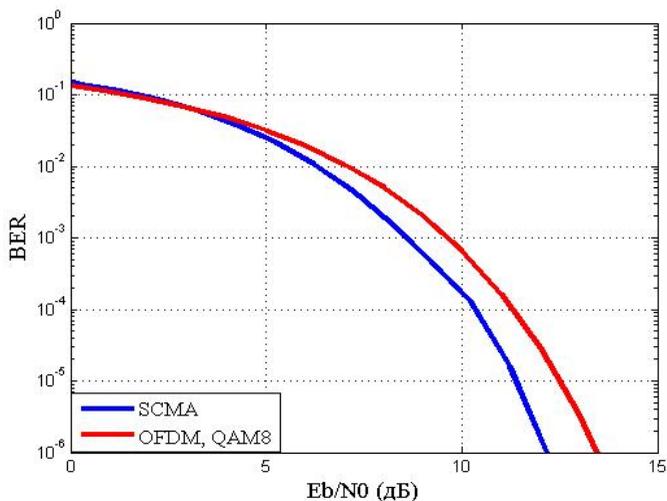


Рисунок 5.8 – График зависимости вероятности битовых ошибок от отношения сигнал/шум для систем связи, работающих с SCMA

Эффективность SCMA напрямую зависит от способов формирования кодовой книги и алгоритмов детектирования в приемнике. Алгоритм МРА существенно снижает вычислительную сложность детектирования при сохранении эффективности по сравнению с классическим алгоритмом MAP, при этом алгоритмы формирования и детектирования SCMA-символов более сложны по сравнению с классическими алгоритмами работы с OFDM.

SCMA превосходит OFDM в помехозащищенности в канале с АБГШ (см. рисунок 5.8) при одинаковой скорости передачи, кроме того, SCMA обеспечивает работу большего количества пользователей в заданном частотно-временном ресурсе. По этим причинам SCMA может рассматриваться как наиболее вероятная технология для организации физического уровня сетей связи пятого поколения [72].

## **Заключение**

Широко используемая в настоящее время технология мультиплексирования OFDM благодаря простоте реализации и высокой спектральной эффективности нашла применение как в беспроводных системах связи, так и в проводных. Однако неизбежное увеличение количества приемопередающих устройств требует более эффективных методов передачи, и уже предложен ряд технологий, обладающих более высокой эффективностью. Среди таких технологий выделяется технология FBMC.

Метод неортогонального множественного доступа с разделением каналов по мощности PD-NOMA предполагает использование мощностного домена для разделения пользовательских каналов, которые при этом физически размещаются в едином частотно-временном ресурсе, но имеют отличную друг от друга мощность.

В современных системах связи в основе эффективных методов кодирования лежит применение разреженных кодов. метод уплотнения каналов является дальнейшим развитием применения разреженных кодов. Данный метод разработан сравнительно недавно и еще не применяется в системах связи, однако обладает огромным потенциалом для использования в будущем.

## Список сокращений

- АБГШ** — аддитивный белый гауссовский шум  
**АЦП** — аналого-цифровой преобразователь  
**БПФ** — быстрое преобразование Фурье  
**ВКФ** — взаимно-корреляционная функция  
**ДСК** — двоичный симметричный канал  
**КМ** — квадратурный модулятор  
**МСИ** — межсимвольная интерференция.  
**ОБПФ** — обратное быстрое преобразование Фурье  
**ОСШ** — отношение сигнал/шум  
**РРВ** — распространение радиоволн  
**СКО** — среднеквадратическое отклонение  
**ЦАП** — цифро-аналоговый преобразователь  
**ЦП** — циклический префикс  
**ЧВР** — частотно-временной ресурс  
**3GPP** (3rd Generation Partnership Project) — консорциум, разрабатывающий спецификации для мобильной телефонии  
**BP** (Belief Propagation) — распространение доверия  
**BF (Bit Flip)** — инверсия битов  
**BPSK** (Binary Phase Shift Keying) — бинарная фазовая манипуляция  
**CDMA** (Code Division Multiple Access) — множественный доступ с кодовым разделением  
**CL-SIC** (Code Level – SIC) — последовательное подавление помех на уровне кода  
**CP** (Cyclic Prefix) — циклический префикс  
**CP-OFDM** (Cyclic Prefix Orthogonal Frequency-Division Multiplexing) — ортогональное частотное мультиплексирование с использованием циклического префикса  
**CSC** (Compressed Sparse Column) — разреженные столбцы  
**CSR** (Compressed Sparse Rows) — разреженные строки  
**DVB-S2** — второе поколение стандарта цифрового спутникового вещания  
**FBMC** (Filter-Bank Multi-Carrier Modulation) — модуляция с множеством несущих с использованием банка фильтров  
**FDMA** (Frequency Division Multiple Access) — множественный доступ с частотным разделением  
**FEC** (Forward Error Correction) — прямая коррекция ошибок  
**FFT** (Fast Fourier Transform) — быстрое преобразование Фурье  
**GFDM** (Generalized Frequency Division Multiplexing) — мультиплексирование на основе обобщенного частотного деления

**IFFT** (Inverse Fast Fourier Transform) — обратное быстрое преобразование Фурье

**IFT** (Inverse Fourier Transform) — обратное преобразование Фурье

**IOTA** (Isotropic Orthogonal Transform Algorithm) — алгоритм изотропного ортогонального преобразования

**IRA** (Irregular Repeat Accumulate) — нерегулярное повторение накопления

**LDPC** (Low Density Parity Check) — коды малой плотностью проверок на четность

**LDS** (Low Density Signature) — низкая плотность сигнатур.

**LLR** (Log Likelihood Ratio) — логарифмическое отношение правдоподобия

**LTE** (Long Term Evolution) — стандарт беспроводной связи

**MAP** (Maximum A Posteriori Probability) — оценка апостериорного максимума PD-NOMA (Non-Orthogonal Multiple Access) — неортогональный множественный доступ с разделением каналов по мощности

**MCM** (Multi Carrier Modulation) — модуляция с множеством несущих

**MPA** (Message Passing Algorithm) — алгоритм передачи сообщения

**NOMA** (Non-Orthogonal Multiple Access) — неортогональный множественный доступ

**OFDM** (Orthogonal Frequency-Division Multiplexing) — ортогональное частотное мультиплексирование

**OFDMA** (Orthogonal Frequency Division Multiple Access) — множественный доступ с ортогональным частотным разделением

**OQAM** (Offset Quadrature Amplitude Modulation) — квадратурная амплитудная модуляция со смещением

**PDMA** (Polarization Division Multiple Access) — множественный доступ с поляризационным разделением

**PHYDYAS** (Physical Layer or Dynamic Spectrum Access and Cognitive Radio) — физический уровень для динамического доступа к спектру и когнитивного радио

**PSK** (Phase Shift Keying) — фазовая манипуляция

**QAM** (Quadrature Amplitude Modulation) — квадратурная амплитудная модуляция

**QPSK** (Quadrature Phase Shift Keying) — квадратурная фазовая манипуляция

**SC** (Superposition Coding) — суперпозиционное кодирование.

**SCMA** (Sparse Code Multiple Access) — множественный доступ на основе разреженных кодов

**SDMA** (Space Division Multiple Access) — множественный доступ с пространственным разделением

**SER** (Symbol Error Rate) — вероятность символьных ошибок.

**SIC** (Serial Interference Cancellation) — последовательное подавление помех

**SNR** (Signal-to-Noise Ratio) — отношение сигнал/шум

**SPA** (Sum-Product Algorithm) — алгоритм сумма-произведение.

**TDMA** (Time Division Multiple Access) — множественный доступ с временным разделением

**UE** (User Equipment) — пользовательское оборудование.

**UFMC** (Universal Filtered Multicarrier) — универсальное фильтруемое множество несущих

**UMP** (Uniformly Most Powerful) — равномерно более мощный.

**WIMAX** — Worldwide Interoperability for Microwave Access, стандарт беспроводной связи

## Литература

1. Галлагер Р.Дж. Коды с малой плотностью проверок на четность: пер. с англ./ Под ред. Р.Л. Добрушина. – М.: Мир, 1966. – 145 с.
2. Гельгор А.Л. Технологии LTE мобильной передачи данных: учеб. пособие / А.Л. Гельгор, Е.А. Попов. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2011. – 204 с.
3. Bahai A.R.S. Multi-carrier digital communications: theory and applications of OFDM / A.R.S. Bahai, B.R. Saltzberg, M. Ergen. – Springer Science & Business Media, 2004. – 410 p.
4. Abenov R. Multipath powerline communications channel (PLC) modelling / R. Abenov, D. Pokamestov, A. Geltser // *Microwaves, Communications, Antennas and Electronic Systems (COMCAS): IEEE International Conference on.* – 2015. – P. 1–4.
5. Powerline Communications Channel: Modeling and Noise Monitoring / R.R. Abenov, D.A. Pokamestov, A.A. Geltser [et al.] // *Приборостроение, Электроника и Телекоммуникации* – 2015: сб. статей I Междунар. форума ИЕЕТ-2015; *Приборостроение в XXI веке. Интеграция науки, образования и производства: материалы XI Междунар. науч.-техн. конф.* – Ижевск, 2015. – С. 7–13.
6. Ковалев В.В. Использование эквалайзирования для борьбы с многолучевым распространением / В.В. Ковалев, Д.А. Покамestов // *Science Time.* – 2016. – № 7 (31). – С. 104–112.
7. Исследование методов эквалайзирования для систем связи с использованием OFDM сигналов / Р.Р. Абенoв, А.С. Вершинин, Е.П. Ворошилин [и др.] // *Вестник СибГУТИ.* – 2013. – № 1 (21). – С. 50–56.
8. Choi V.J. Crest-factor study of MC-CDMA and OFDM / V.J. Choi, E.L. Kuan, L. Hanzo // *VTC 1999-Fall. IEEE VTS 50th: Vehicular Technology Conference.* – 1999. – Vol. 1. – P. 233–237.
9. Higuchi K. Non-orthogonal multiple access (NOMA) with successive interference cancellation for future radio access / K. Higuchi, A. Benjebbour // *IEICE Transactions on Communications.* – 2015. – Vol. 98, No 3. – P. 403–414.
10. Макаров С.Б. Снижение пик-фактора сигналов с OFDM с помощью блочно-кодирования / С.Б. Макаров, А.В. Рашич // *Научно-технические ведомости СПбГПУ.* – 2008. – № 3. – С. 112–114.
11. Brandes S. Reduction of out-of-band radiation in OFDM systems by insertion of cancellation carriers / S. Brandes, I. Cosovic, M. Schnell // *IEEE communications letters.* – 2006. – Vol. 10, No. 6. – P. 420–422.
12. Исследование модели OFDM-сигнала с малым уровнем внеполосного излучения / В.П. Федосов, Д.Г. Ковтун, А.А. Легин [и др.] // *Известия Южного федерального университета. Технические науки.* – 2015. – № 11 (172). – С. 6–16.
13. FBMC physical layer: a primer / M. Bellanger, D. LeRuyet, D. Roviras [et al.]. – *PHYDYAS*, 2010. – 31 p.
14. Концепция физического уровня систем связи пятого поколения / Д.А. Покамestов, Я.В. Крюков, Е.В. Рогожников [и др.] // *Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника.* – 2017. – Т. 60, № 7. – С. 367–382.
15. Майков Д.Ю. Алгоритмы оценки параметров символьной и частотной синхронизации в мобильных OFDM-системах радиосвязи: дис. канд. техн. наук: 05.12.04: защищена 30.12.15 / Майков Д.Ю. – Томск, 2014. – 133 с.

16. Schmidl T.M. Robust frequency and timing synchronization for OFDM / T.M. Schmidl, D.C. Cox // Communications, IEEE Transactions on. – 1997. — Vol. 45, No 12. – P. 1613–1621
17. Cross-correlation based time delay estimation for turbulent flow velocity measurements: Statistical considerations / B. Tal [et al.] // Physics of Plasmas. – 2011. – Vol. 18, No 12. – P. 122–304.
18. Lai X. Interpolation methods for time-delay estimation using cross-correlation method for blood velocity measurement / X. Lai, H. Torp // IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control. 1999. – Vol. 46, No 2. – P. 277–290.
19. Латыпова Н.В. Погрешность кусочно-параболической интер-поляции на треугольнике / Н.В. Латыпова // Вестник Удмуртского университета. Серия: «Математика. Механика. Компьютерные науки». – 2009. – №. 3. – С. 91–97.
20. Minn H. A robust timing and frequency synchronization for OFDM systems / H. Minn, V. K. Bhargava, K. B. Letaief // Wireless Communications, IEEE Transactions on. – 2003. – Vol. 2, No 4. – P. 822–839.
21. Zhang H. Iterative decoding and demodulation for single-antenna vector OFDM systems / H. Zhang, X.G. Xia // Vehicular Technology, IEEE Transactions on. – 2006. – Vol. 55, No. 4. – P. 1447–1454.
22. Valenti M.C. Channel coding for IEEE 802.16 e mobile WiMAX / M.C. Valenti // Proceedings of IEEE International Conference on Communications, ICC. – 2009.
23. Zakharov Y.V. Frequency estimation in multipath Rayleigh-sparse-fading channels / Y.V. Zakharov, V.M. Baronkin, T.C. Tozer // Wireless Communications, IEEE Transactions on. – 2004. – Vol. 3, No 5. – P. 1711–1720.
24. Channel Estimation & Equalization for WiMAX. Application notes 434. – ALTERA corporation, version 1.1. – 2007.
25. Ханова А.А. Интерполяция функций: метод. пособие для студентов Института информационных технологий и коммуникаций / А.А. Ханова. – Астрахань: Изд-во АГТУ, 2001. – 27 с.
26. Andrews Jeffrey G. Fundamentals of WiMax: understanding broadband wireless networking / Jeffrey G. Andrews, Arunabha Ghosh, Rias Muhamed. – 2007. – 439 p.
27. Каплун Д. Банк цифровых фильтров / Д. Каплун, И. Канатов, Л. Азаренков // Компоненты и Технологии. – 2007. – №. 10. – С. 156–161.
28. Beyond OFDM: Best-Effort Dynamic Spectrum Access Using Filterbank Multicarrier / S. Premnath [et al.] // IEEE/ACM Transactions on Networking. – 2013. – Vol. 21, No. 3.
29. Farhang-Boroujeny B. OFDM Versus Filter Bank Multicarrier / B. Farhang-Boroujeny // IEEE Signal Processing Magazine. – 2011. – Vol. 28, No 3. – P. 92–112.
30. Siohan P. Cosine-modulated filterbanks based on extended Gaussian functions / P. Siohan, C. Roche // IEEE Transactions on signal processing. – 2000. – Vol. 48, No 11. – P. 3052–3061.
31. Siohan P. Analysis and design of OFDM/OQAM systems based on filterbank theory / P. Siohan, C. Siclet, N. Lacaille // IEEE transactions on signal processing. – 2002. – Vol. 50, No 5. – P. 1170–1183.

32. Javaudin J.P. Pilot-aided channel estimation for OFDM/OQAM / J.P. Javaudin, D. Lacroix, A. Rouxel // VTC 2003-Spring. The 57th IEEE Semiannual: Vehicular Technology Conference, IEEE, 2003. — 2003. — Vol. 3. — P. 1581–1585.
33. He X. A pilot-aided channel estimation method for FBMC/OQAM communications system / X. He, Z. Zhao, H. Zhang // Communications and Information Technologies (ISCIT): International Symposium on, IEEE. — 2012. — P. 175–180.
34. Non-orthogonal multiple access in a downlink multiuser beamforming system / B. Kim [et al.] // Military Communications Conference, MILCOM 2013–2013 IEEE. — IEEE, 2013. — C. 1278–1283.
35. Saito Y. System-level performance evaluation of downlink non-orthogonal multiple access (NOMA) / Y. Saito // Personal Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC): IEEE 24th International Symposium on. — 2013. — P. 611–615.
36. Saito Y. Non-orthogonal multiple access (NOMA) for cellular future radio access / Y. Saito // Vehicular Technology Conference (VTC Spring), 2013 IEEE 77th. — 2013. — P. 1–5.
37. Крюков Я.В. Метод неортогонального множественного доступа / Я.В. Крюков, А.Я. Демидов, Д.А. Покаместов // СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии: материалы XXVI Международ. Крымской конф. — 2016. — Т. 4. — С. 658–665.
38. Ding Z. On the performance of non-orthogonal multiple access in 5G systems with randomly deployed users / Z. Ding // IEEE Signal Processing Letters. — 2014. — Vol. 21, No 12. — P. 1501–1505.
39. Cover T. Broadcast channels / T. Cover // IEEE Trans. Inf. Theory. — 1972. — Vol. 18, No 1. — P. 2–14.
40. Benjebbour A. Concept and practical considerations of non-orthogonal multiple access (NOMA) for future radio access / A. Benjebbour, Y. Saito, Y. Kishiyama [et al] // Proc. Int. Symp. Intelligent Signal Process. Commun. Syst. (ISPACS). — 2013. — P. 770–774.
41. Tse D. Fundamentals of Wireless Communication / D. Tse, P. Vis-wanath. — The UK: Cambridge University Press. — 2005.
42. Dai L. Non-orthogonal multiple access for 5G: solutions, challenges, opportunities, and future research trends / L. Dai // IEEE Communications Magazine. — 2015. — Vol. 53. — No 9. — P. 74–81.
43. Yan C. Receiver design for downlink non-orthogonal multiple access (NOMA) / C. Yan // Vehicular Technology Conference (VTC Spring), 2015 IEEE 81st. — 2015. — P. 1–6.
44. Saito K. Performance and design of SIC receiver for downlink NOMA with openloop SU-MIMO / K. Saito // Communication Workshop (ICCW), 2015 IEEE International Conference on. — 2015. — P. 1161–1165.
45. Shannon C.E. Communication in the presence of noise / C.E. Shannon // Proceedings of the IRE. — 1949. — Vol. 37, No 1. — P. 10–21.
46. Писсанецки С. Технология разреженных матриц / С. Писсанецки. — М.: Мир, 1988. — 410 с.
47. Тьюарсон Р. Разреженные матрицы: пер. с англ. / Р. Тьюарсон; под ред. Э.М. Пейсаховича. — М.: Мир, 1977. — 190 с.
48. Alvarado F.L. A note on sorting sparse matrices / F.L. Alvarado // Proceedings of the IEEE. — 1979. — Vol. 67, No 9. — P. 1362–1363.

49. Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ: пер. с англ. / Д. Кнут; под ред. Баяковского и Штаркмана. – Т. 3. Сортировка и поиск. – М.: Мир, 1978. – 840 с.
50. Gustavson F.G. Some basic techniques for solving sparse systems of linear equations / F.G. Gustavson // Sparse matrices and their applications. – USA: Springer, 1972. – P. 41–52.
51. Rheinboldt W.C. Programs for the solution of large sparse matrix problems based on the arc-graph structure / W.C. Rheinboldt, C.K. Mesztenyi. – USA: University of Maryland, 1973. – 452 p.
52. Sherman A.H. On the efficient solution of sparse systems of linear and nonlinear equations / A.H. Sherman. – Yale., 1975. – 207 p.
53. Лекции по теории графов / В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.И. Сарванов [и др.] – М.: Наука, 1990. – 384 с.
54. Tanner R.M. A Recursive Approach to Low-Complexity Codes / R.M. Tanner // IEEE Trans. on Information Theory. – 1981. – Vol. 27, No 5. – P. 533–547.
55. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение: пер. с англ. / Р. Морелос-Сарагоса; под ред. В. Б. Афанасьева. – М.: Техносфера, 2006. – 320 с.
56. Золотарёв В.В. Помехоустойчивое кодирование. Методы и алгоритмы. Справочник / В.В. Золотарёв, Г.В. Овечкин. – М.: Горячая линия–Телеком, 2004. – 126 с.
57. Golay M.J.E. Notes on digital coding / M.J.E. Golay // Proceedings of the Institute of Radio Engineers. – 1949. – Vol. 37, No 6. – P. 657–657.
58. Muller D.E. Application of Boolean algebra to switching circuit design and to error detection / D.E. Muller // Transactions of the IRE Professional Group on Electronic Computers. – 1954. – No. 3. – P. 6–12.
59. Bose R.C. On a class of error correcting binary group codes / R.C. Bose, D.K. Bose Ray-Chaudhuri // Information and control. – 1960. – Vol. 3, No 1. – P. 68–79.
60. Reed I.S. Polynomial codes over certain finite fields / I.S. Reed, G. Solomon // Journal of the society for industrial and applied mathematics. – 1960. – Vol. 8, No. 2. – P. 300–304.
61. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение поиска: пер. с англ. / Б. Скляр; под ред. А.В. Назаренко. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1114 с.
62. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике: пер. с англ. / К. Шеннон; под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова. – М.: Издательство иностранной литературы, 1963. – 832 с.
63. MacKay D.J.C. Good error-correcting codes based on very sparse matrices / D.J.C. MacKay // IEEE transactions on Information Theory. – 1999. – Vol. 45, No 2. – P. 399–431.
64. MacKay D.J.C. Near Shannon limit performance of low density parity check codes / D.J.C. MacKay, R.M. Neal // Electronics letters. – 1996. – Vol. 32, No 18. – P. 1645–1646.

65. Richardson T.J. Design of capacity-approaching irregular low-density parity-check codes / T.J. Richardson, M.A. Shokrollahi, R.L. Urbanke // *IEEE transactions on information theory*. – 2001. – Vol. 47. – No 2. – P. 619–637.
66. Дворкович В.П. Цифровые видеотелекоммуникационные системы (теория и практика) / В.П. Дворкович, А.В. Дворкович. – М.: Техносфера, 2012. – 1009 с.
67. MacKay D.J.C. Information theory, inference and learning algorithms / D.J.C. MacKay. – Cambridge university press, 2003. – 640 p.
68. ETSI EN 302 307-1 V.1.4.1. Digital Video Broadcasting (DVB); Second generation framing structure, channel coding and modulation systems for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other broadband satellite applications (DVB-S2) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://www.etsi.org/deliver/etsi\\_en/302300\\_302399/30230701/01.04.01\\_20/en\\_30230701v010401a.pdf](http://www.etsi.org/deliver/etsi_en/302300_302399/30230701/01.04.01_20/en_30230701v010401a.pdf) (дата обращения: 18.11.2016).
69. Кравченко А.Н. Методы и аппаратура кодирования и декодирования систематического нерегулярного кода повторения-накопления (IRA) для DVB-S2 и DVB-T2 демодуляторов / А.Н. Кравченко // *Цифровая обработка сигналов*. – 2009. – №. 4. – С. 41–47.
70. Кравченко А. Н. Снижение сложности декодирования низкоплотностного кода / А.Н. Кравченко // *Цифровая обработка сигналов*. – 2010. – №. 2. – С. 35–41.
71. Костюков А.И. Сравнение методов помехоустойчивого кодирования в беспроводных системах связи. Моделирование и анализ кодирования с низкой плотностью проверок на четность (LDPC) / А.И. Костюков, Д.А. Покаместов // *Научная сессия ТУСУР–2016: материалы Всерос. науч.-техн. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых*. – Томск: В-Спектр, 2016. – С. 256–259.
72. Формирование и обработка сигналов множественного доступа с разреженным кодом / Д.А. Покаместов, А.Я. Демидов, Я.В. Крюков [и др.] // *Электросвязь*. – 2016. – № 10. – С. 56–61.
73. Оценка сдвига частоты для процедуры Initial Ranging в системе «мобильный WiMax» / Д.Ю. Майков [и др.] // *Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники*. – 2011. – №. 2–1 (24).
74. Hanzo L.L. OFDM and MC-CDMA: a primer / L.L. Hanzo T. Keller. – John Wiley & Sons, 2007. – 410 p.
75. Hara S. Design and performance of multicarrier CDMA system in frequency-selective Rayleigh fading channels / S. Hara, R. Prasad // *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*. – 1999. – Vol. 48, No. 5. – P. 1584–1595.
76. Nathan Y. Multi-carrier CDMA in indoor wireless radio networks / Y. Nathan, J.P. Linnartz, G. Fettweis // *IEICE Transactions on Communications*. – 1994. – Vol. 77, No 7. – P. 900–904.
77. Hoshyar R. Novel low-density signature for synchronous CDMA systems over AWGN channel / R. Hoshyar, F.P. Wathan, R. Tafazolli // *Signal Processing, IEEE Transactions on*. – 2008. – Vol. 56, No. 4. – P. 1616–1626.
78. Van De Beek J. Multiple access with low-density signatures / J. Van De Beek, B.M. Popovic // *Global Telecommunications Conference, 2009. GLOBECOM 2009*. – IEEE, 2009. – P. 1–6.

79. Nikopour H. Sparse code multiple access / H. Nikopour, H. Ba-ligh // Personal Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC), 2013 IEEE 24th International Symposium on. – IEEE, 2013. – P. 332–336.

80. Five disruptive technology directions for 5G / Boccardi F. [et al.] // Communications Magazine, IEEE. – 2014. – Vol. 52, No 2. – P. 74–80.

81. Deliverable D8.4. METIS final project report. Project Name: Mobile and wireless communications Enablers for the Twenty-twenty Information Society (METIS) [Электронный ресурс]: Seventh Framework Programme: Document Number: ICT-317669-METIS/D8.4. – Режим доступа: [https://metis2020.com/wp-content/uploads/deliverables/METIS\\_D8.4\\_v1.pdf](https://metis2020.com/wp-content/uploads/deliverables/METIS_D8.4_v1.pdf) (дата обращения: 16.04.2017).

82. Recommendation ITU-R M.2083-0 // IMT Vision – Framework and overall objectives of the future development of IMT for 2020 and beyond [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.itu.int/rec/R-REC-M.2083-0-201509-I/en> (дата обращения: 06.09.2018).

83. Alexiou A. 5G Vision, Enablers and Challenges for the Wireless Future / A. Alexiou, P. Demestichas, A. Georgakopoulos // Outlook visions and research directions for the Wireless World. – 2015. – Vol. 0.1, No 16.

84. Kschischang F.R. Factor graphs and the sum-product algorithm / F.R. Kschischang, B.J. Frey, H.A. Loeliger // Information Theory, IEEE Transactions on. – 2001. – Vol. 47, No 2. – P. 498–519.

85. Hoshyar R., Razavi R., Al-Imari M. LDS-OFDM an efficient multiple access technique / R. Hoshyar, R. Razavi, M. Al-Imari // Vehicular Technology Conference (VTC 2010-Spring), 2010 IEEE 71st. – IEEE, 2010. – P. 1–5.

Учебное издание

## **СИСТЕМЫ РАДИОСВЯЗИ И РАДИОДОСТУПА**

Учебное пособие

Подписано в печать 22.11.18. Формат 60x84/16.

Усл. печ. л. 6,1. Тираж 100 экз. Заказ 474.

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники  
634050, г. Томск, пр. Ленина, 40. Тел. (3822) 53-30-18.