

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

Д.В. Озеркин

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ И НАДЕЖНОСТИ
РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ**

Методические указания для лабораторных работ
по дисциплине «Теоретические основы конструирования и надежности
радиоэлектронных средств»,
для направления подготовки
11.03.03 Конструирование и технология электронных средств

Томск
2022

УДК 621.3.019.3

ББК 381я73-5

О-46

Рецензент:

Кривин Н. Н., и.о. заведующего кафедрой конструирования и производства радиоаппаратуры, канд. техн. наук

Озеркин, Денис Витальевич

О-46 Теоретические основы конструирования и надежности радиоэлектронных средств : Методические указания для лабораторных работ по дисциплине «Теоретические основы конструирования и надежности радиоэлектронных средств» для направления подготовки 11.03.03 «Конструирование и технология электронных средств» / Д. В. Озеркин. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2022. – 43 с.

В настоящих методических указаниях для выполнения лабораторных работ по дисциплине «Теоретические основы конструирования и надежности радиоэлектронных средств» основными «инструментами» для выполнения лабораторных работ выступают программа автоматизированных математических расчетов MathCAD и программа схемотехнического моделирования MicroCAP.

Методические указания предназначены для бакалавров направлений подготовки 11.03.03 «Конструирование и технология электронных средств».

Одобрено на заседании кафедры РЭТЭМ протокол № 78 от 16.02.2022.

УДК 621.3.019.3

ББК 381я73-5

© Озеркин Д. В., 2022

© Томск. гос. ун-т систем упр.
и радиоэлектроники

СОДЕРЖАНИЕ

НАЗНАЧЕНИЕ МЕТОДИЧЕСКИХ УКАЗАНИЙ	4
1 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1 – СТАТИСТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПАРАМЕТРОВ РЭА ПО МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО	6
1.1 Цель работы.....	6
1.2 Порядок выполнения работы.....	6
1.3 Постановка задачи статистического анализа элементов на ЭВМ.....	6
1.4 Пример статистического анализа по методу Монте-Карло.....	13
1.5 Лабораторное задание	23
1.6 Контрольные вопросы	24
1.7 Варианты заданий	25
2 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2 – ПОЛНЫЙ ФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПРИ АНАЛИЗЕ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ.....	27
2.1 Цель работы.....	27
2.2 Порядок выполнения работы.....	27
2.3 Основные понятия планирования эксперимента	27
2.4 Пример факторного эксперимента в исследовании активного фильтра низких частот	33
2.5 Лабораторное задание	40
2.6 Контрольные вопросы	40
2.7 Варианты заданий	41
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	43

Назначение методических указаний

Рост требований к надежности создаваемых электронных систем обусловлен их совершенствованием (усложнением выполняемых функций в связи с решением принципиально новых задач, снижением относительных производственных и эксплуатационных затрат). Проблема надежности воспринимается тем острее, чем больший урон (экономический, политический, моральный) может быть причинен потерей работоспособности устройства или системы.

Борьба за безотказность электронного оборудования требует такой организации процесса его создания, при которой надежность радиоэлектронной аппаратуры (РЭА) закладывается уже на ранних этапах проектирования. Потенциально дефектные элементы также должны выявляться на ранних стадиях реализации или испытаний электронных систем.

Поскольку перспективные радиоэлектронные комплексы должны гарантировать работоспособность в течение длительного времени, традиционные методы непосредственных испытаний и нормирования надежности показателей РЭА и комплектующих ее изделий становятся не только чрезмерно трудоемкими и дорогими, но и бесперспективными из-за низкой достоверности результатов, большой длительности испытаний, запаздывания информации. Отсюда – целесообразность применения различных методов моделирования и, прежде всего, – схемотехнического метода. Традиционные статистические подходы при этом остаются необходимыми для обработки информации о результатах моделирования, ускоренных испытаний, отбраковки и анализа показателей. Правильная классификация экспериментальных данных о компонентах надежности РЭА позволяет также эффективно применять аппарат статистической теории и теории планирования эксперимента для прогностического моделирования РЭА новых поколений.

В настоящих методических указаниях предполагается для целей моделирования использовать два широко распространенных программных комплекса:

- математическое моделирование осуществляется системой MathCAD;
- схемотехническое моделирование – системой MicroCAP.

Совместное использование программных комплексов позволяет полнее представить изучаемый аспект теории надежности за счет различных языков описания объекта моделирования.

Программа MathCAD – наиболее популярное математическое приложение, в отличие от большинства других построено в соответствии с принципом WYSIWYG («What You See Is What You Get - Что Вы видите, то и получите»). Достаточно просто вводить математические выражения с помощью встроенного редактора формул, причем в виде, максимально приближенном к общепринятому, и тут же получать результат.

Выбор программы схемотехнического моделирования MicroCAP также не случаен. К основным достоинствам программного продукта в плане его использования в лабораторных работах следует отнести:

- минимальные аппаратные требования к ЭВМ – программа гарантированно работает даже на компьютерах с процессором Pentium первого поколения;
- исключительно схемотехническая направленность программы, ее сбалансированность для целей настоящего лабораторного практикума.

Почти все другие программные продукты схемотехнического моделирования (DesignLab, OrCAD, MultiSim) обладают еще возможностями топологического проектирования, что в данном случае можно считать недостатком. Такие программные комплексы гораздо сложнее в освоении студентами и требовательнее к аппаратным ресурсам.

Основное назначение методических указаний – изучение методов статистического анализа и планирования эксперимента как эффективных способов для анализа отказов радиоаппаратуры в теории надежности. Кроме этого, методические указания способ-

ствуется приобретению студентами направления 11.03.03 серьезных навыков в построении математических моделей и в схемотехническом моделировании.

Лабораторная работа №1 – Статистические исследования производственных погрешностей параметров РЭА по методу Монте-Карло

1.1 Цель работы

В ходе выполнения настоящей работы предусматривается:

- 1) изучение статистического метода исследования по Монте-Карло;
- 2) знакомство со способами задания случайных величин в программах MathCAD и MicroCAP;
- 3) приобретение навыков построения гистограмм распределения случайных величин;
- 4) знакомство с некоторыми свойствами нормального закона распределения случайных величин.

1.2 Порядок выполнения работы

1. Изучить методические указания к лабораторной работе.
2. Письменно, в отчете по лабораторной работе ответить на контрольные вопросы.
3. Внимательно ознакомиться с методическим примером, приведенным в пункте 1.4.
4. Выполнить лабораторное задание согласно варианту задания.
5. Сделать выводы по работе.

Внимание! Отчет по лабораторной работе в обязательном порядке должен содержать: схемы включения, графики зависимостей, все необходимые расчеты и их результаты, текстовые пояснения. На графиках в отчете должны присутствовать единицы измерения, масштаб, цена деления.

Отчет по лабораторной работе целесообразно выполнять на двойных тетрадных листках с целью облегчения построения графиков.

1.3 Постановка задачи статистического анализа элементов на ЭВМ

Метод статистического анализа элементов на ЭВМ имеет много общего с экспериментальными статистическими методами в расчетных соотношениях, применяемых для обработки выходных параметров. Основное различие этих методов заключается в способах задания случайных значений внутренним параметрам схемы.

При экспериментальном исследовании образцов схем, построенных на дискретных компонентах, корреляционные связи существуют в основном между внутренними параметрами, относящимися к комплектующим приборам (диодам, транзисторам). Их учитывают автоматически при изготовлении образцов схем. Если, например, параметр τ транзистора имеет корреляционную связь с параметром B , то при установке в экспериментальные схемы разных образцов транзисторов и измерении их параметров эта связь будет учтена, так как транзистор представляет собой единый прибор. При машинных методах статистического анализа схем внутренние корреляционные связи необходимо учитывать при задании набора значений для очередного варианта расчета параметров выходных сигналов. Исходные данные для статистической обработки требуют проведе-

ния N вариантов расчета выходных параметров. Для каждого из вариантов необходим набор значений внутренних параметров x_i , представляющих собой случайные величины. Законы распределения случайных величин должны соответствовать законам распределения внутренних параметров как по форме, так и по числовым характеристикам.

Многовариантный статистический анализ схемы возможен при наличии сведений о законах распределения и взаимных корреляционных связях внутренних параметров. Эти сведения можно получить путем достаточно большого количества измерений параметров изготовленных дискретных или интегральных компонентов. При идентичной технологии и условиях производства статистические сведения о параметрах компонентов могут быть распространены на обширные группы схем, построенных на этих компонентах.

Количественная оценка отклонений выходных параметров за счет изменений внутренних и внешних параметров может быть проведена на основе соотношения, показывающего зависимость j -ого выходного параметра y_j :

$$y_j = f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n; q_1, \dots, q_k, \dots, q_m), \quad (1.1)$$

где x_i – значения внутренних параметров; q_k – значения дестабилизирующих (внешних) факторов.

Если зависимость (1.1) известна, то, воспользовавшись разложением в ряд Тейлора с точностью до первых членов, получим:

$$\begin{aligned} \Delta y_i = & \sum_{i=1}^n \frac{\partial f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n; q_1, \dots, q_k, \dots, q_m)}{\partial x_i} \Delta x_i + \\ & + \sum_{k=1}^m \frac{\partial f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n; q_1, \dots, q_k, \dots, q_m)}{\partial q_k} \Delta q_k. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Для практических применений более удобны безразмерные относительные величины, т.е.:

$$\begin{aligned} \delta y_i = \frac{\Delta y_j}{y_{j0}} = & \sum_{i=1}^n \frac{\partial f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n; q_1, \dots, q_k, \dots, q_m)}{\partial x_i} \times \\ & \times \frac{x_{i0}}{f(x_{10}, \dots, x_{i0}, \dots, x_{n0}; q_{10}, \dots, q_{k0}, \dots, q_{m0})} \cdot \frac{\Delta x_i}{x_{i0}} + \\ & + \sum_{k=1}^m \frac{\partial f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n; q_1, \dots, q_k, \dots, q_m)}{\partial q_k} \times \\ & \times \frac{q_{k0}}{f(x_{10}, \dots, x_{i0}, \dots, x_{n0}; q_{10}, \dots, q_{k0}, \dots, q_{m0})} \cdot \frac{\Delta q_k}{q_{k0}}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

В (1.3) выходные, внутренние и внешние параметры представлены в виде безразмерных относительных величин $\delta y_j = \frac{\Delta y_j}{y_{j0}}$; $\delta x_i = \frac{\Delta x_i}{x_{i0}}$; $\delta q_k = \frac{\Delta q_k}{q_{k0}}$. Коэффициенты, стоя-

щие перед абсолютными Δx_i и Δq_k и относительными δx_i и δq_k отклонениями, характеризуют степень влияния отклонений соответствующего параметра x_i или q_k на изменение j -ого выходного параметра.

Величины A_{ji} , A_{jk} и B_{ji} , B_{jk} называют соответственно абсолютными и относительными коэффициентами чувствительности. Например, B_{ji} – относительный коэффициент чувствительности j -ого выходного параметра от i -ого внутреннего параметра:

$$A_{ji} = \frac{\partial f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n; q_1, \dots, q_k, \dots, q_m)}{\partial x_i}; \quad (1.4)$$

$$A_{jk} = \frac{\partial f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n; q_1, \dots, q_k, \dots, q_m)}{\partial q_k}; \quad (1.4a)$$

$$B_{ji} = A_{ji} \frac{x_{i0}}{f(x_{10}, \dots, x_{i0}, \dots, x_{n0}; q_{10}, \dots, q_{k0}, \dots, q_{m0})}; \quad (1.5)$$

$$B_{jk} = A_{jk} \frac{q_{k0}}{f(x_{10}, \dots, x_{i0}, \dots, x_{n0}; q_{10}, \dots, q_{k0}, \dots, q_{m0})}. \quad (1.5a)$$

Зависимости (1.2), как правило, нелинейны. Поэтому применение метода квадратичного суммирования для вычисления среднеквадратического отклонения выходного параметра допустимо лишь при условии достаточной малости Δx_i . В рамках аналитического вероятностного метода трудно получить ответ на вопрос о том, какие Δx_i можно считать достаточно малыми. Казалось бы, что этот вопрос легко решить, оценивая члены второго порядка в разложении (1.2) в ряд Тейлора. Однако такая оценка практически возможна лишь в случаях, когда зависимость (1.2) задана в аналитическом виде. Чаще инженер не имеет аналитических выражений и получает коэффициенты влияния с помощью экспериментальных методов анализа чувствительности. Например, чтобы показать, какими могут быть погрешности применения (1.2) к анализу нелинейных электронных схем, были определены выходные параметры схемы инвертора для двух вариантов, различавшихся значениями $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. В каждом варианте анализ проводился на основе нелинейной математической модели схемы в виде системы дифференциальных уравнений и упрощенной линейной математической модели в виде (1.2), полученной после анализа чувствительности схемы. При случайном задании \mathbf{X} в пределах 20-процентных отклонений от $\mathbf{X}_{\text{ном}} = (x_{1\text{ном}}, x_{2\text{ном}}, \dots, x_{n\text{ном}})$ получены расхождения $\Delta y_j = y_j - y_{j\text{ном}}$ в нелинейной и линейной моделях, достигающие для некоторых y_j сотен процентов.

Следовательно, линеаризация (1.2) – главный и решающий недостаток аналитического вероятностного метода. Кроме того, в этом методе оценка вероятности выполнения условий работоспособности просто решается лишь при допущении о том, что законы распределения выходных параметров нормальные. Если обозначить совокупность технических требований вектором $\mathbf{TT} = TT_1, TT_2, \dots, TT_m$, то вероятность P выполнения условия работоспособности типа $y_j < TT_j$ (уменьшение значения параметра соответствует улучшению свойств элемента) определяется так:

$$P(y_j < TT_j) = \Phi \left[\frac{(TT_j - M_j)}{\sigma_j} \right] + 0.5,$$

где Φ – функция Лапласа (интеграл вероятностей).

Как можно видеть, машинное проектирование требует пересмотра основ расчетных методов, поскольку методы, ориентированные на ручные вычисления, как правило, не обеспечивают необходимой точности и имеют заметные ограничения на области их применения. Очевидно, что по указанным выше причинам основу статистического анализа нелинейных электронных схем на ЭВМ не могут составить аналитические вероятностные методы.

Отказ от линеаризации математической модели схемы (ММС) означает, что связь y_j с x_i и q_k дается системой дифференциальных:

$$\frac{dV}{dt} = f(V, t),$$

или алгебраических уравнений:

$$\mathbf{f}(\mathbf{V}) = 0,$$

где \mathbf{V} – вектор переменных состояния; t – время.

Таким образом, основным методом статистического анализа схем должен быть метод Монте-Карло (метод статистических испытаний) [6], а аналитические вероятностные методы могут применяться только как вспомогательные.

Постановка задачи статистического анализа электронных схем на ЭВМ рождает, например, такие проблемы: 1) повышение точности и полноты исходных статистических сведений о параметрах компонентов; 2) реализация метода Монте-Карло на ЭВМ.

Сложность решения первой из этих проблем обуславливается большим объемом необходимых исходных статистических сведений, неодинаковостью законов распределения разнотипных параметров компонентов, нестабильностью числовых характеристик этих распределений в процессе производства. В случае интегральных схем объем исходной информации значительно возрастает из-за возникновения заметных корреляционных связей между параметрами всех компонентов, расположенных на единой подложке. Теснота корреляционной связи зависит от характера размещения компонентов на подложке, и, следовательно, матрица вторых моментов распределения n -мерного случайного вектора параметров компонентов не может стать известной до выполнения этапа проектирования топологических схем. Получение статистических сведений о параметрах компонентов происходит путем измерения параметров у партии приборов. Естественно, что ранее накопленные сведения широко используют при расчетах новых схем, если технология изготовления и условия отбраковки компонентов остаются неизменными. В противном случае необходимо заново выполнить измерения и произвести обработку результатов этих измерений.

Схема вычислений при использовании метода Монте-Карло довольно проста и включает в себя следующие процедуры:

1. Реализация случайного вектора \mathbf{X} , т.е. выработка случайных значений параметров компонентов x_i , в соответствии с их законами распределения.
2. Одновариантный анализ схемы при полученной реализации \mathbf{X} (при этом определяется реализация вектора выходных параметров \mathbf{Y}).
3. Обработка результатов выполненного испытания.
4. Если $l \leq N$, то переход к оператору l (здесь l – номер следующего испытания, N – заданное количество испытаний).
5. Обработка результатов N испытаний.

Специфичными для статистического анализа являются алгоритмы процедур 1, 3 и 5. Наряду с разработкой этих алгоритмов необходимо решить вопросы, связанные с определением значений внешних параметров q_k в процессе статистических испытаний, с выбором количества испытаний N и с построением алгоритмов статистической обработки результатов измерения параметров компонентов.

Различие между внутренними и внешними параметрами при статистическом анализе проявляется, прежде всего, в том, что внутренние параметры x_i – случайные величины, законы распределения которых принципиально могут быть известны при проектировании схемы, а внешние параметры q_k не могут рассматриваться как случайные величины с заданными законами распределения. Действительно, экземпляр схемы при конкретных значениях x_i должен быть признан негодным, если он не удовлетворяет техническим требованиям хотя бы на узких участках, оговоренных в ТЗ диапазонов изменения внешних параметров. Отсюда очевидно, что если влияние разброса x_i на рассеяние y_j целесообразно исследовать вероятностными методами, то влияние нестабильности q_k необходимо учитывать по методу наихудшего случая.

Таким образом, указанная выше схема вычислений по методу Монте-Карло должна быть дополнена предварительной процедурой определения тяжелых режимов. В тяжелом режиме все внутренние параметры имеют номинальные значения, т.е. $x_i = x_{iном}$, а внешние параметры выбраны из условий наихудшего для некоторого y_j случая. Очевидно, что количество тяжелых режимов не превышает количества m условий работоспособности и может быть заметно меньше m при совпадении тяжелых режимов нескольких выходных параметров. Определяют тяжелые режимы путем анализа чувстви-

тельности выходных параметров к изменениям внешних параметров. При этом предполагают монотонность зависимостей y_j от q_k .

Определение числа N необходимых испытаний является важным вопросом, так как от N зависят затраты машинного времени и погрешности анализа. Для большинства схем значение N находится в диапазоне 50...200. Поэтому задача сводится к выяснению погрешностей результатов статистического анализа при заданном N . Используя способы оценки погрешностей метода Монте-Карло, указанные, например, в [6], можно подсчитать, что с доверительной вероятностью $\gamma = 0.9...0.95$ погрешность оценки математического ожидания выходного параметра будет находиться в пределах примерно $\pm(12...24)\%$, а погрешность оценки среднеквадратичного отклонения – приблизительно в пределах $\pm(10...23)\%$ от величины выборочного среднеквадратичного отклонения, если $N = 50...200$.

При большом количестве неодинаковых тяжелых режимов статистический анализ должен производиться многократно. Статистический анализ в целом ряде отображающих точек (ОТ) пространства параметров компонентов (имеется в виду, что оси координат пространства соответствуют номинальным значениям параметров компонентов) требуется также при реализации некоторых алгоритмов оптимизации электронных схем.

Пусть δ_j и γ_j – разные характеристики рассеяния одного и того же выходного параметра в пространстве параметров компонентов (отношение δ_j к γ_j , будет более стабильным, чем сами характеристики δ_j и γ_j) и δ_j более точно характеризует рассеяние, но оценка δ_j требует большего объема вычислений, чем γ_j . Тогда в некоторой отображающей точке l рассчитываются $\delta_j^{(l)}$ и $\gamma_j^{(l)}$, и определяется коэффициент $\beta_j^{(l)} = \frac{\delta_j^{(l)}}{\gamma_j^{(l)}}$. В лю-

бой другой отображающей точке r вычисляется только $\gamma_j^{(r)}$, поскольку при допущении $\beta_j^{(r)} = \beta_j^{(l)}$ оценка $\delta_j^{(r)}$ получается по формуле:

$$\delta_j^{(r)} = \beta_j^{(l)} \gamma_j^{(r)}. \quad (1.6)$$

В качестве δ_j , удобно иметь величину $\delta_j = y_{gj} - y_{j\text{ном}}$, где y_{gj} – g -процентиль распределения y_j ; y_{gj} – находится в исходной ОТ по методу Монте-Карло.

Под γ_j можно понимать величину:

$$\gamma_j = y_j(\mathbf{X}_{\text{ном}} \pm k\Delta\mathbf{X}_{\text{max}}) - y_{j\text{ном}},$$

где $y_j(\mathbf{X}_{\text{ном}} \pm k\Delta\mathbf{X}_{\text{max}})$ – значение y_j , найденное при отклонении всех x_i от номинальных значений на $k\Delta x_{i\text{max}}$ в сторону, определяемую по правилам наихудшего случая (здесь $0 < k \leq 1$, $\Delta x_{i\text{max}}$ – половина поля допуска параметра x_i). Для определения γ_j , если считать, что все m выходных параметров имеют одностороннее ограничение по ТЗ, требуется m вариантов анализа работы схемы, т.е. заметно меньше, чем при статистическом анализе по методу Монте-Карло. При этом необходимо также принять допущение $\text{sign } A_{ji} = \text{const}$ во всех отображающих точках, так как отклонение x_i на величины $k\Delta x_{i\text{max}}$ производится исходя из знания знаков коэффициентов влияния, определенных в начальной l -й точке.

Из допущений $\beta_j = \text{const}$ и $\text{sign } A_{ji} = \text{const}$ важнее первое. Приближенная оценка погрешности, обусловливаемой применением (1.6), может быть выполнена, если справедлива линеаризация зависимости (1.2) и параметры компонентов являются независимыми случайными величинами, распределенными по нормальному закону.

Тогда $\delta_j = y_{j_ном} \sqrt{\sum_{i=1}^n (B_{ji} \delta_i)^2}$ (где B_{ji} – относительный коэффициент влияния x_i на y_j) и $\delta_i = \frac{(x_{ig} - x_{i_ном})}{x_{i_ном}}$ (где x_{ig} – квантиль порядка g распределения x_i). Обозначим $\alpha_{ji} =$

$|B_{ji}\delta_i|$ и $k_{ji} = \frac{\alpha_{ji}}{\max_{i \in [1;n]} \alpha_{ji}}$. Относительное отклонение выходного параметра вычисляется

по формуле:

$$\delta y_{j\max} = \sum_{i=1}^n |B_{ji}\delta x_{i\max}|, \quad (1.7)$$

где $\delta y_{j\max}$ и $\delta x_{i\max}$ – максимальные относительные отклонения j -ого выходного параметра и i -ого внутреннего параметра, соответственно.

Из (1.7) имеем $\gamma_j = y_{j\text{-ном}} \sum_{i=1}^n \alpha_{ji}$, тогда:

$$\beta_j = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n \alpha_{ji}^2}}{\sum_{i=1}^n \alpha_{ji}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n k_{ji}^2}}{\sum_{i=1}^n k_{ji}}. \quad (1.8)$$

Минимум β_j при заданном n достигается при одинаковых α_{ji} , т.е. при $k_{ji} = 1$ для всех i (при этом $\beta_j = \frac{1}{\sqrt{n}}$).

Формула (1.8) позволяет оценить β_j для разных ОТ, если известны коэффициенты влияния в этих точках. Априорная оценка величины и стабильности β_j может быть выполнена только при наличии достаточно подробных статистических сведений о характере изменений B_{ji} в пространстве параметров компонентов для того или иного класса электронных схем.

Сложность алгоритма выработки псевдослучайных значений параметров компонентов x_i обуславливается разнообразием законов распределения и коррелированностью x_i . При этом целесообразно разделить алгоритм на два блока. Первый блок выполняется при обработке результатов измерений параметров, его назначение – вычисление параметров преобразования $\mathbf{X} = \mathbf{X}(\mathbf{Z})$ и определение числовых характеристик n -мерного случайного вектора \mathbf{Z} , имеющего нормальное распределение (здесь \mathbf{X} – n -мерный случайный вектор параметров компонентов). Второй блок реализуется непосредственно в программе статистического анализа, его назначение – выработка псевдослучайных значений нормально распределенных элементов вектора \mathbf{Z} с последующим их пересчетом в значения элементов вектора \mathbf{X} .

Определение составляющих нормально распределенного вектора. Пусть x и z – непрерывные случайные величины, связанные взаимно однозначным соотношением $z = z(x)$, имеющие плотности распределения ϕ_z и ϕ_x соответственно, причем

$$\phi_z(z) = \frac{1}{\sigma_z \sqrt{2\pi}} \exp\left[-0.5 \frac{(z - M_z)^2}{\sigma_z^2}\right], \text{ где } M_z \text{ и } \sigma_z \text{ – математическое ожидание и средне-}$$

квадратичное отклонение величины z . Тогда из [7] имеем:

$$\phi_z(z)dz = \phi_x[x(z)]dx. \quad (1.9)$$

Далее запишем:

$$\int_{x_k}^{x_{k+1}} \phi_x(x)dx \approx W_k (x_{k+1} - x_k) = \frac{\Delta N_k}{N},$$

где ΔN_k и W_k – число попаданий и частота попадания в k -ый интервал гистограммы при измерении параметра x на партии компонентов из N штук. Но

$$\int_{z(x_k)}^{z(x_{k+1})} \phi_z(z)dz = \Phi(u_{k+1}) - \Phi(u_k), \text{ где } \Phi \text{ – интеграл вероятностей,}$$

$$u_k = \frac{[z(x_k) - M_z]}{\sigma_z}.$$

Поэтому $\Phi(u_{k+1}) - \Phi(u_k) = W_k(x_{k+1} - x_k)$. Отсюда алгоритм вычисления функции $z(x)$ в табулированном виде будет следующей:

1. Задаем $M_z = 0$, $\sigma_z = 1$; положим $\Phi(u_0) = -0.5$.
2. Начало цикла по параметру k с начальным значением $k = 1$.
3. Вычисляем $\Phi(u_k) = W_k(x_k - x_{k-1}) - \Phi(u_{k-1})$.
4. По таблице интеграла вероятностей определяем $z_k = u_k$.
5. Конец цикла.

Задание взаимно коррелированных параметров. Задание случайных значений взаимозависимым параметрам следует производить в соответствии с их условными распределениями. Математическое ожидание условного распределения величины z , имеющей корреляционную зависимость от x , определяют на основании уравнения регрессии z по x . В случае линейной корреляции уравнение регрессии z по x имеет вид:

$$M_{z_{\text{усл}}} = M_z + r_{zx} \frac{\sigma_z}{\sigma_x} (x - M_x), \quad (1.10)$$

где M_z и M_x – математические ожидания безусловных распределений, σ_z и σ_x – среднеквадратичные отклонения безусловных распределений; r_{zx} – коэффициент корреляции величин z и x ; $M_{z_{\text{усл}}}$ – математическое ожидание условного распределения величины z .

Это уравнение может быть применено и в случае нелинейных корреляционных зависимостей между внутренними параметрами. Имеющиеся в настоящее время статистические сведения о взаимной связи параметров транзисторов и диодов свидетельствуют о допустимости линейной аппроксимации без существенных погрешностей в результатах моделирования. Функция (1.10) является наилучшим линейным приближением к функции регрессии в смысле минимума среднеквадратичного отклонения величины z от линейной функции. При наличии нескольких коррелированных между собой случайных величин математические ожидания и среднеквадратичные отклонения условных распределений определяют по аналогичным формулам.

Определение числовых характеристик распределения выходных параметров. Для автоматического анализа выходных сигналов необходимо иметь унифицированную систему выходных параметров, отражающих с количественной стороны основные характеристики сигналов.

Определение численных значений выходных параметров целесообразно проводить так, чтобы иметь малые затраты машинного времени и не перегружать запоминающие устройства ЭВМ. В результате N вариантов расчета электронной схемы (метод Монте-Карло) получают ряд значений выходных параметров $y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_m$. Обработка результатов расчетов заключается в определении числовых характеристик совместного распределения выходных параметров:

$$\varphi(\mathbf{Y}) = \varphi(y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_m). \quad (1.11)$$

Случайные отклонения каждого из выходных параметров от своего номинального значения определяются совокупностью довольно большого количества случайных отклонений внутренних параметров. При этом максимально возможное по ТУ отклонение любого внутреннего параметра изменяет выходной параметр не более чем на величину среднеквадратичного отклонения. Поэтому центральная предельная теорема позволяет считать совместный закон распределения обобщенного n -мерного вектора нормальным. Составляющие этого вектора также имеют распределения, описываемые нормальным законом.

Если считать, что совместное распределение и распределения, составляющих подчиняются нормальному закону распределения, то определение числовых характеристик совместного распределения можно проводить в следующей последовательности.

Отыскание числовых характеристик распределений составляющих и в первую очередь следующих характеристик: а) выборочные средние значения параметров M_{yj} ; б) оценки среднеквадратичных отклонений σ_{yj} ; в) выборочные коэффициенты взаимной корреляции между выходными параметрами r_{jk} ; г) выборочные коэффициенты корреляции между выходными и внутренними параметрами r_{yx} .

Вычисления выборочных значений числовых характеристик распределений целесообразно производить при помощи следующих выражений:

$$M_{yj} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_{ji}; \quad (1.12)$$

$$\sigma_{yj}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N y_{ji}^2 - \frac{N}{N-1} M_{yj}^2; \quad (1.13)$$

$$r_{jk} = \frac{1}{\sigma_{yj}\sigma_{yk}} \left[\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N y_{ki}y_{ji} - \frac{N}{N-1} M_{yk}M_{yj} \right]; \quad (1.14)$$

$$r_{yx} = \frac{1}{\sigma_{yi}\sigma_{yl}} \left[\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N x_{li}y_{ji} - \frac{N}{N-1} M_{xl}M_{yj} \right], \quad (1.15)$$

где i – номер варианта моделирования; j, k – номера выходных параметров; l – номер внутреннего параметра.

1.4 Пример статистического анализа по методу Монте-Карло

Требуется провести статистический анализ по методу Монте-Карло активного фильтра низких частот (ФНЧ), типовая схема и идеализированная ЛАЧХ которого представлены на рисунке 1.1.

Предполагается, что партия электрорадиоэлементов $R_{OC} = 100$ кОм и $C_{OC} = 75$ нФ в условиях серийного производства имеет случайный 10% разброс своих значений от номинального. Разброс значений подчинен нормальному (гауссовскому) распределению, что обуславливает случайные значения выходных параметров ФНЧ: верхней частоты полосы пропускания f_B и коэффициента передачи K_U . Сопровиления резисторов $R_{КОР} = R_{ВХ} = 1$ кОм, коэффициент усиления ОУ $K_{U0} = 10^6$.

Необходимо построить гистограмму распределения верхней частоты полосы пропускания ФНЧ по результатам измерений на партии из $N = 100$ штук ЭРЭ R_{OC} и C_{OC} .

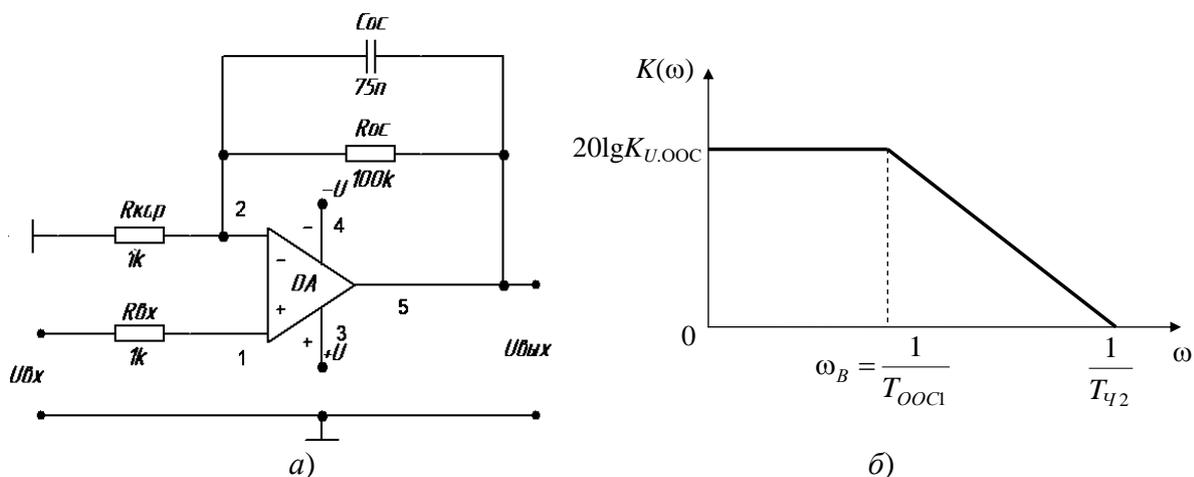


Рисунок 1.1 – Типовая схема ФНЧ (а) и его идеализированная ЛАЧХ (б)

Требуется также найти основные числовые характеристики полученного распределения.

Полоса пропускания активного ФНЧ лежит в диапазоне от 0 Гц до значения верхней частоты f_B : $[0; f_B]$. Верхняя частота полосы пропускания f_B определяется по уровню -3 дБ от максимального значения коэффициента передачи фильтра K_U . При проведении исследования применяется «правило трех сигма» [5]: имея уровень доверительной вероятности 99.7%, будем утверждать, что случайные величины R_{oc} и C_{oc} отклоняются от своего математического ожидания не более, чем на 3σ . Т.к. разброс значений R_{oc} и C_{oc} от номинального значения известен заранее ($\delta = 10\%$), можно вычислить среднеквадратичное отклонение нормального распределения:

$$\sigma_x = \frac{\delta\%}{100\%} \cdot \frac{M_x}{3},$$

где M_x – математическое ожидание случайной величины, в нашем случае равное номинальному значению величины R_{oc} или C_{oc} .

1 этап. Статистическое исследование по методу Монте-Карло в системе MathCAD.

Ниже представлен листинг (рисунок 1.2) первой части исследования в MathCAD. Для большей наглядности приведена иллюстрация (рисунок 1.3) поля рассеяния случайных величин R_{oc} и C_{oc} . Можно видеть, что эти случайные величины не имеют взаимной корреляционной связи. Такой вид поля рассеяния характерен для параметров дискретных ЭРЭ.

```

Сопrotивление Rвх   Rin := 1000

Сопrotивление Rкор  Rkor := 1000

Кoэффициент усиления
операциoнного усилителя   Ku0 := 106

Кoличество ЭРЭ в партии   N := 100

Пoгрешность параметров ЭРЭ в партии, %   δ := 10

Среднеквадратическое отклонение при
уровне доверительной вероятности 99.7%   σd := 3

Математическое ожидание сопротивления
резистора Roc   Mr := 100000

Среднеквадратическое отклонение
сопротивления резистора Roc   σr :=  $\frac{\delta}{100} \cdot \frac{Mr}{\sigma d}$    σr = 3.333 × 103

Математическое ожидание емкости
конденсатора Coc   Mc := 75 · 10-9

Среднеквадратическое отклонение емкости
конденсатора Coc   σc :=  $\frac{\delta}{100} \cdot \frac{Mc}{\sigma d}$    σc = 2.5 × 10-9

Задание вектора нормально
распределенных значений
сопротивления резистора   Roc := norm(N, Mr, σr)

Задание вектора нормально
распределенных значений
емкости конденсатора   Coc := norm(N, Mc, σc)

```

Рисунок 1.2 – Листинг первой части исследования в MathCAD

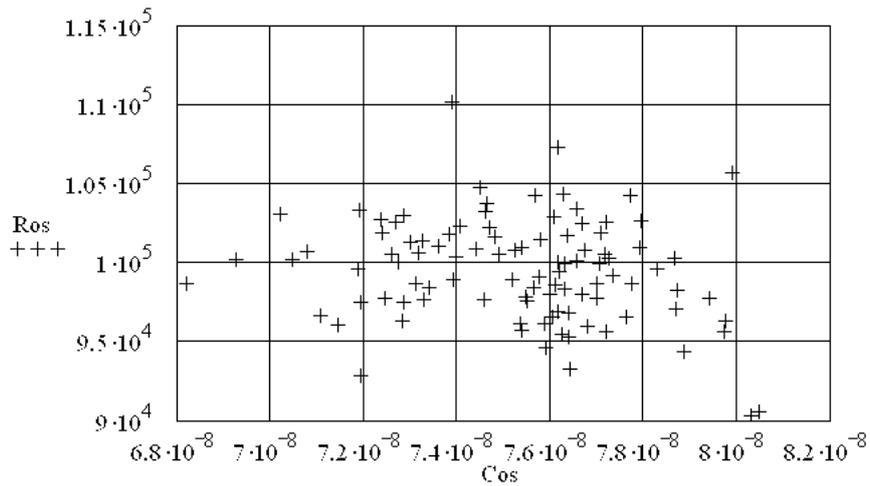


Рисунок 1.3 – Поле рассеяния случайных величин R_{oc} и C_{oc}

Построение ЛАЧХ требует, чтобы значения аргумента (частоты) представляли собой геометрическую прогрессию. Пусть шаг геометрической прогрессии $Step = 1.007$; количество расчетных точек $K = 1401$. Тогда каждое новое значение аргумента будет вычисляться по формуле $f_j = Step^j$, где $j = 0, 1, 2, \dots, 1400$. При этом диапазон значений аргумента [1 Гц; 17 428 Гц].

Передаточная функция четырехполосника, включенного в цепь ООС усилителя (рисунок 1.1, а), имеет вид [3]:

$$W_u(p) = \frac{K_u (T_{ч1}p + 1)}{T_{ч2}p + 1},$$

где

$$K_u = \frac{R_{кор}}{R_{кор} + R_{oc}};$$

$$T_{ч1} = R_{oc}C_{oc};$$

$$T_{ч2} = \frac{R_{oc}R_{кор}C_{oc}}{R_{кор} + R_{oc}}.$$

Тогда передаточная функция усилителя с $W_u(p)$ в цепи ООС равна:

$$W_{ov_оос}(p) = \frac{K_{u0}}{1 + K_u K_{u0}} \cdot \frac{T_{ч2}p + 1}{\frac{(T_{ч2} + K_u K_{u0} T_{ч1})p}{1 + K_u K_{u0}} + 1},$$

где K_{u0} – коэффициент усиления ОУ на постоянном токе.

Если подставить в передаточную функцию ФНЧ номинальные значения R_{oc} и C_{oc} во всех расчетных точках, то получится АЧХ фильтра, соответствующая номинальным значениям и построенная в диапазоне [1 Гц; 17 428 Гц]. Верхняя частота полосы пропускания фильтра по условию должна определяться на уровне -3 дБ от максимального значения коэффициента передачи. Известно [3], что для ФНЧ максимальный коэффициент передачи имеет место на постоянном токе, однако для нашего случая первая расчетная точка с максимальным значением функции соответствует $f = 1$ Гц. Последовательно перебирая все расчетные точки, начиная с первой, можно в программном цикле найти номер той точки, которая соответствует уровню АЧХ в -3 дБ.

В нижеприведенном листинге (рисунок 1.5) найдена верхняя частота полосы пропускания фильтра $f_B \approx 21$ Гц. Следовательно, при номинальных значениях R_{oc} и C_{oc} полоса пропускания ФНЧ по уровню -3 дБ составляет 21 Гц (рисунок 1.4).

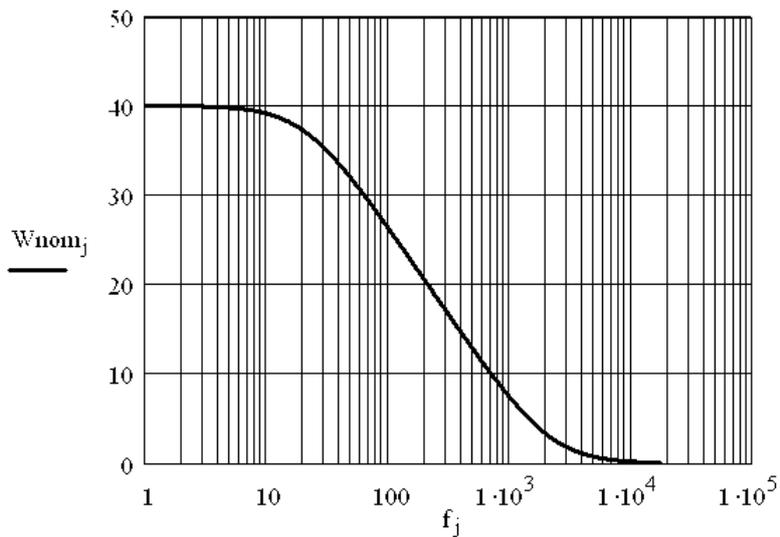


Рисунок 1.4 – ЛАЧХ при номинальных значениях R_{oc} и C_{oc}

```

Шаг геометрической прогрессии для
вычисления очередного значения частоты Step := 1.007

Диапазон расчетных точек j := 0..1400

Табулирование диапазона частот от 1 Гц до 17 кГц f_j := Step^j

Номинальные значения компонентов передаточной функции фильтра
Kchnom := Rkor / (Rkor + Mr) Tch1nom := Mr * Mc Tch2nom := (Mr * Rkor * Mc) / (Rkor + Mr)

Табулированная функция АЧХ фильтра для номинальных значений
Wnom_j := 20 * log [ (Ku0 / (1 + Kchnom * Ku0) * (Tch2nom * (i * 2 * pi * f_j) + 1) / ((Tch2nom + Kchnom * Ku0 * Tch1nom) * (i * 2 * pi * f_j) + 1)) / (1 + Kchnom * Ku0) ]

Нахождение номера отсчета, соответствующего уровню в -3дБ
от максимального коэффициента передачи
Number_nom := | j ← 0
                | while Wnom_j > Wnom_0 - 3
                | j ← j + 1
                | j

Нахождение пороговой частоты по уровню в -3дБ
Freq_nom := Step^Number_nom Freq_nom = 21.228

```

Рисунок 1.5 – Листинг нахождения верхней частоты пропускания

С точки зрения системы MathCAD, реализация статистического исследования по методу Монте-Карло заключается в составлении матрицы размерностью $N \times K$. Здесь N – число реализаций по методу Монте-Карло; K – число расчетных точек для построения ЛАЧХ. В каждой конкретной реализации в компоненты передаточной функции $Kч$, $Tч1$ и $Tч2$ подставляются значения случайных величин R_{oc} и C_{oc} .

На рисунке 1.7 представлено семейство ЛАЧХ, построенное для первых десяти реализаций, из которого видно, что случайный разброс R_{oc} и C_{oc} обуславливает девиацию полосы пропускания фильтра. В нижеприведенном листинге (рисунок 1.6) найден вектор $Freq$ значений верхней частоты полосы пропускания фильтра для каждой из N реализаций.

```

Диапазон реализаций      i := 0..(N - 1)

Векторы значений для компонентов передаточной функции фильтра

Kch1 :=  $\frac{Rkor}{Rkor + Ros_1}$       Tch11 :=  $Ros_1 \cdot Cos_1$       Tch21 :=  $\frac{Ros_1 \cdot Rkor \cdot Cos_1}{Rkor + Ros_1}$ 

Семейство табулированных АЧХ фильтра

Wi,j := 20 · log  $\left[ \left| \frac{Ku0}{1 + Kch_1 \cdot Ku0} \cdot \frac{Tch2_1 \cdot (i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_j) + 1}{(Tch2_1 + Kch_1 \cdot Ku0 \cdot Tch1_1) \cdot (i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_j) + 1} \right| \right]$ 

Вектор коэффициентов передачи фильтра на постоянном токе для каждой реализации

W_post1 := Wi,0

Вектор номеров отсчетов, соответствующих уровню в -3дБ от
максимального коэффициента передачи для каждой реализации

Number(i) :=  $\begin{cases} j \leftarrow 0 \\ \text{while } W_{i,j} \geq [W\_post_1 - 3] \\ \quad j \leftarrow j + 1 \\ j \end{cases}$ 

Вектор пороговых частот по уровню в -3дБ для каждой реализации -
суть полоса пропускания фильтра низких частот      Freq1 := StepNumber(i)

```

Рисунок 1.6 – Листинг по нахождению вектора значений верхней частоты пропускания

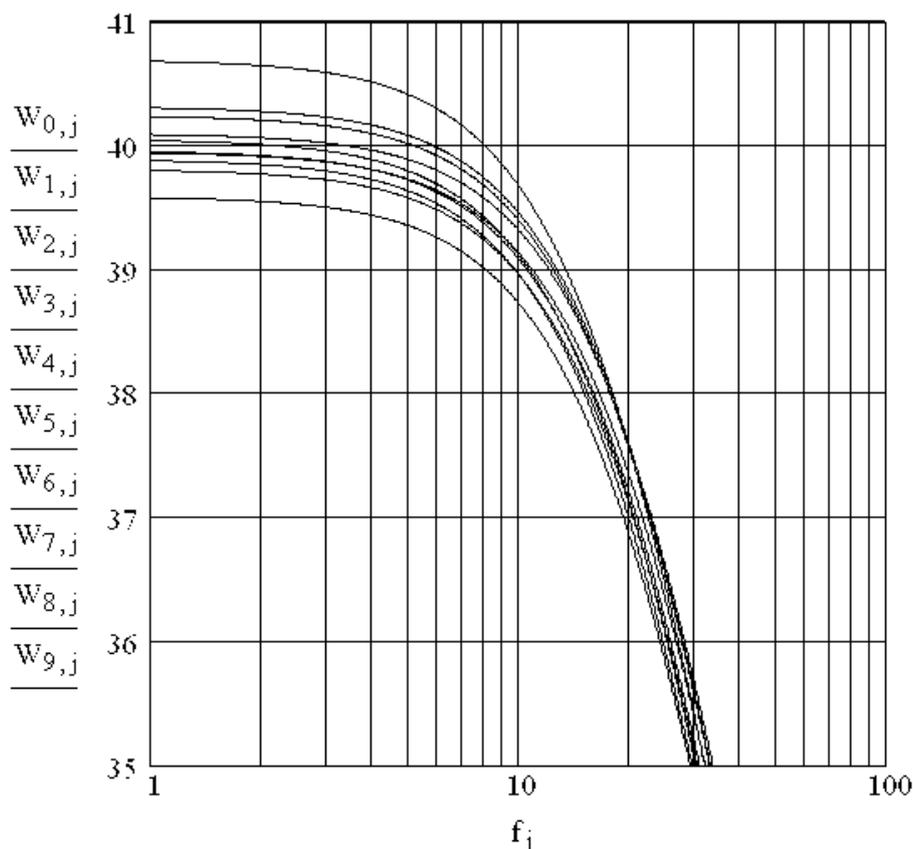


Рисунок 1.7 – Семейство ЛАЧХ для первых десяти реализаций (увеличенный фрагмент НЧ области)

Заключительная часть исследования в MathCAD связана со статистической обработкой вектора *Freq* значений верхней частоты фильтра (нижеприведенный листинг на рисунке 1.8) и построением гистограммы распределения (рисунок 1.9). Количество интервалов разбиения вычисляется по правилу Старджесса.

Минимальное значение полосы пропускания	$\text{Min}\Delta f := \min(\text{Freq})$	$\text{Min}\Delta f = 18.986$
Максимальное значение полосы пропускания	$\text{Max}\Delta f := \max(\text{Freq})$	$\text{Max}\Delta f = 23.901$
Математическое ожидание полосы пропускания	$\text{mean}(\text{Freq}) = 21.364$	
Среднеквадратическое отклонение полосы пропускания	$\text{stdev}(\text{Freq}) = 0.891$	
Количество интервалов в гистограмме	$\text{int} := \text{round}(1 + 3.3 \cdot \log(N), 0)$	$\text{int} = 8$
Ширина интервала	$h := \frac{\text{Max}\Delta f - \text{Min}\Delta f}{\text{int}}$	$h = 0.614$
Построение гистограммы	$g := \text{histogram}(\text{int}, \text{Freq})$	

Рисунок 1.8 – Листинг статистической обработки

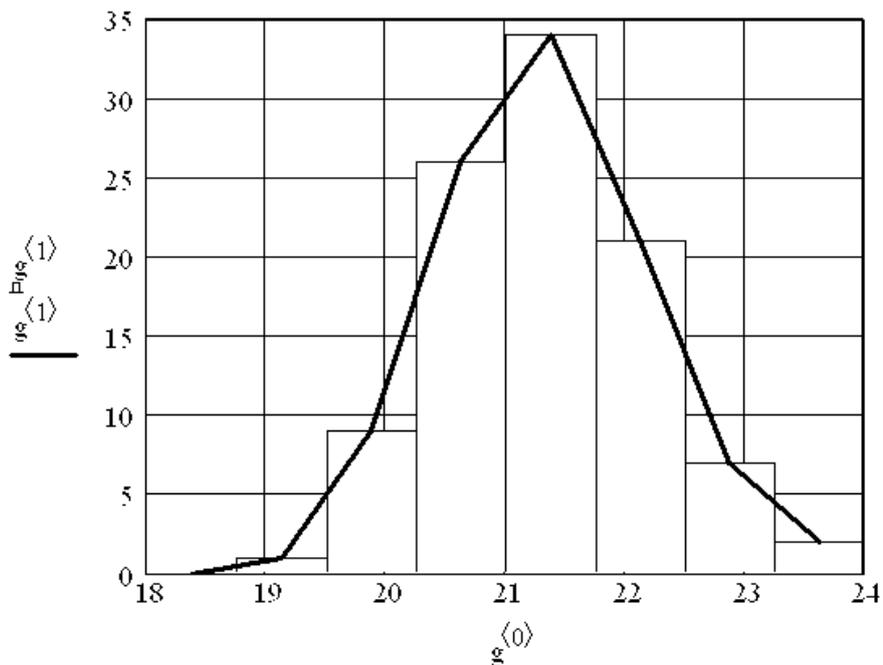


Рисунок 1.9 – Гистограмма распределения верхней частоты ФНЧ

II этап. Статистическое исследование по методу Монте-Карло в системе MicroCAP.

Электрическая схема активного ФНЧ представлена на рисунке 1.10.

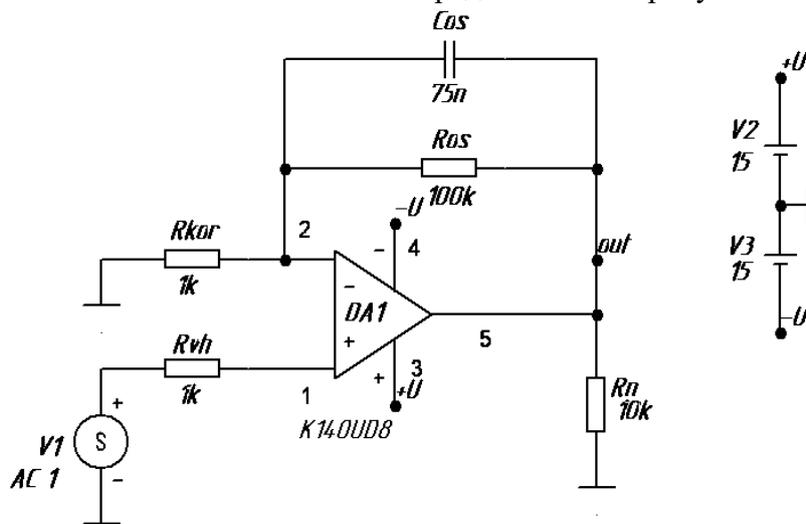


Рисунок 1.10 – Типовая схема активного ФНЧ

В схеме использован операционный усилитель К140УД8 с двухполярным питанием $\pm 15\text{В}$. Описание математической модели ОУ находится во внешнем файле `mu_omp.lib`.

В диалоговых окнах ЭРЭ модель резистора R_{OC} названа `MY_RES`, модель конденсатора C_{OC} – `MY_CAP`. Описание математических моделей `MY_RES` и `MY_CAP` редактируется вручную следующим образом:

.MODEL MY_RES RES (R=1 LOT=10%)

.MODEL MY_CAP CAP (C=1 LOT=10%)

В диалоговом окне свойств источника сигнала `V1` в строке ввода **Value** указывают **AC 1** (амплитуда напряжения при анализе по переменному току 1В). Контрольная точка на выходе устройства названа нами **out**.

Перед началом исследования задается доверительная вероятность статистических оценок. Ранее было сказано, что доверительная вероятность в 99.7% соответствует разбросу случайных величин в 3σ . Для этого выполняется команда *Options/Global Settings*, и в диалоговом окне глобальных настроек **Global Settings** в строке **SD** указывают коэффициент **3**.

Моделирование в частотной области проводится по команде *Analysis/AC...* В появляющемся диалоговом окне **AC Analysis Limits** указывают:

- в строке ввода **Frequency Range** (Диапазон частот) **17k,1**;
- в строке **Number of Points** (Количество расчетных точек) **1401** - аналогично количеству расчетных точек при исследовании в MathCAD;
- в столбце **P** первой строки **1** – первый и единственный номер окна графика;
- в столбце **X Expression** (Выражение по X) **F** – резервированная переменная – частота;
- в столбце **Y Expression** (Выражение по Y) **db(v(out))** – значение напряжения в контрольной точке out в децибелах.

Кроме этого в диалоговом окне **AC Analysis Limits** в выпадающем списке **Frequency Step** (Шаг по частоте) выбирают значение **Log** (логарифмический); опцию **Auto Scale Range** (Автоматическое масштабирование) рекомендуется включить.

Для правильного представления на экране графика ЛАЧХ необходимо убедиться, что внешний вид первых двух графических кнопок слева от столбца **P** таков: . ЛАЧХ фильтра при номинальных значениях R_{oc} и C_{oc} представлена на рисунке 1.11.

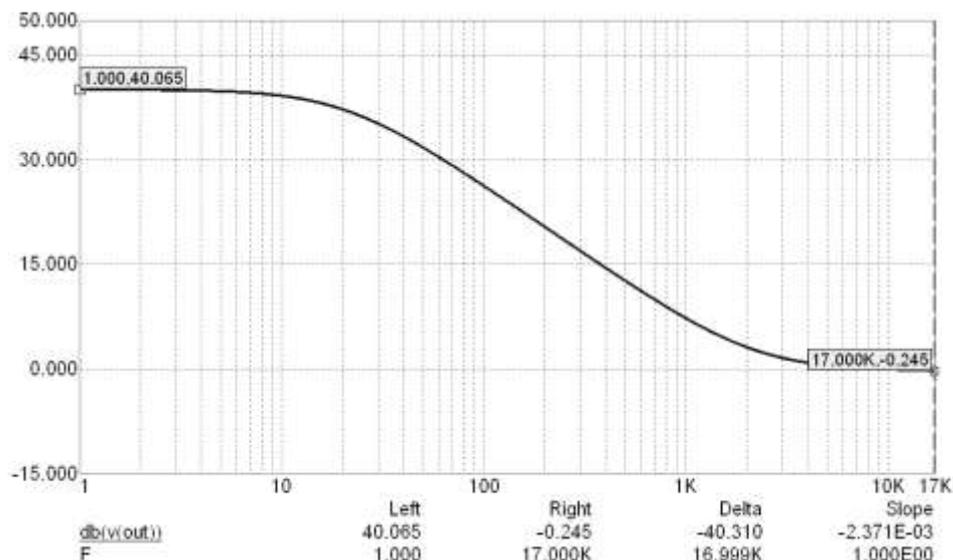


Рисунок 1.11 – ЛАЧХ фильтра при номинальных значениях R_{oc} и C_{oc}

В диалоговом окне **Monte Carlo Options** в группе **Distribution to Use** выбирают значение **Gauss**. В группе **Status** выбирают значение **On**. В строке ввода **Number of Runs** указывают **100**. На рисунке 1.12 представлено семейство из 100 ЛАЧХ фильтра.

Дальнейший целевой анализ направлен на нахождение верхней частоты полосы пропускания ФНЧ, измеренной по уровню -3 дБ от максимального значения коэффициента передачи. Следовательно, требуется для каждой характеристики семейства сначала найти ординату максимума функции, затем определить ординату, меньшую на 3 единицы. Соответствующая этой ординате абсцисса является верхней частотой полосы пропускания. Заметим, что семейство функций монотонно убывающее, поэтому нахождение абсциссы всегда дает единственный результат.

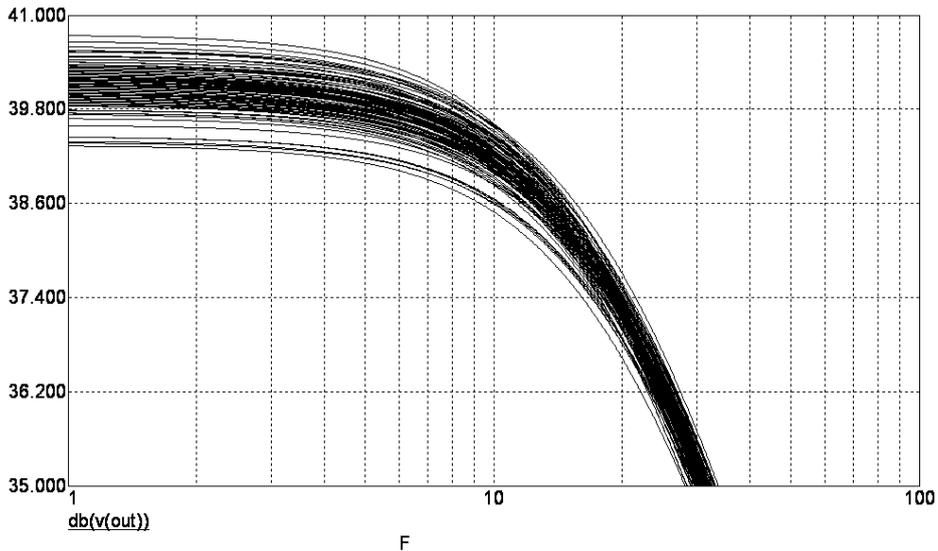


Рисунок 1.12 – Семейство ЛАЧХ ФНЧ
(увеличенный фрагмент НЧ области)

Поставленную задачу по команде *Monte Carlo/Histograms/Add Histograms...* можно решить с использованием двух вложенных друг в друга шаблонов целевых функций **X_Level** и **High_Y**:

X_Level(db(v(out)),1,1,High_Y(db(v(out)),1)-3)

В этой записи: **X_Level** – шаблон целевой функции по нахождению абсциссы графика функции при известной ординате; **High_Y** – шаблон целевой функции по нахождению ординаты наибольшего значения функции. Заметим, что сначала целевая функция **High_Y(db(v(out)),1)-3** находит уровень ординаты в -3 дБ, который затем используется как аргумент целевой функцией **X_Level**.

Гистограмма распределения случайной величины – верхней частоты полосы пропускания фильтра представлена на рисунке 1.13. Количество интервалов разбиения гистограммы отредактировано вручную в соответствии с правилом Старджесса: $l = 1 + 3.3 \cdot \lg 100 = 7,6 \approx 8$.

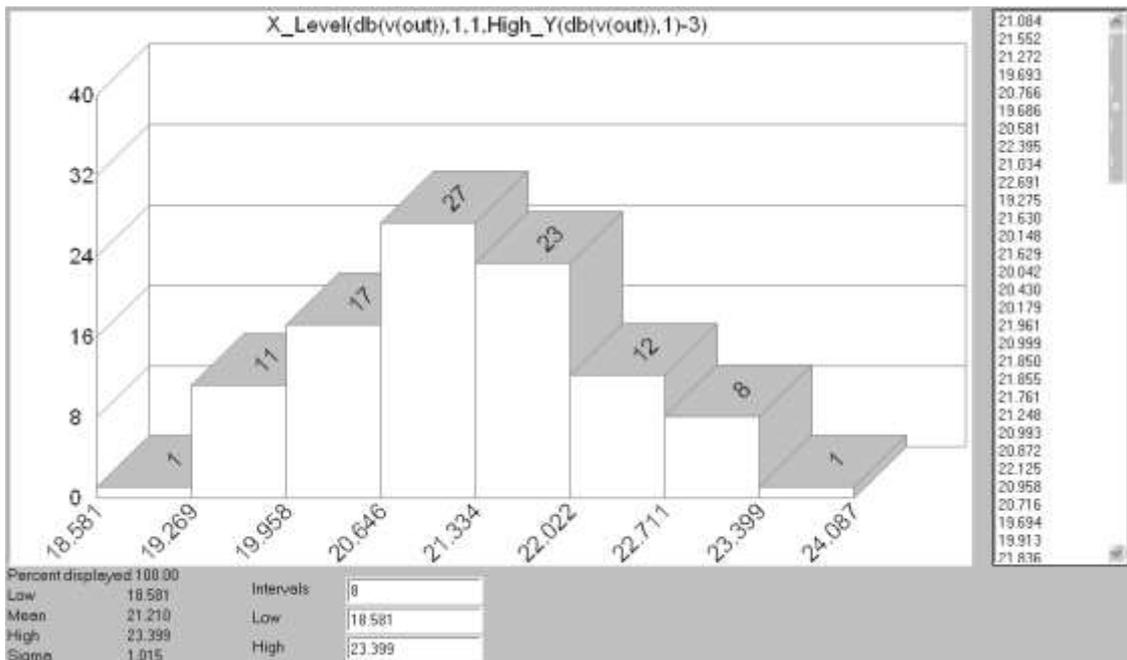


Рисунок 1.13 – Гистограмма распределения верхней частоты ФНЧ

Сравнительный анализ результатов исследования в MathCAD и MicroCAP позволяет сделать выводы:

1. Полученные гистограммы близки к теоретическому виду кривой плотности нормального распределения.

2. Соответствующие статистические оценки согласуются между собой, что говорит об адекватности проведенного исследования (таблица 1.1).

Таблица 1.1 - Числовые характеристики статистического ряда распределения

	Наименьшее значение	Математическое ожидание	Наибольшее значение	Среднеквадратичное отклонение
MathCAD	18,986	21,364	23,901	0,891
MicroCAP	18,581	21,210	23,399	1,015

1.5 Лабораторное задание

Перед началом выполнения лабораторного задания следует убедиться в том, что библиотека математических моделей операционных усилителей подключена.

Перед началом исследования для своего варианта задания по таблице 1.2 найти стандартную меру отклонения σ_d при известном уровне доверительной вероятности P .

Для вариантов 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25. Повторить методический пример, приведенный выше, по исходным данным Вашего варианта. Построить гистограммы распределения случайных величин с количеством интервалов разбиения 8, 9, 10, 11. Сравнить их внешний вид; по результатам сравнения выбрать и включить в отчет вариант наиболее близкий к виду теоретической кривой плотности нормального распределения.

Для вариантов 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24. Получить распределение *нижней* частоты полосы пропускания фильтра высоких частот (ФВЧ). Построить гистограммы распределения случайных величин с количеством интервалов разбиения 8, 9, 10, 11. Сравнить их внешний вид; по результатам сравнения выбрать и включить в отчет вариант наиболее близкий к виду теоретической кривой плотности нормального распределения. Найти числовые характеристики статистического ряда по аналогии с методическим примером п. 1.4. Количество расчетных точек частотной передаточной характеристики – 2000. Передаточная характеристика ФВЧ:

$$W_{ov_оос}(p) = \frac{K_{U_оос}(T_{ч2}p + 1)}{\frac{(T_{ч2} + K_{u0}T_{ч1})p}{1 + K_{u0}} + 1},$$

где $K_{U_оос} = \frac{K_{u0}}{1 + K_{u0}}$; $T_{ч1} = R_{оос2}C_{оос}$; $T_{ч2} = (R_{оос1} + R_{оос2})C_{оос}$.

Критерием правильности проведенного исследования является совпадение соответствующих числовых характеристик, полученных в MathCAD и MicroCAP. Гистограммы распределения случайных величин также должны совпадать.

1.6 Контрольные вопросы

1. В чем заключается основное различие метода статистического анализа на ЭВМ и экспериментального статистического метода?
2. Каковы недостатки аналитического вероятностного метода исследования?
3. Почему возрастает объем исходной информации в случае статистического анализа интегральных схем РЭА?
4. Какие процедуры включает в себя схема вычислений при использовании метода Монте-Карло?
5. Что такое тяжелый режим работы ЭРЭ?
6. Каково должно быть количество необходимых испытаний по методу Монте-Карло?
7. Каковы погрешности оценки математического ожидания и среднеквадратичного отклонения при использовании метода Монте-Карло?
8. В чем заключается сложность алгоритма выработки псевдослучайных значений параметров ЭРЭ x_i ?

1.7 Варианты заданий

Во всех вариантах задания одинаковыми являются следующие данные:

- модель операционного усилителя 140UD8;
- напряжение питания ОУ $\pm 15\text{В}$;
- коэффициент усиления ОУ $K_{U0} = 10^6$;
- нормальный закон распределения случайных величин;
- отсутствие корреляционной связи между параметрами ЭРЭ;
- количество реализаций по методу Монте-Карло равно 100;
- верхняя или нижняя частота измеряется по уровню -3дБ .

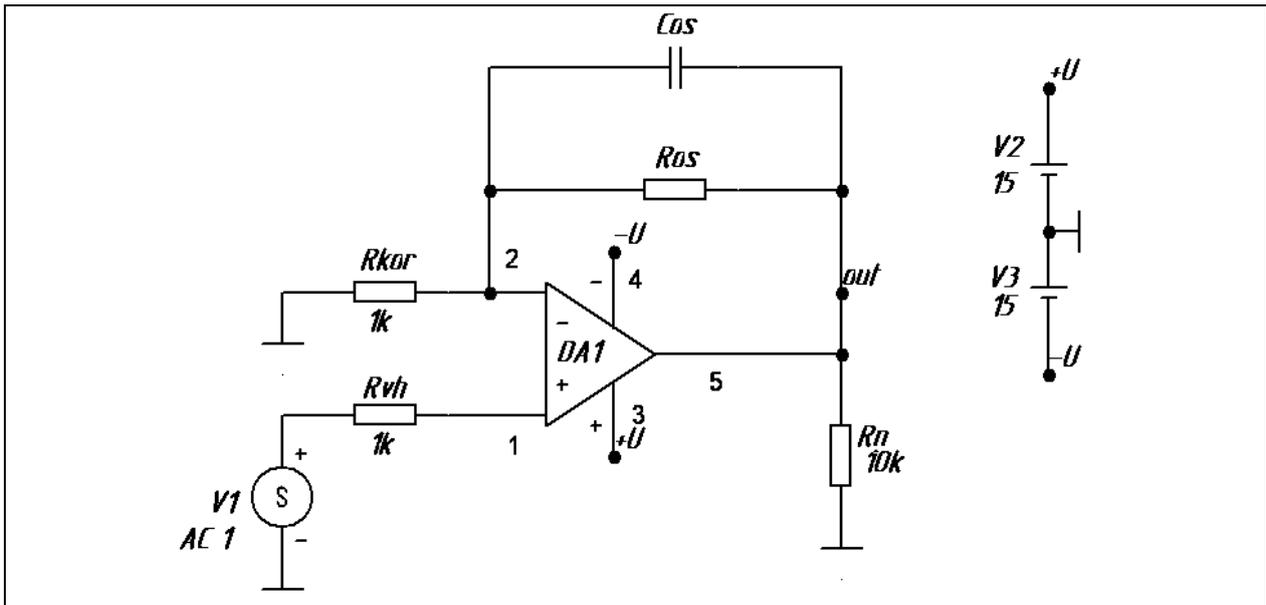


Рисунок 1.14 – Типовая схема фильтра низких частот

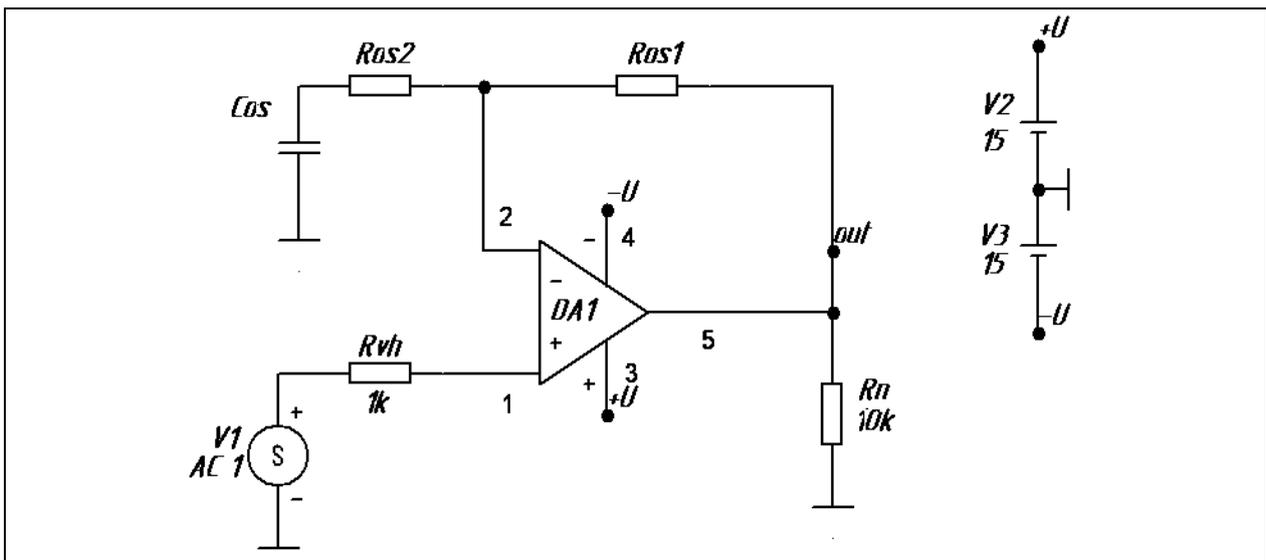


Рисунок 1.15 - Типовая схема фильтра высоких частот

Варианты заданий

Таблица 1.2 – Варианты заданий к лабораторной работе

№ варианта	Типовая схема	Номинальные значения ЭРЭ, которые имеют случайный разброс параметров	Величина разброса параметров ЭРЭ δ , %	Доверительная вероятность, %
1	I	$R_{oc}=10 \text{ кОм}; c_{oc}=15 \text{ нФ}$	5	99
2	II	$R_{oc1}=100 \text{ кОм}; R_{oc2}=10 \text{ кОм}; c_{oc}=15 \text{ нФ}$	3	95
3	I	$R_{oc}=50 \text{ кОм}; c_{oc}=5 \text{ нФ}$	15	99,9
4	II	$R_{oc1}=75 \text{ кОм}; R_{oc2}=10 \text{ кОм}; c_{oc}=25 \text{ нФ}$	10	95,5
5	I	$R_{oc}=150 \text{ кОм}; c_{oc}=10 \text{ нФ}$	20	99,7
6	II	$R_{oc1}=15 \text{ кОм}; R_{oc2}=1 \text{ кОм}; c_{oc}=50 \text{ нФ}$	20	99
7	I	$R_{oc}=75 \text{ кОм}; c_{oc}=1 \text{ нФ}$	3	95,5
8	II	$R_{oc1}=20 \text{ кОм}; R_{oc2}=15 \text{ кОм}; c_{oc}=30 \text{ нФ}$	15	99,7
9	I	$R_{oc}=35 \text{ кОм}; c_{oc}=55 \text{ нФ}$	5	95,5
10	II	$R_{oc1}=10 \text{ кОм}; R_{oc2}=10 \text{ кОм}; c_{oc}=20 \text{ нФ}$	10	99,7
11	I	$R_{oc}=5 \text{ кОм}; c_{oc}=40 \text{ нФ}$	3	99,0
12	II	$R_{oc1}=60 \text{ кОм}; R_{oc2}=25 \text{ кОм}; c_{oc}=2 \text{ нФ}$	15	99,9
13	I	$R_{oc}=100 \text{ кОм}; c_{oc}=10 \text{ нФ}$	20	95
14	II	$R_{oc1}=100 \text{ кОм}; R_{oc2}=25 \text{ кОм}; c_{oc}=10 \text{ нФ}$	3	99,7
15	I	$R_{oc}=25 \text{ кОм}; c_{oc}=25 \text{ нФ}$	10	95,5
16	II	$R_{oc1}=120 \text{ кОм}; R_{oc2}=80 \text{ кОм}; c_{oc}=25 \text{ нФ}$	15	99,9
17	I	$R_{oc}=120 \text{ кОм}; c_{oc}=5 \text{ нФ}$	10	99,7
18	II	$R_{oc1}=80 \text{ кОм}; R_{oc2}=30 \text{ кОм}; c_{oc}=5 \text{ нФ}$	5	95,5
19	I	$R_{oc}=80 \text{ кОм}; c_{oc}=60 \text{ нФ}$	3	99,9
20	II	$R_{oc1}=70 \text{ кОм}; R_{oc2}=15 \text{ кОм}; c_{oc}=60 \text{ нФ}$	10	95
21	I	$R_{oc}=30 \text{ кОм}; c_{oc}=15 \text{ нФ}$	15	99
22	II	$R_{oc1}=100 \text{ кОм}; R_{oc2}=15 \text{ кОм}; c_{oc}=15 \text{ нФ}$	10	95,5
23	I	$R_{oc}=70 \text{ кОм}; c_{oc}=40 \text{ нФ}$	5	95
24	II	$R_{oc1}=100 \text{ кОм}; R_{oc2}=80 \text{ кОм}; c_{oc}=20 \text{ нФ}$	3	99,7
25	I	$R_{oc}=15 \text{ кОм}; c_{oc}=20 \text{ нФ}$	15	99,9

2 Лабораторная работа №2 – Полный факторный эксперимент при анализе надежности технических систем

2.1 Цель работы

В ходе выполнения настоящей работы предусматривается:

- 1) изучение методики проведения полного факторного эксперимента;
- 2) приобретение навыков построения различных полиномиальных моделей применительно к исследуемой технической системе;
- 3) знакомство со способами автоматизации математических расчетов при обработке результатов экспериментальных данных.

2.2 Порядок выполнения работы

1. Изучить методические указания к лабораторной работе.
2. Письменно, в отчете по лабораторной работе ответить на контрольные вопросы.
3. Внимательно ознакомиться с методическим примером, приведенным в пункте 2.4.
4. Выполнить лабораторное задание согласно варианту задания.
5. Сделать выводы по работе.

Внимание! Отчет по лабораторной работе в обязательном порядке должен содержать: схемы включения, графики зависимостей, все необходимые расчеты и их результаты, текстовые пояснения. На графиках в отчете должны присутствовать единицы измерения, масштаб, цена деления.

Отчет по лабораторной работе целесообразно выполнять на двойных тетрадных листках с целью облегчения построения графиков.

2.3 Основные понятия планирования эксперимента

В технике часто встречается следующая задача. Имеется k переменных x_i ($i = 1, \dots, k$) и зависящая от них величина y . Сами переменные могут быть неслучайными величинами, так как их значения заданы. Однако на величину y влияют и другие, не поддающиеся точному контролю переменные, поэтому величина y носит случайный характер. Для этих условий необходимы методы экспериментального определения влияния переменных на величину y .

На математическом языке задача формулируется следующим образом: нужно получить некоторое представление о функции отклика:

$$\eta = f(x_1, x_2, \dots, x_k), \quad (2.1)$$

где η – параметр процесса, подлежащий оптимизации; x_i ($i = 1, \dots, k$) – независимые переменные, которые можно изменять при постановке экспериментов.

Рассмотрим самый общий случай, когда исследование поверхности отклика ведется при неполном знании механизма изучаемых явлений. Естественно, что в этом случае аналитическое выражение функции отклика неизвестно. Поэтому приходится ограничивать представление функции отклика полиномом:

$$\eta = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i<j}^k \beta_{ij} x_i x_j + \dots, \quad (2.2)$$

где $\beta_0, \beta_i, \beta_{ii}, \beta_{ij}$ – теоретические коэффициентами регрессии.

В результате эксперимента получают коэффициенты b_0, b_i, b_{ii}, b_{ij} , которые являются оценками теоретических коэффициентов. После этого уравнение (2.2) принимает вид:

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2 + \sum_{i<j}^k b_{ij} x_i x_j + \sum_{i<j<l}^k b_{ijl} x_i x_j x_l, \quad (2.3)$$

где \hat{y} – расчетное значение параметра оптимизации (y – выборочная оценка для η).

Из формулы (2.3) видно, что планирование эксперимента связано с новым для экспериментатора языком алгебраических (полиномиальных) моделей. Но прежде, чем приступить к проведению эксперимента, основной целью которого является построение математической модели в виде уравнения (2.3), необходимо последовательно решить следующие задачи: выбрать критерий (или критерии) оптимизации y ; выбрать независимые переменные x_i -факторы; вычислить коэффициенты регрессии b_i ; определить вид функции отклика и планирования.

Критерий оптимизации. Выбирая критерий оптимизации y в математической модели (2.3), необходимо учитывать многие соображения. Критерий оптимизации желательно иметь таким, чтобы он однозначно и с достаточной полнотой характеризовал эффективность объекта исследования. Следует стремиться к тому, чтобы критерий был только один, мог оцениваться количественно с максимальной статистической эффективностью и имел ясный физический смысл. Иногда критерий оптимизации приходится изменять из-за технических трудностей, например в связи с отсутствием необходимых приборов, достоверных методов оценки. В этих условиях можно применять критерии, дающие косвенную оценку, тогда поиск экстремума становится интуитивным, и усложняется интерпретация результатов. Не рекомендуется выбирать в качестве критерия оптимизации параметры, которые нельзя измерять, например выражаемые в процентах, в логарифмических и тригонометрических функциях и т.д.

Когда имеется несколько критериев оптимизации, следует рассмотреть возможность уменьшения их числа до минимума. Если не удастся уменьшить число критериев до одного, то при проведении исследований нужно решить компромиссные задачи или провести переформулировку задачи, заменив задачу с несколькими критериями оптимизации последовательными задачами с меньшим числом критериев в каждой. Критерий оптимизации, выбранный на стадии предварительного изучения объекта исследования, можно заменить другими в процессе экспериментальной работы.

Критерий (или параметр) оптимизации – это реакция (отклик) на воздействия факторов, которые определяют поведение изучаемой системы. Параметры оптимизации в технических системах могут быть экономическими, технико-экономическими, статистическими, психологическими, тактико-техническими и т.д. Параметр оптимизации должен удовлетворять следующим требованиям:

1. Быть количественным и задаваться одним числом; допускать измерение при любой возможной комбинации выбранных уровней факторов (множество значений, которые принимает параметр оптимизации, называется областью его определения);
2. Быть универсальным, т.е. всесторонне характеризовать объект исследования;
3. Иметь простой физический смысл;
4. Существовать для всех стадий проведения эксперимента; быть эффективным – это требование сводится к выбору параметра оптимизации для технической системы, который определяется с наибольшей возможной точностью, наглядностью результатов, удобством пользования, однозначностью и т.д.

После выбора критериев оптимизации выбирают управляемые факторы – переменные, воздействие которых на объект исследования можно изменять целенаправленно.

Независимые переменные (факторы). После того как выбраны объект исследования и параметры оптимизации, необходимо включить в рассмотрение все существующие факторы, которые могут оказывать воздействия на исследуемый объект. Число выбранных факторов обуславливает размерность изучаемого факторного пространства. Факторы определяют сам объект исследования или его состояние. Выбирая факторы, целесообразно учитывать область, ограничивающую их возможное варьирование, а также размерность факторов, так как при движении в область оптимума планирование эксперимента обычно не инвариантно к размерности факторов. Желательно, чтобы факторы имели количественную оценку, хотя планирование эксперимента возможно, если некоторые факторы представлены качественно. Важным требованием, предъявляемым к управляемым факторам, является отсутствие их взаимозаменяемости. Можно сформулировать следующие требования к факторам:

1. Независимость, т.е. возможность установления фактора на любом уровне вне зависимости от уровней других факторов. Если это условие невыполнимо, то планировать эксперимент невозможно.

2. Совместимость. При планировании эксперимента обычно одновременно изменяется несколько факторов. Поэтому очень важно сформулировать требования, которые предъявляются к совокупности факторов. Совместимость факторов означает, что все их комбинации осуществимы и безопасны.

3. Управляемость. Это значит, что экспериментатор, выбрав нужное значение фактора, может его поддерживать постоянным в течение всего опыта, т.е. может управлять фактором. Планировать эксперимент можно в том случае, если уровни факторов подчиняются воле экспериментатора.

4. Точность замера. Степень точности определяется диапазоном изменения факторов. Если факторы измеряют с большой ошибкой или особенность объекта исследования такова, что значения факторов трудно поддерживать на заданном уровне (уровень фактора «плывет»), то экспериментатору следует обратиться к другим методам исследования объекта.

5. Однозначность, т.е. непосредственное воздействие факторов на объект. Трудно управлять фактором, который является функцией других факторов. Но в планировании могут участвовать и сложные факторы, состоящие из нескольких простых факторов. Необходимость введения сложных факторов возникает при необходимости предоставления динамических особенностей объекта в статистической форме.

Степень точности математической модели определяется диапазоном изменения факторов. В результате предварительной работы для каждого i -го фактора устанавливаются следующие значения: x_{i0} – основной уровень фактора; x_{imax} , x_{imin} – верхний и нижний уровни i -го фактора, принимаемые во время опытов; Δx_i – интервал варьирования (изменения).

При проведении экспериментов используются кодированные значения уровней факторов. При этом основной уровень принимается равным нулю, верхний кодируется как +1, а нижний кодируется как -1. Кодирование осуществляется по формуле:

$$\bar{x}_i = \frac{x_i - x_{i0}}{\Delta x_i}, \quad i = 1, \dots, k.$$

Число всех точек факторного пространства при двухуровневой системе изменения факторов, в которых экспериментально необходимо определить значение функции отклика, равно 2^k , где k – число факторов.

Определение коэффициента регрессии. Для определения коэффициентов уравнения регрессии (2.3) экспериментально находят значения величины y в N точках фак-

торного пространства. В общем случае число повторений опытов в точках факторного пространства может быть различным, однако практически это число принимается единым для всего эксперимента. Задача определения коэффициентов регрессии является типичной для регрессионного анализа. Основы этого анализа, применительно к планированию эксперимента, заключаются в следующем:

1. Результаты измерения y_1, y_2, \dots, y_N величины y в N точках факторного пространства представляют собой реализацию нормально распределенной случайной величины;
2. Дисперсии реализаций $\sigma^2\{y_i\}$ ($i = 1, \dots, N$) равны между собой, т.е. дисперсия y не зависит от абсолютного значения этой величины;
3. Факторы x_1, x_2, \dots, x_k – независимые величины и измеряются с пренебрежительно малой ошибкой по сравнению с ошибкой в определении значения величины.

Коэффициенты при независимых переменных в аппроксимирующем полиноме указывают на степень влияния факторов. Если коэффициент положительный, то с увеличением фактора возрастает и выходной параметр системы, при отрицательном коэффициенте с возрастанием фактора наблюдается уменьшение величины y . Коэффициент при линейных членах соответствует вкладу данного фактора в значение параметра системы y при переходе фактора с нулевого уровня на верхний или нижний. Главным эффектом фактора принято называть вклад фактора при переходе от нижнего уровня к верхнему.

Вид функции отклика и планирования. Поскольку истинное описание функции отклика (2.1) установить невозможно, то ее описывают с помощью аппроксимирующего полинома (2.2) с коэффициентами:

$$\beta_i = \frac{\partial \eta(x_1, x_2, \dots, x_k)}{\partial x_i}; \quad \beta_{ij} = \frac{\partial^2 \eta(x_1, x_2, \dots, x_k)}{\partial x_i \partial x_j};$$

$$\beta_{ii} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \eta(x_1, x_2, \dots, x_k)}{\partial x_i^2}.$$

Аппроксимирующий полином (2.2) принимают первой, второй и реже третьей степени, причем порядок его можно менять в зависимости от этапа эксперимента, либо специфики решаемой задачи. Коэффициенты полинома (2.2) из-за отсутствия истинного описания функций (2.1) нельзя определить теоретически. Их определяют экспериментально, проводя опыты при некоторых фиксированных значениях факторов. Экспериментально найденные коэффициенты b_i являются оценками теоретических β_i .

Экспериментальное исследование систем ставит своей задачей изучение влияния факторов системы на выходную величину y . Полином (2.3) позволяет установить воздействие на функцию отклика не только каждого из факторов, но и любой их комбинации при условии, что полином содержит соответствующие этой комбинации члены.

При планировании экспериментов для исследования технических систем вначале проверяют возможность линейной аппроксимации функции отклика. В этом случае предполагают, что в полиномах более высокого порядка коэффициенты при нелинейных членах малы по сравнению с главными эффектами ($b_{ij} \rightarrow 0$; $b_{ii} \rightarrow 0$; $b_{ijl} \rightarrow 0$), и модель функции отклика имеет вид:

$$\bar{y} = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i. \quad (2.4)$$

Главный эффект может оказаться смешанным с одним или несколькими взаимодействиями высшего порядка, поэтому в этом случае не ясно, следует считать полученный эффект равным главному эффекту, эффекту взаимодействия или их комбинации. Если существуют главные эффекты и их парные взаимодействия, т.е. коэффициенты $b_i \neq 0$; $b_{ij} \neq 0$; $b_{ii} \rightarrow 0$ и $b_{ijl} \rightarrow 0$, тогда полином (2.3) преобразуется к виду:

$$\bar{y} = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i < j} b_{ij} x_i x_j. \quad (2.5)$$

Может оказаться, что на параметр оптимизации значительное влияние оказывают члены, в которых коэффициенты типа b_{ii} тоже не равны нулю. В этом случае получим новую модель функции отклика:

$$\bar{y} = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i < j} b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2. \quad (2.6)$$

Для случая, когда коэффициенты при тройных взаимодействиях не равны нулю $b_{ijl} \neq 0$, уравнение регрессии можно представить в виде полинома (2.3).

Таким образом, оперируя в процессе проведения планирования эксперимента одними и теми же переменными x_i , можно получать различные функции откликов. Поэтому вопрос построения планов и получения математической модели, тождественной (адекватной) изучаемому объекту исследования, является важным в теории планирования эксперимента.

Факторный эксперимент связан с варьированием одновременно всех факторов и проверкой достоверности результатов математико-статистическими методами. Факторы в эксперименте можно варьировать на бесконечном множестве уровней. При планировании эксперимента, чтобы получить результаты эксперимента в виде удобных для анализа полиномов, достаточно изменять факторы на двух, трех или пяти уровнях. Проведение экспериментов со многоуровневыми факторами затруднительно, поэтому они находят ограниченное применение в практике инженерного эксперимента.

Если в эксперименте при двухуровневой системе измерений факторов реализуются все возможные сочетания уровней факторов, т.е. $N = 2^k$, то такой эксперимент называется полным факторным экспериментом (ПФЭ) или планом. ПФЭ удобно представить в виде матрицы планирования. Матрица планирования для трехфакторного эксперимента при кодированных значениях уровней факторов показана в таблице 2.1.

Столбцы матрицы ПФЭ обладают одним из важнейших для планирования эксперимента свойств – ортогональностью. Для полного понимания смысла этого термина необходимо иметь минимальные представления о матрицах и матричной алгебре.

Как видно из матрицы (таблица 2.1), условие ортогональности выполняется для всех восьми столбцов: $x_0, x_1, x_2, x_3, x_1x_2, x_1x_3, x_2x_3, x_1x_2x_3$. Произведение первого столбца (x_0) с остальными дает простое повторение этих столбцов. Столбец с фактором x_0 вводится для определения свободного члена уравнения (2.3). Ортогональность столбцов матрицы планирования позволяет определять коэффициенты регрессии по довольно простой формуле:

$$b_i = \frac{\sum_{i=1}^N x_{ij} y_i}{N}. \quad (2.7)$$

Таблица 2.1 - Матрица планирования для трехфакторного эксперимента

Номер опыта	Факторы				Произведение факторов				Параметр оптимизации \bar{y}
	X_0	X_1	X_2	X_3	X_1x_2	X_1x_3	X_2x_3	$X_1x_2x_3$	
1	1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	Y_1
2	1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	Y_2
3	1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	Y_3
4	1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	Y_4
5	1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	Y_5
6	1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	Y_6
7	1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	Y_7
8	1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	Y_8

Полные факторные планы обладают рядом важных для планирования эксперимента свойств, основными из которых являются следующие:

1. Симметричность относительно центра эксперимента, означающая, что алгебраическая сумма элементов вектор-столбца каждого фактора равна нулю, т.е.:

$$\sum_{u=1}^N x_{iu} = 0; \quad i = 1, \dots, k,$$

где i – номер фактора; N – число опытов;

2. Условие нормировки, при котором сумма квадратов элементов каждого столбца равна числу опытов, или:

$$\sum_{u=1}^N x_{iu}^2 = N; \quad i = 1, \dots, k;$$

3. Ортогональность, характеризующая свойство совокупности столбцов матрицы: сумма почленных произведений любых двух вектор-столбцов равна нулю, т.е.:

$$\sum_{u=1}^N a_{iu} x_{ju} = 0; \quad i \neq j; \quad i, j = 1, \dots, k;$$

4. Ротатабельность, означающая, что точность предсказания значения функции отклика одинакова на равных расстояниях от центра эксперимента, точки эксперимента лежат на поверхности сферы, центром которой является точка основного уровня.

Полные факторные планы позволяют выявить влияние на функцию отклика y не только каждого фактора в отдельности, но и совместное влияние их комбинаций, т.е. исследовать так называемый эффект взаимодействия. При определении коэффициентов уравнения регрессии (2.7) экспериментально находят значения y в N точках факторного пространства.

Планируя эксперимент, на первом этапе всегда стремятся получить линейную модель. Однако нет гарантии, что в выбранных интервалах варьирования процесс описывается линейной моделью. И модель типа $y = b_0x_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + \dots$ не всегда можно получить. На практике приходится прибегать к более сложным зависимостям.

ПФЭ позволяет количественно оценить эффекты взаимодействия. Для этого надо, пользуясь правилом перемножения столбцов, получить столбец произведения двух факторов. При вычислении коэффициента, соответствующего эффекту взаимодействия, с новым вектор-столбцом можно обращаться так же, как с вектор-столбцом любого фактора. Очень важно, что при добавлении столбцов эффектов взаимодействий все рассмотренные свойства матриц планирования сохраняются. Модель для ПФЭ типа 2^3 выглядит следующим образом:

$$y = b_0x_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3.$$

В столбцах x_1, x_2, x_3 (см. таблицу 2.1) задают планирование – по ним непосредственно определяются условия опытов, а остальные столбцы $x_0, x_1x_2, x_1x_3, x_2x_3, x_1x_2x_3$ служат только для расчета.

Если производят планирование на γ уровнях для факторов, то ПФЭ, т.е. эксперимент, исчерпывающий все возможные сочетания факторов, обозначают γ^k .

Если же экспериментальные данные не согласуются с полиномами вида (2.4) и (2.5), то исследуемый процесс стремятся описать поверхностью второго порядка (2.6). Используя концепцию факторного пространства, можно дополнить двухуровневый план ПФЭ определенными (звездными) точками (рисунок 2.1).

Такие планы называются центральными, композиционными (ЦКП). Различают ортогональные (почти ортогональные) и ротатабельные ЦКП.

Большим преимуществом этих планов является то, что их можно получать из планов 2^n . Для этого к реализованному плану линейного полинома добавляют опыты в промежуточных «звездных» точках и в центре плана. Полученную при этом «компози-

цию» используют для математического описания процесса в виде многочлена второй степени (2.6).

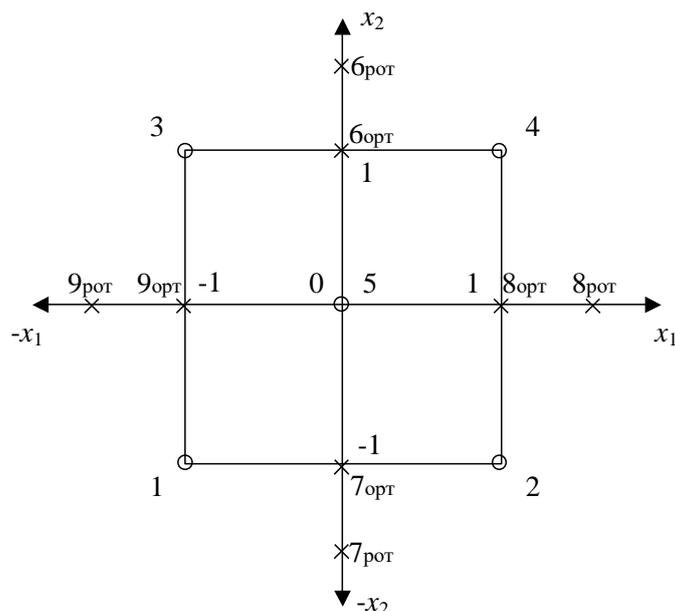


Рисунок 2.1 – Планы для функций $y = f(x_1, x_2)$

2.4 Пример факторного эксперимента в исследовании активного фильтра низких частот

Необходимо исследовать изменение верхней частоты полосы пропускания активного фильтра низких частот в зависимости от сопротивления и емкости частотно-задающей цепи. Типовая схема ФНЧ представлена на рисунке 2.2, из которого видно, что частотно-задающая цепь образована ЭРЭ $R_{oc}C_{oc}$.

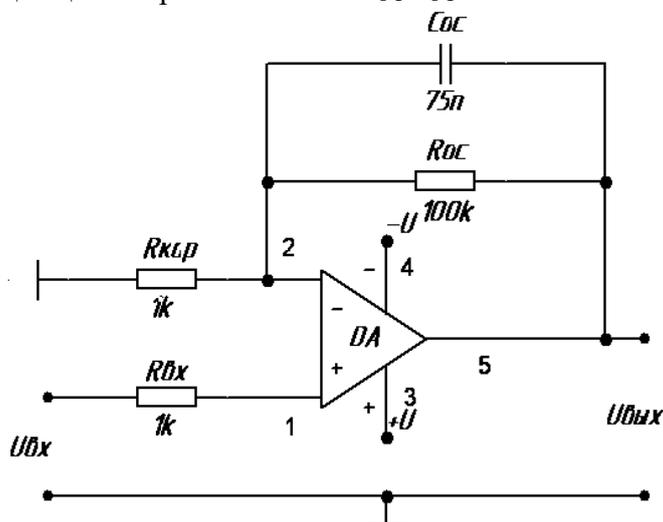


Рисунок 2.2 – Типовая схема активного ФНЧ

Величины сопротивления и емкости ЭРЭ варьируются в пределах $\pm 10\%$ от номинальных значений. Полоса пропускания ФНЧ лежит в диапазоне от 0 Гц до значения верхней частоты F_B : $[0; F_B]$. Верхняя частота полосы пропускания определяется по уровню -3 дБ от максимального значения коэффициента передачи фильтра K_U .

Требуется провести полный факторный эксперимент с целью установления, какая из двух полиномиальных моделей (2.4) или (2.5) наиболее адекватно описывает функциональную зависимость $F_B = f(R_{OC}, C_{OC})$.

1. Предварительный этап

Критерий оптимизации – верхняя частота полосы пропускания F_B активного ФНЧ. Единица измерения – Герц.

Независимые переменные (факторы) – сопротивление и емкость ЭРЭ R_{OC} и C_{OC} , образующие частотно-задающую цепь ФНЧ. Единицы измерения – килоом и нанофарад, соответственно. Предполагается, что в эксперименте участвуют R_{OC} и C_{OC} в дискретном исполнении, поэтому корреляционной связи между их параметрами не существует. Количество факторов $k = 2$. Число опытов в матрице планирования $N = 2^k = 4$.

Номинальные значения независимых переменных: $R_{OC} = 100$ кОм; $C_{OC} = 75$ нФ. Интервалы варьирования: $\Delta R_{OC} = \pm 10$ кОм; $\Delta C_{OC} = \pm 7.5$ нФ.

Кодированная запись факторов:

$$x_1 = \frac{z_1 - 100}{10} \text{ для } R_{OC}; \quad x_2 = \frac{z_2 - 75}{7.5} \text{ для } C_{OC}.$$

Основные характеристики плана эксперимента приведены в таблице 2.2.

Таблица 2.2 – Основные характеристики плана эксперимента

Характеристика	Значение фактора z_1	Кодовое значение фактора x_1	Значение фактора z_2	Кодовое значение фактора x_2
Основной уровень, z_{0i}	100	0	75	0
Интервал варьирования, Δz_i	10	---	7.5	---
Верхний уровень, z_{imax}	110	1	82.5	1
Нижний уровень, z_{imin}	90	-1	67.5	-1

2. Реализация вычислительного эксперимента

Для ведения эксперимента применяют план 2^2 (ПФЭ), составляют рабочую таблицу планирования (таблица 2.3) и в соответствии с ней проводят эксперимент, результаты которого записывают в столбец экспериментальных значений выходного параметра уэ. Столбцы Y_T и Δy^2 заполняются на последующих этапах.

Таблица 2.3 – Матрица планирования эксперимента

Номер опыта	X_0	X_1	X_2	Z_1	Z_2	Y_0	Y_T	Δy^2
1	+1	-1	-1	90	67.5	26.150	25.934	0.046
2	+1	-1	+1	90	82.5	21.415	21.630	0.046
3	+1	+1	-1	110	67.5	21.412	21.627	0.046
4	+1	+1	+1	110	82.5	17.539	17.323	0.046
							$\Sigma \Delta y^2 =$	0.186

Вычислительный факторный эксперимент выполнен с помощью программы MicroCAP. Типовая схема активного ФНЧ, подготовленная в MicroCAP, изображена на рисунке 2.3.

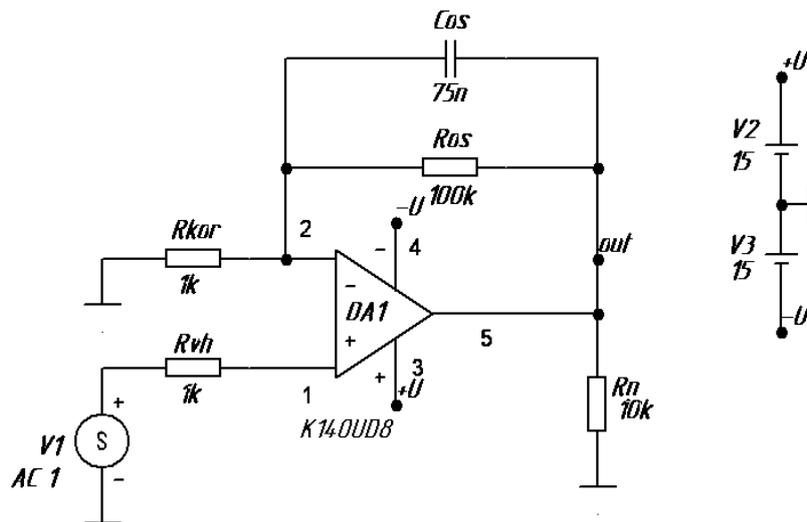


Рисунок 2.3 – Типовая схема ФНЧ, подготовленная для моделирования в MicroCAP

Технические приемы по подключению математической модели ОУ, прокладке скрытых цепей питания и именованию цепей были отработаны нами при выполнении лабораторной работы №1. **Разброс параметров ЭРЭ в настоящем примере указывать не требуется.**

Задание параметров моделирования в частотной области проводится в два этапа. Первый этап аналогичен описанному в примере лабораторной работы №1 – это работа с диалоговым окном **AC Analysis Limits**. Второй этап начинается с нажатия на кнопку **Stepping** в диалоговом окне **AC Analysis Limits**. В появившемся диалоговом окне **Stepping** последовательно указывают:

- на вкладке **1** в выпадающем списке **Step What** выбирают **Ros** (резистор частотно-задающей цепи);
- в группе **Step It** выбирают значение **Yes**;
- в группе **Method** выбирают значение **List**;
- в группе **Change** выбирают параметр **Step variables in nested loops**;
- в появившейся строке ввода **List** указывают два уровня варьирования для ПФЭ **90k,110k**.

Аналогично поступают со вкладкой **2**, где в списке **Step What** выбирают **Cos** (конденсатор частотно-задающей цепи). В строке ввода **List** указывают **67.5n,82.5n**.

В результате будет иметь место вариация номиналов резистора и конденсатора во вложенных циклах. Фактически это соответствует комбинации уровней факторов x_1 и x_2 в матрице планирования (таблица 2.3). На рисунке 2.4 представлено семейство АЧХ, полученное после реализации вычислительного факторного эксперимента.

Выходной параметр в факторном эксперименте – верхняя частота полосы пропускания F_B . Для точного нахождения этой величины по графикам выполняют следующие действия:

a) нажатием на пиктограмму  на панели инструментов переходят в режим электронного курсора.

b) клавишами \uparrow или \downarrow выбирают нужную комбинацию параметров в соответствии с матрицей планирования (таблица 2.3). Контроль текущей комбинации параметров ведут по строке заголовка (см. рисунок 2.4).

c) нажатием на пиктограмму  вызывают диалоговое окно **Go To Y**. В строке ввода **Value** одноименной вкладки указывают значение, **меньшее на 3 единицы, чем коэффициент передачи фильтра на постоянном токе**. Изначально, при переходе в режим электронного курсора, левый маркер отображает коэффициент передачи на посто-

янном токе (см. рисунок 2.4). Работу с диалоговым окном завершают нажатием на кнопку **Right**.

d) правый электронный курсор перемещается в искомую точку, при этом значение абсциссы X соответствует верхней частоте F_B . Результат заносят в столбец y_9 таблицы 2.3.

e) закрывают диалоговое окно **Go To Y** и возвращаются к пункту b) данного алгоритма.

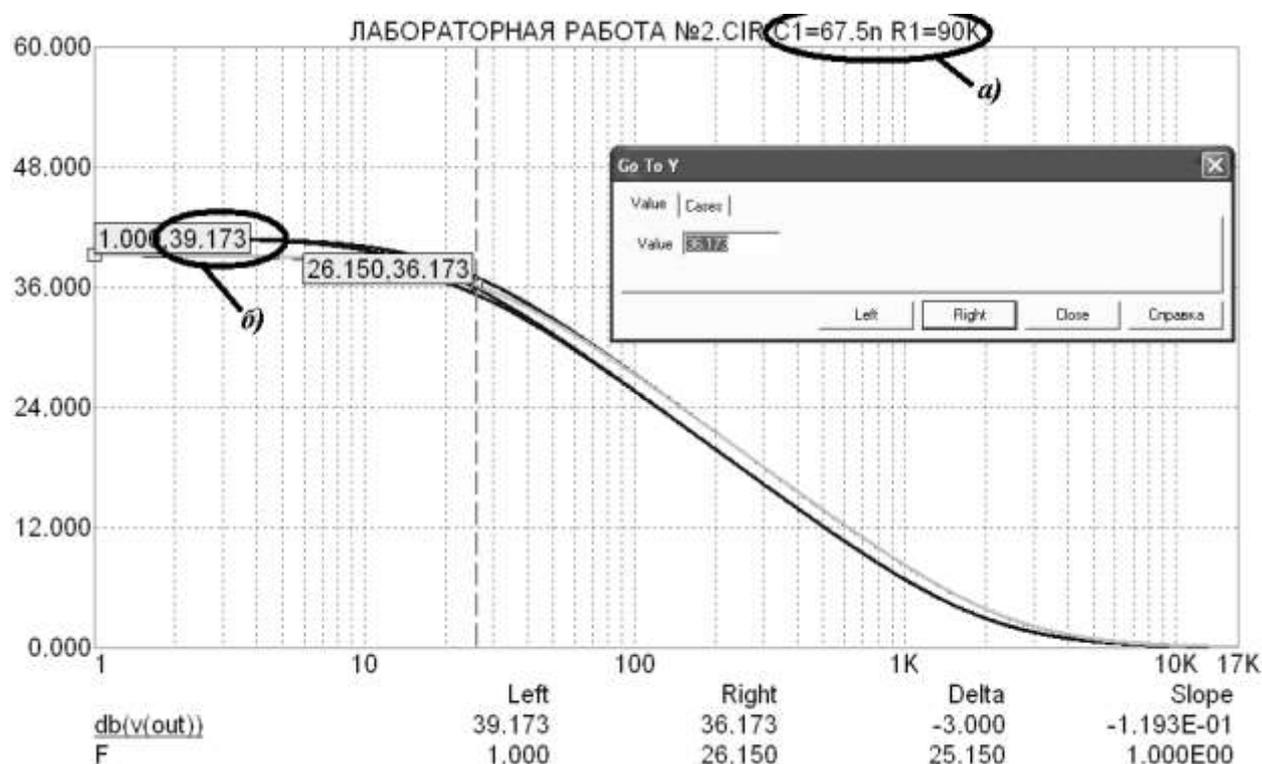


Рисунок 2.4 – Семейство АЧХ фильтра

a) – текущая комбинация параметров;

b) – коэффициент передачи на постоянном токе для выбранной комбинации

3. Вычисление коэффициентов линейного полинома $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$.

Расчет коэффициентов регрессии по формуле (2.7) дал следующие результаты:

$$a_0 = \frac{26,150 + 21,415 + 21,412 + 17,539}{4} = 21,629;$$

$$a_1 = \frac{-26,150 - 21,415 + 21,412 + 17,539}{4} = -2,153;$$

$$a_2 = \frac{-26,150 + 21,415 - 21,412 + 17,539}{4} = -2,152.$$

Следовательно, линейный полином имеет вид:

$$y = 21,629 - 2,153x_1 - 2,152x_2.$$

4. Проверка возможности линейного полинома.

С помощью полученного линейного полинома вычисляют теоретическое значение выходного параметра u_T в каждом опыте, результаты заносят в предпоследний столбец u_T таблицы 2.3:

$$u_{T1} = 21,629 - 2,153 \cdot (-1) - 2,152 \cdot (-1) = 25,934;$$

$$u_{T2} = 21,629 - 2,153 \cdot (-1) - 2,152 \cdot 1 = 21,630;$$

$$u_{T3} = 21,629 - 2,153 \cdot 1 - 2,152 \cdot (-1) = 21,627;$$

$$u_{T4} = 21,629 - 2,153 \cdot 1 - 2,152 \cdot 1 = 17,323.$$

Последний столбец Δy^2 таблицы 2.3 содержит значения квадратов разности между экспериментальным и теоретическим значениями выходного параметра. Итоговая сумма квадратов разности значений для линейного полинома составляет 0,186.

5. Дополнение к базовой матрице планирования.

Для проверки возможности нелинейного полинома следует сделать дополнение к базовой матрице планирования. Помимо столбцов x_1 и x_2 , вводится столбец произведения двух факторов x_1x_2 , учитывающий эффект взаимодействия (таблица 2.4).

Таблица 2.4 – Дополненная матрица планирования эксперимента

Номер опыта	X_0	X_1	X_2	X_1x_2	Z_1	Z_2	Y_s	Y_T	Δy^2
1	+1	-1	-1	+1	90	67,5	26,150	26,150	0
2	+1	-1	+1	-1	90	82,5	21,415	21,415	0
3	+1	+1	-1	-1	110	67,5	21,412	21,412	0
4	+1	+1	+1	+1	110	82,5	17,539	17,539	0
							$\Sigma \Delta y^2 =$		0

Как уже было отмечено в пункте 2.3, при добавлении столбцов эффектов взаимодействий все свойства матрицы планирования сохраняются. Таким образом, проводить повторно вычислительный эксперимент не требуется – значения выходного параметра y_s автоматически переносятся из таблицы 2.3.

6. Вычисление коэффициента взаимодействия нелинейного полинома $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_{12}x_1x_2$.

Расчет коэффициента взаимодействия a_{12} выполняют по формуле (2.7):

$$a_{12} = \frac{26,150 - 21,415 - 21,412 + 17,539}{4} = 0,216.$$

Следовательно, нелинейный полином имеет вид:

$$y = 21,629 - 2,153x_1 - 2,152x_2 + 0,216x_1x_2.$$

7. Проверка возможности нелинейного полинома.

По аналогии с этапом №4 вычисляют теоретические значения y_T выходного параметра:

$$y_{T1} = 21,629 - 2,153 \cdot (-1) - 2,152 \cdot (-1) + 0,216 \cdot 1 = 26,150;$$

$$y_{T2} = 21,629 - 2,153 \cdot (-1) - 2,152 \cdot 1 + 0,216 \cdot (-1) = 21,415;$$

$$y_{T3} = 21,629 - 2,153 \cdot 1 - 2,152 \cdot (-1) + 0,216 \cdot (-1) = 21,412;$$

$$y_{T4} = 21,629 - 2,153 \cdot 1 - 2,152 \cdot 1 + 0,216 \cdot 1 = 17,539.$$

Сравнительный анализ суммы квадратов в таблицах 2.3 и 2.4 позволяет сделать вывод, что нелинейная полиномиальная модель является более адекватной. Фактически, такая полиномиальная модель аналитически точно выражает функциональную зависимость $F_B = f(R_{OC}, C_{OC})$.

Полученный нелинейный полином можно представить в натуральных значениях факторов z_1 и z_2 :

$$F_B = 21,629 - 2,153 \left(\frac{z_1 - 100}{10} \right) - 2,152 \left(\frac{z_2 - 75}{7,5} \right) + 0,216 \left(\frac{z_1 - 100}{10} \right) \left(\frac{z_2 - 75}{7,5} \right) =$$

$$= 86,279 - 0,4313z_1 - 0,5749z_2 + 0,00288z_1z_2.$$

Ниже приведен листинг программы в MathCAD (рисунки 2.5, 2.6) по расчету коэффициентов регрессии и проверки возможности линейных и нелинейных полиномов.

Для вычисления свободного члена уравнения регрессии используется стандартная функция $mean$. При вычислении коэффициентов регрессии и теоретических значений выходного параметра применяется операция умножения матриц (вводится обычным знаком умножения). Следует помнить, что по правилам математики для умножения матриц необходимо, чтобы число столбцов первой матрицы (вектора) было равно числу строк второй матрицы (вектора).

Количество факторов в эксперименте $m := 2$

Количество опытов в эксперименте $N := 2^m$

Вектор значений выходного параметра - верхняя частота полосы пропускания

$$Y := \begin{pmatrix} 26.150 \\ 21.415 \\ 21.412 \\ 17.539 \end{pmatrix}$$

Матрица планирования для линейного полинома

$$MPL := \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрица планирования для нелинейного полинома

$$MPN := \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Свободный член уравнения регрессии - математическое ожидание выходного параметра:

$$b0 := \text{mean}(Y) \quad b0 = 21.629$$

Вычисление коэффициентов регрессии для линейного полинома

$$BL := \frac{Y^T \cdot MPL}{N} \quad BL^T = \begin{pmatrix} -2.153 \\ -2.152 \end{pmatrix}$$

Вычисление коэффициентов регрессии для нелинейного полинома

$$BN := \frac{Y^T \cdot MPN}{N} \quad BN^T = \begin{pmatrix} -2.153 \\ -2.152 \\ 0.216 \end{pmatrix}$$

Вычисление теоретических значений выходного параметра для линейного полинома

$$YTL := b0 + BL \cdot MPL^T \quad YTL := YTL^T \quad YTL = \begin{pmatrix} 25.934 \\ 21.63 \\ 21.627 \\ 17.323 \end{pmatrix}$$

Рисунок 2.5 – Листинг расчета коэффициентов регрессии в MathCAD

Вычисление суммы квадратов невязок для линейного полинома

$$SKL := (Y - YTL)^2 \quad SKL = \begin{pmatrix} 0.046 \\ 0.046 \\ 0.046 \\ 0.046 \end{pmatrix} \quad \sum SKL = 0.186$$

Вычисление теоретических значений выходного параметра для нелинейного полинома

$$YTN := b0 + BN \cdot MPN^T \quad YTN := YTN^T \quad YTN = \begin{pmatrix} 26.15 \\ 21.415 \\ 21.412 \\ 17.539 \end{pmatrix}$$

Вычисление суммы квадратов невязок для нелинейного полинома

$$SKN := (Y - YTN)^2 \quad SKN = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \sum SKN = 0$$

Рисунок 2.6 - Листинг проверки возможности линейных и нелинейных полиномов в MathCAD

Замечание. Традиционно, при проведении физического факторного эксперимента выполняют проверку значимости коэффициентов регрессии и проверку адекватности полиномиальной модели по критерию Фишера [8]. В основе таких проверок лежит понятие дисперсии воспроизводимости, которое характеризует степень разброса измеренных значений при повторных опытах.

Учитывая специфику проведения вычислительного факторного эксперимента на ЭВМ, дисперсия воспроизводимости в таком эксперименте равна нулю. Другими словами, повторные опыты (вычисления) в одной и той же точке факторного пространства всегда дают одинаковый результат. В связи с этим применение традиционных проверок лишено смысла – любой коэффициент регрессии будет являться значимым, любая полиномиальная модель будет являться адекватной.

В настоящем примере предложен альтернативный способ проверки адекватности полиномиальной модели путем сравнения суммы квадратов невязок между экспериментальными и теоретическими значениями для разных полиномов. По существу, такой способ является разновидностью метода аппроксимации экспериментальных данных методом наименьших квадратов.

2.5 Лабораторное задание

Перед началом выполнения лабораторного задания следует убедиться в том, что библиотека математических моделей операционных усилителей подключена.

Для вариантов 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25. Повторить методический пример, приведенный выше, по исходным данным Вашего варианта.

Для вариантов 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24. Реализовать ПФЭ 2^3 . В качестве варьируемых параметров принять сопротивления резисторов R_{OC1} и R_{OC2} , а также емкость конденсатора C_{OC} . Выходной параметр – нижняя частота полосы пропускания фильтра. В дополненной матрице планирования должны быть введены четыре столбца, учитывающие эффекты взаимодействия: x_1x_2 ; x_1x_3 ; x_2x_3 ; $x_1x_2x_3$. Общий вид нелинейного полинома:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 + a_{123}x_1x_2x_3.$$

2.6 Контрольные вопросы

1. Какие задачи необходимо решить, прежде чем приступить к проведению факторного эксперимента?
2. Что такое критерий (или параметр) оптимизации?
3. Каким требованиям должен удовлетворять параметр оптимизации?
4. Какие требования предъявляются к факторам, которые оказывают воздействия на объект исследования во время эксперимента?
5. Каким образом кодируются верхний и нижний уровни факторов в факторном эксперименте?
6. Что такое главный эффект фактора?
7. Какой вид аппроксимации при планировании эксперимента проверяют в первую очередь?
8. Какими свойствами обладают полные факторные планы?

2.7 Варианты заданий

Во всех вариантах задания одинаковыми являются следующие данные:

- модель операционного усилителя 140UD8;
- напряжение питания ОУ $\pm 15\text{В}$;
- отсутствие корреляционной связи между параметрами ЭРЭ;
- верхняя или нижняя частота полосы пропускания измеряется по уровню -3дБ .

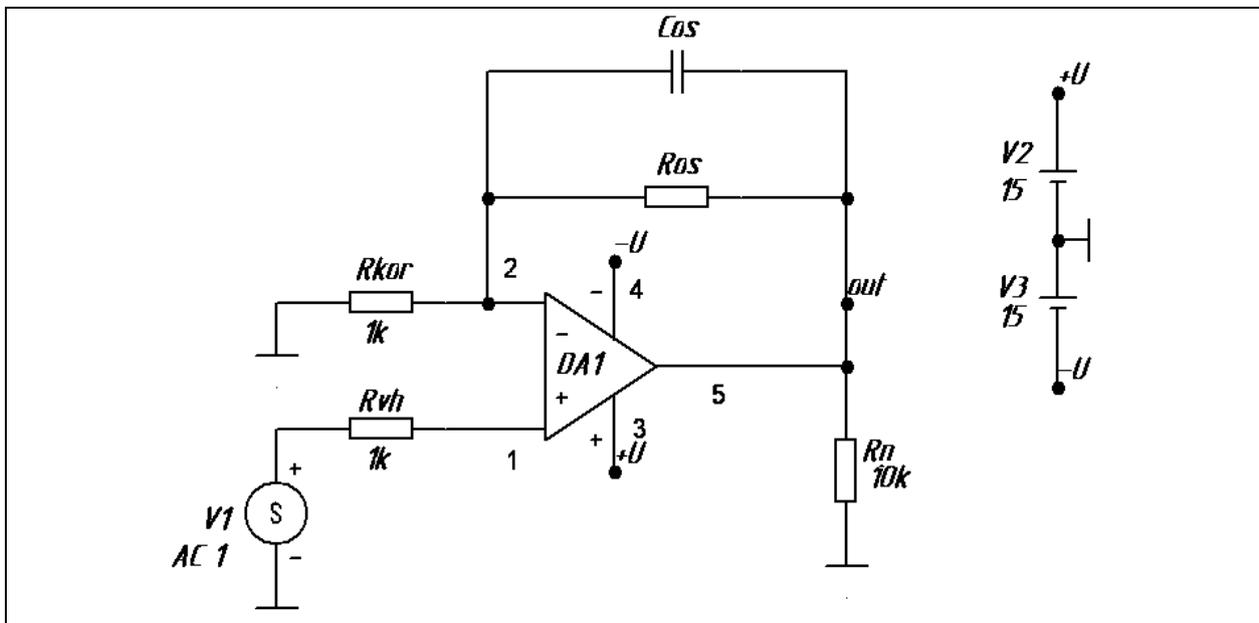


Рисунок 2.7 – Типовая схема фильтра низких частот

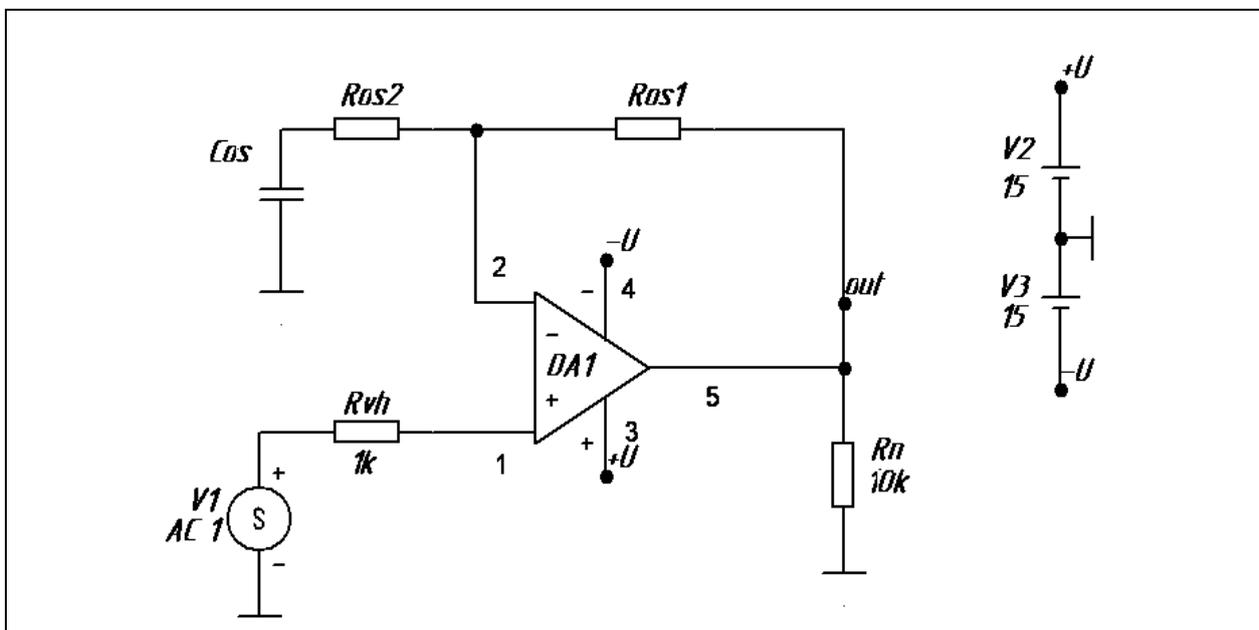


Рисунок 2.8 – Типовая схема фильтра высоких частот

Варианты заданий

Таблица 2.5 – Варианты заданий к лабораторной работе

№ варианта	Типовая схема	Нулевой уровень варьирования	Интервалы варьирования
1	I	$R_{oc} = 10 \text{ кОм}; c_{oc} = 15 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc} = \pm 2 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 3 \text{ нФ}$
2	II	$R_{oc1} = 100 \text{ кОм}; r_{oc2} = 10 \text{ кОм}; c_{oc} = 15 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc1} = \pm 10 \text{ кОм}; \Delta r_{oc2} = \pm 1 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 1.5 \text{ нФ}$
3	I	$R_{oc} = 50 \text{ кОм}; c_{oc} = 5 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc} = \pm 10 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 1 \text{ нФ}$
4	II	$R_{oc1} = 75 \text{ кОм}; r_{oc2} = 10 \text{ кОм}; c_{oc} = 25 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc1} = \pm 15 \text{ кОм}; \Delta r_{oc2} = \pm 2 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 5 \text{ нФ}$
5	I	$R_{oc} = 150 \text{ кОм}; c_{oc} = 10 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc} = \pm 50 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 2 \text{ нФ}$
6	II	$R_{oc1} = 15 \text{ кОм}; r_{oc2} = 1 \text{ кОм}; c_{oc} = 50 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc1} = \pm 5 \text{ кОм}; \Delta r_{oc2} = \pm 0.3 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 15 \text{ нФ}$
7	I	$R_{oc} = 75 \text{ кОм}; c_{oc} = 1 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc} = \pm 25 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 1 \text{ нФ}$
8	II	$R_{oc1} = 20 \text{ кОм}; r_{oc2} = 15 \text{ кОм}; c_{oc} = 30 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc1} = \pm 10 \text{ кОм}; \Delta r_{oc2} = \pm 7.5 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 15 \text{ нФ}$
9	I	$R_{oc} = 35 \text{ кОм}; c_{oc} = 55 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc} = \pm 7 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 11 \text{ нФ}$
10	II	$R_{oc1} = 10 \text{ кОм}; r_{oc2} = 10 \text{ кОм}; c_{oc} = 20 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc1} = \pm 1 \text{ кОм}; \Delta r_{oc2} = \pm 5 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 5 \text{ нФ}$
11	I	$R_{oc} = 5 \text{ кОм}; c_{oc} = 40 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc} = \pm 0.5 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 4 \text{ нФ}$
12	II	$R_{oc1} = 60 \text{ кОм}; r_{oc2} = 25 \text{ кОм}; c_{oc} = 2 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc1} = \pm 20 \text{ кОм}; \Delta r_{oc2} = \pm 5 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 0.2 \text{ нФ}$
13	I	$R_{oc} = 100 \text{ кОм}; c_{oc} = 10 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc} = \pm 10 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 1 \text{ нФ}$
14	II	$R_{oc1} = 100 \text{ кОм}; r_{oc2} = 25 \text{ кОм}; c_{oc} = 10 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc1} = \pm 10 \text{ кОм}; \Delta r_{oc2} = \pm 3 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 2 \text{ нФ}$
15	I	$R_{oc} = 25 \text{ кОм}; c_{oc} = 25 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc} = \pm 2 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 3 \text{ нФ}$
16	II	$R_{oc1} = 120 \text{ кОм}; r_{oc2} = 80 \text{ кОм}; c_{oc} = 25 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc1} = \pm 30 \text{ кОм}; \Delta r_{oc2} = \pm 10 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 5 \text{ нФ}$
17	I	$R_{oc} = 120 \text{ кОм}; c_{oc} = 5 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc} = \pm 50 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 0.5 \text{ нФ}$
18	II	$R_{oc1} = 80 \text{ кОм}; r_{oc2} = 30 \text{ кОм}; c_{oc} = 5 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc1} = \pm 5 \text{ кОм}; \Delta r_{oc2} = \pm 3 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 0.5 \text{ нФ}$
19	I	$R_{oc} = 80 \text{ кОм}; c_{oc} = 60 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc} = \pm 25 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 6 \text{ нФ}$
20	II	$R_{oc1} = 70 \text{ кОм}; r_{oc2} = 15 \text{ кОм}; c_{oc} = 60 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc1} = \pm 10 \text{ кОм}; \Delta r_{oc2} = \pm 2 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 10 \text{ нФ}$
21	I	$R_{oc} = 30 \text{ кОм}; c_{oc} = 15 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc} = \pm 7 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 3 \text{ нФ}$
22	II	$R_{oc1} = 100 \text{ кОм}; r_{oc2} = 15 \text{ кОм}; c_{oc} = 15 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc1} = \pm 25 \text{ кОм}; \Delta r_{oc2} = \pm 3 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 2 \text{ нФ}$
23	I	$R_{oc} = 70 \text{ кОм}; c_{oc} = 40 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc} = \pm 10 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 5 \text{ нФ}$
24	II	$R_{oc1} = 100 \text{ кОм}; r_{oc2} = 80 \text{ кОм}; c_{oc} = 20 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc1} = \pm 30 \text{ кОм}; \Delta r_{oc2} = \pm 20 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 10 \text{ нФ}$
25	I	$R_{oc} = 15 \text{ кОм}; c_{oc} = 20 \text{ нФ}$	$\Delta r_{oc} = \pm 2 \text{ кОм}; \Delta c_{oc} = \pm 5 \text{ нФ}$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дьяконов В. MathCAD 2001: Учебный курс. Санкт-Петербург : Питер, 2001. – 621 с.
2. Разевиг В.Д. Схемотехническое моделирование с помощью Micro-CAP 7. – Москва : Горячая линия-Телеком, 2003. – 368 с.
3. Опадчий Ю.Ф. Аналоговая и цифровая электроника (Полный курс): Учебник для вузов / Ю.Ф. Опадчий, О.П. Глудкин, А.И. Гуров; Под ред. О.П. Глудкина. – Москва: Горячая Линия-Телеком, 2002. – 768 с.
4. Серафинович Л.П. Статистическая обработка опытных данных. – Томск, Изд-во Томского ун-та, 1980. – 76 с.
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. Учеб. пособие для вузов / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – Москва : Высш. школа, 2000. – 480 с.
6. Бусленко И.П. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло). Под ред. Шнейдера Ю.А. – Москва : Физматгиз, 1962.
7. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн Т. – Москва : Наука, 1968.
8. Адлер Ю.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Наука, 1976. – 280 с.
9. Анисимов Б.В. Машинный расчет элементов ЭВМ. Учеб. пособие для вузов. Москва : Высш. школа, 1976. – 336 с.
10. Фомин А.В. Технология, надежность и автоматизация производства БГИС и микросборок: Учеб. пособие для ВУЗов / А.В. Фомин, Ю.И. Боченков, В.А. Сорокопуд; Под ред. А.В. Фомина. – Москва : Радио и связь, 1981. – 352 с.
11. Гусев В.П. Расчет электрических допусков радиоэлектронной аппаратуры. Под ред. В.П. Гусева и А.В. Фомина. – Москва : Советское радио, 1963. – 368 с.
12. Барабашук В.И. Планирование эксперимента в технике / В.И. Барабашук, Б.П. Креденцер, В.И. Мирошниченко; Под ред. Б.П. Креденцера. – Киев : Техника, 1984. – 200 с.
13. Сыпчук П.П. Методы статистического анализа при управлении качеством изготовления элементов РЭА / П.П. Сыпчук, А.М. Талалай – Москва : Сов. Радио, 1979. – 168 с.
14. Алексеев В.П. Основы научных исследований и патентоведения: Уч. пособие / В.П. Алексеев, Д.В. Озёркин – Томск: Издательство ИОА СО РАН, 2003. – 180 с.
15. Micro-CAP 7.0. Electronic Circuit Analysis Program. Reference Manual - Sunnyvale: Spectrum Software, 2001.
16. Micro-CAP 7.0. Electronic Circuit Analysis Program. User's Guide – Sunnyvale: Spectrum Software, 2001.