

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

РАДИОМАТЕРИАЛЫ И РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ КОМПОНЕНТЫ

Учебно-методическое пособие
к практическим занятиям и самостоятельной работе
по дисциплинам «Материаловедение и технология
материалов», «Материалы и компоненты электронных
средств», «Радиоматериалы и радиокомпоненты»

Томск
2022

УДК 538.956
ББК 22.379
Р154

Рецензент:

Еханин С.Г., доцент кафедры конструирования узлов и деталей РЭА,
доктор физ.-мат. наук

Составители:

О. А. Доценко, М. Г. Кистенева

Радиоматериалы и радиоэлектронные компоненты: учеб. - метод. пособие / О.А. Доценко, М.Г. Кистенева. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2022. – 73 с.

Настоящее учебно-методическое пособие составлено с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО).

Учебно-методическое пособие содержит краткую теорию, необходимую для выполнения практических заданий и самостоятельных работ студентами. Приведены варианты заданий и примеры решения. Пособие содержит необходимые табличные данные для решения задач.

Пособие рекомендуется для студентов технических направлений подготовки и специальностей.

Одобрено на заседании каф. КУДР, протокол № 234 от 05.03.2022

УДК 538.956
ББК 22.379

© Доценко О. А., Кистенева М. Г., 2022
© Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2022

Содержание

1	Методические указания по решению задач.....	4
2	Проводниковые материалы и резисторы.....	4
2.1	Общие сведения о твердых проводниковых материалах.....	4
2.2	Физическая природа электропроводности металлов.....	4
2.3	Температурная зависимость удельного сопротивления металлических проводников...6	
2.4	Влияние примесей и структурных дефектов на удельное сопротивление металлов.....6	
2.5	Электрические свойства металлических сплавов.....	7
2.6	Сопротивление проводников на высоких частотах.....	8
2.7	Сопротивление тонких металлических пленок.....	10
2.8	Контактные явления и термоэлектродвижущая сила.....	10
2.9	Резисторы.....	11
2.10	Задания для практических занятий и самостоятельной работы по теме «Проводниковые материалы и резисторы».....	12
2.11	Примеры решения задач по теме «Проводниковые материалы и резисторы».....	15
3	Диэлектрические материалы и конденсаторы.....	19
3.1	Поляризация диэлектриков.....	19
3.2	Электропроводность диэлектриков.....	24
3.3	Диэлектрические потери.....	30
3.4	Пробой диэлектриков.....	33
3.5	Конденсаторы.....	37
3.6	Задания для практических занятий и самостоятельной работы по теме «Диэлектрические материалы и конденсаторы».....	37
3.7	Примеры решения задач по теме «Диэлектрические материалы и конденсаторы».....	41
4	Индуктивные элементы.....	43
4.1	Основные соотношения.....	43
4.2	Задачи для практических занятий по теме «Магнитные материалы, катушки индуктивности и трансформаторы».....	44
4.3	Задание для самостоятельной работы по теме «Катушки индуктивности».....	46
5	Список литературы.....	46
	Приложение А Физические параметры чистых металлов и сплавов.....	47
	Приложение Б Некоторые физические постоянные.....	48
	Приложение В Методики расчета электрических характеристик неоднородных диэлектриков.....	49
	В.1 Расчет диэлектрической проницаемости неоднородных диэлектриков.....	49
	В.2 Расчет температурного коэффициента диэлектрической проницаемости неоднородных диэлектриков.....	52
	В.3 Расчет тангенса угла диэлектрических потерь неоднородных диэлектриков.....	54
	В.4 Методика вывода формул для расчета электрических характеристик деталей заданной геометрической формы.....	56
	Приложение Г Расчет катушек индуктивности сложной формы.....	60
	Г.1 Прямоугольные катушки индуктивности.....	60
	Г.2 Тороидальные катушки.....	65
	Г.3 Расчет катушек индуктивностей с замкнутыми сердечниками.....	66
	Приложение Д Задание для расчета катушек индуктивности.....	73

1 Методические указания по решению задач

Прежде чем решать задачу, надо вспомнить физические процессы, законы и соотношения, относящиеся к данному вопросу. Обратите внимание на размерности заданных величин. При необходимости требуется перевести размерности в одну систему единиц. Все аналитические решения следует проводить по общеизвестным правилам.

Рекомендуется решать задачи в общем виде. Сначала записать исходные формулы, сделать при необходимости соответствующие преобразования, получить конечные формулы, а затем подставить в эти формулы числовые значения и вычислить результат. При выполнении вычислений рекомендуется сначала сократить порядки, а затем производить выполнение арифметических действий со значащими цифрами. Если решение задачи в общем виде связано с громоздкими выражениями, то можно производить решение по шагам. Ход всех преобразований должен быть объяснен.

Вычисления, как правило, достаточно **делать с точностью до второго знака после запятой**, нет смысла производить вычисления с точностью до третьего знака, так как исходные данные обычно бывают заданы с меньшей точностью.

2 Проводниковые материалы и резисторы

2.1 Общие сведения о твердых проводниковых материалах

Проводниковыми называют материалы, основным электрическим свойством которых является сильно выраженная электропроводность. Условно к проводникам относят материалы с удельным электрическим сопротивлением $\rho < 10^{-5}$ Ом · м. Проводниками электрического тока могут служить твердые тела, жидкости, а при соответствующих условиях и газы.

Твердыми проводниками являются металлы, металлические сплавы и некоторые модификации углерода.

Механизм прохождения тока по металлам в твердом и жидком состояниях обусловлен движением свободных электронов, вследствие чего их называют *проводниками* с электронной проводимостью или проводниками первого рода.

2.2 Физическая природа электропроводности металлов

С точки зрения классической теории металлов электропроводность металлических проводников обусловлена наличием в них электронного газа, состоящего из свободных (коллективизированных) электронов. Если считать, что атомы в металле ионизированы однократно, то концентрация свободных электронов будет равна концентрации атомов и может быть рассчитана по формуле

$$n = \frac{d}{A} N_A, \quad (2.1)$$

где d – плотность материала,

A – атомная масса,

$N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ – число Авогадро.

В отсутствие электрического поля электроны находятся в состоянии непрерывного хаотического движения. Средняя кинетическая энергия электронов линейно возрастает с температурой:

$$\frac{m_0 v_{\text{тепл}}^2}{2} = \frac{3}{2} kT, \quad (2.2)$$

где $v_{\text{тепл}}$ – средняя скорость теплового движения,

m_0 – масса электрона,
 k – постоянная Больцмана.

Температуре 300 К соответствует средняя скорость порядка 10^5 м/с.

Приложение внешнего напряжения приводит к увлечению скорости электронов в направлении действующих сил поля, т.е. электроны получают некоторую добавочную скорость направленного движения, которая называется *дрейфовой скоростью*. Плотность тока в проводнике определяется выражением

$$j = qn v_{др}, \quad (2.3)$$

где $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд электрона;
 n – концентрация электронов;
 $v_{др}$ – дрейфовая скорость электронов.

В медном проводнике плотности тока 10^6 А/м² соответствует скорость дрейфа электронов $\sim 10^{-4}$ м/с, т.е. дрейфовая скорость электронов много меньше их средней тепловой скорости. Это связано с тем, что электроны, приобретая от внешнего поля незначительный избыток энергии (сверх тепловой энергии), рассеивают его в материале в результате взаимодействия с динамическими и статическими дефектами. В условиях столь больших сил “трения” имеет место прямая пропорциональность между дрейфовой скоростью и напряженностью поля E :

$$v_{др} = \mu E. \quad (2.4)$$

Коэффициент пропорциональности μ носит название *подвижности* и имеет размерность [м²/В·с]. Подстановка (1.4) в (1.3) дает

$$j = qn\mu E. \quad (2.5)$$

Коэффициент пропорциональности между плотностью тока и напряженностью поля носит название *удельной проводимости* [γ] = [См·м⁻¹], а величина, обратная к нему – *удельного сопротивления* [ρ] = [Ом·м]:

$$\gamma = qn\mu, \quad \rho = 1/\gamma. \quad (2.6)$$

Среднее расстояние, которое электрон проходит от столкновения до столкновения, называется *средней длиной свободного пробега* \bar{l} . Удельная проводимость металлов определяется в основном средней длиной свободного пробега электронов, которая, в свою очередь, зависит от строения проводника, т.е. химической природы атомов и типа кристаллической решетки. При этом наиболее точным является выражение, полученное с учетом принципов квантовой механики. Оно имеет вид

$$\gamma = \frac{q^2 n^2 \bar{l}}{h} \left(\frac{8\pi}{3} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (2.7)$$

где $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка.

Экспериментальный закон *Видемана – Франца* устанавливает связь между проводимостью и теплопроводностью, который описывается следующим выражением

$$\frac{\lambda_T}{\gamma} = L_0 T, \quad (2.8)$$

где $L_0 = \frac{\lambda_T}{\gamma T} = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{k}{e} \right)^2 = 2,45 \cdot 10^{-8}$ В² К⁻² – *число Лоренца*.

2.3 Температурная зависимость удельного сопротивления металлических проводников

Даже в чистых металлах неизбежно присутствие дефектов структуры в кристаллической решетке. Рассеяние электронов может произойти и в регулярных частях кристалла, поскольку строгая периодичность его нарушается тепловыми колебаниями ионов. Опыт показывает, что именно тепловые колебания решетки являются главным рассеивающим фактором в чистых металлах. Отсюда следует, что с увеличением температуры сопротивление металлов должно монотонно расти, что и наблюдается в опытах.

Для характеристики влияния температуры на удельное сопротивление металлов вводят понятие *температурного коэффициента удельного сопротивления* α_ρ :

$$\alpha_\rho = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT}. \quad (2.9)$$

Температурным коэффициентом удельного сопротивления называется относительное изменение удельного сопротивления при изменении температуры на один градус.

Положительный знак α_ρ соответствует случаю, когда удельное сопротивление в окрестности данной точки возрастает при повышении температуры, как в случае для чистых металлов. Величина α_ρ также является функцией температуры. В области линейной зависимости $\rho(T)$ справедливо выражение:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha_\rho (T - T_0)], \quad (2.10)$$

где ρ_0 и α_ρ – удельное сопротивление и температурный коэффициент удельного сопротивления, отнесенные к началу диапазона, т.е. температуре T_0 ;

ρ – удельное сопротивление при температуре T .

Значение α_ρ чистых металлов оказывается близким к $1/T$. Согласно экспериментальным данным, большинство металлов имеют при комнатной температуре $\alpha_\rho \approx 0,004 \text{ K}^{-1}$.

Исходя из того, что сопротивление отрезка проводника определяется выражением

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (2.11)$$

где l – длина проводника,

S – площадь поперечного сечения проводника,

можно показать, что

$$\alpha_\rho = \alpha_R + \alpha_l, \quad (2.12)$$

где α_R – температурный коэффициент сопротивления данного резистора,

α_l – температурный коэффициент линейного расширения материала.

Для чистых металлов $\alpha_\rho \gg \alpha_l$, поэтому у них $\alpha_\rho \approx \alpha_R$. Однако для термостабильных металлических сплавов такое приближение оказывается несправедливым.

2.4 Влияние примесей и структурных дефектов на удельное сопротивление металлов

Причинами рассеяния электронных волн в металле являются не только тепловые колебания узлов решетки, но и статические дефекты структуры, которые нарушают периодичность потенциального поля кристалла. Рассеяние на статических дефектах структуры не зависит от температуры. Поэтому по мере приближения температуры к абсолютному нулю сопротивление реальных металлов стремится к некоторому постоянному

значению, называемому *остаточным сопротивлением*. Отсюда вытекает *правило Маттиссена* об аддитивности удельного сопротивления:

$$\rho = \rho_m + \rho_{ост}, \quad (2.13)$$

где ρ_m – сопротивление, обусловленное рассеянием электронов на тепловых колебаниях атомов в узлах кристаллической решетки;

$\rho_{ост}$ – добавочное (остаточное) сопротивление, обусловленное рассеянием электронов на статических дефектах структуры.

Наиболее существенный вклад в остаточное сопротивление вносит рассеяние на примесях, которые всегда присутствуют в реальном проводнике в виде загрязнения, либо в виде легирующего элемента. Следует заметить, что любая примесная добавка приводит к повышению ρ , даже если она обладает повышенной проводимостью по сравнению с основным металлом.

2.5 Электрические свойства металлических сплавов

В технике широко применяются металлические сплавы, имеющие структуру неупорядоченного твердого раствора. При образовании твердого раствора сохраняется кристаллическая решетка металла-растворителя, изменяется лишь ее период.

Статистическое распределение атомов разных сортов по узлам кристаллической решетки вызывает нарушение периодического потенциального поля кристалла, что приводит к сильному рассеянию электронов. Как и в случае металлов, полное сопротивление сплава можно выразить формулой (2.13).

Специфика твердых растворов состоит в том, что $\rho_{ост}$ может существенно превышать тепловую составляющую.

Для многих двухкомпонентных сплавов изменение $\rho_{ост}$ в зависимости от состава хорошо описывается параболической зависимостью вида

$$\rho_{ост} = C x_A x_B = C x_B (1 - x_B), \quad (2.14)$$

где C – константа, зависящая от природы сплава,

$x_A = n_A/N$ и $x_B = n_B/N$ – атомные доли компонентов A и B в сплаве,

$N = n_A + n_B$, n_A , n_B – общая концентрация атомов и концентрация атомов A и B .

Соотношение (2.14) носит название *закона Нордгейма*. Из него следует, что в бинарных твердых растворах A – B остаточное сопротивление увеличивается как при добавлении атомов B к металлу A , так и при добавлении атомов A к металлу B . Остаточное сопротивление достигает своего максимального значения при равном содержании каждого компонента ($x_A = x_B = 0,5$).

Чем больше удельное сопротивление сплава, тем меньше его α_ρ . Это вытекает из того, что в твердых растворах $\rho_{ост}$, как правило, существенно превышает ρ_m и не зависит от температуры. В соответствии с определением температурного коэффициента и с учетом того, что α_ρ чистых металлов незначительно отличаются друг от друга, можно записать

$$\alpha_\rho^{спл} = \frac{1}{\rho_{спл}} \frac{d\rho_{спл}}{dT} = \frac{1}{\rho_{ост} + \rho_m} \frac{d\rho_m}{dT} = \frac{1}{1 + \frac{\rho_{ост}}{\rho_m}} \frac{1}{\rho_m} \frac{d\rho_m}{dT} \approx \frac{\alpha_\rho^{мет}}{1 + \frac{\rho_{ост}}{\rho_m}} \quad (2.15)$$

В концентрированных твердых растворах $\rho_{ост}$ на порядок и более превышает ρ_m . Поэтому $\alpha_\rho^{спл}$ может быть значительно ниже α_ρ чистого металла. На этом основано получение термостабильных проводящих материалов. В некоторых сплавах при определенных соотношениях компонентов наблюдается отрицательный α_ρ .

Такое изменение ρ и α_ρ от процентного содержания компонентов сплава, по-видимому, можно объяснить тем, что при более сложном составе и структурах по сравнению с чистыми металлами сплавы нельзя рассматривать как классические металлы, т.е. изменение проводимости их обуславливается не только изменением длины свободного пробега, но в некоторых случаях и частичным возрастанием концентрации носителей заряда при повышении температуры. Сплав, у которого уменьшение длины свободного пробега с увеличением температуры компенсируется возрастанием концентрации носителей заряда, имеет нулевой температурный коэффициент удельного сопротивления.

В разбавленных растворах, когда один из компонентов (например, компонент B) характеризуется очень низкой концентрацией и его можно рассматривать как примесь, в формуле (2.14) без ущерба для точности можно положить $(1 - x_B) \approx 1$. Тогда

$$\rho_{\text{ост}} = C x_B. \quad (2.16)$$

2.6 Сопротивление проводников на высоких частотах

На высоких частотах наблюдается неравномерное распределение электрического тока по сечению проводников: плотность тока максимальна на поверхности и убывает по мере проникновения в глубь проводника. Это явление называется *поверхностным эффектом* (скин-эффектом). Неравномерное распределение тока объясняется действием поля того же проводника. Переменное электрическое поле приводит к возникновению Э.Д.С. самоиндукции, которая имеет направление, противоположное току в проводе и тормозит его изменение в соответствии с законом Ленца.

Для цилиндрического проводника с круглым сечением силовые линии магнитной индукции имеют вид концентрических окружностей (рис. 2.1, а). Часть силовых линий пронизывает проводник внутри, часть – окружает его.

Если ток постоянен, то магнитное поле тоже постоянно и не оказывает влияние на общее сопротивление. Если же ток переменный, то порождаемое им переменное магнитное поле, в соответствии с законом электромагнитной индукции, порождает вихревое электрическое поле с циркуляцией по некоторому контуру L , равной скорости изменения магнитного потока сквозь этот контур.

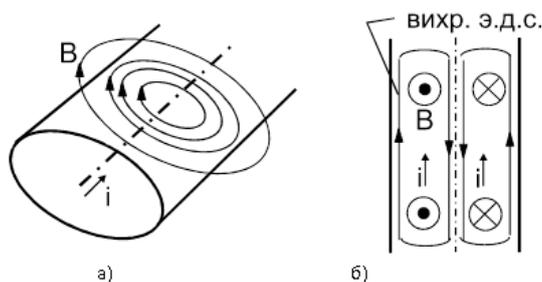


Рис. 2.1.

Результирующее поле, получаемое наложением этого вихревого поля и поля, создаваемого внешним источником напряжения, является неоднородно распределенным по сечению проводника. Чтобы понять механизм этого явления, рассмотрим отрезок проводника в продольном сечении (рис. 2.1, б).

Если в данный момент времени ток направлен вверх, то силовые линии индукции справа от оси будут входящими, а слева от оси – выходящими из плоскости сечения. При этом если фаза тока такова, что он увеличивается, то есть $di/dt > 0$, то поток индукции будет увеличиваться, и, в соответствии с законом электромагнитной индукции, возникнет вихревое электрическое поле, которое будет препятствовать изменению тока внутри проводника, и способствовать его изменению в приповерхностных слоях. При $di/dt < 0$, силовые линии

вихревого электрического поля изменят направление, однако, при этом, вновь будут препятствовать изменению тока во внутренних частях проводника (уменьшению). В результате получается, что максимальная амплитуда плотности тока имеет место в приповерхностных слоях проводника, а минимальная – во внутренних слоях.

Для случая высоких частот плотность тока в глубине проводника можно считать практически нулевой, по сравнению с плотностью тока в поверхностных слоях. Для сильного скин-эффекта закон изменения плотности тока в зависимости от расстояния x от поверхности имеет вид затухающей экспоненты

$$j = j_0 \exp\left(-\frac{x}{\delta}\right), \quad (2.17)$$

где δ – параметр, называемый характерной длиной затухания и зависящий от частоты; j_0 – плотность тока на поверхности (при $x = 0$).

Физический смысл параметра δ следует из выражения (2.17). Это глубина, на которой плотность тока падает в e раз. Этот параметр зависит от частоты, проводимости и магнитной проницаемости, следующим образом:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \gamma \mu_0 \mu}} = \sqrt{\frac{\rho}{\pi f \mu_0 \mu}}, \quad (2.18)$$

где f – линейная частота,

$\omega = 2\pi f$ – круговая частота,

μ – магнитная проницаемость материала,

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

Отсюда, для данного диаметра провода $D = 2r_0$ (r_0 – радиус сечения проводника), полагая $\delta \ll d$, нетрудно оценить порог частот, выше которого эффект становится заметным. Например, для провода $D = 1$ мм, полагая $\delta = d/10 = 10^{-4}$ м; $\mu = 1$; $\gamma = 3 \cdot 10^7$ (Ом·м)⁻¹ (медь, алюминий), получим $f_{\text{крит}} = \omega/2\pi \sim 1$ МГц.

Для случая больших частот, когда $\delta \ll r_0$, полный ток можно рассчитать, исходя из формулы (2.17) интегрированием по площади сечения проводника S в полярной системе координат

$$I = \int_S j ds \cong 2\pi j_0 \int_0^{r_0} r \cdot e^{-(r-r_0)/\delta} dr \cong 2\pi r_0 \delta j_0 \quad (2.19)$$

Выражение (2.3) показывает, что полный ток можно представить однородным, но сосредоточенным в узкой трубке толщиной δ вблизи поверхности провода. Тогда для случая высоких частот с учетом (2.3) сопротивление проводника определяется следующим образом

$$R_{\sim} = \rho \frac{l}{S_{\sim}} = \rho \frac{l}{2\pi r_0 \delta} = \rho \frac{l}{\pi D \delta}, \quad (2.20)$$

Поскольку центральная часть сечения проводника почти не используется, активное сопротивление провода R_{\sim} при прохождении по нему переменного тока больше, чем его активное сопротивление R_0 при постоянном токе. Коэффициент увеличения сопротивления k_R цилиндрического провода круглого сечения рассчитывают по формуле

$$k_R = \frac{R_{\sim}}{R} = \frac{\rho \frac{l}{S_{\sim}}}{\rho \frac{l}{S}} = \frac{S_{\sim}}{S} = \frac{\pi D^2}{4 \left[\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi (D-2\delta)^2}{4} \right]} = \frac{\pi D^2}{4\pi D\delta} = \frac{D}{4\delta}, \quad (2.21)$$

где D – диаметр провода.

Пример. Медный провод диаметром 1 мм, проводимость $\gamma = 3 \cdot 10^7 \text{ (Ом} \cdot \text{м)}^{-1}$, $f = 1 \text{ МГц}$

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{3,14 \cdot 10^6 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^7}} \approx 10^{-4} \text{ м.}$$

$$k_R = \frac{10^{-3}}{4 \cdot 10^{-4}} = 2,5.$$

$$f = 100 \text{ МГц}, \delta = 10^{-5} \text{ м}, k_R = 25.$$

2.7 Сопротивление тонких металлических пленок

Металлические пленки широко используются в микроэлектронике. Электрические свойства тонких пленок металлов и сплавов могут значительно отличаться от свойств объемных образцов исходных проводниковых материалов, что связано со структурой тонких пленок и с размерными эффектами. Даже в сплошной пленке удельное сопротивление больше, чем удельное сопротивление исходного проводника. Для сравнительной оценки проводящих свойств тонких пленок пользуются параметром *сопротивление квадрата* R_{\square} пленки, численно равным сопротивлению участка пленки, длина которого равна его ширине при прохождении тока через две его противоположные грани параллельно поверхности подложки:

$$R_{\square} = \rho_{\delta} / \delta, \quad (2.22)$$

где ρ_{δ} – удельное объемное сопротивление пленки,

δ – толщина пленки.

Ввиду того, что R_{\square} не зависит от величины квадрата, сопротивление тонкопленочного резистора рассчитывается по формуле:

$$R = R_{\square} \frac{a}{b}, \quad (2.23)$$

где a – длина резистора в направлении прохождения тока,

b – ширина пленки.

2.8 Контактные явления и термоэлектродвижущая сила

При соприкосновении двух различных металлов между ними возникает контактная разность потенциалов, что обусловлено различной энергией Ферми у сопрягаемых металлов. Внутренняя контактная разность потенциалов определяется как разность энергий Ферми, отсчитываемых от дна зоны проводимости, для изолированных металлов A и B :

$$qU_{\kappa} = \mathcal{E}_F^B - \mathcal{E}_F^A. \quad (2.24)$$

Так как энергия Ферми в металлах имеет значение порядка нескольких электронвольт, то контактная разность потенциалов между двумя металлами может составлять от десятых долей до нескольких вольт.

Термоэлемент, составленный из двух различных проводников, образующих замкнутую цепь, называется *термопарой*. При различной температуре контактов в замкнутой цепи возникает ток, называемый термоэлектрическим. Если цепь разорвать в произвольном месте, то на концах разомкнутой цепи появится разность потенциалов, называемая *термоэлектродвижущей силой* (термоЭДС), которая, как показывает опыт, в небольшом температурном интервале пропорциональна разности температур контактов (спаев):

$$U = \alpha_T (T_2 - T_1). \quad (2.25)$$

Здесь коэффициент пропорциональности α_T называют относительной удельной термоЭДС. Квантовая теория дает следующее выражение для удельной термоЭДС одновалентных металлов:

$$\alpha_T \approx \pi^2 \frac{k}{e} \frac{kT}{\mathcal{E}_F}, \quad (2.26)$$

При комнатной температуре отношение kT/\mathcal{E}_F имеет значение порядка 10^{-3} . Поэтому α_T должна составлять несколько мкВ/К.

Существенно большее значение удельной термоЭДС можно получить при использовании металлических сплавов.

Металлические термопары широко используются для точного измерения температуры.

Необходимо отметить, что и в однородном проводнике, т.е. изготовленном из одного металла, при наличии градиента температуры, на его концах также возникает разность потенциалов. Ее значение, отнесенное к единичной разности температур на концах проводника, называют абсолютной удельной термоЭДС. В термопарном контуре относительная удельная термоЭДС представляет собой разность абсолютных удельных термоЭДС составляющих проводников:

$$\alpha_T = \alpha_T^A - \alpha_T^B, \quad (2.27)$$

где α_T^A и α_T^B – абсолютные термоЭДС контактирующих металлов A и B .

2.9 Резисторы

В общем случае величина активного сопротивления резистора R определяется формулой (2.11).

Для резисторов поверхностного типа цилиндрической формы:
- без спиральной нарезки:

$$R = \rho \frac{l}{\pi D h}, \text{ Ом}, \quad (2.28)$$

- со спиральной нарезкой:

$$R = \rho \frac{N \pi D}{(t-a)h}, \text{ Ом}, \quad (2.29)$$

где l – длина образующей цилиндра токопроводящего слоя резистора без нарезки,

h – толщина токопроводящего слоя,

D – наружный диаметр стержня,

N – число витков спиральной нарезки,

t – шаг спиральной нарезки,

a – ширина спиральной нарезки.

Температурный коэффициент сопротивления резистора (ТКС) характеризует относительное изменение сопротивления резистора при изменении температуры окружающей среды на 1°C .

$$\text{TKC} = \frac{\Delta R}{R_0 \Delta T}, \quad (2.30)$$

где R_0 – сопротивление резистора при нормальной температуре T_0 ,

$\Delta T = T - T_0$,

T – положительная или отрицательная температура,

$\Delta R = R - R_0$,

R – сопротивление резистора при температуре T .

При прохождении тока через токопроводящий элемент в нем выделяется тепловая энергия, которая рассеивается в окружающую среду. Эта тепловая энергия оценивается мощностью рассеивания резистора

$$P = I^2 \cdot R, \text{ Вт}, \quad (2.31)$$

где I – величина протекающего через резистор тока.

В соответствии с ГОСТами в нашей стране установлены шесть рядов для выпуска резисторов: E6, E12, E24, E48, E96, E192. Резисторы имеют в каждой декаде следующие номиналы **для ряда E6**: 1,0, 1,5, 2,2, 3,3, 4,7, 6,8. **Для ряда E12**: 1,0, 1,2, 1,5, 1,8, 2,2, 2,7, 3,3, 3,9, 4,7, 5,6, 6,8, 8,2.

Температурный коэффициент электрического сопротивления провода

$$\text{TKR} = \text{TK}_p - \text{TK}_l, \quad (2.32)$$

где TK_p – температурный коэффициент удельного сопротивления материала провода,

TK_l – температурный коэффициент линейного расширения материала провода.

2.10 Задания для практических занятий и самостоятельной работы по теме «Проводниковые материалы и резисторы»

2.10.1 Кабель из алюминия, используемый для передачи электрической энергии, имеет длину 1000 м, а диаметр его равен 2 см. Учитывая, что удельное сопротивление алюминия равно $2,5 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, рассчитайте сопротивление проводника.

2.10.2 Из никелевой ленты шириной 1 см и толщиной 1 мм необходимо изготовить шунт сопротивлением 0,4 Ом. Какой длины должна быть лента, если удельное сопротивление никеля $\rho = 0,068$ мкОм·м?

2.10.3 Вычислить падение напряжения на полностью включенном реостате, изготовленном из константановой проволоки длиной 10 метров при плотности тока 5 А/мм², если удельное сопротивление константана $\rho = 0,5$ мкОм·м.

2.10.4 Определить длину нихромовой проволоки диаметром 0,5 мм, используемой для изготовления нагревательного устройства с сопротивлением 20 Ом при температуре 1000 °С, полагая, что при 20 °С параметры нихрома: $\rho = 1 \cdot 10^{-6}$ Ом·м, $\text{TK}_p = 1,5 \cdot 10^{-4}$ К⁻¹, $\text{TK}_l = 1,5 \cdot 10^{-5}$ К⁻¹.

2.10.5 Из железной проволоки диаметром 0,2 мм необходимо намотать электронагревательный элемент мощностью 90 Вт с рабочей температурой 520 °С. Напряжение сети 220 В. Какова должна быть длина проволоки элемента, если удельное сопротивление железа при комнатной температуре $\rho = 0,1$ мкОм·м, а $\text{TK}_p = 6 \cdot 10^{-3}$ К⁻¹?

2.10.6 Удельное сопротивление Al при 0 °С: $\rho = 2,5 \cdot 10^{-2}$ Ом·мм²·м⁻¹, температурный коэффициент удельного сопротивления 0,0043 °С⁻¹. Найти в омах сопротивление алюминиевого провода длиной $l = 200$ м и сечением $S = 6$ мм² при температуре $t = 40$ °С.

2.10.7 Резистор на плоской диэлектрической поверхности образован резистивным слоем прямоугольной формы. Ширина резистивного слоя 0,4 мм, а длина 3 мм. Электрическое сопротивление резистора равно 4,5 кОм. Как и во сколько раз изменится сопротивление резистора, если ширину резистивного слоя увеличить в 2 раза, а длину уменьшить в 2 раза?

2.10.8 Сопротивление плоской резистивной пленки прямоугольной формы равно 4,5 кОм. Ширина резистивного слоя 0,4 мм, а длина 3 мм. Чему равно сопротивление квадрата пленки? Какое следует взять соотношение сторон прямоугольника для изготовления из этого резистивного слоя резистора с электрическим сопротивлением 7,5 кОм?

2.10.9 У меди, легированной 0,89 ат.% олова при температуре 20 °С удельное электрическое сопротивление равно 0,042 мкОм·м. Во сколько раз изменится удельное сопротивление этого материала при изменении температуры от минус 50 °С до плюс 59 °С? Удельное сопротивление чистой меди при 20 °С равно 0,0168 мкОм·м, $\text{TK}_{\text{Cu}} = 4,3 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$.

2.10.10 При температуре 20 °С удельное электрическое сопротивление меди, легированной 1,01 ат.% мышьяка, равно 0,084 мкОм·м. Чему будет равно удельное электрическое сопротивление сплава при температуре 70 °С, если содержание мышьяка в сплаве уменьшить до 0,32 ат.%. Известно, что удельное сопротивление чистой меди при 20 °С равно 0,0168 мкОм·м, $\text{TK}_{\text{Cu}} = 4,3 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$.

2.10.11 Электрическое сопротивление проводника (диаметр 0,6 мм, длина 15 м), изготовленного из сплава меди с 0,4 ат.% сурьмы, равно 2 Ом при 20 °С. Чему будет равно электрическое сопротивление проводника, если содержание сурьмы в сплаве уменьшить до 0,08 ат.%? Удельное сопротивление чистой меди при 20 °С равно 0,0168 мкОм·м.

2.10.12 Во сколько раз активное электрическое сопротивление круглого медного провода диаметром 0,5 мм при температуре 150 °С на частоте 50 МГц больше сопротивления этого же провода при температуре 50 °С на частоте 1 МГц? Длина провода 7,2 метра, $\rho_{\text{Cu}} = 0,017 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$, $\text{TK}_{\text{Cu}} = 4,3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

2.10.13 Во сколько раз активное электрическое сопротивление круглого медного провода диаметром 0,9 мм при температуре 60 °С на частоте 1 МГц больше сопротивления этого же провода постоянному току при температуре 20 °С? Длина провода 5,6 м, $\rho_{\text{Cu}} = 0,017 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$, $\text{TK}_{\text{Cu}} = 4,3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

2.10.14 На переменном токе на частоте 100 МГц активное электрическое сопротивление круглого медного провода равно 4,7 Ом. На поверхность этого провода нанесли слой серебра. Какой должна быть толщина слоя серебра, чтобы сопротивление этого провода на частоте 1 ГГц определялось только слоем серебра? $\rho_{\text{Cu}} = 0,017 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$, $\rho_{\text{Ag}} = 0,015 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$.

2.10.15 Для ряда Е6, имеющего допуск $\pm 20\%$, необходимо проверить перекрытие всех областей, обеспечиваемое номиналами от 100 до 1000 Ом.

2.10.16 Рассчитать мощность, которая рассеивается на резисторе с номинальным сопротивлением 200 Ом, если к нему приложено напряжение 20 В.

2.10.17 Определить удельное сопротивление нихромовой проволоки, используемой для изготовления проволочного резистора номиналом 100 Ом, если длина намотки проволоки 20 мм, количество витков 40, диаметр диэлектрического стержня 6 мм.

2.10.18 Резистор имеет номинальное сопротивление 68 Ом и температурный коэффициент сопротивления $\text{TKC} = +100 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Рассчитайте его величину при температурах 100 °С, 150 °С, минус 25 °С (комнатная температура 25 °С).

2.10.19 Составить графики изменения сопротивления резистора номиналом 1,5 кОм для следующих температурных коэффициентов сопротивления: $10 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $100 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $1000 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Определите различия между первым и третьим вариантами при температуре 100 °С.

2.10.20 На диэлектрическую подложку нанесена металлическая пленка толщиной 0,1 мкм, имеющая прямоугольную форму размерами 1 мм \times 5 мм. Сопротивление пленки при напряжении, приложенном в продольном направлении, составляет 100 Ом. Определить сопротивление квадрата пленки, а также сопротивление пленки в поперечном направлении (параллельно меньшей стороне прямоугольника).

2.10.21 Углеродистый резистор и проволочный резистор, изготовленный из нихрома имеют одинаковое номинальное сопротивление 100 Ом. Резисторы соединены параллельно

и включены под напряжение 50 В. Одинаковая ли мощность будет выделяться в этих резисторах?

2.10.22 Проволочный нихромовый резистор и резистор на основе диоксида олова (полупроводниковый), имеющие одинаковое номинальное сопротивление 100 Ом включены параллельно и на них подано напряжение 40 В. Как будут меняться во времени токи, протекающие через эти резисторы? Отсчет времени вести с момента включения напряжения.

2.10.23 Проволочный нихромовый резистор и резистор на основе диоксида олова (полупроводниковый), имеющие одинаковое номинальное сопротивление 100 Ом включены последовательно и на них подано напряжение 40 В. Как будут меняться во времени токи, протекающие через эти резисторы? Отсчет времени вести с момента включения напряжения.

2.10.24 Стержень из графита соединен последовательно с медным стержнем того же сечения. Определить, при каком отношении длин стержней сопротивление этой композиции не зависит от температуры. Удельное сопротивление меди $\rho_{Cu} = 0,017 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$, $\text{TK}_{\rho_{Cu}} = 4,3 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$. Удельное сопротивление углерода $\rho_{C} = 8 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$, $\text{TK}_{\rho_{C}} = -10^{-3} \text{ К}^{-1}$.

2.10.25 К графитовому стержню длиной 0,2 м приложено напряжение 6 В. Определить плотность тока в стержне в первый момент времени после подачи напряжения, если удельное сопротивление графита $\rho_{Cu} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Ом}\cdot\text{м}$. Как и почему меняется плотность тока в стержне со временем?

2.10.26 Сопротивление квадрата поверхности резистора, покрытого металлической пленкой, равно 100 Ом. Керамическое основание резистора имеет диаметр 7,5 мм, расстояние между контактными узлами равно 11 мм. Чему равно сопротивление этого резистора? Какое сопротивление будет иметь резистор, если сделать на нем спиральную нарезку, удалив часть резистивной пленки? Ширина изолирующей канавки 0,2 мм, шаг нарезки 1 мм.

2.10.27 Электрическое сопротивление квадрата тонкой пленки МЛТ равно 400 Ом, а максимально допустимая удельная мощность рассеяния $0,01 \text{ Вт/мм}^2$. Требуется изготовить резистор сопротивлением 3,6 кОм, рассчитанный на рабочий ток 7,5 мА. Каковы должны быть минимальные размеры резистора прямоугольной формы, удовлетворяющие этим требованиям?

2.10.28 Методом вакуумного напыления металла на диэлектрическую подложку необходимо изготовить резистор прямоугольной формы сопротивлением 9 кОм и мощностью рассеяния 0,015 Вт, имеющий минимальные размеры. Удельная мощность рассеяния должна быть не более $0,01 \text{ Вт/мм}^2$, а ширина резистивного слоя должна быть не менее 0,2 мм. Определить электрическое сопротивление квадрата такой пленки.

2.10.29 Резистор изготовлен из двух прямоугольных полосок молибденовых пленок, соединенных последовательно. Сопротивление квадрата первой пленки равно 400 Ом, а второй пленки равно 1000 Ом. Температурные коэффициенты сопротивления соответственно равны $0,8 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$ и минус $1,8 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$. Пленки имеют одинаковую ширину $b_1 = b_2$. Какое должно быть отношение длин пленок l_2/l_1 , чтобы суммарное сопротивление резистора не зависело от температуры в диапазоне от 10 до 40 °С?

2.10.30 Резистор изготовлен из двух прямоугольных полосок молибденовых пленок, соединенных последовательно. Сопротивление квадрата первой пленки равно 400 Ом, а второй пленки равно 1000 Ом. Температурные коэффициенты сопротивления соответственно равны $0,8 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$ и минус $1,8 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$. Пленки имеют одинаковую длину $l_1 = l_2 = l$, а ширина первой пленки равна $b_1 = 0,2 \text{ мм}$. Какое должно быть отношение b_2/b_1 , чтобы суммарное сопротивление резистора не зависело от температуры в диапазоне от 10 до 40 °С?

2.10.31 Определить сопротивление квадрата пленки пиролитического углерода, используемого для изготовления цилиндрического резистора поверхностного типа сопротивлением 320 Ом с геометрическими размерами $l = 15,5 \text{ мм}$, $D = 7,5 \text{ мм}$.

2.10.32 Сопротивление отрезка провода из чистого металла при температуре минус 50 °С равно 100 Ом, а при плюс 50 °С равно 160 Ом. Определить температурный коэффициент удельного сопротивления и материал провода.

2.10.33 При повышении температуры от 20 °С до 94 °С удельное электрическое сопротивление проводника из чистого металла возросло в 1,48 раз. Из какого металла изготовлен проводник?

2.10.34 Сопротивление провода из чистого металла при 20 °С и 100 °С соответственно 19,4 Ом и 29,1 Ом. Длина провода 400 м. Чему равна площадь поперечного сечения провода?

2.10.35 При повышении температуры с 20 °С до 105 °С сопротивление проводника из чистого металла увеличилось в 1,57 раза. Чему равно удельное сопротивление металла?

2.10.36 Сопротивление провода при температурах 20 °С и 100 °С соответственно равно 6,1 Ом и 9 Ом. Определите среднее значение температурного коэффициента сопротивления материала этого провода. Укажите, какому металлу оно соответствует. Чему равно сечение провода, если его длина 1000 м?

2.11 Примеры решения задач по теме «Проводниковые материалы и резисторы»

2.11.1 Определить среднюю скорость дрейфа электронов в медном проводнике с площадью поперечного сечения 10^{-2} мм² и сопротивлением 10 Ом при напряжении 0,1 В?

Решение: вспомним, что величина удельной электропроводности γ обратно пропорциональна удельному сопротивлению ρ материала и воспользуемся формулой для удельной электропроводности

$$\frac{1}{\rho} = \gamma = en\mu = en \frac{v_{dp}}{E} = en \frac{v_{dp} l}{U},$$

где q – заряд электрона,

n – концентрация электронов,

μ – подвижность электронов,

v_{dp} – дрейфовая скорость электронов,

E – напряженность электрического поля,

l – длина проводника,

U – напряжение электрического поля.

Сопротивление проводника определяется следующим образом

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где S – площадь поперечного сечения проводника. Отсюда можно найти длину проводника

$$l = \frac{RS}{\rho}.$$

Концентрацию электронов находим из следующего выражения

$$n = \frac{d}{A} N_A,$$

где d – плотность материала, A – относительная атомная масса, N_A – число Авогадро.

Следовательно,

$$v_{dp} = \frac{UA}{edN_A RS} = \frac{0,1 \cdot 63,54 \cdot 10^{-3}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 8,92 \cdot 10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 7,4 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}.$$

Ответ: $v_{op} = 7,4 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}$.

2.11.2 Сопротивление вольфрамовой нити электрической лампочки при 20°C равно 35 Ом . Определите температуру нити лампочки, если известно, что при ее включении в сеть напряжением 220 В в установившемся режиме по нити проходит ток $0,6 \text{ А}$.

Решение: с учетом линейной зависимости сопротивления металлического провода от температуры имеем

$$R_2 = R_1[1 + TKR(T_2 - T_1)],$$

где R_1 и R_2 – сопротивления при комнатной температуре T_1 и температуре T_2 , соответственно. Для вольфрама можно считать, что $TKR \approx TK\rho$.

Сопротивление нити лампочки в рабочем режиме равно

$$R_2 = \frac{U}{I} = \frac{200}{0,6} = 366,7 \text{ Ом}.$$

Тогда

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{R_2 - R_1}{R_1 TKR} = \frac{366,7 - 35}{35 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 1895 \text{ К}.$$

Окончательно имеем

$$T_2 = T_1 + \Delta T = 273 + 20 + 1895 = 2188 \text{ К}.$$

Ответ: $T_2 = 2188 \text{ К}$.

2.11.3 Сопротивление провода из константана при 20°C равно 500 Ом . Определить сопротивление этого провода при температуре 450°C с учетом линейного расширения материала.

Решение: Так как, материал провода – константан, сплав, то необходимо учитывать линейное расширение материала при увеличении температуры. Поэтому температурный коэффициент сопротивления будет равен

$$TKR = TK\rho - TKL.$$

Тогда сопротивление провода R_2 при температуре $T_2 = 450^\circ\text{C}$ с учетом его линейной зависимости от температуры

$$R_2 = R_1[1 + (TK\rho - TKL)\Delta T] = 500[1 + (-1,5 \cdot 10^{-5} - 10^{-5}) \cdot 430] = 494,6 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_2 = 494,6 \text{ Ом}$.

2.11.4 Из никелевой ленты шириной 1 см и толщиной 1 мм необходимо изготовить шунт сопротивлением $0,4 \text{ Ом}$. Какой длины должна быть лента, если удельное сопротивление никеля $\rho = 0,068 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$?

Решение: сопротивление проводника в данном случае определяется по формуле

$$R = \rho \frac{l}{b \cdot h},$$

где l – длина, b – ширина, h – толщина ленты. Следовательно, длину ленты можно найти по формуле:

$$l = \frac{R \cdot b \cdot h}{\rho} = \frac{0,4 \cdot 1 \cdot 10^{-2} \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{6,8 \cdot 10^{-8}} = 58,8(\text{м})$$

Ответ: $l = 58,8$ м

2.11.5 Удельное сопротивление меди, содержащей 0,3 ат.% олова при температуре 300 К, составляет 0,0258 мкОм·м. Определите отношение β удельных сопротивлений меди при температурах 300 и 4,2 К: $\beta = \rho_{300}/\rho_{4,2}$.

Решение: согласно правилу Маттисена,

$$\rho = \rho_T + \rho_{\text{ост}},$$

где ρ_T – сопротивление, обусловленное рассеянием электронов на тепловых колебаниях решетки; $\rho_{\text{ост}}$ – остаточное сопротивление, связанное с рассеянием электронов на неоднородностях структуры. Для чистой меди $\rho \approx \rho_T$. При $T = 300$ К $\rho_T = 0,0168$ мкОм·м. Вблизи температуры абсолютного нуля полное сопротивление реального металлического проводника равно остаточному сопротивлению. Отсюда следует, что

$$\beta = \frac{\rho_{300}}{\rho_{4,2}} = \frac{\rho_{300}}{\rho_{\text{ост}}} = \frac{\rho_{300}}{\rho_{300} - \rho_T} = \frac{0,0258}{0,0258 - 0,0168} = 2,87.$$

Ответ: $\beta = 2,87$

2.11.6 Удельное сопротивление медного проводника, содержащего $x_{\text{In1}} = 0,5$ ат.% индия в медном сплаве с удельным сопротивлением $\rho_1 = 0,0234$ мкОм·м. Определить концентрацию атомов индия n_{In2} в медном сплаве с удельным сопротивлением $\rho_2 = 0,0298$ мкОм·м, полагая, что все остаточное сопротивление обусловлено рассеянием на примесных атомах индия.

Решение: согласно правилу Маттисена

$$\rho = \rho_T + \rho_{\text{ост}}.$$

Остаточное сопротивление определяется законом Нордгейма по (1.17)

$$\rho_{\text{ост}} = C x_B \Rightarrow C = \rho_{\text{ост}}/x_B.$$

$$\rho_{\text{ост}} = \rho - \rho_T = \rho - \rho_{\text{Cu}} \quad (\rho_T \approx \rho_{\text{Cu}}).$$

Тогда мы можем определить константу медно-индиевого сплава C

$$C = \frac{\rho_{\text{ост1}}}{x_{\text{In1}}} = \frac{\rho_1 - \rho_{\text{Cu}}}{x_{\text{In1}}}.$$

Далее определяем x_{In2} для сплава с удельным сопротивлением $\rho_2 = 0,0298$ мкОм·м

$$x_{\text{In2}} = \frac{\rho_{\text{ост2}}}{C} = \rho_{\text{ост2}} \frac{x_{\text{In1}}}{\rho_1 - \rho_{\text{Cu}}} = (\rho_2 - \rho_{\text{Cu}}) \frac{x_{\text{In1}}}{\rho_1 - \rho_{\text{Cu}}}.$$

$$x_{\text{In2}} = (0,0298 - 0,0168) \frac{0,5}{0,0234 - 0,0168} = 0,01 = 1 \text{ ат.} \%$$

Зная, что

$$x_{In2} = \frac{n_{In2}}{N}$$

определим концентрацию атомов индия n_{In2}

$$n_{In2} = x_{In2}N = x_{In2}(n_{Cu} + n_{In2}) \approx x_{In2}n_{Cu}.$$

$$n_{In2} = 0,01 \cdot 8,45 \cdot 10^{28} = 8,45 \cdot 10^{26} \text{ м}^{-3}.$$

Ответ: $n_{In2} = 8,45 \cdot 10^{26} \text{ м}^{-3}$.

2.11.7 Вычислить, во сколько раз сопротивление R - медного провода круглого сечения диаметром $d = 1$ мм на частоте $f = 10$ МГц при температуре 100 °С больше сопротивления R_0 этого провода постоянному электрическому току при температуре 20 °С.

Решение: глубина проникновения поля в проводник с использованием выражения (2.2) и учетом температуры

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho_2}{\pi f \mu_0 \mu}} = \sqrt{\frac{\rho_1 (1 + \alpha_\rho (t_2 - t_1))}{\pi f \mu_0 \mu}}.$$

Поскольку медь диамагнитная, то $\mu = 1$. Тогда

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho_1 (1 + \alpha_\rho (t_2 - t_1))}{\pi f \mu_0 \mu}} = \sqrt{\frac{1,7 \cdot 10^{-8} (1 + 4,3 \cdot 10^{-3} \cdot 80)}{3,14 \cdot 10 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7}}} = 2,41 \cdot 10^{-5} \text{ м}.$$

Коэффициент увеличения сопротивления k_R будет равен

$$k_R = \frac{R}{R_0} = \frac{\rho_2 S_0}{\rho_1 S} = \frac{\rho_2 D}{\rho_1 \cdot 4\delta} = \frac{\rho_1 (1 + \alpha_\rho (t_2 - t_1)) D}{\rho_1 \cdot 4\delta} = \frac{(1 + \alpha_\rho (t_2 - t_1)) D}{4\delta}.$$

Проведя расчет, получим

$$k_R = \frac{(1 + 4,3 \cdot 10^{-3} \cdot 80) 10^{-3}}{4 \cdot 2,41 \cdot 10^{-5}} = 13,94.$$

Ответ: в 13,94 раза

2.11.8 На переменном токе при частоте 100 МГц активное электрическое сопротивление круглого медного провода равно $4,7$ Ом. На поверхность этого провода нанесен слой серебра. Какова должна быть толщина слоя серебра, чтобы сопротивление такого провода на частоте 1 ГГц определялось только слоем серебра?

Решение: для того, чтобы сопротивление такого провода определялось только слоем серебра, необходимо, чтобы глубина проникновения поля в серебро на указанной частоте была не больше, чем нанесенный слой серебра. Таким образом, в этой задаче достаточно найти только глубину проникновения поля в серебро на частоте 1 ГГц.

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi f \mu_0 \mu}} = \sqrt{\frac{1,5 \cdot 10^{-8}}{3,14 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 1}} = 1,95 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Ответ: толщина слоя серебра должна быть больше $1,95$ мкм.

2.11.8 Сопротивление плоской резистивной пленки прямоугольной формы равно 4,5 кОм. Ширина резистивного слоя 0,4 мм, а длина 3 мм. Чему равно сопротивление квадрата пленки? Какое следует взять соотношение сторон для изготовления из этого резистивного слоя резистора с электрическим сопротивлением 7,5 кОм?

Решение: сопротивление пленочного резистора прямоугольной формы определяется по формуле

$$R = R_s \frac{l}{d},$$

где R_s – сопротивление квадрата,
 l – длина резистора,
 d – его ширина.

$$R_s = \frac{R \cdot d}{l} = \frac{4,5 \cdot 10^3 \cdot 0,4 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-3}} = 6 \cdot 10^2 (\text{Ом}),$$

отношение сторон

$$\frac{l}{d} = \frac{R}{R_s} = \frac{7,5 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^2} = 12,5$$

Ответ: $R_s = 600 \text{ Ом}$, $\frac{l}{d} = 12,5$.

2.11.9 Углеродистый резистор и проволочный резистор, изготовленный из нихрома, имеют одинаковое номинальное сопротивление 100 Ом. Резисторы соединены параллельно и включены под напряжение 50 В. Одинаковая ли мощность будет выделяться в этих резисторах?

Решение: в первый момент после включения напряжения на резисторах выделяется одинаковая мощность

$$P_{нач} = U^2/R_{ном} = 25 \text{ Вт}.$$

Затем происходит разогрев резисторов до максимальной температуры, определяемой выделяющейся мощностью и условиями теплоотвода. Так как нихром имеет $TK_p > 0$, а углерод $TK_p < 0$, то при нагревании сопротивление резистора из нихрома становится больше номинального, а сопротивление углеродистого резистора уменьшается. Следовательно, в углеродистом резисторе будет выделяться большая мощность, чем в нихромовом.

3 Диэлектрические материалы и конденсаторы

3.1 Поляризация диэлектриков

Если электроды плоского конденсатора (рис. 3.1а) расположить в вакууме, то емкость конденсатора C_0 будет равна

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{h} \quad (3.1)$$

где ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость;
 $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ – электрическая постоянная, Ф/м;
 S – площадь электродов, м²;

h – расстояние между электродами, м.

Заряд вакуумного конденсатора

$$Q_0 = C_0 U = \sigma_0 S, \quad (3.2)$$

Где U – напряжение, В;

σ_0 – плотность зарядов на электродах, Кл · м².

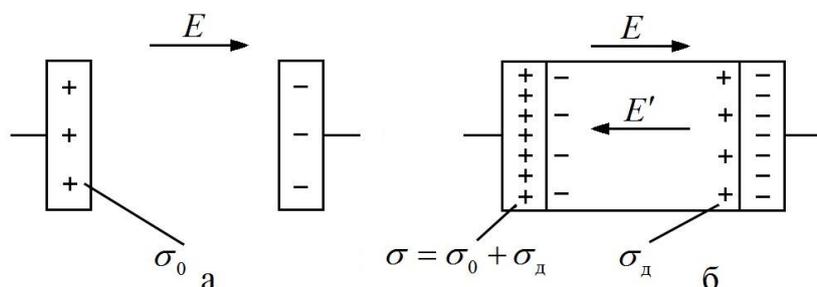


Рис. 3.1

Поместим между электродами интересующий нас диэлектрик так, чтобы электроды плотно прилегали к поверхности диэлектрика. Под действием электрического поля напряженностью $E = U / h$ диэлектрик поляризуется и на его поверхности появляются связанные заряды плотностью σ_d (рис. 3.1б). Они создают электрическое поле напряженностью E' , направленное встречно внешнему полю E , и напряжение должно было бы уменьшиться до величины $U' = (E - E')h$. Но источник постоянного напряжения подзарядит конденсатор - сообщит ему дополнительно заряд, плотность которого равна по величине σ_d , а знак противоположен знаку заряда σ_d , и напряжение U на электродах не изменится.

Относительная диэлектрическая проницаемость ϵ (далее в тексте слово «относительная» для краткости опускается) рассчитывается из соотношения

$$\epsilon = \frac{Q}{Q_0} = \frac{(\sigma_0 + \sigma_d)S}{\sigma_0 \cdot S} = 1 + \frac{\sigma_d}{\sigma_0}. \quad (3.3)$$

Электрический момент всего объема диэлектрика (см. рис. 1.1б) равен

$$M = P \cdot S \cdot h, \quad (3.4)$$

где P – поляризованность диэлектрика, равная сумме всех электрических моментов в единице объема диэлектрика, Кл · м².

Этот же электрический момент можно рассчитать по формуле:

$$M = Q_d \cdot h = \sigma_d \cdot S \cdot h. \quad (3.5)$$

Из уравнений (3.4) и (3.5) следует, что

$$\sigma_d = P. \quad (3.6)$$

По теореме Гаусса можно рассчитать плотность зарядов вакуумного конденсатора

$$\sigma_0 = \epsilon_0 \cdot E. \quad (3.7)$$

Подставив (3.6) и (3.7) в формулу (3.3), получим:

$$\epsilon = 1 + \frac{P}{\epsilon_0 E}. \quad (3.8)$$

Закономерность изменения диэлектрической проницаемости в зависимости от температуры и частоты определяется механизмом поляризации диэлектрика.

Упругая поляризация устанавливается практически мгновенно. Влияние частоты на величину диэлектрической проницаемости наблюдается только в области резонанса. Слабо влияет на диэлектрическую проницаемость изменение температуры.

Релаксационная поляризация устанавливается сравнительно медленно. При включении постоянного напряжения поляризованность P растет со временем t по закону (рис. 3.2а)

$$P(t) = P_{ст} [1 - \exp(-t / \tau)], \quad (3.9)$$

а при выключении постоянного напряжения убывает по закону (рис. 3.2б)

$$P(t) = P_{ст} \cdot \exp(-t / \tau), \quad (3.10)$$

где $P_{ст}$ – наибольшее значение поляризованности при длительном воздействии поляризующего напряжения;

t – время, отсчитанное от момента включения (выключения) поляризующего напряжения;

τ – время релаксации;

Время релаксации характеризует скорость изменения поляризации.

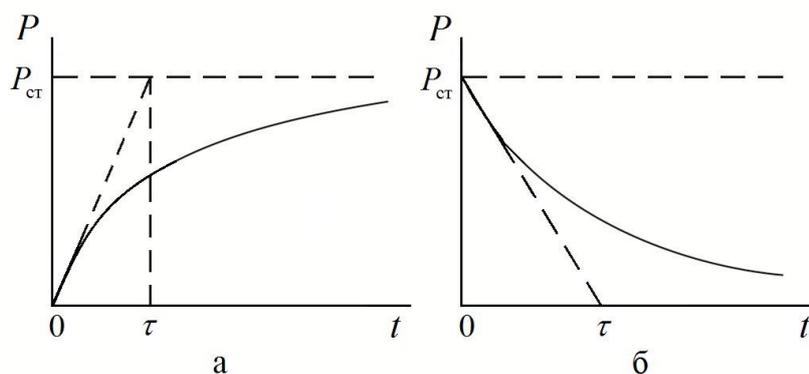


Рис. 3.2

Например, после отключения поляризующего напряжения поляризованность за время τ уменьшается в 2,72 раза (рис. 3.2б). Величина времени релаксации зависит от химического состава и строения диэлектрика. С ростом температуры величина τ уменьшается по экспоненциальному закону. Релаксационная поляризация может вызвать большие изменения диэлектрической проницаемости в зависимости от температуры и частоты.

Большие изменения диэлектрической проницаемости с изменением температуры и частоты могут вызвать *миграционная* поляризация в неоднородных диэлектриках и *спонтанная* поляризация в сегнетоэлектриках.

Температурный коэффициент диэлектрической проницаемости ТК ϵ является количественной характеристикой термостабильности диэлектрической проницаемости диэлектрика. Он равен относительному изменению диэлектрической проницаемости ϵ при изменении температуры T на один градус при заданной температуре

$$TK\epsilon = \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{d\epsilon}{dT}. \quad (3.11)$$

Если известен график зависимости диэлектрической проницаемости ϵ от температуры T , то для расчета ТК ϵ используют графоаналитический метод (рис. 3.3а). При температуре T_1 , для которой нужно рассчитать ТК ϵ , проводится касательная и на ней, как на гипотенузе, строится прямоугольный треугольник произвольных размеров.

$$\frac{d\varepsilon}{dT} = \operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta T}; \quad TKE = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta T}. \quad (3.12)$$

Если диэлектрическая проницаемость изменяется с температурой медленно, то часто пользуются средним значением TKE для определенного интервала температур (рис. 1.3б)

$$TKE = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{T_2 - T_1}, \text{ где } T_2 > T_1.$$

Неоднородные диэлектрики (миканиты, пенопласты, бумажно-маслянная изоляция, механические смеси порошков и связующих веществ и др.) находят широкое применение, потому что в них можно получить такое сочетание свойств, которое невозможно получить у однокомпонентного диэлектрика (например, большая диэлектрическая проницаемость и близкий к нулю температурный коэффициент диэлектрической проницаемости). Методика расчета электрических характеристик неоднородных диэлектриков приведена в приложении В.

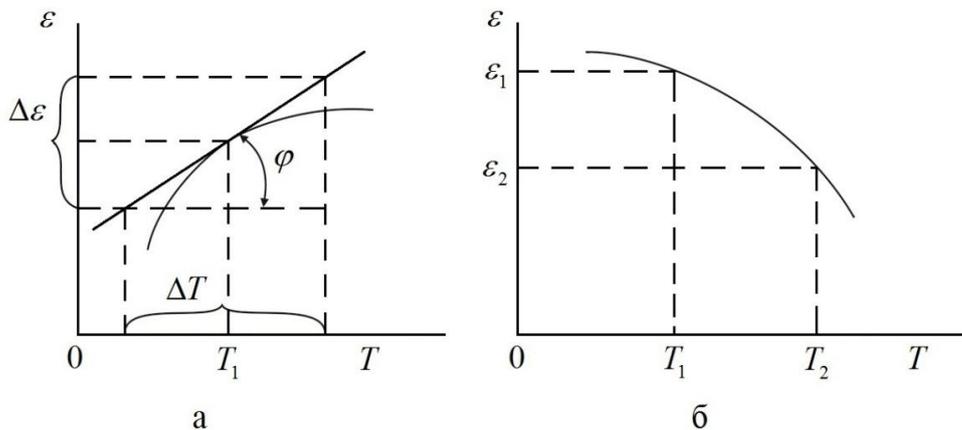


Рис. 3.3

В ряде задач необходимо рассчитать емкость деталей заданной формы. Методика вывода формул для расчета емкости и других электрических характеристик представлена в приложении В.

Зависимость емкости от температуры обусловлена изменением не только диэлектрической проницаемости, но также геометрических размеров диэлектрика и электродов. Рассмотрим для простоты плоский конденсатор, имеющий электроды в форме квадрата со стороной, равной l . Емкость конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon l^2}{h}, \quad (3.13)$$

где l – линейный размер электрода, м;

h – толщина диэлектрика, м.

Продифференцируем это выражение по температуре, затем разделим левую и правую части на емкость C . В результате получим выражение для температурного коэффициента емкости:

$$TKE = TKE + 2TKl - TKh, \quad (3.14)$$

где TKE – температурный коэффициент емкости, K^{-1} ;

TKl и TKh – температурные коэффициенты линейного расширения металла и диэлектрика, соответственно, K^{-1} .

Если электроды напылены на поверхность диэлектрика или вожжены в поверхность диэлектрика, то $TkI = TKh$ и выражение для температурного коэффициента емкости принимает вид

$$TKE = TK\varepsilon + TKh. \quad (3.15)$$

Во многих случаях, $TK\varepsilon \gg TKh$, и можно считать, что $TKE = TK\varepsilon$.

Электрет – диэлектрик, который длительное время создает в окружающем пространстве электростатическое поле за счет предварительной электризации или поляризации.

Рассмотрим плоский конденсатор, между электродами которого расположена пластинка электрета (рис.3.4).

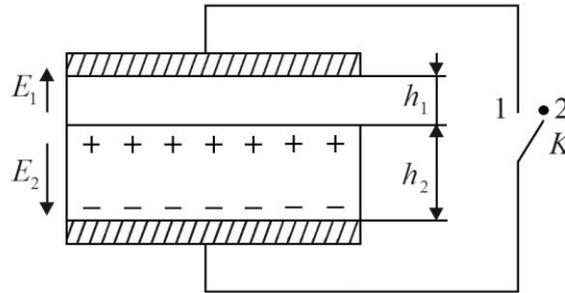


Рис. 3.4

Для простоты не будем учитывать краевой эффект. Допустим, что поверхностная плотность связанных зарядов у электрета равна σ , окружающая среда – воздух. Если ключ K находится в положении 1 (электроды закорочены), то разность потенциалов между электродами равна нулю. Следовательно

$$E_1 \cdot h_1 - E_2 \cdot h_2 = 0, \quad (3.16)$$

где h_1 – воздушный зазор между поверхностью электрета и верхним электродом, м;

h_2 – толщина электрета, м;

E_1 и E_2 – напряженность электрического поля в воздухе и в электрете, соответственно, В/м.

По теореме Гаусса

$$\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_1 \cdot E_1 + \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_2 \cdot E_2 = \sigma, \quad (3.17)$$

где ε_1 и ε_2 – диэлектрические проницаемости воздуха и электрета, соответственно;

σ – поверхностная плотность связанных зарядов в электрете, Кл/м².

Если решить совместно эти два уравнения, то для расчета напряженности электрического поля в воздухе получится формула

$$E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \left(\frac{\varepsilon_2 h_1}{h_2} + \varepsilon_1 \right)}. \quad (3.18)$$

Плотность зарядов, которые электрет индуцирует на электродах, можно рассчитать по формуле

$$\sigma_{\text{инд}} = \varepsilon_0 \varepsilon_1 E_1 = \frac{\sigma}{\left(\frac{\varepsilon_2 h_1}{\varepsilon_1 h_2} + 1 \right)} \quad (3.19)$$

Если верхний электрод плотно прижать к поверхности электрета ($h_1 = 0$), то плотность индуцированных на электродах зарядов $\sigma_{\text{инд}} = \sigma$. Если затем разомкнуть ключ K (поставить его в положение 2) и поднять верхний электрод на расстояние h_1 от поверхности электрета, то заряд на поднятом электроде останется равным σ . При этом разность потенциалов между электродами можно найти из соотношения

$$Q = S\sigma = CU, \quad (3.20)$$

где Q – заряд на электродах, Кл;

S – площадь электродов, м²;

C – емкость между электродами, Ф;

U – разность потенциалов между электродами, В.

3.2 Электропроводность диэлектриков

3.2.1 Токи в газах

Свободные заряды в газах появляются в результате воздействия ионизирующих излучений, ударной ионизации электронами в сильных электрических полях, соударений молекул при высоких температурах, а также в результате выхода электронов из электродов при высокой температуре или в очень сильном электрическом поле. Последние два фактора заметно влияют на электропроводность газов в специально созданных устройствах и в этом разделе учитываться не будут.

Рассмотрим токи (рис. 3.5) в воздушном конденсаторе с плоскопараллельными электродами. Пусть S – площадь электродов, а h – расстояние между ними. Обозначим через N мощность внешнего ионизатора (число актов ионизации в 1 м³ за 1 с). Иначе говоря, это число пар разноименных свободных зарядов, появляющихся в 1 м³ в 1 с. В слабых электрических полях ударная ионизация отсутствует.

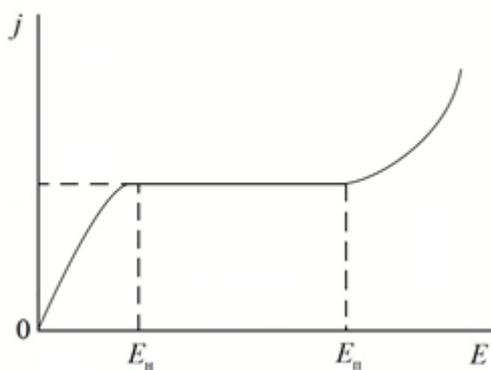


Рис. 3.5.

При встрече разноименно заряженных частиц происходит рекомбинация. Число актов рекомбинации в 1 м³ за 1 с равно $a \cdot n^2$, где a – коэффициент рекомбинации, а n – число зарядов одного знака в 1 м³.

Рекомбинация ограничивает нарастание количества свободных зарядов. Наступает равновесие: сколько пар зарядов появляется в 1 с, столько же рекомбинирует, т. е. $N = a \cdot n^2$. Отсюда равновесная концентрация свободных зарядов в газе

$$n = \sqrt{\frac{N}{a}}. \quad (3.21)$$

В электрическом поле свободные заряды уносятся полем на электроды и там нейтрализуются. В слабых полях этот эффект пренебрежительно мало влияет на концентрацию свободных зарядов. С достаточной точностью можно считать, что равновесная концентрация не зависит от напряженности поля в слабых полях. Плотность тока линейно увеличивается с ростом напряженности поля.

$$j = q \cdot n(\mu_+ + \mu_-) \cdot E, \quad (3.22)$$

где j – плотность тока, $A \cdot m^{-2}$;

q – заряд иона (равный заряду электрона), Кл;

n – равновесная концентрация свободных зарядов одного знака, m^{-3} ;

μ_+ и μ_- – подвижность зарядов, $m^2/V \cdot c$.

E – напряженность поля, $V \cdot m^{-1}$.

На рис. 3.5 этому соответствует область $0 < E < E_n$ – область справедливости закона Ома.

Удельная электропроводность воздуха в этой области в нормальных условиях около $10^{-15} \text{ Ом}^{-1} \cdot m^{-1}$.

При напряженности $E \geq E_n$ поля закон Ома нарушается. Все появляющиеся под действием излучения заряды уносятся полем на электроды. Рекомбинация в объеме практически отсутствует. Плотность тока зависит от мощности ионизатора и не зависит от напряженности поля. Плотность тока насыщения равна

$$j = j_{\text{нас}} = q \cdot N \cdot h, \quad (3.23)$$

где h – расстояние между электродами, м.

При $h = 1$ см в воздухе при нормальных условиях $E_n \approx 0,6 \text{ В} \cdot m^{-1}$, а плотность тока насыщения $j_{\text{нас}} \approx 10^{-15} \text{ А} \cdot m^{-2}$. Понятие электропроводности в этой области теряет физический смысл.

Когда E достигает величины E_n (рис. 3.5), возникает ударная ионизация электронами и ток резко возрастает. Плотность тока равняется

$$j = q \cdot n_0 \cdot e^{\alpha h}, \quad (3.24)$$

где n_0 – концентрация свободных электронов около катода, m^{-3} ;

e – основание натуральных логарифмов;

A – коэффициент ударной ионизации, m^{-1} .

Ударная ионизация в воздухе в нормальных условиях возникает при $E_n \approx (10^5 - 10^6) \text{ В} \cdot m^{-1}$, т. е. в полях, близких к пробивным.

ВЫВОД. Газы при нормальных атмосферных условиях всегда работают в области тока насыщения и, вследствие малости этого тока, являются диэлектриками, практически не имеющими потерь.

3.2.2 Электропроводность жидких диэлектриков

В жидких диэлектриках свободные заряды (ионы) появляются вследствие диссоциации молекул. Только в предельно очищенных жидкостях заметно влияние внешнего ионизатора на величину электропроводности и на кривой зависимости тока от напряжения может появиться горизонтальный участок.

В неполярных жидкостях диссоциируют только молекулы примесей и удельная электрическая проводимость зависит от их концентрации. У полярных жидкостей удельная электрическая проводимость больше, чем у неполярных, т. к. диссоциируют и молекулы самой

жидкости. Степень диссоциации (а значит – концентрация ионов n) и вязкость жидкости (следовательно, подвижность ионов μ) зависят от температуры. Удельная проводимость растет с температурой по экспоненциальному закону:

$$\gamma(T) = q \cdot n \cdot \mu = \gamma(T_0) e^{\alpha(T-T_0)}, \quad (3.25)$$

где $\gamma(T_0)$ – удельная проводимость, при температуре T_0 , $\text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$;

α – температурный коэффициент;

T – температура, для которой рассчитывается удельная проводимость диэлектрика.

3.2.3 Электропроводность твердых диэлектриков

Электропроводность твердых диэлектриков зависит от химического состава, структуры диэлектрика и условий работы. Объемная электропроводность может быть обусловлена перемещением ионов и электронов. В некоторых диэлектриках (например, в титанате бария BaTiO_3) преобладает электронная проводимость. В большинстве диэлектриков в слабых полях проводимость ионная. Участие электронов в проводимости этих диэлектриков наблюдается только в сильных электрических полях.

В твердых диэлектриках атомного и молекулярного строения в электропроводности участвуют ионы примесей. В твердых диэлектриках ионного строения электропроводность обусловлена перемещением примесных и собственных ионов, вырываемых под влиянием флуктуации теплового движения из мест закрепления в решетке. На рис. 3.6 схематически представлена зависимость потенциальной энергии W иона от координаты x в электрическом поле соседних ионов. Если ион, находящийся в потенциальной яме, получит достаточно большую тепловую энергию, он может переместиться из одного места закрепления в другое, преодолев разделяющий их потенциальный барьер. Положение 1 на рис. 2.2 соответствует иону, который находится в узле решетки. Для перехода в положение 2 нужна энергия активации, равная W_c (высоте барьера). Положение 3 соответствует примесному иону. Он закреплен слабее. Его энергия активации $W_a < W_c$.

Вероятность тепловых переброгов через потенциальный барьер прямо пропорциональна

$$e^{-\frac{W}{kT}},$$

где W – высота барьера (энергия активации);

K – постоянная Больцмана;

T – абсолютная температура.

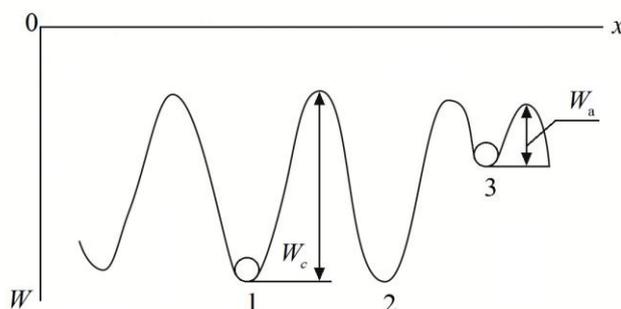


Рис. 3.6

В отсутствие внешнего электрического поля переходы во всех направлениях равновероятны, поэтому электрический ток отсутствует. Внешнее электрическое поле понижает

барьер для перехода в одном направлении (на рис. 3.7 для перехода из положения 1 в 2) и повышает барьер для обратного перехода ($W'_c < W_c < W''_c$). В тепловом движении ионов появляется некоторая упорядоченность, т. е. течет ток.

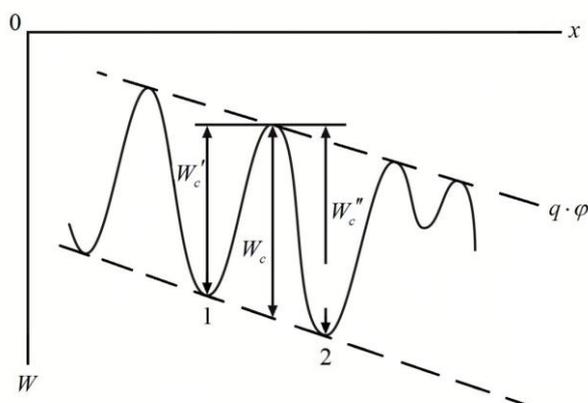


Рис. 3.7

С ростом температуры T электрическая проводимость растет по экспоненциальному закону

$$\gamma = A \cdot e^{-\frac{W}{KT}}, \quad (3.26)$$

где A – постоянная величина для данного диэлектрика.

На рис. 3.8 представлен график зависимости электрической проводимости кристаллического диэлектрика с ионной структурой от температуры в полулогарифмических координатах. В области низких температур в электропроводности участвуют слабо закрепленные ионы (примесные ионы, вакансии и др.), а при высоких температурах – основные ионы кристаллической решетки. Эта зависимость описывается уравнением:

$$\gamma = A_c e^{-\frac{W_c}{KT}} + A_n e^{-\frac{W_n}{KT}}, \quad (3.28)$$

где A_c и A_n – константы для данного диэлектрика;

W_c и W_n – энергия активации собственных и примесных ионов;

K – постоянная Больцмана;

T – абсолютная температура диэлектрика.

По углу наклона отрезков прямых на рис. 3.8 можно рассчитать энергию активации ионов.

При температурах T_1 и T_2 электрическая проводимость соответственно равна:

$$\gamma_1 = A_c e^{-\frac{W_c}{KT_1}}; \quad \gamma_2 = A_c e^{-\frac{W_c}{KT_2}}.$$

Если прологарифмировать эти выражения и вычесть из второго первое, то для энергии активации получится следующее выражение:

$$W_c = K \frac{\ln \gamma_2 - \ln \gamma_1}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}. \quad (3.29)$$

Аналогично производится расчет для примесной проводимости.

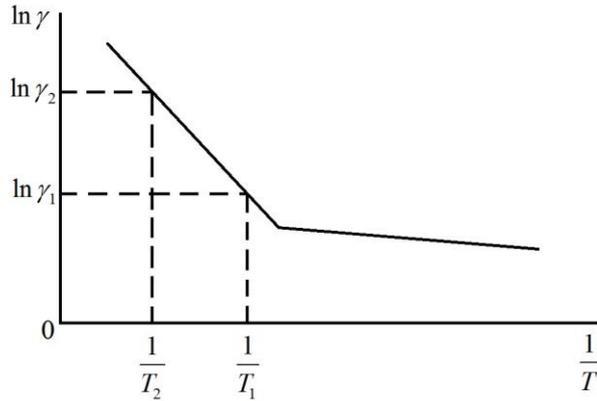


Рис. 3.8

Для ограниченного интервала температур можно с достаточной точностью пользоваться формулами:

$$\gamma(T) = \gamma(T_0)e^{\alpha(T-T_0)} \quad \text{и} \quad \rho(T) = \rho(T_0)e^{-\alpha(T-T_0)}, \quad (3.30)$$

где $\gamma(T)$ и $\gamma(T_0)$ – удельная проводимость, при температурах T и T_0 ;

$\rho(T)$ и $\rho(T_0)$ – удельное сопротивление при температурах T и T_0 ;

α – температурный коэффициент.

Формулу (3.29) следует использовать только при расчете энергии активации ионов в задачах 3.5.41 и 3.5.42. Во всех остальных случаях при решении задач, помещенных в данном учебном пособии, нужно пользоваться формулами (3.30).

Типичная ошибка, которая допускается в расчетах *температурного коэффициента удельного сопротивления диэлектриков* $TK\rho$ и температурного коэффициента сопротивления изоляции изделий TKR состоит в том, что используется линейная аппроксимация, т. е. считается, что

$$TK\rho = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dT} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\rho_2 - \rho_1}{T_2 - T_1}.$$

Нетрудно убедиться, что это было бы справедливо при условии, если

$$\rho(T) = \rho(T_0)[1 + TK\rho(T - T_0)].$$

Выше указывалось, что в технических расчетах с достаточной точностью можно использовать для диэлектриков выражение (3.30).

$$\rho(T) = \rho(T_0)e^{-\alpha(T-T_0)},$$

где $\rho(T_0)$ – известная величина, определенная для заданной температуры T_0 . Если прологарифмировать эту формулу и затем взять производную по температуре, то получится:

$$\ln \rho(T) = \ln \rho(T_0) - \alpha(T - T_0); \quad (3.31)$$

$$\frac{d}{dT} \ln \rho(T) = \frac{1}{\rho(T)} \cdot \frac{d\rho(T)}{dT} = -\alpha = TK\rho. \quad (3.32)$$

Из (3.31) и (3.32) следует вывод, что

$$TK\rho = \frac{\ln \rho(T) - \ln \rho(T_0)}{T - T_0}. \quad (3.33)$$

Если функция $\rho = \varphi(T)$ задана графически, то достаточно для двух температур T и T_0 определить величины ρ (или еще лучше $\ln \rho$) и по формуле (3.33) произвести расчет. В некоторых задачах приводятся только два значения ρ (или γ) для определенных температур. Этого достаточно для расчета величины α . Рассчитав α , можно рассчитать ρ для других температур.

Расчет *температурного коэффициента сопротивления изоляции детали* покажем на примере плоского конденсатора с электродами в форме прямоугольника со сторонами a и b :

$$R = \rho \frac{h}{a \cdot b};$$

$$\ln R = \ln \rho + \ln h - \ln a - \ln b;$$

$$\frac{1}{R} \cdot \frac{dR}{dT} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dT} + \frac{1}{h} \cdot \frac{dh}{dT} - \frac{1}{a} \cdot \frac{da}{dT} - \frac{1}{b} \cdot \frac{db}{dT};$$

$$TKR = TK\rho + TKl_d - 2TKl_m.$$

Если электроды пленочные напыленные или вожженные, то

$$TKl_d = TKl_m,$$

$$TKR = TK\rho - TKl_d.$$

Здесь h – толщина изоляции, м;

R – сопротивление изоляции, Ом;

TKl_d и TKl_m – температурные коэффициенты линейного расширения диэлектрика и металла соответственно, K^{-1} .

Удельное поверхностное сопротивление – сопротивление квадратного участка на поверхности твердого диэлектрика при условии, что вектор напряженности поля перпендикулярен одной из сторон квадрата. Удельное поверхностное сопротивление в единицах СИ - ом. При расчете поверхностного сопротивления детали необходимо учитывать ее форму. На плоской поверхности между параллельными электродами (рис. 3.9) поверхностное сопротивление равно

$$R_s = \rho_s \cdot \frac{l}{b},$$

где ρ_s – удельное поверхностное сопротивление, Ом;

b – ширина электрода (длина линии раздела электрод-диэлектрик), м;

l – расстояние между электродами, м.

На этой же поверхности диэлектрика поверхностное сопротивление между концентрическими электродами рассчитывается по формуле:

$$R_s = \rho_s \frac{1}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1},$$

где r_1 и r_2 – радиусы электродов, м.

Методика вывода этой формулы и ряда других для расчета электрических характеристик деталей представлена в приложении В.

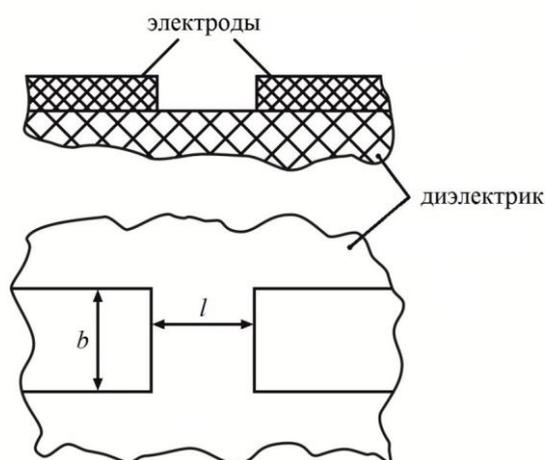


Рис. 3.9

Поверхностное сопротивление диэлектрика зависит не только от формы детали, но также от угла смачивания, растворимости диэлектрика в воде, влажности окружающей среды, состояния поверхности (качества ее обработки, чистоты) и т. д. При конструировании изделий стремятся увеличить длину пути тока по поверхности диэлектрика, чтобы уменьшить токи утечки.

3.2.4 Саморазрядка конденсатора

Если конденсатор зарядить при постоянном напряжении до напряжения U_0 , а затем отключить от источника и оставить с разомкнутыми электродами, то заряд конденсатора со временем будет уменьшаться за счет электропроводности диэлектрика. Напряжение $U(t)$ на обкладках конденсатора будет со временем t изменяться по закону:

$$U(t) = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}},$$

где τ – постоянная времени саморазрядки конденсатора, с.

За отрезок времени $t = \tau$ напряжение на конденсаторе с разомкнутыми электродами уменьшится в e раз. Можно показать, что τ не зависит от геометрических размеров и формы конденсатора, а определяется исключительно свойствами диэлектрика:

$$\tau = RC = \rho \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0,$$

где R – объемное сопротивление конденсатора, Ом;

C – емкость конденсатора, Ф;

ρ – удельное объемное сопротивление диэлектрика, Ом · м ;

ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрика;

$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.

3.3 Диэлектрические потери

При постоянном напряжении потери энергии в диэлектрике обусловлены только объемной и поверхностной электропроводностью. При переменном напряжении могут дополнительно возникнуть потери энергии, обусловленные замедленными процессами поляризации, а в области сверхвысоких частот - и упругими процессами поляризации. В сильных электрических полях возможны также ионизационные потери энергии. При переменном синусоидальном напряжении в расчетах диэлектрических потерь удобно использовать

эквивалентные схемы замещения диэлектрика. Простейшие схемы замещения диэлектриков с потерями представлены на рис. 3.1 (см. также [1, 2] и др.).

При переменном синусоидальном напряжении активная мощность

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi.$$

Для последовательной эквивалентной схемы замещения (рис. 3.1а) это выражение можно привести к виду:

$$P = \frac{U^2}{z} \cdot \frac{I \cdot r_s}{I \cdot z} = \frac{U^2 r_s}{\left(\frac{1}{\omega C_s}\right)^2 + r_s^2} = \frac{U^2 r_s \omega^2 C_s^2}{1 + r_s^2 \omega^2 C_s^2} = \frac{U^2 \omega C_s \operatorname{tg} \delta}{1 + \operatorname{tg}^2 \delta}, \quad (3.34)$$

где $\operatorname{tg} \delta = r_s \omega C_s$ – тангенс угла диэлектрических потерь.

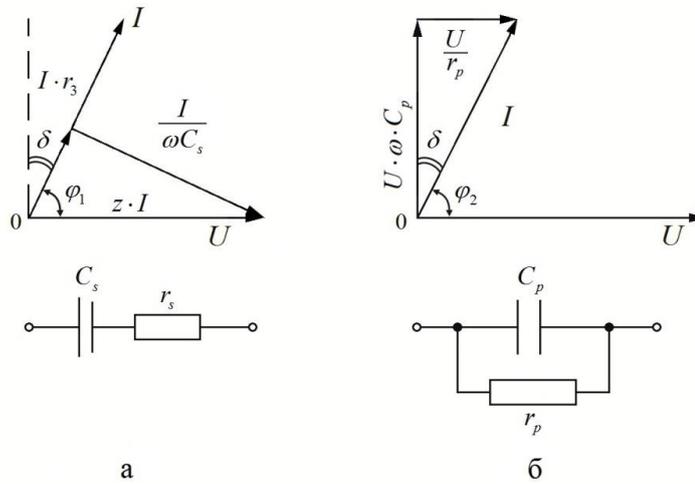


Рис. 3.10

Для параллельной эквивалентной схемы замещения (рис. 3.10б)

$$P = \frac{U^2}{z} \cdot \frac{U \cdot z}{r_p U} = U^2 \frac{\omega C_p}{r_p \omega C_p} = U^2 \omega C_p \operatorname{tg} \delta,$$

где $\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{r_p \omega C_p}$.

Приведенные схемы эквивалентны друг другу, если

$$\frac{U^2 \omega C_s \operatorname{tg} \delta}{1 + \operatorname{tg}^2 \delta} = U^2 \omega C_p \operatorname{tg} \delta; \quad r_s \omega C_s = \frac{1}{r_p \omega C_p}.$$

Отсюда $C_p = \frac{C_s}{1 + \operatorname{tg}^2 \delta}; \quad r_p = r_s (1 + \operatorname{tg}^2 \delta).$

Если у диэлектрика $\operatorname{tg} \delta < 0,1$, то $\operatorname{tg}^2 \delta$ можно пренебречь. Для обеих эквивалентных схем получаются одинаковые выражения:

$$C_s = C_p = C, \quad P = U^2 \cdot \omega \cdot C \cdot \operatorname{tg} \delta. \quad (3.35)$$

По формулам (3.35) производится расчет диэлектрических потерь (далее слово «диэлектрических» опускается) в конденсаторах, кабелях и т. д.

Для расчета теплового режима изделия бывает необходимо знать интенсивность тепловыделения в определенных участках изделия, т. е. *удельную мощность потерь*. В большинстве случаев для этого нельзя пользоваться соотношением P/V , где P - мощность, рассеиваемая во всем объеме V диэлектрика, т. к. в реальных конструкциях электрическое поле и свойства диэлектрика могут быть неоднородными. Если известно распределение напряженности поля во всех интересующих точках в диэлектрике, то можно поступить следующим образом. В интересующем месте выделяется мысленно из диэлектрика куб с ребром, равным dx , так чтобы силовые линии пронизывали куб, входя и выходя из него через две противоположные грани перпендикулярно этим граням. Емкость конденсатора, образованного этим кубом, равна

$$dC = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot S}{h} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon (dx)^2}{dx} = \varepsilon_0 \varepsilon dx.$$

а напряжение на нем равно $dU = E \cdot dx$. Мощность, рассеиваемая в кубе, рассчитывается по формуле

$$dp = (dU)^2 \omega dC \operatorname{tg} \delta = E^2 \omega \varepsilon_0 \varepsilon \operatorname{tg} \delta (dx)^3.$$

Удельные диэлектрические потери, т. е. потери в единице объема, равны

$$p_{уд} = \frac{dp}{(dx)^3} = E^2 \omega \varepsilon_0 \varepsilon \operatorname{tg} \delta = E^2 \cdot f \cdot \frac{\varepsilon \cdot \operatorname{tg} \delta}{1,8 \cdot 10^{10}}, \quad (3.36)$$

где E – напряженность поля, В/м;

f – частота, Гц;

ε – относительная диэлектрическая проницаемость;

$\operatorname{tg} \delta$ – тангенс угла диэлектрических потерь;

$p_{уд}$ – удельные диэлектрические потери, Вт/м³.

Эта формула верна при всех механизмах потерь для любого распределения напряженности поля, а также для неоднородного диэлектрика, если известны его свойства в данном участке изделия. Если потери обусловлены только электропроводностью, то при всех частотах удельные потери $p_{уд} = \gamma \cdot E^2$, где γ - удельная проводимость при постоянном напряжении. По аналогии с этой формулой можно формулу (3.36) записать в виде:

$$p_{уд} = E^2 \cdot f \cdot \frac{\varepsilon \cdot \operatorname{tg} \delta}{1,8 \cdot 10^{10}} = E^2 \cdot \gamma_a,$$

где γ_a – активная составляющая удельной проводимости диэлектрика при переменном напряжении, Ом⁻¹ · м⁻¹.

В большинстве случаев γ_a больше удельной сквозной электрической проводимости γ при постоянном напряжении. Но если потери энергии обусловлены только сквозной электропроводностью (а в этом случае ε не зависит от частоты), то $\gamma_a = \gamma$, удельные потери

$p_{уд} = \gamma_a \cdot E^2$ не зависят от частоты, а тангенс угла потерь с ростом частоты уменьшается по гиперболическому закону

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\gamma}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{1,8 \cdot 10^{10} \cdot \gamma}{f \cdot \varepsilon}. \quad (3.37)$$

Выше было показано, что при саморазрядке конденсатора с разомкнутыми электродами, напряжение на конденсаторе изменяется со временем по закону $U(t) = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$, где

$$\tau = RC = \varepsilon_0 \varepsilon \rho = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\gamma}. \quad (3.38)$$

Подставив (3.38) в (3.37), получим

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{\omega \tau}. \quad (3.39)$$

Следовательно, измерив τ на постоянном напряжении и $\operatorname{tg} \delta$ на переменном напряжении заданной частоты, можно по формуле (3.39) судить о механизме потерь энергии. Если $\operatorname{tg} \delta > 1 / \omega \tau$, значит присутствуют не только потери на сквозную электропроводность. Дополнительные потери могут вносить замедленные процессы поляризации (релаксационная, структурная, спонтанная), а на сверхвысоких частотах и упругая поляризация. Кроме этого, в реальных изделиях могут заметно проявляться потери энергии в металле электродов, в токопроводящих элементах и в контактах. Такой же анализ можно осуществить, используя формулу (3.36). Для этого достаточно измерить удельную электрическую проводимость на постоянном напряжении, а диэлектрическую проницаемость и тангенс угла диэлектрических потерь на заданной частоте.

При переменном напряжении диэлектрические потери при прочих равных условиях тем больше, чем больше произведение двух параметров материала $\varepsilon \operatorname{tg} \delta$. Это произведение называют *коэффициентом диэлектрических потерь*.

Из приведенных выше формул следует, что $\operatorname{tg} \delta$ не зависит от величины напряжения. Эта закономерность нарушается в сильных электрических полях. Если в неоднородном электрическом поле напряжение превышает значение, при котором начинается ударная ионизация молекул газа, то в изоляции возникают дополнительные потери энергии. При этом $\operatorname{tg} \delta$ быстро возрастает с увеличением напряжения. Мощность *ионизационных потерь энергии можно* рассчитать по формуле

$$P = A \cdot f (U - U_{\text{нач}})^3 \text{ при } U > U_{\text{нач}},$$

где A – постоянный коэффициент;

f – частота, Гц;

U – приложенное напряжение, В;

$U_{\text{нач}}$ – напряжение, соответствующее началу ионизации, В.

Эти потери энергии возникают в неоднородных полях в газах, в газовых включениях в твердых диэлектриках, в газовых зазорах между поверхностью твердого диэлектрика и неплотно прилегающими к ней электродами. Аналогичные явления могут происходить в жидкостных зазорах и включениях.

3.4 Пробой диэлектриков

Пробой газообразных диэлектриков происходит в течение очень короткого отрезка времени (менее одной микросекунды). Как только амплитуда переменного напряжения достигает величины пробивного напряжения, происходит пробой газа. В технической

литературе пробивное напряжение и электрическая прочность газообразных диэлектриков и изделий с газообразными диэлектриками приводятся в *амплитудных* (максимальных) значениях. У всех остальных диэлектриков и изделий на их основе нормируется действующее (эффективное) значение напряжения.

Если диэлектрик однороден и поле однородно, то напряженность поля E , равная электрической прочности диэлектрика $E_{пр}$ достигается одновременно во всей толщине изоляции. Поэтому пробивное напряжение определяется по формуле

$$U_{пр} = E_{пр} \cdot h,$$

где $U_{пр}$ – пробивное напряжение, В;

$E_{пр}$ – электрическая прочность диэлектрика, В · м⁻¹;

h – толщина диэлектрика, м.

Если диэлектрик однороден, а электроды задают неоднородное электрическое поле, нужно вывести формулу самостоятельно (методику см. в приложении), или воспользоваться известной формулой зависимости напряженности поля от координаты $E = f(x)$ для заданной конструкции. При повышении напряжения пробой изделия происходит, когда напряженность поля в каком-нибудь участке изоляции достигает величины $E_{пр}$. Проинтегрировав выражение $E(x)dx$ по всей толщине изоляции при условии, что в наиболее напряженном участке изоляции $E = E_{пр}$, можно вычислить пробивное напряжение.

Если диэлектрик неоднороден, то расчет пробивного напряжения усложняется. Рассмотрим для примера плоский конденсатор с двухслойной изоляцией (рис. 3.11).

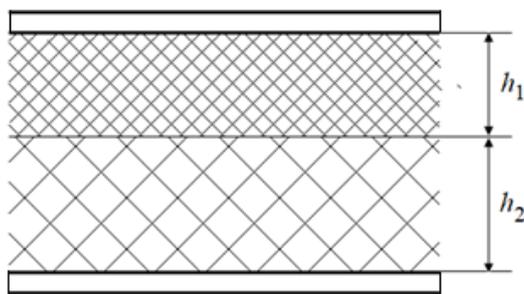


Рис. 3.11

Если напряжение постепенно повышается, то при некотором напряжении на конденсаторе $U_{нач}$ (оно называется *начальным*) в одном из диэлектриков напряженность поля E_1 достигает величины электрической прочности этого диэлектрика $E_{1пр}$. При этом во втором диэлектрике напряженность поля E_2 еще будет меньше его электрической прочности $E_{2пр}$. Поэтому *нельзя* считать, что пробивное напряжение конденсатора

$$U_{пр} = E_{1пр} \cdot h_1 + E_{2пр} \cdot h_2,$$

где $E_{1пр}$ и $E_{2пр}$ – электрические прочности диэлектриков соответственно, В · м⁻¹;

h_1 и h_2 – толщины слоев диэлектриков соответственно, м.

Как только будет достигнуто $E = E_{1пр}$, в первом диэлектрике произойдет пробой (возникнут разряды). Теперь практически все напряжение будет приложено к слою второго диэлектрика. Если при этом напряженность электрического поля во втором слое равна $E_2 = \frac{U}{h_2} \geq E_{2пр}$, то пробьется и второй слой вслед за первым. Если же $E_2 < E_{2пр}$, то возникшие в первом слое разряды вызовут постепенное разрушение второго диэлектрика (прогорание,

растрескивание и т.д.) и через некоторое время он пробьется. Поэтому рабочее напряжение должно быть ниже начального $U_{нач}$.

Итак, если разряды возникают в первом слое, то при *длительном* воздействии напряжения пробой изоляции произойдет при напряжении на электродах

$$U_{np} = E_{1np} \cdot h_1 + E_{2np} \cdot h_2, \quad (3.40)$$

где E_2 – напряженность поля во втором диэлектрике, когда в первом слое $E_1 = E_{1np}$.

Обратите внимание, что здесь $E_2 \neq E_{2np}$.

Для расчета пробивного напряжения двухслойного диэлектрика достаточно использовать систему из двух уравнений:

1) напряжение U , приложенное к электродам конденсатора, равно сумме напряжений U , на всех слоях изоляции;

2) соотношение E_1 и E_2 зависит от свойств диэлектриков и от вида напряжения и находится из условия, что:

при постоянном напряжении плотность тока во всех слоях одинаковая

$$E_1 \cdot \gamma_1 = E_2 \cdot \gamma_2, \quad (3.41)$$

где E_1 и E_2 – напряженности поля в слоях, $\text{В} \cdot \text{м}^{-1}$;

γ_1 и γ_2 – удельные электрические проводимости первого и второго слоев, соответственно, $\text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$;

при переменном напряжении электрическое смещение во всех слоях одинаковое

$$\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_1 \cdot E_1 = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_2 \cdot E_2, \quad (3.42)$$

где $\varepsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \text{Ф} \cdot \text{м}^{-1}$ – электрическая постоянная;

ε_1 и ε_2 – диэлектрические проницаемости материалов, из которых изготовлены слои.

Решая систему уравнений, можно в формуле (3.40) исключить, например, E_2 , выразив E_2 через E_1 с помощью формул (3.41) или (3.42), и рассчитать напряжение U при условии, что $E_1 = E_{1np}$.

Затем аналогично рассчитать напряжение U при $E_2 = E_{2np}$, выразив E_1 через E_2 . Меньшее из этих двух напряжений и есть пробивное напряжение двухслойного диэлектрика.

При *кратковременном* воздействии напряжения разряды в одном из слоев при напряжении $U_{нач}$ не успевают разрушить второй слой, если при этом $E_2 \leq E_{2np}$. Пробой изоляции произойдет при повышении напряжения до величины, равной $E_{2np} \cdot h_2$.

Точная количественная теория *теплового* пробоя твердых диэлектриков дает расчетные соотношения только для некоторых частных случаев. Закономерности теплового пробоя твердых диэлектриков легко проследить, используя приблизительную (качественную) теорию пробоя. Типичная ошибка при использовании этой теории состоит в следующем. В учебниках указано, что температурный коэффициент

$$\alpha = \frac{1}{T - T_0},$$

где T – температура диэлектрика, нагретого за счет диэлектрических потерь в момент термического равновесия;

T_0 – температура окружающей среды.

Воспользоваться этой формулой, к сожалению, нельзя, т.к. температура диэлектрика в момент равновесия неизвестна. Величину α можно рассчитать из других соотношений.

Для расчета пробивного напряжения при постоянном напряжении величину α находят из выражения

$$\gamma(T_2) = \gamma(T_1) \cdot e^{\alpha(T_2 - T_1)},$$

где $\gamma(T_1)$ – удельная электрическая проводимость при температуре T_1 ;

$\gamma(T_2)$ – удельная электрическая проводимость при температуре T_2 ;

T_1 и T_2 – две любые температуры диэлектрика.

Для определения α при расчете пробивного напряжения на переменном напряжении можно использовать выражение:

$$\operatorname{tg} \delta(T_2) = \operatorname{tg} \delta(T_1) \cdot \exp[\alpha(T_2 - T_1)],$$

где $\operatorname{tg} \delta(T_1)$ и $\operatorname{tg} \delta(T_2)$ – тангенсы угла потерь при температурах T_1 и T_2 ;

T_1 и T_2 – две любые температуры диэлектрика.

Зная величины удельной электрической проводимости или тангенсы угла потерь для двух температур, можно рассчитать величину α .

У конденсатора с плоскопараллельными электродами электрическое поле около краев электродов неоднородное, если не приняты специальные меры. При плавном повышении напряжения плоский конденсатор пробьется около края электродов. Это явление уменьшения пробивного напряжения, вызванное неоднородностью электрического поля у краев электродов, получило название *краевого эффекта*. Самый распространенный способ борьбы с краевым эффектом – увеличение расстояния между электродами (увеличение толщины диэлектрика) около краев электродов. Примером могут служить конструкции высоковольтных керамических конденсаторов. В приведенных в настоящем сборнике задачах предполагается, что краевой эффект отсутствует.

Величина номинального напряжения должна быть меньше пробивного напряжения. Отношение пробивного напряжения U_{np} к номинальному U_n называется *коэффициентом запаса прочности*

$$K = \frac{U_{np}}{U_n}.$$

Величину электрической прочности воздуха можно определить из графиков в учебниках или рассчитать по эмпирическим формулам. Зависимость пробивной напряженности воздуха в плоском конденсаторе при давлении 760 мм.рт.ст. и температуре 20 °С от расстояния h между электродами при расстояниях порядка 1 мм выражается эмпирической формулой:

$$E_{np\max} = \left(3 + \frac{1,35}{h} \right) \text{МВ} \cdot \text{м}^{-1};$$

а при расстояниях между электродами порядка 10 мм – формулой:

$$E_{np\max} = \left(3,075 + \frac{1,35}{h} \right) \text{МВ} \cdot \text{м}^{-1};$$

где h – расстояние между электродами, мм.

Эти формулы применимы и к воздушным включениям в твердых диэлектриках.

3.5 Конденсаторы

В формулах (3.43) – (3.46) при определении емкости различных типов конденсаторов геометрические размеры даны в см, при этом емкости получаются в пФ:

- плоский конденсатор:

$$C = 0,0885 \frac{\varepsilon S}{d}, \text{ пФ.} \quad (3.43)$$

- многопластинчатые, литые секционированные и пакетные конденсаторы:

$$C = 0,0885 \frac{\varepsilon S}{d} (n - 1), \text{ пФ,} \quad (3.44)$$

где n – число пластин (обкладок).

- трубчатые конденсаторы:

$$C = 0,241 \frac{\varepsilon l}{\left| \lg \frac{D_2}{D_1} \right|}, \text{ пФ,} \quad (3.45)$$

где l – длина обкладок по образующей цилиндра, см,

D_1, D_2 – соответственно внешний и внутренний диаметры трубки, см.

Температурный коэффициент емкости (ТКЕ) характеризует относительное изменение емкости конденсатора при изменении температуры окружающей среды на 1 °С:

$$\text{ТКЕ} = \frac{\Delta C}{C_0 \Delta T} \quad (3.46)$$

где C_0 – емкость конденсатора при нормальной температуре,

ΔC – изменение емкости при отклонении температуры от нормальной на величину ΔT .

3.6 Задания для практических занятий и самостоятельной работы по теме «Диэлектрические материалы и конденсаторы»

3.6.1 У плоского конденсатора (толщина диэлектрика 0,5 мм, площадь электродов 20 см²) при напряжении 750 В поляризованность диэлектрика $P = 8,8 \cdot 10^{-5}$ Кл/м². Чему равен заряд конденсатора при этом напряжении? Чему равна диэлектрическая проницаемость?

3.6.2 Расстояние между электродами плоского вакуумного конденсатора равно 4 мм. Во сколько раз увеличится емкость конденсатора, если пространство между электродами заполнить диэлектриком, у которого при напряженности электрического поля $E = 10^5$ В/м поляризованность равна $3,1 \cdot 10^{-6}$ Кл/м².

3.6.3 Рассчитать энергию заряда, запасенного на обкладках конденсатора емкостью 220 мкФ, если напряжение на его обкладках равно 100 В.

3.6.4 Композиционный керамический материал изготовлен на основе двух диэлектриков с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1 = 40$ и $\varepsilon_2 = 80$. Предполагая хаотическое распределение компонентов, определить состав керамики, если $\text{ТК}\varepsilon_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$; $\text{ТК}\varepsilon_2 = -1,5 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$, а $\text{ТК}\varepsilon$ смеси равен нулю. Чему равна диэлектрическая проницаемость такого материала?

3.6.5 Чтобы изготовить пластмассу с диэлектрической проницаемостью 7,5 из связующего (полистирол, $\varepsilon = 2,5$) и наполнителя (тиконд Т-150, $\varepsilon = 150$), необходимо сделать смесь, содержащую ...% полистирола.

3.6.6 Плоский конденсатор имеет двухслойную изоляцию: полистирол ($\varepsilon = 2,5$, $\text{ТК}\varepsilon = -1,51 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$, толщина 20 мкм) и лавсан ($\varepsilon = 3,4$, $\text{ТК}\varepsilon = 4 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$, толщина 15 мкм). Определить температурный коэффициент диэлектрической проницаемости изоляции конденсатора. Ответ округлите до двух значащих цифр.

3.6.7 У конденсатора емкостью 0,18 мкФ постоянная времени саморазрядки равна 72 мин. Чему равно сопротивление изоляции конденсатора?

3.5.8 Постоянная времени саморазрядки слюдяного конденсатора 177 мин. Диэлектрическая проницаемость слюды равна 6. Чему равно удельное объемное сопротивление слюды?

3.6.9 У керамического цилиндрического конденсатора емкостью 10^4 пФ сопротивление изоляции $1,25 \cdot 10^{10}$ Ом. Диэлектрическая проницаемость керамики равна 141. Геометрические размеры неизвестны. Поверхностные токи утечки пренебрежимо малы. Чему равно удельное объемное сопротивление керамики?

3.6.10 Определите удельное объемное сопротивление полиэтилена, используемого в качестве диэлектрика в плоском конденсаторе, и потери мощности в нем, если известно, что ток через конденсатор при постоянном напряжении 1 кВ равен 10^{-11} А. Толщина диэлектрика 2 мм, площадь обкладок (с каждой стороны) 40 см^2 . Поверхностной утечкой пренебрегите.

3.6.11 Емкость слюдяного металлизированного конденсатора 200 пФ при 20°C . Чему будет равна емкость этого конденсатора при 100°C , если температурный коэффициент диэлектрической проницаемости слюды $\text{ТК}\epsilon = 50 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, а $\text{ТК}l = 14 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$?

3.6.12 Керамический конденсатор емкостью 1,5 нФ при 20°C имеет $\text{ТК}\epsilon = -750 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Чему равна его емкость при $T = -40^\circ\text{C}$?

3.6.13 При напряжении 2 кВ плоский конденсатор, изготовленный из высокочастотного диэлектрика, имеет заряд $3,5 \cdot 10^{-8}$ Кл. При том же напряжении и при повышении температуры на 100 К заряд возрастает на 1%. Определить диэлектрическую проницаемость материала и температурный коэффициент диэлектрической проницаемости, если толщина диэлектрика между пластинами конденсатора $h=2$ мм, а площадь каждой пластины $S = 5 \text{ см}^2$. ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$).

3.6.14 Пленочный конденсатор из поликарбоната с диэлектрической проницаемостью равной 3 теряет за время 30 мин. половину сообщенного ему заряда. Полагая, что утечка заряда происходит только через пленку диэлектрика, определить его удельное сопротивление.

3.6.15 Полиэтиленовый пленочный конденсатор был заряжен при напряжении 1 кВ, а затем отключен от источника напряжения и оставлен с разомкнутыми электродами. Через 6 минут после отключения разность потенциалов между электродами конденсатора была равна 120 В. Диэлектрическая проницаемость полиэтилена равна 2,3. Чему равно его удельное объемное сопротивление?

3.6.16 Определить сопротивление изоляции конденсатора, если через 20 с после отключения его от источника питания разность потенциалов на обкладках уменьшилась на 5%. Толщина диэлектрика равна 0,1 мм, его диэлектрическая проницаемость равна 6, площадь обкладок равна 100 см^2 .

3.6.17 После отключения внешнего источника напряжение на обкладках конденсатора за 10 минут уменьшилось на 90%. Определить удельное объемное сопротивление диэлектрика, если его диэлектрическая проницаемость равна 4.

3.6.18 Конденсатор емкостью 200 пФ из пленки полистирола заряжен до напряжения 100 В, а затем отключен от источника напряжения. Через 5 суток на выводах конденсатора сохранилось напряжение 10 В. определить сопротивление изоляции конденсатора, вычислить удельное объемное сопротивление полистирола, если его диэлектрическая проницаемость 2,5.

3.6.19 Два дисковых конденсатора, изготовленных из одного и того же керамического материала, имеют различные номинальные емкости и напряжения: $C_{\text{ном1}} = 75 \text{ пФ}$, $U_{\text{ном1}} = 500 \text{ В}$, $C_{\text{ном2}} = 510 \text{ пФ}$, $U_{\text{ном2}} = 100 \text{ В}$. Чему равно отношение постоянных времени этих конденсаторов?

3.6.20 У плоского воздушного конденсатора при расстоянии между электродами 0,01 м и напряженности электрического поля 10^4 В/м плотность тока равна $6 \cdot 10^{-15} \text{ А/м}^2$. Если расстояние между электродами уменьшить в 2 раза, а напряженность поля увеличить в 1,3 раза, то чему будет равна плотность тока?

3.6.21 Цилиндрический стержень диаметром 10 мм и длиной 20 мм из диэлектрика с удельным объемным сопротивлением 10^{13} Ом·м и удельным поверхностным сопротивлением 10^{14} Ом покрыт с торцов металлическими электродами. Чему равно сопротивление между электродами?

3.6.22 Цилиндрический стержень диаметром $D = 20$ мм и длиной $l = 50$ мм из фенопласта с удельным сопротивлением 10^{11} Ом·м и удельным поверхностным сопротивлением $5 \cdot 10^{12}$ Ом зажат между двумя металлическими электродами, между которыми поддерживается напряжение 100 В постоянного тока. Определите ток через стержень и потери мощности в нем.

3.6.23 Цилиндрический стержень диаметром $D = 5$ мм и длиной $l = 15$ мм из фторопласта-4 с удельным сопротивлением 10^{15} Ом·м и удельным поверхностным сопротивлением 10^{16} Ом зажат между двумя металлическими электродами, между которыми поддерживается напряжение 500 В постоянного тока. Определите ток через стержень и потери мощности в нем.

3.6.24 Образец прямоугольной формы (высотой 6,6 мм, площадью 6×4 мм²) подключен к источнику постоянного напряжения 770 В. Удельная поверхностная проводимость диэлектрика равна $3 \cdot 10^{-12}$ Ом⁻¹. Чему равен ток утечки?

3.6.25 На две противоположные грани кубика из фторопласта-3 с ребром 10 мм нанесены слои металла, служащие электродами, через которые кубик включается в электрическую цепь. Определите величину установившегося через кубик тока и потери мощности в нем при постоянном напряжении 2 кВ. Удельное объемное сопротивление полистирола равно 10^{15} Ом·м, а удельное поверхностное сопротивление 10^{16} Ом.

3.6.26 При каком максимальном напряжении может работать слюдяной конденсатор емкостью $C = 1000$ пФ с площадью обкладок $S = 6 \cdot 10^{-4}$ м², если он должен иметь четырехкратный запас электрической прочности. Диэлектрическая проницаемость слюды равна 7, ее электрическая прочность $E = 100$ МВ/м. Какова толщина слюдяной пластинки?

3.6.27 Определить запас по электрической прочности плоского конденсатора и толщину диэлектрика из неорганического стекла, если емкость конденсатора 68 пФ, площадь обкладки 10 см², рабочее напряжение 10 кВ. Диэлектрическую проницаемость стекла принять равной 6,5, а его электрическую прочность равной $5 \cdot 10^7$ В/м.

3.6.28 В плоском конденсаторе емкостью $C = 39$ пФ используется неорганическое стекло, имеющее диэлектрическую проницаемость $\epsilon = 6$ и пробивную напряженность $E_{пр} = 100$ МВ/м. Какими следует выбрать толщину диэлектрика h и площадь обкладок S , если конденсатор должен работать при напряжении 16 кВ при четырехкратном запасе по электрической прочности? Возможность поверхностного пробоя при расчете не учитывать.

3.6.29 На обкладки конденсатора подали напряжение $U_1 = 5$ кВ. Между обкладками находится однородный материал с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_1 = 6$. Затем его заменили материалом с другой диэлектрической проницаемостью, а к конденсатору приложили напряжение $U_2 = 10$ кВ. Напряженность электрического поля в диэлектрике в обоих случаях одинакова, а расстояние между обкладками h_2 во втором случае равно 4 мм. Определить расстояние между обкладками и емкость конденсатора в первом случае, если размер обкладок 2×4 см.

3.6.30 В колебательном контуре использован полистирольный пленочный конденсатор. Рабочая температура 20 °С. Резонансная частота 1 МГц. На сколько кГц уменьшится резонансная частота при понижении температуры до минус 20 °С только за счет температурной зависимости диэлектрической проницаемости полистирола? (Для полистирола при 20 °С $\epsilon = 2,5$, при минус 20 °С $\epsilon = 2,6$). На сколько Гц изменится резонансная частота у контура с воздушным конденсатором в тех же условиях? Для воздуха $TK\epsilon = 2,15 \cdot 10^{-6}$ К⁻¹, диэлектрическая проницаемость воздуха при 20 °С равна 1,00058.

3.6.31 При температуре 20 °С у колебательного контура резонансная частота $f_1 = 40$ кГц. Емкость контура 2,5 мкФ, среднее значение температурного коэффициента

емкости равно $3 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$, а температурный коэффициент индуктивности равен нулю. Резонансная частота f_1 при 20°С больше, чем резонансная частота f_2 при температуре 90°С в ... раза.

3.6.32 В колебательном контуре при температуре 20°С емкость равна $2,5 \text{ мкФ}$, индуктивность 10^{-3} Гн . У керамического диэлектрика конденсатора среднее значение температурного коэффициента диэлектрической проницаемости $\text{ТК}\epsilon = -2 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$, температурный коэффициент линейного расширения $\text{ТК}l = 7 \cdot 10^{-6} \text{ К}^{-1}$. Толщина диэлектрика 1 мм . Электроды серебряные вожжены. Если температурный коэффициент индуктивности равен нулю, то чему равно отношение резонансной частоты при 20°С к резонансной частоте при 105°С ?

3.6.33 На рис. 3.12 представлен график зависимости диэлектрической проницаемости ϵ полистирола от температуры T . Определить, чему равен $\text{ТК}\epsilon$ при $T = -60^\circ \text{С}$ и при $T = 60^\circ \text{С}$.

3.6.34 На рис. 3.13 представлен график зависимости поляризованности сегнетокерамики от напряженности электрического поля. Не прибегая к расчету, определите напряженность поля, при которой диэлектрическая проницаемость имеет максимальную величину.

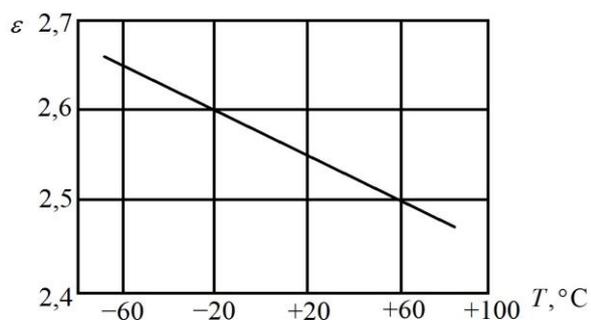


Рис. 3.12

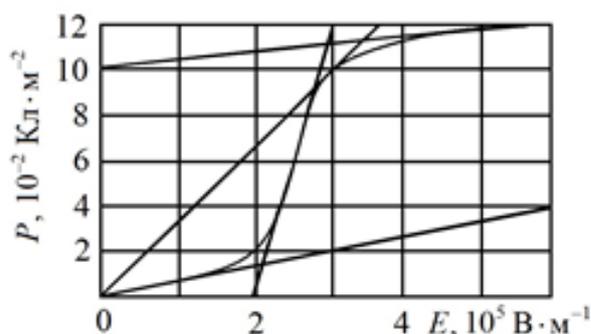


Рис. 3.13

3.6.35 У сплошного полиэтилена диэлектрическая проницаемость равна $2,3$; а его плотность 930 кг/м^3 . Плотность пенополиэтилена равна 420 кг/м^3 . Определите его диэлектрическую проницаемость.

3.6.36 В плоском воздушном конденсаторе (площадь электродов равна 12 см^2 , расстояние между электродами - 2 мм) при напряжении 70 В и давлении воздуха 760 мм. рт. ст. ток равен ... А. Мощность внешнего ионизатора примите равной $6 \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$.

3.6.37 При напряжении 200 В на частоте 1 МГц рассеиваемая в диэлектрике активная мощность равна $0,05 \text{ Вт}$, а тангенс угла диэлектрических потерь $\text{tg}\delta = 3,9 \cdot 10^{-3}$. Параметры параллельной эквивалентной схемы замещения диэлектрика: $C_p = \dots \text{ пФ}$, $r_p = \dots \text{ Мом}$.

3.6.38 На частоте 100 кГц при напряжении 80 В активная мощность, рассеиваемая в конденсаторе, равна 1 Вт , а добротность конденсатора равна 205 . Параметры последовательной эквивалентной схемы замещения конденсатора: $n\text{Ф}$, Ом .

3.6.39 На частоте 2 МГц параметры последовательной эквивалентной схемы замещения равны: $C_3 = 10\text{-}10 \text{ Ф}$, $r_3 = 0,239 \text{ Ом}$. Тангенс угла диэлектрических потерь диэлектрика равен ... , а активная мощность, выделяемая в диэлектрике при напряжении 24 В , равна ... мкВт.

3.6.40 У плоского керамического конденсатора на частоте $5 \cdot 10^6 \text{ Гц}$ емкость равна $2 \cdot 10^{-8} \text{ Ф}$, а добротность 1200 . При напряжении 100 В активная мощность, рассеиваемая в конденсаторе, равна ... Вт.

3.6.41 График зависимости электрической проводимости кристалла от температуры представлен на рис. 3.14. Энергия активации примесных ионов равна ... эВ. Используйте формулу (3.29)

3.6.42 График зависимости электрической проводимости кристалла от температуры представлен на рис. 3.14. Энергия активации собственных ионов равна ... эВ. Используйте формулу (3.29)

3.6.43 Электрическая проводимость кристалла при 20 °С равна $3,2 \cdot 10^{-14} \text{ Ом}^{-1}$, а при 80°С она равна $2,1 \cdot 10^{-12} \text{ Ом}^{-1}$. При 50°С электрическая проводимость равна ... Ом^{-1} . Ответ округлите до двух значащих цифр.

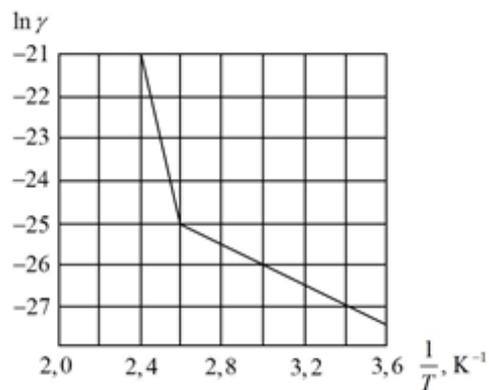


Рис. 3.14

3.7 Примеры решения задач по теме «Диэлектрические материалы и конденсаторы»

3.7.1 Композиционный термокомпенсированный керамический материал изготовлен на основе двух диэлектриков с диэлектрическими проницаемостями $\epsilon_1 = 40$ и $\epsilon_2 = 80$. Предполагая хаотическое распределение компонентов, определить состав керамики, если $TK\epsilon_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$; $TK\epsilon_2 = -1,5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. Чему равна диэлектрическая проницаемость композиционного диэлектрика?

Решение: для расчета ϵ используем формулу Лихтенеккера в виде

$$\ln \epsilon = \Theta_1 \ln \epsilon_1 + \Theta_2 \ln \epsilon_2,$$

где Θ_1 и Θ_2 – объемные концентрации компонентов.

$$TK\epsilon = \Theta_1 TK\epsilon_1 + \Theta_2 TK\epsilon_2$$

(Это можно получить, про дифференцировав формулу Лихтенеккера).

Решаем систему уравнений

$$\Theta_1 TK\epsilon_1 + \Theta_2 TK\epsilon_2 = 0$$

$$\Theta_1 + \Theta_2 = 1.$$

В результате получим

$$\Theta_1 = \frac{-TK\epsilon_2}{TK\epsilon_1 - TK\epsilon_2} = 0,88; \Theta_2 = 1 - \Theta_1 = 0,12.$$

Зная Θ_1 и Θ_2 , можно найти ϵ по формуле Лихтенеккера

$$\epsilon = 43,4.$$

Ответ: $\Theta_1 = 0,88, \Theta_2 = 0,12, \epsilon = 43,4$.

3.7.2 Какие объемные доли компонентов необходимо взять для приготовления термокомпенсированной пластмассы с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 8$ из полистирола ($\epsilon = 2,5$) и материала Т-20 с $\epsilon = 20$?

Решение: в пластмассе компоненты расположены хаотически, поэтому воспользуемся формулой Лихтенеккера в виде

$$\ln \varepsilon = Q_1 \ln \varepsilon_1 + Q_2 \ln \varepsilon_2$$

где Q_1 и Q_2 – объемные доли компонентов смеси.

$\text{TK}\varepsilon = \text{TK}\varepsilon_1 + \text{TK}\varepsilon_2 = 0$ по условию задачи.

Решаем систему уравнений

$$Q_1 + Q_2 = 1$$

$$\ln \varepsilon = Q_1 \ln \varepsilon_1 + Q_2 \ln \varepsilon_2$$

В результате получим

$$Q_2 = \frac{\ln \varepsilon - \ln \varepsilon_1}{\ln \varepsilon_2 - \ln \varepsilon_1} = \frac{2,08 - 0,92}{2,99 - 0,92} = 0,56 \quad \text{и} \quad Q_1 = 1 - Q_2 = 1 - 0,56 = 0,44$$

Ответ: $Q_1 = 0,44$, $Q_2 = 0,56$

3.7.3 На цилиндрическом образце диэлектрика диаметром 10 мм и длиной 15,7 мм на всю поверхность торцов нанесены металлические электроды. Рассчитать ток утечки по поверхности цилиндра, если напряжение равно 1000 В, а удельное поверхностное сопротивление диэлектрика $5 \cdot 10^{12}$ Ом.

Решение: Ток по закону Ома равен

$$I = \frac{U}{R_s},$$

где I – ток,

U – напряжение,

R_s – поверхностное сопротивление диэлектрика.

Поверхностное сопротивление в данном случае определяется следующим образом

$$R_s = \rho_s \frac{l}{\pi d},$$

где ρ_s – удельное поверхностное сопротивление диэлектрика,

l – длина,

d – диаметр образца.

Тогда получим

$$I = \frac{U \pi d}{\rho_s l} = \frac{1000 \cdot 3,14 \cdot 0,01}{5 \cdot 10^{12} \cdot 15,7 \cdot 10^{-3}} = 4 \cdot 10^{-10} \text{ А.}$$

Ответ: $I = 4 \cdot 10^{-10}$ А.

3.7.4 Цилиндрический стержень диаметром 20 мм и длиной 50 мм из фенопласта с удельным сопротивлением 10^{11} Ом·м и удельным поверхностным сопротивлением $5 \cdot 10^{12}$ Ом зажат между двумя металлическими электродами, между которыми поддерживается напряжение 100 В постоянного тока. Определите ток через стержень и потери мощности в нем.

Решение: общее сопротивление диэлектрика представляет собой параллельно включенные поверхностное и объемное сопротивления. Следовательно

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_v} \quad \text{или} \quad R_0 = \frac{R_s + R_v}{R_s \cdot R_v},$$

где $R_v = \rho_v \frac{4 \cdot l}{\pi \cdot d^2} = 1,6 \cdot 10^{13} \text{ Ом}$, а $R_s = \rho_s \frac{l}{\pi \cdot d} = 3,9 \cdot 10^{12} \text{ Ом}$.

Тогда

$$R_0 = \frac{3,9 \cdot 10^{12} + 1,6 \cdot 10^{13}}{3,9 \cdot 10^{12} \cdot 1,6 \cdot 10^{13}} = 3,13 \cdot 10^{12} \text{ Ом}$$

И ток через диэлектрик

$$I = \frac{U}{R_0} = \frac{100}{3,13 \cdot 10^{12}} = 3,19 \cdot 10^{-11} \text{ А},$$

а мощность

$$P = I \cdot U = 100 \cdot 3,19 \cdot 10^{-11} = 3,19 \cdot 10^{-9} \text{ Вт}$$

Ответ: $I = 3,19 \cdot 10^{-11} \text{ А}$, $P = 3,19 \cdot 10^{-9} \text{ Вт}$

3.7.5 Постоянная времени саморазрядки слюдяного конденсатора равна 177 минут. Диэлектрическая проницаемость слюды равна 6. Чему равно удельное объемное сопротивление слюды?

Решение: постоянная саморазрядки конденсатора

$$\tau = R \cdot C,$$

где R – сопротивление конденсатора,
 C – его емкость.

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad \text{а} \quad C = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \frac{S}{l},$$

где l – толщина диэлектрика,
 S – его площадь,
 ρ – удельное объемное сопротивление диэлектрика,
 ε – диэлектрическая проницаемость
 $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$.

Тогда

$$\tau = \rho \frac{l}{S} \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \frac{S}{l} = \rho \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0,$$

отсюда следует, что

$$\rho = \frac{\tau}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0} = \frac{177 \cdot 60}{6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} = 2 \cdot 10^{14} \text{ Ом}$$

Ответ: $\rho = 2 \cdot 10^{14} \text{ Ом}$.

4 Индуктивные элементы

4.1 Основные соотношения

Трансформатор состоит из обмоток, расположенных на металлическом или ферритовом сердечнике. Вследствие чего обмотки пронизываются одним и тем же

электромагнитным потоком Φ . Предположим, что трансформатор идеален, т.е. обмотки не обладают активным сопротивлением и отсутствуют рассеяния. Напряжение на первичной обмотке

$$V_1 = n_1 \frac{d\Phi}{dt}, \quad (4.1)$$

на вторичной обмотке, соответственно

$$V_2 = -n_2 \frac{d\Phi}{dt}. \quad (4.2)$$

Отсюда получаем

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{n_2}{n_1} = -m, \quad (4.3)$$

где m – коэффициент трансформации.

Если n_1 много больше, чем n_2 , то напряжение V_1 много больше напряжения V_2 . Знак минус перед коэффициентом трансформации показывает, что напряжения V_1 и V_2 находятся в противофазе. Напряжение первичной обмотки, подключенной к электросети, синусоидально, а его частота равна 50 Гц. В случае идеального трансформатора мощность из первичной обмотки полностью передается во вторичную, наоборот, если нагрузка, подключенная ко вторичной обмотке, потребляет мощность P , то и первичная обмотка потребляет из сети точно такую же мощность

$$V_1 I_1 = V_2 I_2 = P. \quad (4.4)$$

При намагничивании магнитного материала переменным магнитным полем в магнитном материале наблюдаются потери на вихревые токи, на гистерезис и на магнитное последствие (или дополнительные потери). При намагничивании материала с частотой f мощность потерь на гистерезис на единицу массы находят по формуле

$$P_T = f \frac{\oint H dB}{D}, \quad (4.5)$$

где D – плотность материала.

Потери на вихревые токи зависят как от магнитных, так и от электрических (удельное электрическое сопротивление) свойств материала и от формы сердечника. Для листового образца эти потери

$$P_B = \frac{1,64 d^2 f^2 B^2}{D \rho}, \quad (4.6)$$

где B_{\max} – амплитуда магнитной индукции,

d – толщина листа,

ρ – удельное электрическое сопротивление.

4.2 Задачи для практических занятий по теме «Магнитные материалы, катушки индуктивности и трансформаторы»

4.2.1 Трансформатор имеет первичную обмотку в 2000 витков и вторичную обмотку в 50 витков. Чему равен коэффициент трансформации? Определите напряжение на вторичной обмотке, если питание первичной обмотки осуществляется от синусоидального напряжения 220 В.

4.2.2 Трансформатор используется как повышающий. Количество витков первичной обмотки равно 200, а количество витков вторичной – 1600. Каков коэффициент трансформации? Определить? чему равно напряжение на вторичной обмотке, если напряжение питания первичной обмотки 220 В. Если нагрузка потребляет 50 Вт, какой ток течет в первичной обмотке?

4.2.3 Трансформатор имеет три вторичные обмотки, каждая из которых отдает в нагрузку 40 Вт, а на первичную обмотку подано напряжение 12 В. Какую мощность потребляет первичная обмотка? В первой и второй вторичной обмотках число витков то же, что и первичной, чему равен ток в этих обмотках? Напряжение на третьей обмотке равно 48 В, какой ток течет по ней?

4.2.4 Если цилиндрический образец (диаметр 13 мм, длина 45 мм) алюминия расположить в участке неоднородного магнитного поля (напряженность магнитного поля изменяется с частотой 2,5 кГц), то при $T = 293$ К он будет втягиваться в область сильного поля или выталкиваться? А при $T = 0,8$ К он будет втягиваться или выталкиваться? Соответственно такой же образец цинка при $T = 293$ К будет втягиваться или выталкиваться, а при $T = 0,8$ К он втягивается или выталкивается?

4.2.5 Если в катушку индуктивности без сердечника (осевая длина 40 мм) внести на половину ее длины медный сердечник (длина 52 мм), то сердечник будет втягиваться в катушку или выталкиваться из катушки магнитным полем, индуктивность катушки увеличится, уменьшится, не изменится, добротность катушки увеличится, уменьшится, не изменится? Сердечник из алюминия в тех же условиях будет втягиваться, выталкиваться, индуктивность увеличится, уменьшится, не изменится, добротность катушки увеличится, уменьшится, не изменится?

4.2.6 Если цилиндрический образец ниобия (диаметр 12 мм, длина 36 мм) ввести в катушку индуктивности на половину (неоднородное магнитное поле частотой 25 кГц), то при $T = 9$ К и $T = 293$ К он будет втягиваться в область сильного магнитного поля или выталкиваться? В тех же условиях образец магния при $T = 9$ К и $T = 293$ К втягивается или выталкивается?

4.2.7 На частоте 2 кГц в сердечнике трансформатора удельные магнитные потери на гистерезис равны 2 Вт/кг и удельные магнитные потери на вихревые токи равны 2 Вт/кг. Чему равны суммарные удельные магнитные потери в сердечнике при прочих равных условиях на частоте 400 Гц?

4.2.8 В сердечнике трансформатора суммарные удельные потери на гистерезис и на вихревые токи при частоте 1 и 2 кГц составляют соответственно 2 и 6 Вт/кг при прочих равных условиях. Чему равны удельные магнитные потери на вихревые токи в сердечнике на частоте 2 кГц?

4.2.9 На частоте 50 Гц удельные потери на вихревые токи в сердечнике из электротехнической стали при индукции магнитного поля $B=1,2$ Тл составляют 6,5 Вт/кг. Чему равны потери на вихревые токи в сердечнике на частоте 400 Гц при магнитной индукции 0,5 Тл, если масса сердечника равна 0,5 кг?

4.2.10 В сердечнике трансформатора на частоте 50 Гц удельные потери на гистерезис при индукции магнитного поля 0,1 и 0,5 Тл составляют 0,15 и 1,97 Вт/кг, соответственно. Чему равны удельные потери на гистерезис при индукции магнитного поля 0,6 Тл на частоте 200 Гц? (Зависимость потерь на гистерезис от индукции опишите степенной функцией $P_{г} \sim B^n$, где $n = \text{const}$)

4.2.11 Сердечник трансформатора набран из листов электротехнической стали (толщина листа 0,35 мм, плотность $7,8 \cdot 10^3$ кг/м³, удельное электрическое сопротивление 0,5 мкОм·м, магнитная проницаемость 800). Магнитная индукция в сердечнике $B=0,5 \cdot \sin 314t$ (Тл) создается переменным током, протекающим по обмотке с числом витков 150. Вычислить удельные потери на вихревые токи в сердечнике. Также вычислить удельные потери на вихревые токи на частоте 400 Гц.

4.3 Задание для самостоятельной работы по теме «Катушки индуктивности»

1. Выбрать сердечники согласно варианту.
2. Найти на сайте производителя паспортные данные выбранного типа сердечника (состав материала, электрические и магнитные характеристики, геометрические размеры). Ссылки на сайты производителей приведены в приложении Г.
3. Рассчитать индуктивность и первую постоянную катушки с сердечником тороидальной и прямоугольной формы. Пример расчета приведен в приложении Д.
4. Оформить отчет.
5. Сдать отчет на проверку.

5 Список литературы

1. Антипов Б.Л. Материалы электронной техники: задачи и вопросы. / Б.Л. Антипов, В.С. Сорокин, В.А. Терехов. – М.: Высшая школа, 1990. – 208 с.
2. Битнер Л.Р. Материалы и элементы электронной техники: учебное пособие. – Томск: ТУСУР, 2007. – 214 с.
3. Солдатова, Л.Ю. Радиоматериалы и радиокомпоненты: Методические указания и задания для проведения практических занятий по дисциплине [Электронный ресурс] / Л.Ю. Солдатова. – Томск: ТУСУР, 2012. – 29 с.
4. Сорокин, В. С. Материалы и элементы электронной техники. Проводники, полупроводники, диэлектрики: учебник / В.С. Сорокин, Б.Л. Антипов, Н. П. Лазарева. – 2-е изд., испр. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 448 с.
5. Трубицын, А. М. Электрорадиоматериалы: Диэлектрики: Учебное пособие (для автоматизированной технологии обучения) / А. М. Трубицын; Томская государственная академия систем управления и радиоэлектроники. – Томск: [б. и.], 1995. – 76 с.
6. Расчёт индуктивности. Часть 3. [Электронный ресурс] – URL: <http://www.electronicblog.ru/nachinayushhim/raschyot-induktivnosti-chast-3.html> (дата обращения 001.06.2022)

Приложение А
Физические параметры чистых металлов и сплавов

Металл	Плотность, Мг/м ³	Температурный коэффициент линейного расширения 10 ⁻⁶ , К ⁻¹	Удельное сопротивление, мкОм·м	Температурный коэффициент удельного сопротивления 10 ⁻³ , К ⁻¹	Работа выхода, эВ	Абсолютная удельная термоЭДС, мкВ·К ⁻¹
Алюминий	2,70	21,0	0,027	4,1	4,25	-1,3
Вольфрам	19,30	4,4	0,055	5,0	4,54	+2,0
Графит	–	–	8,000	-1,0	–	–
Железо	7,87	10,7	0,097	6,3	4,31	+16,6
Золото	19,30	14,0	0,023	3,9	4,30	+1,5
Кобальт	8,85	13,5	0,064	6,0	4,41	-20,1
Константан	–	10,0	0,470	-0,015	–	–
Манганин	–	18,0	0,450	0,03	–	–
Медь	8,92	16,6	0,017	4,3	4,40	+1,8
Молибден	10,20	5,3	0,050	4,3	4,30	+6,3
Никель	8,96	13,2	0,068	6,7	4,50	-19,3
Нихром	–	15,0	1,000	0,15	–	–
Олово	7,29	23,0	0,113	4,5	4,38	-1,1
Платина	21,45	9,5	0,098	3,9	5,32	-5,1
Свинец	11,34	28,3	0,190	4,2	4,00	-1,2
Серебро	10,49	18,6	0,015	4,1	4,30	+1,5
Хром	7,19	6,2	0,130	2,4	4,58	+18,0
Цинк	7,14	30,0	0,059	4,1	4,25	+1,5

Примечание: Данные приведены при температуре 20 °С

Приложение Б Некоторые физические постоянные

Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м

Магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м

Масса покоя электрона $m_0 = 9,109 \cdot 10^{-31}$ кг

Заряд электрона $q = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл

Скорость света $c = 2,998 \cdot 10^8$ м/с

Число Авогадро $N_A = 6,022 \cdot 10^{26}$ кмоль⁻¹ = $6,022 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹

Постоянная Планка $\hbar = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с = $4,14 \cdot 10^{-15}$ эВ·с

Постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К = $8,62 \cdot 10^{-5}$ эВ/К

Магнетон Бора $\mu_B = 9,274 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл

Радиус Бора $a_0 = 0,5292 \cdot 10^{-10}$ м

Постоянная Фарадея $F = 9,648 \cdot 10^4$ Кл·моль⁻¹

Число Лоренца $L_0 = 2,45 \cdot 10^{-8}$ В²·К⁻²

Универсальная газовая постоянная $R = 8,314$ Дж·моль⁻¹·К⁻¹

1 эВ = $1,602 \cdot 10^{-19}$ Дж

Приложение В
Методики расчета электрических
характеристик неоднородных диэлектриков

В.1 Расчет диэлектрической проницаемости неоднородных диэлектриков

Диэлектрическая проницаемость неоднородного диэлектрика зависит не только от свойств и объемной концентрации компонентов, но также от их взаимного пространственного расположения в электрическом поле. Покажем это на простейшем примере композиции из двух диэлектриков в плоском конденсаторе. Предельно возможные варианты упорядоченного расположения компонентов представлены на рис. 1 и 2.

При *параллельном* включении компонентов (рис. В.1) плоскость раздела компонентов параллельна вектору напряженности электрического поля. Емкость конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{h} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S_1}{h} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S_2}{h}, \quad (\text{В.1})$$

где $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ – электрическая постоянная;
 ε – эффективная диэлектрическая проницаемость;
 ε_1 и ε_2 – диэлектрические проницаемости компонентов;
 S_1 и S_2 – площади поверхностей соприкосновения первого и второго компонентов с электродом, м^2 ;
 $S = S_1 + S_2$ – площадь электрода, м^2 ;
 h – толщина диэлектрика, м.

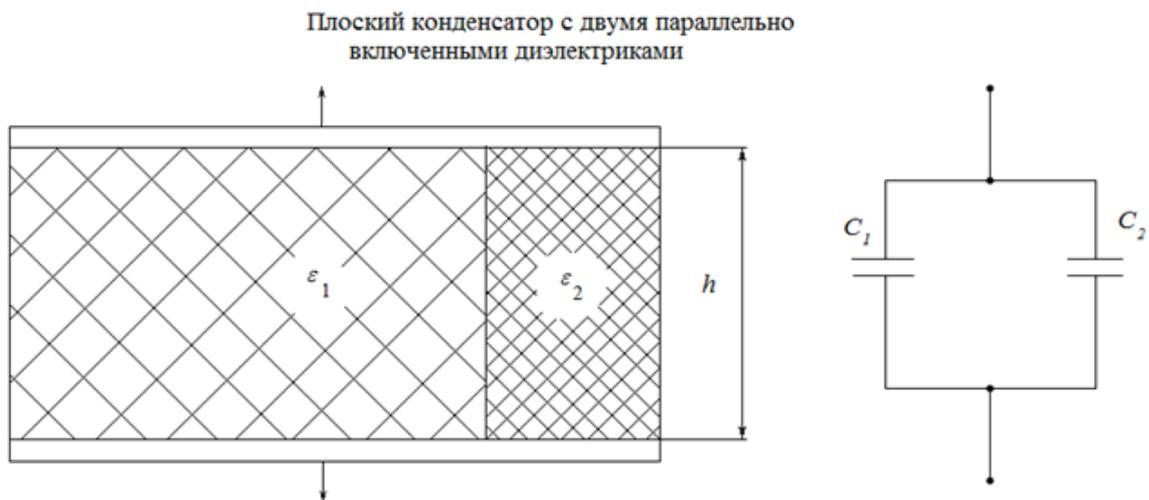


Рис. В.1

Так как $S = S_1 + S_2$, а величина h для обоих диэлектриков одинаковая, то объемные концентрации компонентов можно рассчитать по формуле:

$$\theta_1 = \frac{S_1}{S_1 + S_2}; \quad \theta_2 = \frac{S_2}{S_1 + S_2}; \quad \theta_1 + \theta_2 = 1, \quad (\text{В.2})$$

где θ_1 и θ_2 – объемные концентрации компонентов.

Совместное решение уравнений (В.1) и (В.2) дает формулу:

$$\varepsilon = \theta_1 \cdot \varepsilon_1 + \theta_2 \cdot \varepsilon_2. \quad (\text{В.3})$$

Это так называемый *арифметический* закон смешения.

При *последовательном* включении компонентов (на рис.2 плоскость раздела компонентов перпендикулярна вектору напряженности поля) аналогичным методом получают формулы вида:

$$\frac{1}{\varepsilon} = \theta_1 \frac{1}{\varepsilon_1} + \theta_2 \frac{1}{\varepsilon_2}; \quad (\text{В.4})$$

$$\theta_1 = \frac{h_1}{h_1 + h_2}; \quad \theta_2 = \frac{h_2}{h_1 + h_2};$$

$$\theta_1 + \theta_2 = 1,$$

где h_1 и h_2 - толщины слоев компонентов, м.

Плоский конденсатор с двумя последовательно включенными диэлектриками

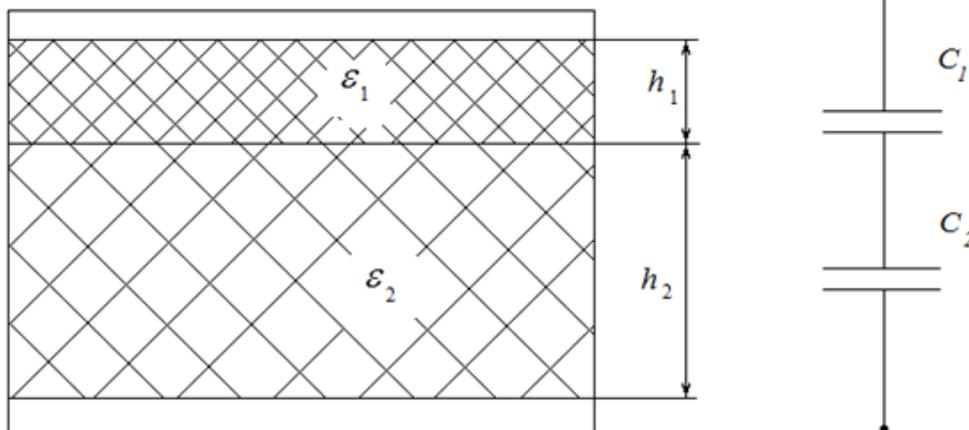


Рис. 2

Произведя вычисления по формулам (3) и (4), легко убедиться, что пространственное расположение компонентов влияет на величину эффективной диэлектрической проницаемости неоднородного диэлектрика. Это иллюстрируется графиками на рис. 3.

Зависимость эффективной диэлектрической
проницаемости компонентов А и В от их объёмного
содержания в смеси (схематически)

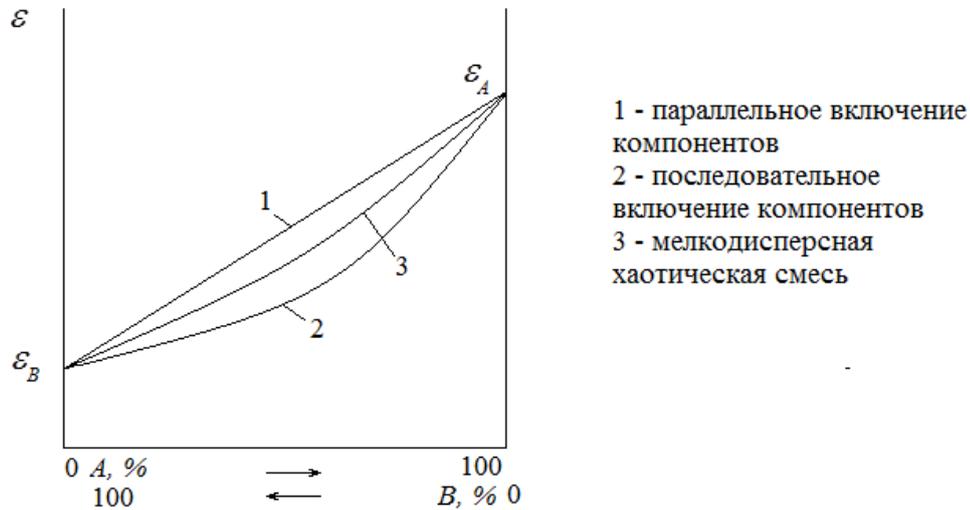


Рис. 3

Формулы (3) и (4) являются частными случаями формулы Лихтенеккера

$$\varepsilon^x = \theta_1 \varepsilon_1^x + \theta_2 \varepsilon_2^x \quad (\text{B.5})$$

где x – константа, характеризующая пространственное расположение компонентов и принимающая значения от $x = -1$ (для параллельного включения компонентов) до $x = 1$ (для последовательного расположения компонентов).

Большое практическое применение находят *мелкодисперсные хаотические смеси* (пластмассы, пенопласты, керамика и др.), имеющие предельно разупорядоченные строение. Можно принять, что для них в формуле Лихтенеккера константа x стремится к нулю. Чтобы избавиться от неопределенности, произведем следующие преобразования. Продифференцируем уравнение (5) по x и затем разделим левую и правую часть на x .

Получим

$$\varepsilon^{x-1} \cdot d\varepsilon = \theta_1 \varepsilon_1^{x-1} \cdot d\varepsilon_1 + \theta_2 \varepsilon_2^{x-1} \cdot d\varepsilon_2$$

Примем $x = 0$ и проинтегрируем оставшееся выражение.

Получим:

$$\ln \varepsilon = \theta_1 \ln \varepsilon_1 + \theta_2 \ln \varepsilon_2 + c \quad (\text{B.6})$$

где c - постоянная интегрирования.

Формула (6) справедлива при любой объемной концентрации компонентов. Если в $\theta_2 = 0$, то $\theta_1 = 1$, $\varepsilon = \varepsilon_1$ и $\ln \varepsilon = \ln \varepsilon_1 + c$. Отсюда $c = 0$ и формула для расчета ε мелкодисперсной хаотической смеси двух компонентов приобретает вид:

$$\ln \varepsilon = \theta_1 \ln \varepsilon_1 + \theta_2 \ln \varepsilon_2, \quad (\text{B.7})$$

Это так называемый *логарифмический закон смешения*.

Для смесей типа *пенопластов, пенокерамики* других *пористых* материалов, состоящих из твердого и газообразного диэлектриков, удобнее пользоваться не объемными концентрациями

компонентов, а их массовым содержанием в смеси. Плотность смеси можно рассчитать на основании арифметического закона смешения:

$$D = \theta_1 D_1 + \theta_2 D_2; \quad (\text{B.8})$$

где D – плотность смеси, $\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$;

D_1 и D_2 – плотности компонентов, $\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$. С достаточной точностью можно считать, что для газов $\varepsilon_2 = 1$ и $D_2 = 0$. Тогда из формул (7) и (8) следует:

$$\theta_1 = \frac{D}{D_1}, \quad \ln \varepsilon = \frac{D}{D_1} * \ln \varepsilon_1, \quad (\text{B.9})$$

Обратите внимание, что здесь D_1 – плотность монолитного (сплошного) твердого диэлектрика, а D – плотность смеси (пенопласта и т. д.).

Если неоднородный диэлектрик состоит не из двух, а из нескольких компонентов, то формулы (2) и (5) приводятся к виду:

$$\sum_{i=1}^{i=n} \theta_i = 1; \quad \varepsilon^x = \sum_{i=1}^{i=n} \theta_i \cdot \varepsilon_i^x, \quad (\text{B.10})$$

где n – число компонентов.

Аналогично изменяются формулы (3), (4) и (7).

Формула Лихтенеккера (7) широко применяется для расчета мелкодисперсных смесей. Она дает результаты расчета, достаточно хорошо совпадающие с измеренными величинами, если ε_1 и ε_2 не очень сильно отличаются друг от друга. Для инженерных расчетов по этой формуле часто пользуются номограммой (см. например, [5, с. 173]).

Рядом авторов предложены другие формулы расчета ε мелкодисперсных смесей, вывод которых основан на различных теоретических предположениях и экспериментальных данных.

В.2 Расчет температурного коэффициента диэлектрической проницаемости неоднородных диэлектриков

У всех диэлектриков ε в большей или меньшей степени зависит от температуры. В одинаковых условиях у некоторых диэлектриков ε с ростом температуры увеличивается ($TK_\varepsilon > 0$), а у других – уменьшается ($TK_\varepsilon < 0$). Подбирая соответствующим образом два или несколько диэлектриков с разными TK_ε можно создать неоднородные диэлектрики (смеси), имеющие при определенной температуре заданное значение TK_ε . Можно даже получить $TK_\varepsilon = 0$ у смеси из таких диэлектриков, каждый из которых имеет TK_ε , сильно отличающийся от нуля. TK_ε так же, как и ε смесей, зависит не только от свойств и объемной концентрации компонентов в смеси, но и от их взаимного пространственного расположения в электрическом поле.

$$TK_\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{d \varepsilon}{d T}, \quad (\text{B.11})$$

где ε – относительная диэлектрическая проницаемость;
 T – температура.

Формула для расчета TK_ε мелкодисперсной хаотической смеси получается дифференцированием формулы (7) по температуре

$$\frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{d\varepsilon}{dT} = \theta_1 \frac{1}{\varepsilon_1} \cdot \frac{d\varepsilon_1}{dT} + \theta_2 \frac{1}{\varepsilon_2} \cdot \frac{d\varepsilon_2}{dT} \quad (B.12)$$

Эту формулу с учетом формулы (10) можно записать в виде

$$TK_\varepsilon = \theta_1 * TK_{\varepsilon_1} + \theta_2 * TK_{\varepsilon_2} \quad (B.13)$$

Таким образом, для мелкодисперсной хаотической смеси справедлив арифметический закон смешения. Пользуясь этим законом, можно произвести аналитические расчеты TK_ε смеси заданного состава или рассчитать необходимый состав смеси для получения диэлектрика с заданным TK_ε . Нагляден и удобен также графический метод расчета

Графический метод расчёта (схематически)

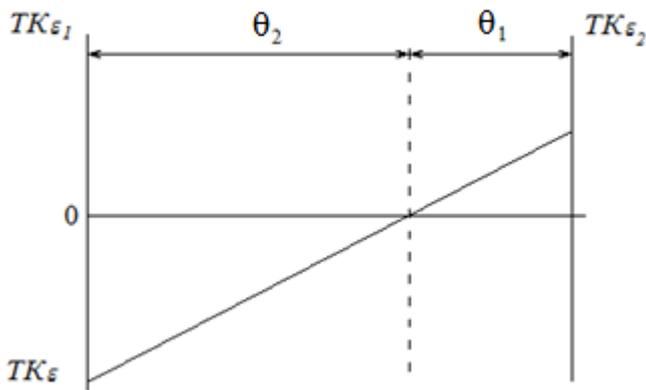


Рис 4

двухкомпонентных смесей. На рис. 4 показан метод определения θ_1 и θ_2 , если известны TK_{ε_1} и TK_{ε_2} требуется смесь, у которой $TK_\varepsilon = 0$.

Для пенопластов и других пористых материалов, дифференцируя формулу (B.9), получим:

$$TK_\varepsilon = \frac{D}{D_1} \cdot TK_{\varepsilon_1} \quad (B.14)$$

где D_1 – плотность сплошного твердого диэлектрика, $кг \cdot м^{-3}$;

D – плотность пористого материала, $кг \cdot м^{-3}$.

Дифференцируя формулы (B.3) и (B.4) по температуре и производя простые преобразования, можно вывести формулы для расчета TK_ε неоднородных диэлектриков.

При параллельном включении компонентов (рис. B.1)

$$\varepsilon = \theta_1 \varepsilon_1 + \theta_2 \varepsilon_2$$

Продифференцируем это уравнение, а затем в правой части первое слагаемое умножим и разделим на ε_1 , а второе - на ε_2 :

$$\frac{d\varepsilon}{dT} = \varepsilon_1 * \theta_1 * \frac{1}{\varepsilon_1} * \frac{d\varepsilon_1}{dT} + \varepsilon_2 * \theta_2 * \frac{1}{\varepsilon_2} * \frac{d\varepsilon_2}{dT}$$

Разделим левую и правую части на ε :

$$TK_\varepsilon = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} * \theta_1 * TK_{\varepsilon_1} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon} * \theta_2 * TK_{\varepsilon_2}$$

При последовательном включении компонентов (рис. B.2)

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon_1} * \theta_1 + \frac{1}{\varepsilon_2} * \theta_2$$

Продифференцируем это уравнение:

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \frac{d\varepsilon}{dT} = \theta_1 * \frac{1}{\varepsilon_1^2} * \frac{d\varepsilon_1}{dT} + \theta_2 * \frac{1}{\varepsilon_2^2} * \frac{d\varepsilon_2}{dT}$$

Умножив левую и правую части на ε , получим

$$TK_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} * \theta_1 * TK_{\varepsilon_1} + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_2} * \theta_2 * TK_{\varepsilon_2}$$

В.3 Расчет тангенса угла диэлектрических потерь неоднородных диэлектриков

Диэлектрические потери в неоднородных диэлектриках складываются из потерь в компонентах

$$P = P_1 + P_2 = U^2 \omega C \operatorname{tg} \delta, \quad (\text{B.15})$$

где P - активная мощность, рассеиваемая во всем диэлектрике, Вт; _

P_1 и P_2 - активная мощность, рассеиваемая в компонентах, Вт;

U - напряжение на электродах, В;

ω - круговая частота, рад/с;

C - емкость детали, Ф;

$\operatorname{tg} \delta$ - тангенс угла диэлектрических потерь неоднородного диэлектрика.

При *параллельном* включении компонентов (см. рис. 1) к каждому компоненту приложено одинаковое напряжение. Активная мощность, рассеиваемая в компонентах, равна

$$P_1 = U^2 \omega C_1 \operatorname{tg} \delta_1 \text{ и } P_2 = U^2 \omega C_2 \operatorname{tg} \delta_2 \quad (\text{B.16})$$

где U - напряжение на электродах, В; C_1 и C_2 - емкости, обусловленные наличием соответствующих компонентов, Ф; $\operatorname{tg} \delta_1$ и $\operatorname{tg} \delta_2$ - тангенсы углов диэлектрических потерь компонентов.

Из уравнений (11) и (12) следует, что тангенс угла диэлектрических потерь двухкомпонентного диэлектрика равен

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{C_1 \operatorname{tg} \delta_1 + C_2 \operatorname{tg} \delta_2}{C}, \quad (\text{B.17})$$

где C - емкость детали, Ф.

Используя рис. 1 и формулы (1) и (2), легко доказать, что

$$C_1 = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 S_1}{h} = \theta_1 S \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0}{h}$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S_2}{h} = \theta_2 S \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2}{h}$$

$$C = C_1 + C_2$$

С учетом этих выражений формула (13) после простых преобразований приводится к виду:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\theta_1 \varepsilon_1 \operatorname{tg} \delta_1 + \theta_2 \varepsilon_2 \operatorname{tg} \delta_2}{\theta_1 \varepsilon_1 + \theta_2 \varepsilon_2}$$

При последовательном включении компонентов (рис. Б.2) выполняется равенство:

$$Q = CU = C U_1 = C U_2$$

где Q – заряд, Кл;
 U_1 и U_2 – напряжения, приложенные к первому и второму слоям, В;
 U – напряжение на электродах, В.
 Отсюда

$$U_1 = \frac{CU}{C_1} \text{ и } U_2 = \frac{CU}{C_2}$$

Активная мощность, рассеиваемая в компонентах,

$$P_1 = \left(\frac{CU}{C_1} \right)^2 \omega C_1 \operatorname{tg} \delta_1 \text{ и } P_2 = \left(\frac{CU}{C_2} \right)^2 \omega C_2 \operatorname{tg} \delta_2$$

Используя эти формулы и формулу (11), легко получить выражение:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{C}{C_1} \operatorname{tg} \delta_1 + \frac{C}{C_2} \operatorname{tg} \delta_2 = C \left(\frac{C_2 \operatorname{tg} \delta_1 + C_1 \operatorname{tg} \delta_2}{C_1 C_2} \right) \quad (\text{B.18})$$

При последовательном подключении:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Отсюда

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad (\text{B.18a})$$

Подставив (B.18a), в формулу (B.18), получим

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{C_2 \operatorname{tg} \delta_1 + C_1 \operatorname{tg} \delta_2}{C_1 + C_2} \quad (\text{B.19})$$

Известно, что объемная концентрация

$$\theta_1 = \frac{V_1}{V_1 + V_2} = \frac{h_1 S}{(h_1 + h_2) S} = \frac{h_1}{h}$$

Отсюда $h_1 = \theta_1 h$. Аналогично $h_2 = \theta_2 h$

$$C_1 = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 S}{h} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 S}{\theta_1 h}$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}{h} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}{\theta_2 h}$$

Подставим эти выражения в формулу (15) и окончательно получим

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\theta_1 \varepsilon_2 \operatorname{tg} \delta_1 + \theta_2 \varepsilon_1 \operatorname{tg} \delta_2}{\theta_2 \varepsilon_1 + \theta_1 \varepsilon_2}$$

Для *мелкодисперсной хаотической* смеси $\operatorname{tg} \delta$ можно рассчитать только приблизительно, пользуясь формулами арифметического закона смешения

$$\operatorname{tg} \delta = \theta_1 \operatorname{tg} \delta_1 + \theta_2 \operatorname{tg} \delta_2$$

или логарифмического закона смешения

$$\ln \operatorname{tg} \delta = \theta_1 \ln \operatorname{tg} \delta_1 + \theta_2 \ln \operatorname{tg} \delta_2$$

В заключение приведем одно важное положение: если, например, $\operatorname{tg} \delta_1 > \operatorname{tg} \delta_2$ то при любом взаиморасположении компонентов и любой их объемной концентрации, величина $\operatorname{tg} \delta$ смеси удовлетворяет соотношению

$$\operatorname{tg} \delta_1 < \operatorname{tg} \delta < \operatorname{tg} \delta_2$$

В.4 Методика вывода формул для расчета электрических характеристик деталей заданной геометрической формы

Формулы для расчета конструкций с плоскопараллельными электродами хорошо известны. Они имеют простейший вид. Если деталь имеет более сложную форму, то для расчета ее характеристик часто прибегают к следующему приему. Выделяется в изоляции такой элементарный объем между двумя эквипотенциальными поверхностями, для которого с достаточной точностью можно использовать формулы, справедливые для конструкции с плоскопараллельными электродами. Затем определяется, в каких пределах изменяются входящие в эту формулу переменные и производится интегрирование в этих пределах.

Так выведена, например, формула для расчета удельного поверхностного сопротивления по результатам измерений на плоском образце с кольцевыми электродами. Рассмотрим этот пример. На поверхности образца (рис. 1) между электродами 1 и 2 мысленно выделяется кольцо элементарной ширины dx , заключенное между окружностями радиусов x и $x + dx$:

1. Эти окружности являются эквипотенциальными линиями. Можно мысленно представить себе, что это тонкие металлические электроды.

2. Если выполняется условие, что $x \gg dx$, то длину этих окружностей с достаточной точностью можно считать одинаковой.

Если кольцо в одном месте мысленно разрезать по радиусу и выпрямить, то получится конструкция с плоскопараллельными электродами. Ее поверхностное сопротивление рассчитывается по формуле.

$$dR_s = \rho_s \frac{dx}{2\pi x}$$

где ρ_s - удельное поверхностное сопротивление, Ом.

Всю поверхность между электродами 1 и 2 можно представить состоящей из таких элементарных колец. Их сопротивления включены последовательно.

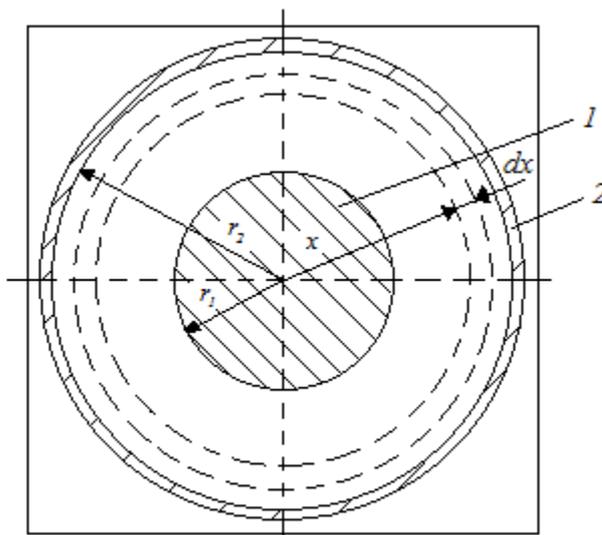


Рис 1

Переменная x изменяется в пределах от r_1 до r_2 , Проинтегрировав в этих пределах, получим формулу

$$R_s = \rho_s \frac{1}{2\pi} \ln \frac{r_1}{r_2}$$

Аналогично можно подходить ж расчету других конструкций. Важно, чтобы, выделяемый элемент был заключен, между эквипотенциальными поверхностями.

В качестве, второго, примера рассмотрим участок детали с цилиндрическими коаксиальными электродами (рис. 2). Это может быть часть *цилиндрического* конденсатора, коаксиального кабеля, токов вода и т.д. Здесь удобно выделить трубку с элементарной толщиной стенки по всей осевой длине детали. На рисунке эта трубка заключена между цилиндрическими поверхностями с радиусами x и $x + dx$, которые являются эквипотенциальными поверхностями. Следовательно, их можно условно считать электродами трубки. Электрическое сопротивление dR_x трубки равно:

$$dR_x = \rho \frac{dx}{2\pi x l}$$

где ρ – удельное объемное сопротивление, Ом * м;

l – осевая длина электрода (трубки), м.

Чтобы найти сопротивление всего участка изоляции, нужно проинтегрировать это выражение в пределах от r_1 до r_2 .

Подобным образом можно вывести формулу для расчета емкости тонкостенной трубки

$$dC_x = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon 2\pi x l}{dx}$$

где ε_0 – электрическая постоянная, Ф/м;

ε – относительная диэлектрическая проницаемость.

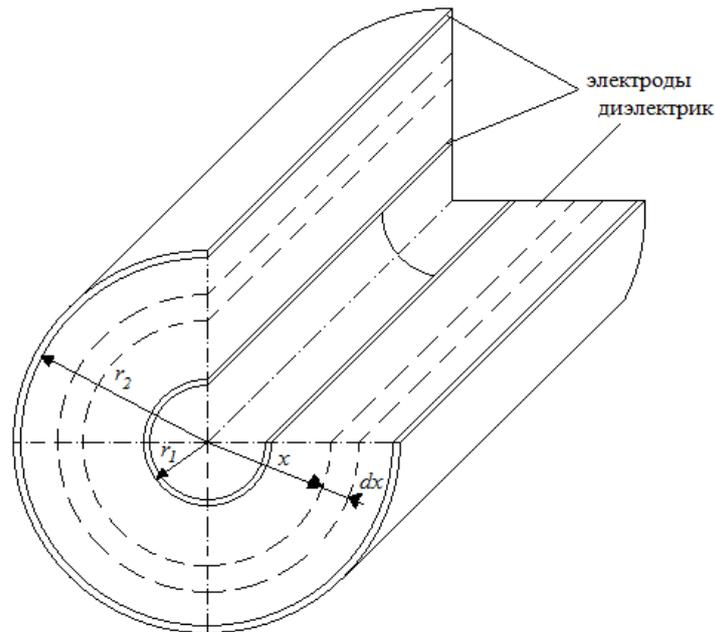


Рис 2

При интегрировании нужно учесть, что емкости тонкостенных трубок dC_x включены последовательно.

Для решения ряда задач необходимо знать напряженность электрического поля в разных точках по толщине изоляции, т. е. знать зависимость $E = f(x)$, где x текущая координата в диэлектрике вдоль силовой линии электрического поля. Известно, что заряды последовательно включённых конденсаторов равны друг другу при любом соотношении величин их емкостей и равны заряду цепочки из этих конденсаторов. Следовательно, справедливо соотношение

$$Q = CU = dC_x \cdot dU_x$$

- где Q – заряд конденсатора, Кл;
 C – ёмкость конденсатора, Ф;
 U – напряжение, приложенное к электродам конденсатора, В;
 dC_x – ёмкость выделенной трубки, Ф;
 dU_x – напряжение на этой трубке, В.

Формулы для C и dC_x выше уже выведены, напряжение U задано в условии задачи. Следовательно, можно рассчитать

$$dU_x = \frac{CU}{dC_x}$$

Напряжённость поля в слое радиуса x получится из соотношения

$$E_x = \frac{dU_x}{dx} = \frac{CU}{dC_x dx}$$

Для вывода формулы $E = f(x)$ можно воспользоваться известной теоремой Гаусса

$$\int E * dS = \frac{Q}{\epsilon_0 * \epsilon}$$

где S – площадь поверхности.

В рассматриваемом случае поток вектора E через торцы цилиндра отсутствует, а на поверхности цилиндра радиуса x величина E_x во всех точках одинаковая. Следовательно,

$$\int E_x * dS_x = E_x \int dS_x = E_x 2\pi x l = \frac{Q}{\varepsilon_0 * \varepsilon}.$$

Отсюда

$$E_x = \frac{Q}{2\pi * x * l * \varepsilon_0 * \varepsilon} = \frac{CU}{2\pi * x * l * \varepsilon_0 * \varepsilon}$$

Подстановка в это соотношение ранее выведенной формулы ёмкости детали даёт конечное выражение для расчёта E_x .

Приложение Г

Расчет катушек индуктивности сложной формы

Катушка индуктивности – это катушка смотанного в спираль или другую форму изолированного проводника. Катушки индуктивности позволяют запасать электрическую энергию в магнитном поле. Основные особенности и свойства: высокая индуктивность при низкой ёмкости и активном сопротивлении.

Часто каркас, на который наматывается катушка, имеет сложную форму. Как правило, это каркас прямоугольной и тороидальной форм. Намотанные на такой каркас катушки называются прямоугольные катушки и тороидальные катушки, соответственно.

Г.1 Прямоугольные катушки индуктивности

Прямоугольные катушки индуктивности, как видно из их названия, в поперечном разрезе имеют сечение прямоугольника (рис.Г.1), в отличие от круговых, где поперечный разрез имеет вид круга.

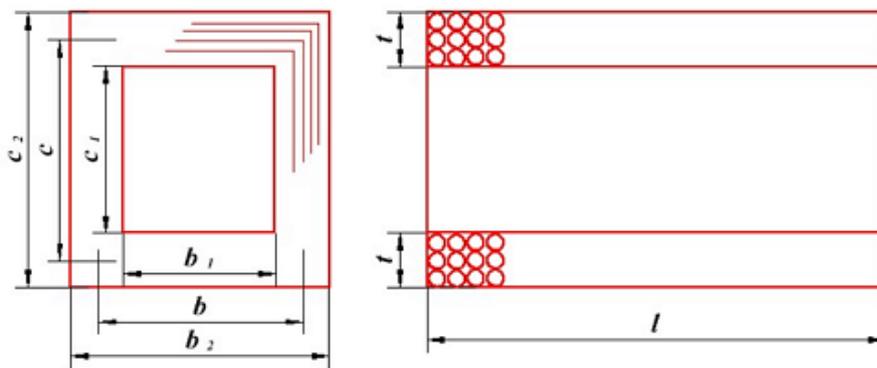


Рис. Г.1 Поперечный (слева) и продольный (справа) разрез прямоугольной катушки индуктивности

Данная катушка индуктивности имеет следующие конструктивные параметры:

$c_1 b_1$ – размеры сердечника катушки (внутренние размеры обмотки);

$c_2 b_2$ – внешние размеры катушки;

$c b$ – средние размеры катушки;

l – длина катушки (аксиальный размер);

t – толщина намотки катушки (радиальный размер).

Для упрощения расчётов индуктивности, основными конструктивными параметрами прямоугольных катушек являются: средние размеры катушки c и b , толщина намотки t , длина катушки l . Средние размеры катушки вычисляются по следующим выражениям

$$b = \frac{b_1 + b_2}{2} \quad c = \frac{c_1 + c_2}{2}$$

При расчётах предполагается, что толщина намотки t одинакова по всем сторонам катушки.

Прямоугольные катушки в зависимости от их длины и толщины намотки подразделяются также как и любые другие типы катушек (по аналогии с круговыми катушками):

длинная катушка, если длина катушки больше средних размеров ($l > c$, $l > b$);

короткая катушка, если длина катушки меньше средних размеров ($l < c$ или $l < b$);

очень короткая катушка, если длина катушки намного меньше средних размеров ($l \ll c$ или $l \ll b$);

плоская катушка, если принять длину намотки равной нулю ($l = 0$);

толстая катушка, если толщина намотки немного меньше или приблизительно равна средним размерам катушки ($t \approx c$, $t \approx b$);

тонкая катушка, если толщина намотки меньше средних размеров катушки ($t < c$, $t < b$);

соленоид, если толщина намотки принята равной нулю ($t = 0$).

Г.1.1 Особенности расчёта прямоугольных катушек индуктивности

На индуктивность квадратных катушек, также как и на любой другой индуктивный элемент влияют конструктивные размеры катушки (длина, ширина, высота, толщина намотки) и размеры и форма проводников, из которых намотана катушка. Поэтому для квадратных катушек вводятся поправки на собственную индуктивность витков катушки $\Delta_1 L$ и взаимную индуктивность между витками катушки $\Delta_2 L$, которые вычисляются по аналогии с круговыми катушками

$$\Delta_1 L = \mu_0 \omega \frac{D_{CP}}{2} I \quad \Delta_2 L = \mu_0 \omega \frac{D_{CP}}{2} J$$

где μ_0 – магнитная постоянная, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м;

ω – число витков соленоида;

D_{CP} – средний диаметр катушки, м;

I и J – коэффициенты, зависящие от расположения и от числа витков катушки.

А полная индуктивность катушки составит

$$L = L_p + \Delta L = L_p + \Delta_1 L + \Delta_2 L$$

где L_p – расчётная индуктивность;

ΔL – поправка на «изоляция», $\Delta L = \Delta_1 L + \Delta_2 L$;

$\Delta_1 L$ – поправка учитывающая влияние индуктивности витков;

$\Delta_2 L$ – поправка учитывающая влияние взаимной индуктивности витков.

Длина намотки l и толщина намотки t принимается равными шагу обмотки (p – шаг по длине катушки, q – шаг по толщине намотки) умноженному на количество слоёв в том или ином направлении ω

$$l = \omega p \quad t = \omega q$$

Если у катушки в каком-либо направлении (по длине намотки l или по толщине намотки t) имеется только один ряд (или слой), то в этом направлении размер l или t можно принять равным нулю, то есть расчёт ведётся как для соленоида или плоской катушки.

В некоторых случаях, при большом диаметре провода или шаге намотки у однослойных катушек размер l или t принимается равным диаметру оголенного провода d .

Так как величина поправки на взаимную индуктивность $\Delta_2 L$ в несколько раз меньше, чем поправка на индуктивность витков $\Delta_1 L$, то при расчётах можно учитывать только $\Delta_1 L$.

Г.1.2 Индуктивность квадратного соленоида

Рассмотрим простейший вариант прямоугольной катушки – квадратный соленоид, в которой средние размеры катушки равны между собой $c = b$ (рис.Г.2).

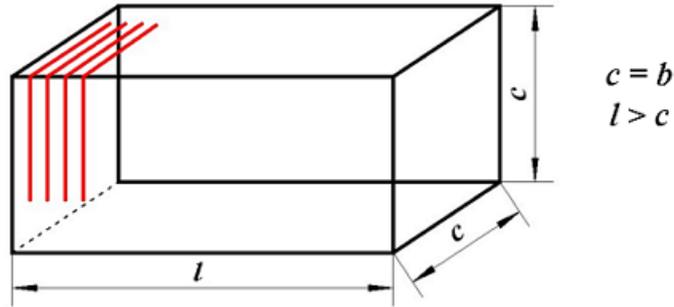


Рис.Г.2. Квадратный соленоид

Как известно соленоид представляет собой катушку, толщина которой бесконечно мала или равна нулю ($t = 0$) выражение для расчёта индуктивности такой катушки будет иметь вид

$$L_p = \frac{\mu_0 \omega^2 c}{4\pi} (8,395 \ln(0,544 + \gamma) + 4,791)$$

$$\gamma = \frac{c}{l}$$

где μ_0 – магнитная постоянная, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн/м;

ω – число витков соленоида;

c – сторона квадрата, являющегося основанием соленоида;

γ – величина зависящая от отношения стороны основания и длины намотки;

l – длина намотки соленоида.

Пример. В качестве примера рассчитаем квадратный соленоид длиной $l = 5$ см = 0,05 м, стороной основания $c = 0,5$ см = 0,005 м и числом витков $\omega = 100$.

$$\gamma = \frac{c}{l} = 0,1$$

$$L_p = \frac{\mu_0 \omega^2 c}{4\pi} (8,395 \ln(0,544 + \gamma) + 4,791) \approx$$

$$\approx 5,48 \text{ мкГн}$$

Вышеописанное выражение для индуктивности квадратного соленоида возможно использовать и для вычисления большинства однослойных катушек прямоугольного сечения с учётом поправок на изоляцию из в предыдущей статье.

Г.1.3 Индуктивность прямоугольного соленоида

Рассмотрим прямоугольный соленоид представленный на рис.Г.3.

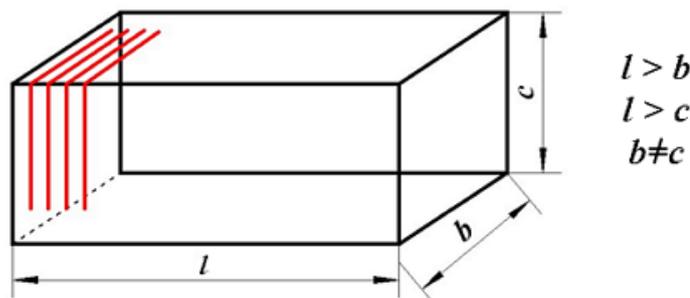


Рис.Г.3. Прямоугольный соленоид

В отличие от квадратного соленоида, в котором стороны основания равны ($c = b$), в прямоугольном соленоиде стороны основания не равны ($c \neq b$). В данном случае выражение для индуктивности такого соленоида несколько сложнее и зависит от соотношения сторон основания между собой и к длине соленоида

$$L_P = \frac{\mu_0 \omega^2 c}{2\pi} (c(\varphi_c - \psi_c) + b(\varphi_b - \psi_b))$$

где μ_0 – магнитная постоянная, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн/м;

ω – число витков соленоида;

c, b – сторона квадрата, являющегося основанием соленоида;

$\varphi_b, \varphi_c, \psi_b, \psi_c$ – величины зависящие от соотношения сторон между собой и к длине соленоида.

Коэффициенты φ_b, φ_c зависят от γ_b и γ_c соответственно

$$\begin{aligned} \gamma_b &= \frac{b}{l} & \gamma_c &= \frac{c}{l} \\ \varphi_b &= 1,95 \ln(0,3 + \gamma_b) + 2,5 \\ \varphi_c &= 1,95 \ln(0,3 + \gamma_c) + 2,5 \end{aligned}$$

где c и b – размеры основания соленоида;

l – длина катушки (аксиальный размер);

Коэффициенты ψ_b, ψ_c зависят от δ_b, δ_c

$$\begin{aligned} \delta_b &= \frac{c}{b} & \delta_c &= \frac{b}{c} \\ \psi_b &= 1,3 * \delta_b^{-0,6} - 0,36 \\ \psi_c &= 1,3 * \delta_c^{-0,6} - 0,36 \end{aligned}$$

где c и b – размеры основания соленоида.

Пример. В качестве примера рассчитаем индуктивность прямоугольного соленоида длиной $l = 7$ см = 0,07 м, размерами основания $c = 2$ см = 0,02 м, $b = 4$ см = 0,04 м и числом витков $\omega = 400$.

$$\begin{aligned} \gamma_b &= \frac{b}{l} \approx 0,57 & \gamma_c &= \frac{c}{l} \approx 0,29 \\ \varphi_b &= 1,95 \ln(0,3 + \gamma_b) + 2,5 \approx 2,23 \\ \varphi_c &= 1,95 \ln(0,3 + \gamma_c) + 2,5 \approx 1,46 \\ \delta_b &= \frac{c}{b} = 0,5 & \delta_c &= \frac{b}{c} = 2 \\ \psi_b &= 1,3 * \delta_b^{-0,6} - 0,36 \approx 1,66 \\ \psi_c &= 1,3 * \delta_c^{-0,6} - 0,36 \approx 0,52 \\ L_P &= \frac{\mu_0 \omega^2 c}{2\pi} (c(\varphi_c - \psi_c) + b(\varphi_b - \psi_b)) \approx 1,34 \text{ мГн} \end{aligned}$$

Г.1.4 Индуктивность квадратной плоской катушки

Рассмотрим квадратную плоскую катушку (рис.Г.4) со средними размерами основания c и толщиной намотки t .

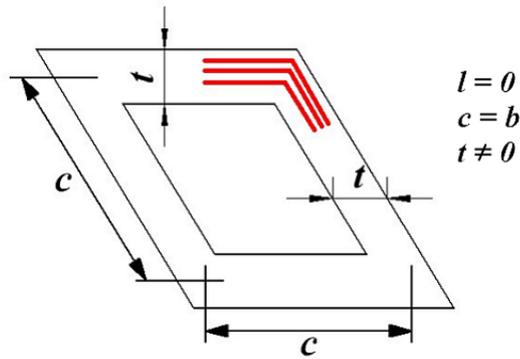


Рис.Г.4. Квадратная плоская катушка

В данном случае длину катушки можно принять равной нулю ($l = 0$), а стороны основания равны между собой ($c = b$). Тогда индуктивность такой катушки можно найти по следующему выражению

$$L_p = \frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi} (c + t) \Phi$$

где μ_0 – магнитная постоянная, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн/м;

ω – число витков плоской катушки;

c – сторона квадрата, являющегося основанием плоской квадратной катушки;

Φ – коэффициент зависящий от размеров катушки и толщины намотки.

Величину Φ зависящую от соотношения средней длины основания c и толщины намотки катушки t можно оценить по следующему выражению

$$\rho = \frac{t}{c + t}$$

$$\Phi = -10,79 \ln(\rho) - 3,86$$

где t – толщина намотки катушки,

c – размер основания катушки.

Пример. Рассчитаем плоскую прямоугольную катушку со средней длиной стороны $c = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$, толщиной намотки $t = 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м}$ и имеющая $\omega = 100$ витков.

$$\rho = \frac{t}{c + t} \approx 0,091$$

$$\Phi = -10,79 \ln(\rho) - 3,86 \approx 22$$

$$L_p = \frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi} (c + t) \Phi \approx 12,1 \text{ мГн}$$

Г.1.5 Индуктивность прямоугольной катушки прямоугольного сечения

Рассмотрим прямоугольную катушку прямоугольного сечения (рис.Г.5), в которой длина l и толщина t намотки значительно меньше, чем средние размеры её сторон b и c .

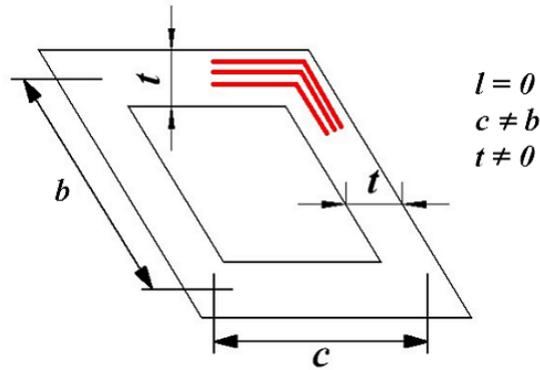


Рис. Г.5. Прямоугольная катушка прямоугольного сечения

Индуктивность такой катушки можно вычислить достаточно точно по следующему выражению

$$L_P = \frac{\mu_0 \omega^2 (b+c)}{\pi} \left(\ln \left(\frac{2bc}{l+t} \right) - \frac{1}{2} + \frac{0,447(l+t) + 2d - c \ln(c+d) - b \ln(b+d)}{b+c} \right)$$

где μ_0 – магнитная постоянная, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн/м;

ω – число витков катушки;

c, b – средние длины сторон основания прямоугольной катушки;

d – диагональ основания катушки;

t – толщина намотки катушки;

l – длина катушки.

$$d = \sqrt{b^2 + c^2}$$

В случае равенства сторон основания ($c = b$), то есть квадратной катушки, то выражение приобретает вид

$$L_P = \frac{2\mu_0 \omega^2 c}{\pi} \left(\ln \left(\frac{c}{l+t} \right) + 0,224 \frac{l+t}{c} + 0,726 \right)$$

где μ_0 – магнитная постоянная, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн/м;

ω – число витков катушки;

c – средняя длина стороны основания катушки;

d – диагональ основания катушки;

t – толщина намотки катушки;

l – длина катушки.

Г.2 Тороидальные катушки

Тороидальные катушки имеют ряд преимуществ перед предыдущими индуктивными элементами, в частности, лучшие массогабаритные показатели.

Рассмотрим два типа катушек: с прямоугольным сечением и с круговым сечением каркаса (рис.Г.6).

Индуктивность тороидальной катушки с прямоугольным сечением каркаса определяется по следующей формуле

$$L_P = \frac{\mu_0}{2\pi} \omega^2 l \ln \left(\frac{D+t}{D-t} \right)$$

где μ_0 – магнитная постоянная, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн/м;
 ω – число витков катушки;
 t – толщина катушки;
 l – высота катушки;
 D – средний диаметр катушки.

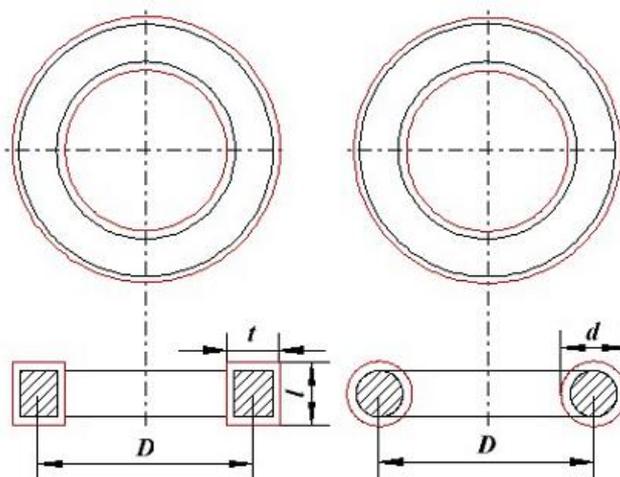


Рис. Г.6. Торoidalные катушки: с прямоугольным сечением каркаса (слева) и круговым сечением каркаса (справа)

Индуктивность **торoidalной катушки с круговым сечением** каркаса можно вычислить по следующему выражению

$$L_p = \frac{\mu_0}{2} \omega^2 \frac{d^2}{D + \sqrt{D^2 - d^2}}$$

где μ_0 – магнитная постоянная, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн/м;
 ω – число витков катушки;
 D – средний диаметр катушки;
 d – средний диаметр обмотки.

Г.3 Расчет катушек индуктивностей с замкнутыми сердечниками

Применение индуктивных элементов без сердечников ограничено из-за больших габаритных размеров. Поэтому для увеличения индуктивности, уменьшения размеров и улучшения других показателей индуктивные элементы устанавливают на сердечники из материалов с различными магнитными свойствами.

Г.3.1 Особенности расчёта индуктивных элементов с сердечниками

В отличие от индуктивных элементов без сердечников, при расчёте которых учитывается магнитный поток пронизывающий только проводник с током, магнитный поток индуктивных элементов с сердечниками практически полностью замыкается на сердечники. Поэтому при расчёте индуктивности таких элементов необходимо учитывать размеры сердечника и материал, из которого он изготовлен, то есть его магнитную проницаемость.

Обобщённую формулу для расчёта индуктивных элементов с сердечниками можно выразить с помощью следующего выражения

$$L = \frac{\omega^2}{R_M} = \frac{\omega^2 \mu_a S_M}{l_M}$$

где ω – количество витков катушки,
 R_M – сопротивление магнитной цепи,
 μ_a – абсолютная магнитная проницаемость вещества, из которого изготовлен сердечник,

S_M – площадь поперечного сечения сердечника,
 l_M – длина средней магнитной силовой линии.

Таким образом, зная размеры сердечника, можно достаточно просто вычислить индуктивность. Однако в связи с такой простотой выражения и разбросом магнитной проницаемости материала сердечника, **погрешность в расчёте индуктивности составит 25 %**.

Для сердечников, имеющих сложную конструктивную конфигурацию, вводится понятие эффективных (эквивалентных) размеров, которые учитывают особенности формы сердечников: **эффективный путь магнитной линии l_e** и **эффективная площадь поперечного сечения S_e** сердечника. Тогда индуктивность катушки с сердечником будет вычисляться по формуле

$$L = \frac{\omega^2 \mu_0 \mu_r S_e}{l_e}$$

где ω – количество витков катушки,
 μ_0 – магнитная постоянная, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$,
 μ_r – относительная магнитная проницаемость вещества,
 S_e – эффективная площадь поперечного сечения сердечника,
 l_e – эффективный путь магнитной линии сердечника.

Таким образом, расчёт индуктивности индуктивных элементов с сердечниками сводится к нахождению эффективных размеров сердечника. Для упрощения нахождения данных размеров сердечника ввели вспомогательные величины, называемые постоянные сердечников:

C_1 – первая постоянная сердечника, которая равна сумме отношений длины однородных по сечению участков сердечника к поперечному сечению сердечника, измеряется в мм^{-1} ;

C_2 – вторая постоянная сердечника, которая равна сумме отношений длин однородных по сечению участков сердечника к квадрату своего сечения, измеряется в мм^{-3} ;

$$C_1 = \sum_1^N \frac{l_N}{S_N} \quad C_2 = \sum_1^N \frac{l_N}{S_N^2}$$

где N – количество разнородных участков сердечника,
 l_N – длина N – го участка сердечника,
 S_N – площадь N – го участка сердечника.

Тогда величины S_e и l_e определяются из следующих выражений

$$l_e = \frac{C_1^2}{C_2} \quad S_e = \frac{C_1}{C_2}$$

Кроме индуктивности с помощью постоянных C_1 и C_2 определяют эффективный объём V_e , который требуется для определения параметров силовых индуктивных элементов – трансформаторов и дросселей. Если же есть необходимость рассчитать только индуктивность L , то используют только постоянную C_1 по следующему выражению

$$L = \frac{\omega^2 \mu_0 \mu_r}{C_1}$$

где ω – количество витков катушки,

μ_0 – магнитная постоянная, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$,

μ_r – относительная магнитная проницаемость вещества,

C_1 – первая постоянная сердечника, которая равна сумме отношений длины однородных по сечению участков сердечника к поперечного сечения сердечника.

Несмотря на довольно сложные формулировки и формулы, вычисление индуктивности по ним достаточно простое.

Выпускается достаточно много типов сердечников, которые обладают различными конструктивными особенностями и свойствами, рассмотрим некоторые из них.

Г.3.2 Расчёт катушки с тороидальным сердечником

Тороидальные (кольцевые) сердечники (рис. Г.7), благодаря своей простоте изготовления находят широкое применение в различных импульсных трансформаторах, фильтрах и дросселях и обеспечивают небольшую потребляемую мощность при минимальных потерях.

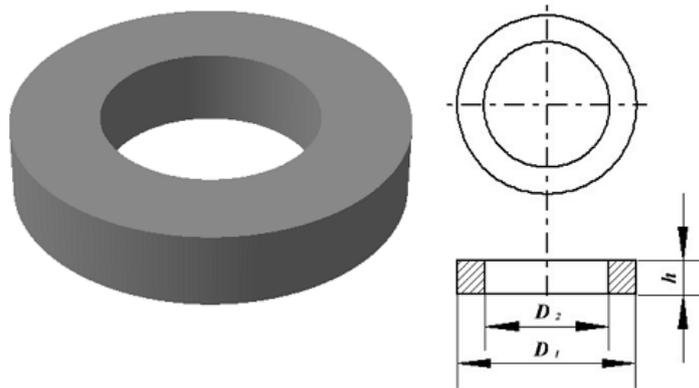


Рис. Г.7. Тороидальный сердечник

Для расчёта индуктивности достаточно знать три конструктивных параметра такого магнитопровода: D_1 – внешний диаметр, D_2 – внутренний диаметр, h – высота сердечника.

Расчёт эффективных параметров сердечника, как сказано выше, основан на двух величинах C_1 и C_2 , которые составляют

$$C_1 = \frac{2\pi}{h_e \ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right)} \quad C_2 = \frac{4\pi\left(\frac{1}{D_1} - \frac{1}{D_2}\right)}{h_e^2 \ln^3\left(\frac{D_2}{D_1}\right)}$$

где h_e – эффективная высота сердечника,

D_1 – внешний диаметр сердечника,

D_2 – внутренний диаметр сердечника.

Расчёт эффективной высоты h_e сердечника зависит от конструктивных особенностей (рис. Г.8).

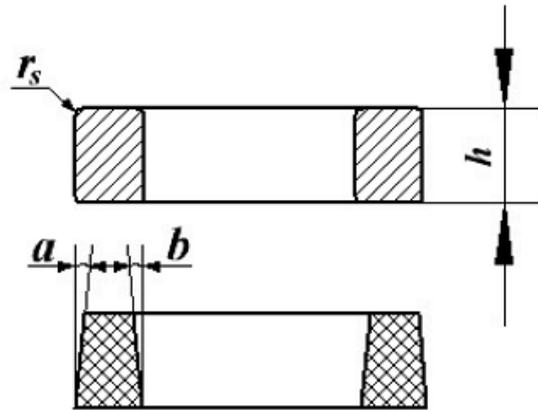


Рис. Г.8. Расчёт эквивалентной высоты тороидального сердечника: прямоугольное сечение (вверху) и трапецидальное сечение (снизу)

Рассмотрим несколько случаев:

а) прямоугольное поперечное сечение с острыми кромками

$$h_e = h$$

б) прямоугольное поперечное сечение со скруглёнными кромками и радиусом скругления r_s

$$h_e = h(1 - K_1) \quad K_1 = \frac{1,7168r_s^2}{h(D_1 - D_2)}$$

в) трапецидальное поперечное сечение с острыми кромками

$$h_e = h(1 - K_2) \quad K_2 = \frac{h(\operatorname{tga} + \operatorname{tgb})}{D_1 - D_2}$$

г) трапецидальное поперечное сечение со скруглёнными кромками

$$h_e = h(1 - K_1 - K_2)$$

Пример. В качестве примера рассчитаем индуктивность тороидальной катушки, имеющей $\omega = 50$ витков, намотанных на равномерно на магнитопровод со следующими размерами $D_1 = 20$ мм, $D_2 = 10$ мм, $h = 7$ мм, сечение магнитопровода прямоугольное со скруглёнными кромками, радиус скругления $r_s = 0,5$ мм, относительная магнитная проницаемость материала сердечника $\mu_r = 1000$.

Так как рассчитываем только индуктивность, то в расчёте коэффициента C_2 нет необходимости

$$K_1 = \frac{1,7168r_s^2}{h(D_1 - D_2)} \approx 0,006 \quad h_e = h(1 - K_1) \approx 6,96$$

$$C_1 = \frac{2\pi}{h_e \ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right)} \approx 1,302 \text{ мм}^{-1} = 1302 \text{ м}^{-1}$$

$$L = \frac{\omega^2 \mu_0 \mu_r}{C_1} = \frac{50^2 * 4\pi * 10^{-7} * 1000}{1302} \approx 2,41 \text{ мГн}$$

Г.3.3 Расчёт катушки с П-образным сердечником

В отличие от тороидальных сердечников, П – образные сердечники выполняются разборными и состоят из двух частей. Существует две модификации таких сердечников: состоящие из двух П – образных частей и из П – образной и прямоугольной замыкающей пластины (рис. Г.9).

Такие сердечники применяются в импульсных трансформаторах и трансформаторах строчной развертки и, обладая большой магнитной проницаемостью, обеспечивают малую потребляемую мощность.

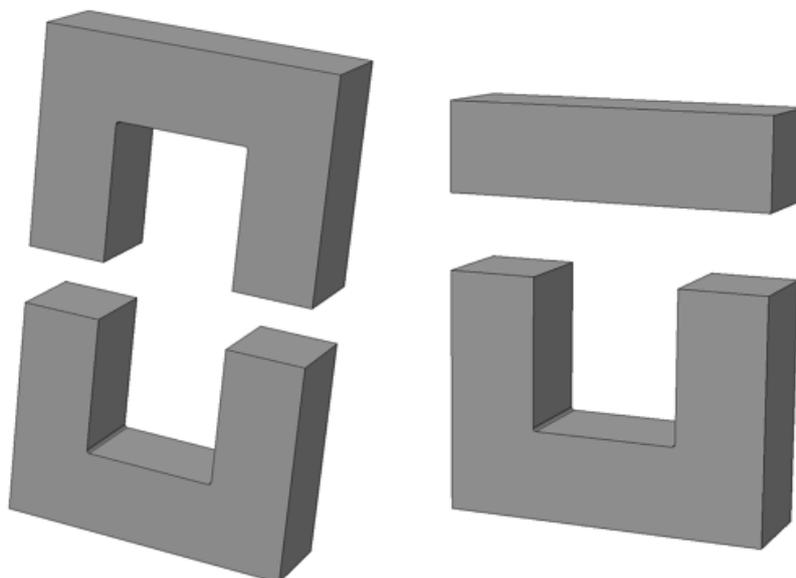


Рис. Г.9 П-образный сердечник с прямоугольным сечением: из двух П-образных частей (слева) и П-образной части с замыкающей прямоугольной пластиной (справа)

Г.3.3.1 Расчет катушки с П-образным сердечником прямоугольного сечения

Для расчёта параметров сердечника рассмотрим сечение замкнутого П-образного сердечника. Данный сердечник состоит из нескольких участков l_1, l_2, l_3, l_4, l_5 , имеющих различное сечение S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 . Тогда коэффициенты C_1 и C_2 составят

$$C_1 = \frac{l_1}{S_1} + \frac{l_2}{S_2} + \frac{l_3}{S_3} + \frac{l_4}{S_4} + \frac{l_5}{S_5}$$

$$C_2 = \frac{l_1}{S_1^2} + \frac{l_2}{S_2^2} + \frac{l_3}{S_3^2} + \frac{l_4}{S_4^2} + \frac{l_5}{S_5^2}$$

Неизвестные величины можно найти следующим образом

$$l_2 = l_2' + l_2''$$

$$l_4 = l_4' + l_4'' = \frac{\pi}{4}(p + s)$$

$$l_5 = l_5' + l_5'' = \frac{\pi}{4}(h + s)$$

$$S_4 = \frac{S_1 + S_2}{2} \quad S_5 = \frac{S_3 + S_2}{2}$$

Пример. Необходимо рассчитать индуктивность обмотки трансформатора, выполненного на П-образном сердечнике фирмы Ерсос типа UU93/152/16, выполненного из двух П-образных половинок, материал сердечника N87 $\mu_r = 1950$, количество витков $\omega = 150$.

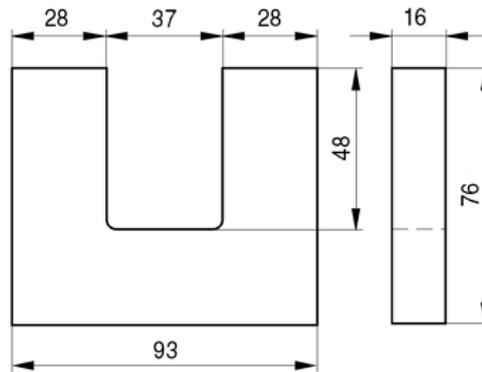


Рис.Г.10 Сердечник Epcos U93/76/16.

Таким образом, расчётные параметры сердечника составят

$$l_1 = l_3 = 37 \quad l_2 = 4 * 48 = 192$$

$$l_4 = l_5 = \frac{\pi}{4} (28 + 76 - 48) \approx 43,98$$

$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S = 448$$

Таким образом коэффициент C_1 и индуктивность L составят

$$C_1 = \frac{2l_1 + l_2 + 2l_4}{S} =$$

$$= \frac{2 * 37 + 192 + 2 * 43,98}{448} \approx 0,79 \text{ мм}^{-1} = 790 \text{ м}^{-1}$$

$$L = \frac{\omega^2 \mu_0 \mu_r}{C_1} = \frac{150^2 * 4\pi * 10^{-7} * 1950}{790} \approx 69,78 \text{ мГн}$$

Г.3.3.2 Расчёт катушки с П-образным сердечником круглого сечения

Кроме П-образных катушек с прямоугольным сечением, широко применяются П-образные катушки с круглым сечением. Они также состоят из двух П-образных частей (рис. Г.11).

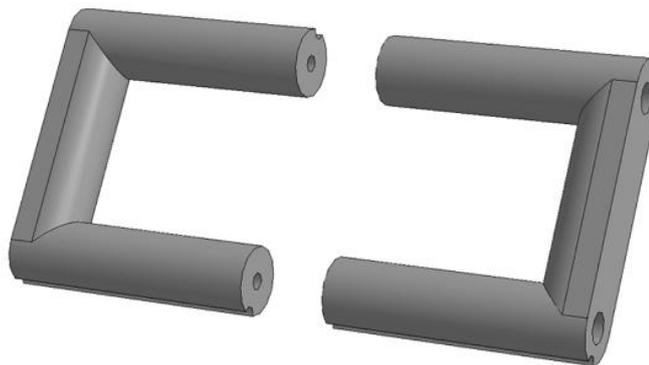


Рис. Г.11. П-образный сердечник с круглым сечением

Для расчёта рассмотрим сечение замкнутого сердечника, состоящего из двух половинок. Аналогично сердечнику с прямоугольным сечением выделим пять участков длины сердечника с различным сечением и расчёт соответственно тоже. Площадь круговых участков считается по известной формуле для площади круга, влиянием технологических пазов и отверстий можно пренебречь

$$S_1 = \frac{\pi p^2}{4} \quad S_3 = \frac{\pi s^2}{4}$$

Пример. В качестве примера рассчитаем индуктивность катушки, выполненной на сердечнике (рис. Г.12). Сердечник из двух частей типа SDMR 40 UY20 ($\mu_r = 2500$), количество витков $\omega = 60$.

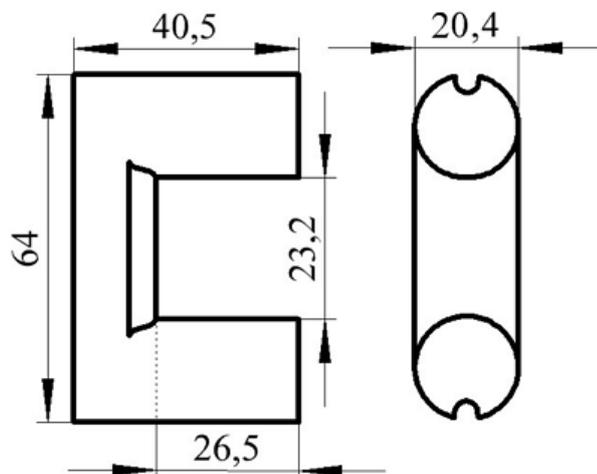


Рис.Г.12. Сердечник типа SDMR 40 UY20

Параметры сердечника для расчёта составят

$$l_1 = l_3 = 23,2 \quad l_2 = 4 * 26,5 = 106$$

$$l_4 = l_5 = \frac{\pi}{4} (20,4 + 40,5 - 26,5) \approx 27,02$$

$$S_1 = S_3 = 20,4 * (40,5 - 26,5) = 285,6$$

$$S_2 = \frac{\pi * 20,4^2}{4} \approx 326,85$$

$$S_4 = S_5 = \frac{S_1 + S_2}{2} \approx 306,23$$

Таким образом коэффициент C_1 и индуктивность L составят

$$C_1 = \frac{2l_1}{S_1} + \frac{l_2}{S_2} + \frac{2l_4}{S_4} =$$

$$= \frac{2 * 23,2}{326,85} + \frac{106}{285,6} + \frac{2 * 27,02}{306,23} \approx 0,66 \text{ мм}^{-1} = 660 \text{ м}^{-1}$$

$$L = \frac{\omega^2 \mu_0 \mu_r}{C_1} = \frac{60^2 * 4\pi * 10^{-7} * 2500}{660} \approx 17,14 \text{ мГн}$$

Приложение Д
Задание для расчета катушек индуктивности

Вариант	Тороидальный сердечник	Прямоугольный сердечник
01	M1000HM, 10x6x3	UR35/27.5/13 - 3C90
02	МП140-4 К17x10x6.5	M1500HM3-8 ПП4x2x2-15
03	M1000HM, 16x10x4.5	UR70/33/17 - 3C90
04	МП140-4 КП44x28x10.3	M450HНИ-3 ПП12x10x10
05	M1000HM, 16x8x6	UR91/45/15-3C94
06	МП140-4 КП24x13x5.2	M450HНИ-3 ПП42x28x14
07	M1000HM, 40x25x11	PE22 UU101x115x25
08	OR12.7×6.35-7.92H	M1500HM3-8 ПП4x2x2-9,5
09	M1500HM, 28x16x9	UR64/29/14 - A370
10	OR51.5×13.5-31.5HU	M450HНИ-3 ПП28x18x18
11	B64290-L84-x87, N87, R102x65x15	PC40 UU80x150x30N
12	OR100×30-60H	M450HНИ-3 ПП18x7x5
13	B64290-L82-X87, N87, R50x30x20	M1500HM3-8 ПП4x2x2-8,9
14	M2000HM1-5, K45.0x28.0x12	UU1620S
15	M20BH, 10x6x3	M1000HH-17 ПП6x2.5x1.2

Примечание: Для приведенной марки сердечника проведите поиск информации по материалам и геометрическим размерам сердечников. Для этого воспользуйтесь сайтами производителей и продавцов (паспорта изделий у продавцов есть)

<http://www.magneton.ru/>
<http://coretech.com.ua/>
<http://ferrite.ru/>
<https://www.chipdip.ru/>
<https://www.ferroxcube.com/>
<http://ferrite.ru/>
<https://product.tdk.com/>
<http://www.samwha.com/>