

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет  
систем управления и радиоэлектроники

К.Н. Афонин, Г.В. Смирнов

## **ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА**

Методические указания к лабораторным работам для студентов технических вузов

Томск  
2022

УДК 519.242  
ББК 22.172  
А 94

Рецензент:

**Туев В.И.**, профессор, заведующий кафедрой  
радиоэлектронных технологий и экологического мониторинга, д-р техн. наук

**Афонин, Кирилл Нильевич, Смирнов, Геннадий Васильевич**

**А 94 Планирование эксперимента: методические указания к лабораторным работам для студентов технических вузов / К.Н. Афонин, Г.В. Смирнов. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2022. – 12 с.**

Составлены содержание и методические указания по проведению лабораторных работ студентов технических вузов. Приведённые задания на лабораторные работы направлены на закрепление теоретических знаний по разделам дисциплины и овладение методиками статистического анализа данных, полученных по результатам эксперимента. Приведены рекомендации по подготовке отчета по лабораторной работе и вопросы для самопроверки.

Методические указания предназначены для студентов технических вузов всех направлений и специальностей подготовки бакалавров, специалистов и магистров.

Одобрено на заседании кафедры РЭТЭМ протокол № 78 от 16.02.2022.

УДК 519.242  
ББК 22.172

© Афонин К.Н.,  
Смирнов Г.В., 2022  
© Томск. гос. ун-т систем упр.  
и радиоэлектроники

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
1 Лабораторная работа № 1 «Исследование процесса пропитки обмоточных изделий» .....	6
2 Лабораторная работа № 2 «Исследование процесса пропитки обмоточных изделий в матричной форме» .....	11
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	12

## ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Планирование эксперимента» направлена на освоение студентами методов проведения исследований объектов и процессов на основании теории планирования экспериментов. Основные задачи дисциплины:

- 1) Научить управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла.
- 2) Знать методы планирования эксперимента и грамотно проводить исследования различных объектов и явлений.
- 3) Приобрести знания и умения в области обработки статистических данных, полученных в эксперименте.
- 4) Приобрести знания в области разработки математических моделей разнообразных объектов и явлений.
- 5) Знать методы оптимизации уметь применять их на практике.
- 6) Приобрести способность организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели.
- 7) Научить организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели.

Содержание дисциплины разделено на двенадцать частей и представлено в таблице 1.

Таблица 1 – Содержание дисциплины

Название разделов дисциплины	Содержание разделов дисциплины
1 Основные понятия и определения	Основные понятия теории планирования эксперимента. Кибернетическая система в виде "черного ящика". Ошибки параллельных опытов. Дисперсия параметра оптимизации. Проверка однородности дисперсий. Рандомизация.
2 Обобщенный параметр оптимизации	Выбор параметров оптимизации и требования к нему.
3 Факторы	Определение фактора и требования к нему.
4 Выбор модели	Выбор модели. Шаговый принцип.
5 Полный факторный эксперимент	Принятие решений перед планированием эксперимента. Выбор уровней и интервалов варьирования. Полный факторный эксперимент.
6 Дробный факторный эксперимент	Минимизация числа опытов при планировании экспериментов. Генерирующие соотношения и определяющие контрасты. Реплики различной дробности.
7 Проведение эксперимента	Постановка задачи, выбор параметров оптимизации. Выбор факторов, число опытов, учет априорной информации. Реализация плана эксперимента.
8 Обработка результатов эксперимента	Метод наименьших квадратов. Регрессионный анализ. Проверка адекватности модели. Проверка значимости коэффициентов.
9 Матричный подход к регрессионному анализу	Метод наименьших квадратов для одного фактора. Некоторые операции над матрицами. Обобщение метода и наименьших квадратов на многофакторный линейный случай.

Продолжение таблицы 1

Название разделов дисциплины	Содержание разделов дисциплины
10 Принятие решений после построения модели	Статистический анализ. Критерии оптимальности планов. Интерпретация результатов. Принятие решений после построения модели процесса.
11 Крутое восхождение по поверхности отклика	Движение по градиенту. Расчет крутого восхождения
12 Принятие решения после крутого восхождения	Крутое восхождение эффективно. Крутое восхождение неэффективно.

# **1 Лабораторная работа № 1 «Исследование процесса пропитки обмоточных изделий»**

## **Цель работы**

Закрепление теоретических знаний по разделу «Полный факторный эксперимент» дисциплины и овладение методиками статистического анализа полученных данных.

## **Теоретические сведения [1]**

К намоточным изделиям электротехнической и радиотехнической промышленности относятся электрические машины, трансформаторы, дроссели, сельсины, катушки индуктивности фильтры, преобразователи и др. Факт широчайшего распространения данного вида изделий наглядно подтверждают цифры, показывающие потребление ими электрической энергии. Подсчитано, что только на долю асинхронных электродвигателей общепромышленного применения в Российской Федерации приходится 50% всей вырабатываемой электроэнергии, а в США – 64 %. Самым ненадежным узлом электрической машины является изоляция обмоток электрических машин. По современным данным, на долю обмоток асинхронных электродвигателей приходится 95 – 98% общего количества отказов, причем на межвитковую изоляцию приходится 93%, на межфазную – 5% и на корпусную – 2% всех отказов обмоток. При этом убытки обусловлены не только большими затратами на ремонт или замену отказавших электродвигателей, составляющими около 80% стоимости годового выпуска электрических машин, но и от простоя оборудования, в котором была задействована отказавшая электрическая машина.

Низкая надежность изоляции обмоток электрических машин во многом зависит от качества изоляции обмоточного провода, от намоточного оборудования и технологии пропитки. Именно в процессе пропитки обмоток пленкой пропиточного состава скрываются дефекты в витковой, межфазной и корпусной изоляции. В результате пропитки повышаются не только электроизоляционные свойства обмоток, но и повышается теплопроводность обмотки, её влагостойкость, монолитность и другие характеристики, повышающие надежность изоляции обмоток.

Все эти качественные изменения свойств обмотки после пропитки связаны с физическими свойствами самого пропиточного состава, а также и с количеством этого пропиточного состава, проникшего в полости обмотки и оставшегося в них после операции компаундирования (сушки). Кроме того, качественные характеристики изоляции обмоток зависят от того, как пропиточный состав распределился по полостям обмотки. Потому, вопрос о совершенствовании пропиточных составов и технологии пропитки обмоток весьма актуален. Качество пропитки оценивают коэффициентом пропитки, характеризующим степень заполненности пропиточным составом межвитковых и прикорпусных полостей обмотки. Можно выделить следующие 3 показателя качества пропитки:

- усредненный коэффициент пропитки  $K_0$ , показывающей степень заполнения пропиточным составом всех полостей обмотки;
- коэффициент пропитки межвитковых полостей  $K_{мв}$ ;
- коэффициент пропитки прикорпусных полостей  $K_{ки}$ .

В настоящей работе необходимо построить математическую модель зависимостей указанных выше коэффициентов от дозы пропиточного состава, температуры предварительной сушки  $T_{пр}$  и поляризующего напряжения  $E$  подаваемого на струю пропиточного состава  $V_l$ . При выполнении расчётов целесообразно использовать [1-3].

## **Порядок выполнения работы**

В таблице 2 приведены уровни варьируемых факторов, их обозначение и размерность

Таблица 2 – Данные для расчёта

Фактор	Единица измерения	Действ-ое обозначение	Кодовое обозначение	Уровни			Инт-лы варьир-я
				+1	0	-1	
Доза жидкого лака	мл	Vл	X <sub>1</sub>	141	122,5	104	16,5
Температура предварит-го нагрева	°С	Tпр	X <sub>2</sub>	86,0	73,05	60,1	12,95
Поляризующее напряжение	кВ	E	X <sub>3</sub>	4	2	0	2

На основании предварительных исследований следует ожидать, что параметры отклика, характеризующие качество пропитки, будут нелинейными функциями входных факторов. В общем случае квадратичный полином описывающий зависимость выходных параметров от входных, имеет вид:

$$Y^* = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3;$$

$b_0, b_1, b_2, b_3, b_{11}, b_{22}, b_{33}, b_{12}, b_{13}, b_{23}, b_{123}$  – коэффициенты регрессии.

Для получения коэффициентов квадратичного полинома применяют композиционный план второго порядка. Матрица планирования в кодовых значениях факторов представлена в таблице 3.

Таблица 3 – Матрица планирования

Номер эксперимента	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
1	-1	-1	-1
2	-1	-1	+1
3	-1	+1	-1
4	-1	+1	+1
5	+1	-1	-1
6	+1	-1	+1
7	+1	+1	-1
8	+1	+1	+1
9	-1	0	0
10	-1	0	0
11	0	-1	0
12	0	+1	0
13	0	0	-1
14	0	0	+1
15	0	0	0

При проведении эксперимента возможно появление систематической ошибки. Для снижения их необходимо проводить рандомизацию планирования с использованием генератора случайных чисел. По результатам планирования эксперимента определяют коэффициенты уравнения регрессии:

$$b_0 = \frac{1}{2^{(m-1)}} \left( \sum_{j=N_0+1}^N \bar{y}_j - \frac{1}{2^{m-1}} \sum_{j=1}^{N_0} \bar{y}_j \right), \quad (1)$$

$$b_j = \frac{1}{2+2^m} \sum_{j=1}^{N_0} x_{ij} \bar{y}_i, \quad (2)$$

$$b_{jk} = \frac{1}{2^m} \sum_{j=1}^{N_0} x_{ij} x_{kj} \bar{y}_j, \quad (3)$$

$$b_{jj} = \frac{1}{2} \sum_{j=N_0+1}^N (x_{ij})^2 \bar{y}_j - b_0, \quad (4)$$

$$Db_0 = \frac{C_1 \sigma^2}{r}; Db_{ii} = \frac{C_2 \sigma^2}{r}; Db_i = \frac{\sigma^2}{r(2+2^m)}; Db_0 = \frac{\sigma^2}{r2^m}, \quad (5)$$

$$C_1 = \frac{(2+m \cdot 2^2)}{(m-1)^2 \cdot 2^{m+1}}; C_2 = \frac{[(m \cdot (m-3)+3) \cdot 2^m + 2]}{(m-1)^2 \cdot 2^{m+1}}. \quad (6)$$

где  $N_0 = 2 \cdot m$  число точек «ядра» плана,  $N = N_0 + 2 \cdot m$ ;

$y_i$  – среднее значение отклика в  $j$ -й точке плана, определяемое по  $r$  параллельным опытам;

$\sigma^2$  – дисперсия воспроизводимости;

$m$  – число факторов;

$x_{ij}$  – значение  $i$ -той кодовой переменной в  $j$ -той точке плана.

Статистический анализ полученных результатов заключается в оценке однородности дисперсий, значимости коэффициентов уравнения регрессии, проверке адекватности модели. Оценка однородности дисперсий параметров отклика осуществляется по методике, изложенной выше (критерий Кохрена). Результаты реализации плана занесены в таблицы 4, 5 и 6.

Таблица 4 – Результаты, часть 1

Номер опыта	Варьируемые факторы			Коэффициенты пропитки			
	X1	X2	X3	K01	K02	K03	$\bar{K0}$
1	-1	-1	-1	0,440	0,440	0,414	0,432
2	-1	-1	+1	0,482	0,475	0,472	0,476
3	-1	+1	-1	0,414	0,440	0,422	0,424
4	-1	+1	+1	0,486	0,482	0,463	0,477
5	+1	-1	-1	0,531	0,522	0,509	0,521
6	+1	-1	+1	0,515	0,540	0,557	0,538
7	+1	+1	-1	0,530	0,594	0,538	0,554
8	+1	+1	+1	0,660	0,571	0,585	0,602
9	-1	0	0	0,446	0,429	0,438	0,439
10	+1	0	0	0,622	0,600	0,611	0,611
11	0	-1	0	0,513	0,497	0,548	0,519
12	0	+1	0	0,530	0,489	0,518	0,512
13	0	0	-1	0,535	0,500	0,494	0,510
14	0	0	+1	0,547	0,589	0,598	0,578
15	0	0	0	0,517	0,499	0,518	0,511

Таблица 5 – Результаты, часть 2

Номер опыта	Варьируемые факторы			Коэффициенты пропитки			
	X1	X2	X3	Kки1	Kки2	Kки3	$\bar{Kки}$
1	-1	-1	-1	0,120	0,090	0,159	0,123
2	-1	-1	+1	0,236	0,257	0,294	0,262
3	-1	+1	-1	0,093	0,106	0,107	0,102
4	-1	+1	+1	0,169	0,150	0,153	0,157
5	+1	-1	-1	0,223	0,206	0,199	0,209

Номер опыта	Варьируемые факторы			Коэффициенты пропитки			
	X1	X2	X1	Kки1	Kки2	Kки3	$\bar{Kки}$
6	+1	-1	+1	0,406	0,402	0,399	0,402
7	+1	+1	-1	0,103	0,164	0,113	0,127
8	+1	+1	+1	0,160	0,223	0,150	0,107
9	-1	0	0	0,106	0,088	0,128	0,439
10	+1	0	0	0,294	0,139	0,216	0,196
11	0	-1	0	0,232	0,232	0,200	0,221
12	0	+1	0	0,126	0,097	0,127	0,117
13	0	0	-1	0,087	0,173	0,142	0,134
14	0	0	+1	0,311	0,245	0,234	0,263
15	0	0	0	0,122	0,204	0,152	0,159

Таблица 6 – Результаты, часть 3

Номер опыта	Варьируемые факторы			Коэффициенты пропитки			
	X1	X2	X3	Kмв1	Kмв2	Kмв3	$\bar{Kмв}$
1	-1	-1	-1	0,475	0,479	0,442	0,465
2	-1	-1	+1	0,509	0,499	0,492	0,500
3	-1	+1	-1	0,449	0,477	0,457	0,461
4	-1	+1	+1	0,521	0,519	0,497	0,512
5	+1	-1	-1	0,565	0,567	0,543	0,555
6	+1	-1	+1	0,527	0,555	0,574	0,552
7	+1	+1	-1	0,577	0,641	0,584	0,601
8	+1	+1	+1	0,704	0,617	0,624	0,648
9	-1	0	0	0,484	0,467	0,472	0,474
10	+1	0	0	0,665	0,651	0,655	0,671
11	0	-1	0	0,544	0,526	0,586	0,552
12	0	+1	0	0,575	0,532	0,561	0,556
13	0	0	-1	0,584	0,536	0,533	0,5551
14	0	0	+1	0,573	0,627	0,638	0,613
15	0	0	0	0,561	0,531	0,558	0,550

#### Порядок проведения работы

1. Получить задание допуск у преподавателя.
2. Провести проверку экспериментальных данных на однородность и нормальность.
3. Получить уравнение регрессии. Занести результаты в протокол. Провести сравнение экспериментальных и расчетных значений. Занести в протокол полученную таблицу.
4. Провести оценку значимости коэффициентов регрессии и оценку адекватности полученного уравнения. Результаты занести в протокол.
5. Рассчитать значения выходного параметра в 4 точках. Занести результаты в протокол.
6. Рассчитать отклонение расчетного значения выходного параметра от экспериментальных данных в центре плана.
7. Написать отчет и сделать выводы о проделанной работе.

#### Содержание отчёта

1. Наименование работы, постановка задачи исследования, цель.
2. Таблицы, расчетные формулы и результаты проведенных вычислений.

3. Результаты статистического анализа и выводы.

**Вопросы для самопроверки**

1. Какой тип лана использовался в работе?
2. Что такое коэффициент пропитки обмоток и для чего его нужно контролировать?
3. По какому критерию оценивается значимость коэффициентов?
4. По какому критерию оценивают однородность дисперсий?
5. По какому критерию оценивают адекватность уравнения регрессии?

## **2 Лабораторная работа № 2 «Исследование процесса пропитки обмоточных изделий в матричной форме»**

Закрепление теоретических знаний по разделу «Матричный подход к регрессионному анализу» дисциплины и овладение методиками статистического анализа полученных данных.

### **Задание**

Используя экспериментальные данные приведенные в таблицах к лабораторной работе № 1, произвести регрессивный анализ в матричной форме. При выполнении расчётов целесообразно использовать [1-3].

### **Порядок выполнения работы**

1. Записать матрицу  $F$  независимых переменных.
2. Записать транспонированную матрицу независимых переменных  $F^T$ .
3. Найти матрицу Фишера  $M = F^T F$ .
4. Найти дисперсионную матрицу  $C = M^{-1}$ .
5. Произвести оценку коэффициентов регрессии и регрессионный анализ.

### **Содержание отчёта**

1. Наименование работы, постановка задачи исследования, цель.
2. Таблицы, расчетные формулы и результаты проведённых вычислений.
3. Результаты статистического анализа и выводы.

### **Вопросы для самопроверки**

1. Что такое информационная матрица Фишера?
2. Что такое обратная матрица?
3. Как производится произведение матриц?
4. Что показывают элементы дисперсионной матрицы?
5. В чем достоинство проведения регрессионного анализа в матричном виде?
4. По какому критерию оценивают однородность дисперсий?
5. По какому критерию оценивают адекватность уравнения регрессии?

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Смирнов, Г. В. Моделирование и оптимизация объектов и процессов: Учебное пособие [Электронный ресурс] / Смирнов Г. В. – Томск: ТУСУР, 2016. – 216 с. – Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/6495> (дата обращения: 11.02.2022).
2. Смирнов, Г. В. Статистические методы обработки: Учебное методическое пособие [Электронный ресурс] / Г. В. Смирнов. – Томск: ТУСУР, 2012. – 107 с. – Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/1791> (дата обращения: 11.02.2022).
3. Еханин, С. Г. Эксперимент: планирование, проведение, анализ: Методические указания к практическим занятиям, самостоятельной работе и курсовому проектированию для студентов академической магистратуры «Проектирование и технология нанoeлектронных средств» [Электронный ресурс] / С. Г. Еханин. – Томск: ТУСУР, 2016. – 29 с. – Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/5930> (дата обращения: 11.02.2022).