

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

А.И. Башкиров

**ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В КРУГЛОМ
ВОЛНОВОДЕ**

Методические указания к лабораторной работе

Томск
2022

УДК 621.373.8

ББК 32.854

Б 334

Рецензент:

Аксенов А.И., доцент каф. электронных приборов ТУСУР, канд. техн. наук

Башкиров, Александр Иванович

Б 334 Исследование электромагнитного поля в круглом волноводе: методические указания к лабораторной работе / А.И. Башкиров. - Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2022. - 9 с.

Настоящие методические указания к лабораторной работе для студентов составлены с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО).

Методические указания предназначены для студентов, обучающихся по направлению 11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника» по дисциплине «Микроволновая электроника».

Одобрено на заседании каф. ЭП протокол № 02-22 от 04.02.2022 г.

УДК 621.373.8

ББК 32.854

© Башкиров Александр Иванович,
2022

© Томск, гос. ун-т систем упр. и
радиоэлектроники, 2022

Оглавление

Введение	4
1 Теоретическая часть	4
1.1 Теория круглых волноводов микроволнового диапазона.....	4
1.2 Н – волны.....	7
2 Порядок выполнения работы.....	8
2.1 Методические указания.....	8
2.2 Содержание отчета	8
3 Контрольные вопросы	8
Список рекомендуемой литературы	9

Введение

Различные направляющие системы получили широкое распространение благодаря интенсивному развитию микроволновой электроники. Особое место занимают здесь полые волноводы. Полый волновод круглого сечения представляет собой один из видов линии передачи в диапазоне сантиметровых волн.

Целью данной работы является изучение свойств круглого волновода, методики расчета параметров, характеризующих режим работы линии передачи, исследование конфигурации электромагнитного поля направляемых волн в круглом волноводе.

1 Теоретическая часть

1.1 Теория круглых волноводов микроволнового диапазона

Теория круглых волноводов микроволнового диапазона рассмотрена в том числе в учебной и методической литературе. В данном пособии использованы материалы, касающиеся круглых волноводов, изложенные в [1 - 3].

Устройства, ограничивающие область, в которой распространяются электромагнитные волны, и направляющие движение электромагнитной энергии в заданном направлении, называются направляющими системами. К их числу относятся всевозможные линии передачи, основными типами которых являются проводные линии, коаксиальные линии, металлические волноводы, полосковые линии.

Классификация направляемых волн проводится по признаку наличия у них продольной составляющей электрического или магнитного поля. Принято называть H – волнами (магнитными) или поперечно-электрическими волнами, обозначаемыми символом TE (Transversion Electric - поперечно-электрические) такие волны, у которых $H_z \neq 0$. Если $E_z \neq 0$, то такие волны называются E – волнами (электрическими) или поперечно-магнитными волнами, обозначаемые символом TM (Transversion Magnetic - поперечно-магнитные). В некоторых линиях передачи, таких как коаксиальная или полосковая, могут быть равны нулю продольные составляющие и электрического, и магнитного поля одновременно. Такие волны, для которых $H_z = 0$ и $E_z = 0$ называют T – волнами (поперечными) или поперечно-электромагнитными волнами, обозначаемыми символом TEM (Transversion Electro-Magnetic). В направляющих системах могут также существовать смешанные (гибридные) волны, у которых отличны от нуля все компоненты электромагнитного поля.

Круглые волноводы представляют собой металлическую трубу круглого сечения радиусом a (рисунок 1.1), в которых также как в прямоугольных волноводах распространяются E - и H - волны, и не распространяются волны типа T .

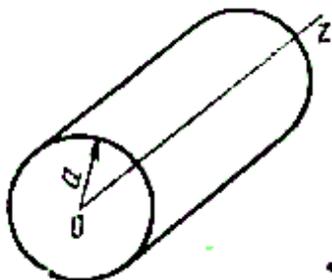


Рисунок 1.1 - Круглый волновод

При анализе круглого волновода удобно использовать цилиндрическую систему координат r, φ, z , при этом ось z совмещена с осью волновода (рисунок 1.1). Уравнение Гельмгольца для продольной компоненты вектора напряженности электрического поля в цилиндрической системе координат имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial \phi^2} + \chi_{\perp}^2 \dot{E}_z = 0, \quad (1.1)$$

Для решения (1.1) применим метод разделения переменных, что приводит к двум независимым дифференциальным уравнениям

$$\frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} + m^2 \Phi = 0, \quad (1.2)$$

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + (\chi_{\perp}^2 - \frac{m^2}{r^2}) R = 0, \quad (1.3)$$

Решение уравнения (1.2) имеет вид

$$\Phi(\phi) = A \sin m\phi + B \cos m\phi,$$

где $A_1 = \sqrt{A^2 + B^2}$; $\phi = \arctg \frac{A}{B}$, m – целое число ($m=0,1,2 \dots$).

Функция Φ должна быть четной относительно угла φ . Поэтому, постоянная $A = 0$ и

$$\Phi(\varphi) = B \cos m(\varphi - \varphi_0) \quad (1.4)$$

Уравнение (1.3) является уравнением Бесселя, его решение хорошо известно и может быть представлено в виде

$$R(r) = C' J_m(\chi_{\perp} r) + D' N_m(\chi_{\perp} r)$$

где $J_m(\chi_{\perp} r)$ и $N_m(\chi_{\perp} r)$ – функции Бесселя m -го порядка первого и второго рода, функцию $N_m(\chi_{\perp} r)$ называют также функцией Неймана m -го порядка; C' , D' – произвольные постоянные.

Функция Бесселя второго рода при $r \rightarrow 0$ стремится к бесконечности. Так как напряженность поля в любой точке волновода должна быть ограничена, то необходимо наложить условие $D' = 0$. Таким образом, получаем продольную компоненту электрического поля в виде

$$\dot{E}_z = E_{0z} J_m(\chi_{\perp} r) \cos m(\varphi - \varphi_0) e^{-j\gamma z} \quad (1.5)$$

где $E_{0z} = A_1 C'$ – амплитуда продольной составляющей электрического поля.

Подставляя выражение для \dot{E}_z из (1.5) в соотношения, связывающие поперечные и продольные компоненты электромагнитного поля, определяем поперечные составляющие поля.

Составляющие векторов поля волны типа E_{mn} в круглом волноводе имеют вид:

$$\begin{aligned}
E_r &= -j \frac{\gamma}{\chi_{\perp}} E_0 J'_m(\chi_{\perp} r) \cos(m\phi) \exp(-j\gamma z), \\
E_{\phi} &= j \frac{\gamma m}{\chi_{\perp}^2 r} E_0 J_m(\chi_{\perp} r) \sin(m\phi) \exp(-j\gamma z), \\
E_z &= E_0 J_m(\chi_{\perp} r) \cos(m\phi) \exp(-j\gamma z), \\
H_r &= -j \frac{\omega \varepsilon_a}{\chi_{\perp}^2 r} m E_0 J_m(\chi_{\perp} r) \sin(m\phi) \exp(-j\gamma z), \\
H_{\phi} &= -j \frac{\omega \varepsilon_a}{\chi_{\perp}} E_0 J'_m(\chi_{\perp} r) \cos(m\phi) \exp(-j\gamma z), \\
H_z &= 0.
\end{aligned} \tag{1.6}$$

В уравнениях (1.6) штрих означает дифференцирование по всему аргументу функций Бесселя. Чтобы найти χ_{\perp} , надо воспользоваться граничным условием $E_{z/r=a} = 0$. Подставляя его в (1.6), получаем:

$$J_m(\chi_{\perp} a) = 0, \tag{1.7}$$

Значения аргумента, при которых функция Бесселя равна нулю называются корнями функции Бесселя. Обозначая n -й корень функции Бесселя m -го порядка через v_{mn} из последнего уравнения получаем

$$\chi_{\perp} a = v_{mn}, \tag{1.8}$$

где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ – порядок функции Бесселя, $n = 1, 2, 3, \dots$ – номер корня в порядке возрастания.

Нумерация E_{mn} – волн, отличающихся друг от друга по структуре поля в плоскости поперечного сечения, волновода, осуществляется в соответствии с порядковым номером корня уравнения (1.7). Например, корню v_{01} соответствует волна E_{01} , корню v_{13} – волна E_{13} и т.д. Индекс m – соответствует числу стоячих волн поля, укладываемых по окружности волновода, т.е. числу вариаций поля по угловой координате поля φ , а индекс n – число вариаций по радиальной координате r .

Из уравнения (1.8) определяем χ_{\perp} и находим $\lambda_{кр}$. Для волн типа E_{mn} в круглом волноводе критическая длина волны определяется выражением

$$\lambda_{кр} = \frac{2a\pi}{v_{mn}}, \tag{1.9}$$

где a — радиус волновода; v_{mn} — n -й корень уравнения $J_m(x) = 0$.

Выражения, определяющие длину волны в волноводе и фазовую скорость волны, имеют такой же вид, как и в теории прямоугольного волновода

$$v_{\phi} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}} \tag{1.10}$$

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}, \tag{1.11}$$

где Λ – длина волны в волноводе, λ – длина волны в свободном пространстве.

1.2 Н – волны

Решение уравнения Гельмгольца для продольной компоненты вектора напряженности магнитного поля в цилиндрической системе координат имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial \varphi^2} + \chi_{\perp}^2 \dot{H}_z = 0 \quad (1.12)$$

Дальнейшее решение аналогично проведенному для электрических волн. В результате получаем следующее выражение для продольной составляющей магнитного поля

$$\dot{H}_z = H_{0z} J_m(\chi_{\perp} r) \cos m(\varphi - \varphi_0) e^{-j\gamma z} \quad (1.13)$$

Подставляя выражение для \dot{H}_z из (1.12) в соотношения, связывающие поперечные и продольные компоненты электромагнитного поля, определяем поперечные составляющие поля.

Выражения для составляющих векторов поля волн типа H_{mn} в круглом волноводе имеют вид:

$$\begin{aligned} E_r &= j \frac{\omega \mu_a}{\chi_{\perp}^2 r} m H_0 J_m(\chi_{\perp} r) \sin(m\varphi) \exp(-j\gamma z), \\ E_{\phi} &= j \frac{\omega \mu_a}{\chi_{\perp}} H_0 J_m'(\chi_{\perp} r) \cos(m\varphi) \exp(-j\gamma z), \\ E_z &= 0, \\ H_r &= -j \frac{\gamma}{\chi_{\perp}} H_0 J_m'(\chi_{\perp} r) \cos(m\varphi) \exp(-j\gamma z), \\ H_{\phi} &= j \frac{\gamma m}{\chi_{\perp}^2 r} H_0 J_m(\chi_{\perp} r) \sin(m\varphi) \exp(-j\gamma z), \\ H_z &= H_0 J_m(\chi_{\perp} r) \cos(m\varphi) \exp(-j\gamma z). \end{aligned} \quad (1.14)$$

В уравнениях (1.14) штрих означает дифференцирование по всему аргументу функции Бесселя. Для определения поперечного волнового числа χ_{\perp} воспользуемся граничным

$$\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial n} = 0$$

условием. Учитывая, что в круглом волноводе дифференцирование по нормали соответствует дифференцированию по радиусу, можно получить трансцендентное уравнение

$$J_m'(\chi_{\perp} a) = 0 \quad (1.15)$$

Отметим, что при выполнении равенства (1.15) согласно (1.14) касательная к стенкам

волновода составляющая \dot{E}_{ϕ} электрического поля равна нулю на поверхности стенок волновода. Обозначив корни уравнения (1.15), число которых бесконечно, через μ_{mn} находим поперечное волновое число волн H_{mn} :

$$\chi_{\perp} \cdot a = \mu_{mn}$$

Для волн типа H_{mn} в круглом волноводе критическая длина волны равна

$$\lambda_{кр} = \frac{2a\pi}{\mu_{mn}} \quad (1.16)$$

где μ_{mn} — n -й корень уравнения $J_m'(x) = 0$.

Выражения, описывающие длину волны в волноводе и фазовую скорость, остаются такими же, как и для электрических волн (1.10), (1.11).

Несмотря на конструктивные преимущества, круглые волноводы используют значительно реже, чем прямоугольные. Это обусловлено поляризационной неустойчивостью основной волны типа H_{11} в круглом волноводе. Поляризационная неустойчивость образуется из-за симметрии круглого волновода. Например, если на входе некоторой волноводной системы волна типа H_{11} поляризована вертикально, то под влиянием различных случайных деформаций волноводной линии колебания на линии имеют уже другое направление плоскости поляризации. Так как возбуждающие устройства работают, как правило, лишь с колебаниями вполне определенной поляризации, круглые волноводы с волной H_{11} не используют в качестве линии передачи СВЧ- сигналов. Однако если в круглом волноводе возбудить волны H_{11} ортогональные друг другу и сдвинутые по фазе на $\pm 90^\circ$, то суммарное поле будет волной с круговой поляризацией. Такие линии находят применение.

Ценным практическим свойством круглого волновода является возможность распространения в нем симметричных типов колебаний. На основе этих волн работает так называемое вращающееся волноводное сочленение, предназначенное для передачи энергии от передатчика к антенне радиолокационной станции.

2 Порядок выполнения работы

2.1 Методические указания

2.1.1 Изучить настоящее методическое руководство.

2.1.2 Согласовать с преподавателем параметры круглого волновода, тип волны для исследования электромагнитного поля.

2.1.3 Рассчитать граничные частоты одномодового диапазона для заданного волновода.

2.1.4 Для данного типа волны найти критическую длину волны, рассчитать и построить зависимость длины волны в волноводе от частоты возбуждающих колебаний $\lambda_v(f)$.

2.1.5 Построить распределение компонент поля заданного типа волны по координатным осям поперечного сечения волновода. Построить силовые линии электрического магнитного полей в заданных преподавателем сечениях волновода.

2.2 Содержание отчета

- 1) Краткий конспект раздела теории круглых волноводов;
- 2) Эскиз круглого волновода с привязкой к системе координат;
- 3) Графическую зависимость длины волны в волноводе от частоты возбуждающих колебаний;
- 4) Графики распределение компонент поля заданного типа волны по координатным осям волновода;
- 5) Графическое изображение силовых линий электрического и магнитного полей в заданных сечениях круглого волновода;
- 6) Ответы на контрольные вопросы.

3 Контрольные вопросы

1. Какие типы волн существуют в круглых волноводах?
2. Какой физический смысл имеют символы m и n , обозначающих тип волны в круглом волноводе?
3. Дайте определение длины волны в волноводе.

4. Дайте определение критической длины волны в волноводе.
5. Дайте определение фазовой скорости в волноводе.
6. Какая волна в волноводе называется основной? Запишите условие одномодового режима в волноводе.
7. Какая волна является основной в круглом волноводе?
8. Запишите условие, при котором в круглом волноводе будет распространяться только основная волна.

Список рекомендуемой литературы

1. Никольский, В.В. Никольская Т.И. Электродинамика и распространение радиоволн/ В.В. Никольский, Т.И. Никольская – Москва: Наука, 1989. – 543 с.
2. Боков, Л.А. Электродинамика и распространение радиоволн. Часть 1/ Электромагнитные поля и волны, Раздел 2// Л.А. Боков – Томск: ТМЦДО, 2004. - 115 с.
3. Замотринский, В.А. Устройства СВЧ и антенны: учебное пособие в 2 частях. Ч. 1/ Устройства СВЧ// В.А. Замотринский, Л.И. Шангина – Томск : Факультет дистанционного обучения, ТУСУР, 2010. - 201 с.