**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)

**УТВЕРЖДАЮ:**
**Проректор по учебной работе**
_____ **П.Е. Троян**
«18» 05 2016 г.

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

## ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

**Уровень основной образовательной программы** академический бакалавриат

**Направление(я) подготовки (специальность)** 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи»

**Профиль(и)** «Оптические системы и сети связи»
**Форма обучения** очная

**Факультет** РТФ (радиотехнический факультет)

**Кафедра** **СВЧ и КР**(сверхвысокочастотной и квантовой радиотехники)

**Курс** 1 **Семестр** 1

**Учебный план набора 2013, 2014, 2015 года**

**Распределение рабочего времени:**

| № | Виды учебной работы | Семестр 1 | Семестр 2 | Семестр 3 | Семестр 4 | Семестр 5 | Семестр 6 | Семестр 7 | Семестр 8 | Всего | Единицы |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | **Лекции** | **36** | | | | | | | | **36** | **часов** |
| 2. | **Лабораторные работы** | | | | | | | | | | **часов** |
| 3. | **Практические занятия** | **64** | | | | | | | | **64** | **часов** |
| 4. | **Курсовой проект/работа (КРС)** | | | | | | | | | | **часов** |
| 5. | **Всего аудиторных занятий** | **100** | | | | | | | | **100** | **часов** |
| 6. | **Из них в интерактивной форме** | **20** | | | | | | | | **20** | **часов** |
| 7. | **Самостоятельная работа студентов. (СРС)** | **80** | | | | | | | | **80** | **часов** |
| 8. | **Всего (без экзамена)** | **180** | | | | | | | | **180** | **часов** |
| 9. | **Самост. работа на сдачу экзамена** | **36** | | | | | | | | **36** | **часов** |
| 10 | **Общая трудоемкость** | **216** | | | | | | | | **216** | **часов** |
| | **(в зачетных единицах)** | **6** | | | | | | | | **6** | **ЗЕТ** |

**Зачет** не предусмотрен **Диф. зачет** не предусмотрен

**Экзамен** 1 семестр

**Томск 2016**

Согласована на портале № 15370

Рассмотрена и одобрена на заседании кафедры
протокол № 282 от « 18 » 4 2016 г.

## Лист согласований

Рабочая программа составлена с учетом требований Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки (специальности) 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» утвержденного приказом министерства образования и науки РФ 06.03..2015г., №174

рассмотрена и утверждена на заседании кафедры «18» апреля 2016 г., протокол № 282

Разработчик: зав. кафедрой математики _____А.Л. Магазинникова

Заведующий обеспечивающей кафедрой математики _____А.Л. Магазинникова

Рабочая программа согласована с факультетом, профилирующей и выпускающей кафедрами направления подготовки (специальности).

Декан РТФ_____ К.Ю.Попова

Зав. профилирующей
кафедрой СВЧиКР _____ С.Н.Шарангович

Зав. выпускающей
кафедрой СВЧиКР _____ С.Н.Шарангович

Эксперты:
профессор кафедры
математики ТУСУР_____ А.А Ельцов

профессор кафедры
СВЧиКР ТУСУР _____ А.Е.Мандель.



Согласована на портале № 15370

**1. Цели и задачи дисциплины:** целью курса является изучение основных понятий линейной алгебры и аналитической геометрии; методов, способов и средств получения, хранения, переработки математической информации, принятых в линейной алгебре и аналитической геометрии, включая методы решения задач линейной алгебры и аналитической геометрии. В задачи курса входят: овладение методами, способами и средствами получения, хранения, переработки математической информации, принятыми в линейной алгебре и аналитической геометрии; методами исследования математических задач, развитие логического и алгоритмического мышления студентов, выработка у студентов способности к самоорганизации и самообразованию, в частности, умения работать с математической литературой.

**2. Место дисциплины в структуре ООП: линейная алгебра и геометрия** относится к вариативной части дисциплин математического и естественнонаучного цикла. Для изучения курса необходимо твердое знание студентами базового курса математики средней школы. Линейная алгебра и геометрия призвана дать студентам знания и навыки, которые будет использоваться при изучении дисциплин профессионального цикла, в учебно-исследовательской и научно-исследовательской работе.

**3. Требования к результатам освоения дисциплины:**
процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:
ОК-7 - «Выпускник должен обладать способностью к самоорганизации и самообразованию»
ОПК-3 - «Выпускник должен обладать способностью владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации»

В результате изучения дисциплины студент должен:
**знать:** основные понятия линейной алгебры и аналитической геометрии; методы, способы и средства получения, хранения, переработки математической информации, принятые в линейной алгебре и аналитической геометрии, включая методы решения типовых задач линейной алгебры и аналитической геометрии.

**уметь:** применять методы, способы и средства получения, хранения, переработки математической информации, принятые в линейной алгебре и аналитической геометрии, для решения типовых задач, для освоения других дисциплин, предусмотренных учебным планом, и решения профессиональных задач. Пользоваться при необходимости математической литературой.

**владеть:** методами, способами и средствами получения, хранения, переработки математической информации, принятыми в линейной алгебре и аналитической геометрии, включая основные методы решения типовых задач; навыками самоорганизации и самообразования для изучения вопросов, касающихся линейной алгебры и аналитической геометрии.



Согласована на портале № 15370

## 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

| Вид учебной работы | Всего часов | Семестры | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | |
| **Аудиторные занятия (всего)** | 100 | 100 | | | |
| В том числе: | | | | | |
| Лекции | 36 | 36 | | | |
| Лабораторные работы (ЛР) | | | | | |
| Практические занятия (ПЗ) | 52 | 52 | | | |
| Семинары (С) | | | | | |
| Коллоквиумы (К) | 4 | 4 | | | |
| Курсовой проект/(работа) (аудиторная нагрузка) | | | | | |
| *Другие виды аудиторной работы* | | | | | |
| Контрольные работы | 8 | 8 | | | |
| **Самостоятельная работа (всего)** | 80 | 80 | | | |
| В том числе: | | | | | |
| Курсовой проект (работа) (самостоятельная работа) | | | | | |
| Расчетно-графические работы | | | | | |
| Реферат | | | | | |
| *Другие виды самостоятельной работы* | | | | | |
| Подготовка к практическим занятиям | 54 | 54 | | | |
| Подготовка к контрольным работам | 16 | 16 | | | |
| Подготовка к коллоквиуму | 10 | 10 | | | |
| | | | | | |
| Вид промежуточной аттестации -экзамен | 36 | 36 | | | |
| Общая трудоемкость час | 216 | 216 | | | |
| Зачетные Единицы Трудоемкости | 6 | 6 | | | |



Согласована на портале № 15370

## 5. Содержание дисциплины

### 5.1. Разделы дисциплины и виды занятий

| № п/п | Наименование раздела дисциплины | Лекции | Лаборат. занятия | Практич. занятия | Курсовой П/Р (КРС) | Самост. работа студента | Всего час. (без экзам) | Формируемые компетенции (ОК, ПК) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | Элементы теории линейных пространств. Матрицы, определители, системы линейных алгебраических уравнений | 12 | | 24 | | 25 | 61 | ОК-7, ОПК-3 |
| 2. | Элементы векторной алгебры. Основы аналитической геометрии. | 12 | | 24 | | 25 | 61 | ОК-7, ОПК-3 |
| 3. | Функции в линейных пространствах | 8 | | 6 | | 10 | 24 | ОК-7, ОПК-3 |
| 4. | Комплексные числа. Функции комплексного переменного | 4 | | 10 | | 20 | 34 | ОК-7, ОПК-3 |
| | ВСЕГО | 36 | | 64 | | 80 | 180 | |

### 5.2. Содержание разделов дисциплины (по лекциям)

| № п/п | Наименование разделов | Содержание разделов | Трудоемкость (час.) | Формируемые компетенции (ОК, ПК) |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Элементы теории линейных пространств. Матрицы, определители, системы линейных алгебраических уравнений | Матрицы и операции над ними. Определитель. Решение матричных уравнений. Линейная зависимость систем векторов. Размерность линейного пространства, базис и координаты.<br>Системы линейных алгебраических уравнений. Совместность и определенность системы уравнений. Решение определенных систем: матричный метод, метод Крамера, метод Гаусса. Решение неопределенных систем. Решение однородных систем уравнений. | 12 | ОК-7, ОПК-3 |
| 2. | Элементы векторной алгебры. Основы аналитической геометрии. | Пространство геометрических векторов и его подпространства. Проекция вектора на ось. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Полярная система координат.<br>Уравнение линии на плоскости. Прямая на плоскости как линия первого порядка. Невырожденные кривые второго порядка на плоскости.<br>Уравнение поверхности в пространстве. Плоскость в пространстве как поверхность первого порядка. Прямая в пространстве. Строение невырожденных поверхностей второго порядка в пространстве. Цилиндрическая и сферическая системы координат. | 12 | ОК-7, ОПК-3 |
| 3. | Функции в линейных пространствах. | Понятие функции (оператора) в линейных пространствах. Классификация функций в зависимости от размерности пространств. Элементарные свойства функций. Линейный оператор и его матрица. Собственные числа и векторы линейного оператора (матрицы). Линейные и квадратичные формы. | 8 | ОК-7, ОПК-3 |
| 4. | Комплексные числа. Функции комплексного переменного | Множество комплексных чисел. Формы представления комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Функции комплексного переменного, их представление в алгебраической и показательной формах. | 4 | ОК-7, ОПК-3 |



Согласована на портале № 15370

### 5.3. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечивающими (предыдущими) и обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

| № п/п | Наименование обеспечивающих (предыдущих) и обеспечиваемых (последующих)дисциплин | № № разделов данной дисциплины из табл.5.1, для которых необходимо изучение обеспечивающих (предыдущих) и обеспечиваемых (последующих)дисциплин | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 |
| **Предшествующие дисциплины** | | | | | |
| | | | | | |
| **Последующие дисциплины** | | | | | |
| 1 | Математический анализ | + | + | + | + |
| 2 | Основы функционального анализа | + | + | + | + |
| 3 | Дискретная математика | + | | + | |
| 4 | Теория вероятностей и математическая статистика | + | + | + | + |
| 5 | Физика | + | + | + | |
| 6 | Информационные технологии | + | + | + | + |
| 7 | Инженерная и компьютерная графика | + | + | + | |
| 8 | Основы теории цепей | + | + | + | + |
| 9 | Электроника | + | + | + | + |
| 10 | Цифровая обработка сигналов | + | + | + | + |

### 5.4. Соответствие компетенций, формируемых при изучении дисциплины, и видов занятий

| Перечень компетенций | Виды занятий | | | | | Формы контроля |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Л | Лаб | Пр. | КР/КП | СРС | |
| ОК-7, ОПК-3 | + | | + | | + | Опрос на лекции, на практическом занятии. Коллоквиум. Контрольная работа. Экзамен. |

Л – лекция, Пр – практические и семинарские занятия, Лаб – лабораторные работы, КР/КП – курсовая работа/проект, СРС – самостоятельная работа студента



Согласована на портале № 15370

## 6. Методы и формы организации обучения

**Технологии интерактивного обучения при разных формах занятий в часах**

| Методы \ Формы | Лекции (час) | Практические/семинарские занятия (час) | Всего |
|---|---|---|---|
| Обсуждение материала в ходе мультимедийных презентаций | 10 | | 10 |
| Работа в группах | | 2 | 2 |
| Выступление в роли обучающего | | 4 | 4 |
| Метод мозгового штурма | | 4 | 4 |
| Итого интерактивных занятий | 10 | 10 | 20 |

## 7. **Лабораторный практикум**не предусмотрено

## 8. Практические занятия (семинары)

| № п/п | № раздела дисциплины из табл. 5.1 | Тематика практических занятий (семинаров) | Трудоемкость (час.) | Компетенции (ОК, ПК) |
|---|---|---|---|---|
| 1. | 1. | Матрицы и операции над ними. Определитель. Решение матричных уравнений. Линейная зависимость систем векторов. Ранг матрицы.<br>Системы линейных алгебраических уравнений. Характеристика систем. Решение определенных систем: матричный метод, метод Крамера, метод Гаусса. Решение неопределенных систем. Решение однородных систем уравнений. | 24 | ОК-7, ОПК-3 |
| 2. | 2. | Алгебра геометрических векторов. Операции над геометрическими векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.<br>Прямая на плоскости. Кривые второго порядка. Плоскость и прямая в пространстве. Полярная система координат. | 24 | ОК-7, ОПК-3 |
| 3. | 3. | Линейный оператор и его матрица. Собственные числа и векторы линейного оператора (матрицы). Линейные и квадратичные формы. | 6 | ОК-7, ОПК-3 |
| 4. | 4. | Множество комплексных чисел. Формы представления комплексных чисел. комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Функции комплексного переменного, их представление в алгебраической и показательной формах. | 10 | ОК-7, ОПК-3 |



Согласована на портале № 15370

**9. Самостоятельная работа**

| № п/п | № раздела дисциплины из табл. 5.1 | Тематика самостоятельной работы *(детализация)* | Трудоемкость (час.) | Компетенции ОК, ПК | Контроль выполнения работы |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 1. | Изучение теоретического материала, решение задач. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка к контрольной работе. Темы: Элементы теории линейных пространств. Матрицы, определители, системы линейных алгебраических уравнений | 25 | ОК-7, ОПК-3 | Опрос на лекции, практическом занятии. Коллоквиум. Контрольные работы. Экзамен. |
| 2. | 2. | Изучение теоретического материала, решение задач. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка к контрольной работе. Темы: Элементы векторной алгебры. Основы аналитической геометрии. | 25 | ОК-7, ОПК-3 | Опрос на лекции, практическом занятии. Коллоквиум. Индивидуальное задание. Контрольная работа. Экзамен. |
| 3. | 3. | Изучение теоретического материала, решение задач. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка к коллоквиуму. Темы: Линейный оператор и его матрица. Собственные числа и векторы линейного оператора (матрицы). Линейные и квадратичные формы. | 10 | ОК-7, ОПК-3 | Опрос на лекции, практическом занятии. Контрольная работа. Экзамен. |
| 4. | 4. | Изучение теоретического материала, решение задач. Подготовка к практическим занятиям. Темы: Множество комплексных чисел. Формы представления комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Функции комплексного переменного, их представление в алгебраической и показательной формах. | 20 | ОК-7, ОПК-3 | Опрос на лекции, практическом занятии. Экзамен. |
| 5. | | Подготовка и сдача экзамена | 36 | | Оценка на экзамене |

**10. Примерная тематика курсовых проектов (работ)**не предусмотрено



Согласована на портале № 15370

**11. Рейтинговая система для оценки успеваемости студентов**

**Таблица 11.1** Балльные оценки для элементов контроля.

| | Максимальный балл на 1 к.т. | Максимальный балл между 1 и 2 к.т. | Максимальный балл между 2 -й к.т. и на конец семестра | Всего за семестр |
|---|---|---|---|---|
| Контрольные работы, тесты. | 10 | 15 | 15 | 40 |
| Индивидуальное задание | | | 10 | 10 |
| Коллоквиум. | 5 | 5 | | 10 |
| Работа на практических занятиях | | | 10 | 10 |
| Итого максимум за период: | 15 | 27 | 28 | 70 |
| Сдача экзамена (максимум) | | | | 30 |
| Нарастающим итогом: | 15 | 42 | 70 | 100 |

**Таблица 11.2** Пересчет баллов в оценки за контрольные точки

| **Баллы на дату контрольной точки** | **Оценка** |
|---|---|
| ≥ 90 % от максимальной суммы баллов на дату КТ | 5 |
| От 70% до 89% от максимальной суммы баллов на дату КТ | 4 |
| От 50% до 69% от максимальной суммы баллов на дату КТ | 3 |
| < 50 % от максимальной суммы баллов на дату КТ | 2 |

**Таблица 11.3** Пересчет суммы баллов в традиционную и международную оценку

| **Оценка (ГОС)** | **Итоговая сумма баллов** (учитывает успешно сданный экзамен) | **Оценка (ECTS)** |
|---|---|---|
| 5 (отлично) (зачтено) | 90 - 100 | A (отлично) |
| 4 (хорошо) (зачтено) | 85 – 89 | B (очень хорошо) |
| | 75 – 84 | C (хорошо) |
| | 70 - 74 | D (удовлетворительно) |
| 3 (удовлетворительно) (зачтено) | 65 – 69 | |
| | 50 - 64 | E (посредственно) |
| 2 (неудовлетворительно), (не зачтено) | Ниже 50 баллов | F (неудовлетворительно) |



Согласована на портале № 15370

**12. Учебно-методические материалы по дисциплине.**

**12.1** Основная литература.

1. Бугров Я.С. Высшая математика: учебник для вузов: В 3 т. / Я.С. Бугров, С.М. Никольский; ред. В.А. Садовничий. Т. 1 : Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.- 8-е изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2006. - 284[4] с. (31 экз.)
2. Горлач Б.А.Линейная алгебра **,** учебное пособие, **:** 1-е изд., Изд-во:Лань, 2012г.,480с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=40423.
Курош А.Г**.**Курс высшей алгебры, учебник,19-е изд , Изд-во:Лань, 2013г.,432с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=527
4. Привалов И.И. Аналитическая геометрия: Учебник для вузов. 38-е изд., 2007г., 304с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=321
5. Магазинников Л.И. Высшая математика I. Практикум по линейной алгебре и аналитической геометрии: Учебное пособие / Л.И. Магазинников, А.Л. Магазинникова; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск: ТУСУР, 2007. - 163 с. (97 экз.)
6.Магазинникова А.Л., Магазинноков Л.И., Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (Томск). - Электрон. текстовые дан. - Томск : [б. и.], 2010. - on-line, 176 с.
http://edu.tusur.ru/training/publications/2244

**12.2** Дополнительная литература.

1. Гриншпон И.Э. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия (для экономических специальностей). Учебное пособие. / И.Э. Гриншпон, Л.А. Гутова, Л.И. Магазинников, А.Л. Магазинникова; Федеральное агентство по образованию, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск: ТУСУР, 2007. - 247 с. **Экземпляры всего**:103 экз.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. – 5-е изд, - М.: Айрис-Пресс, 2007. - 602 с. (7 экз.)

**12.3. Учебно-методические пособия и требуемое программное обеспечение.**

***Практические занятия проводятся по учебным пособиям:***

1. Бугров Я.С. Высшая математика: учебник для вузов: В 3 т. / Я.С. Бугров, С.М. Никольский; ред. В.А. Садовничий. Т. 1 : Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.- 8-е изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2006. - 284[4] с. (31 экз.)
2. Магазинников Л.И. Высшая математика I. Практикум по линейной алгебре и аналитической геометрии: Учебное пособие / Л.И. Магазинников, А.Л. Магазинникова; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск: ТУСУР, 2007. - 163 с. (97 экз.)
3.Магазинникова А.Л., Магазинноков Л.И., Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (Томск). - Электрон. текстовые дан. - Томск : [б. и.], 2010. - on-line, 176 с.
http://edu.tusur.ru/training/publications/2244



Согласована на портале № 15370

***Задания на контрольные работы и индивидуальные задания приведены в каждом из следующих учебных пособий:***

1. Бугров Я.С. Высшая математика: учебник для вузов: В 3 т. / Я.С. Бугров, С.М. Никольский; ред. В.А. Садовничий. Т. 1 : Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.- 8-е изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2006. - 284[4] с. (31 экз.)
2. Магазинников Л.И. Высшая математика I. Практикум по линейной алгебре и аналитической геометрии: Учебное пособие / Л.И. Магазинников, А.Л. Магазинникова; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск: ТУСУР, 2007. - 163 с. (97 экз.)
3.Магазинникова А.Л., Магазинноков Л.И., Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (Томск). - Электрон. текстовые дан. - Томск : [б. и.], 2010. - on-line, 176 с.
http://edu.tusur.ru/training/publications/2244

***Программное обеспечение.***Система дистанционного образования MOODLE(методические материалы: текстовые, аудио и видеофайлы, индивидуальные задания, тесты и т.д.),
Mathcad, Octave.

**12.4Необходимые базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**_____

**13. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Возможность работать в компьютерном классе из расчёта один компьютер на студента. Лекционные аудитории, оснащённые техникой для мультимедийных презентаций. Возможность работать на практических занятиях с применением устройств «Символ-Тест» для самоконтроля.

**14. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины**

Тестирование проводится как на лекционных, так и на практических занятиях по всем разделам курса.

Темы контрольных работ.

| | |
|---|---|
| 1 | Контрольная работа №1 «Матрицы, определители» |
| 2 | Контрольная работа №2. «Системы линейных алгебраических уравнений» |
| 3 | Контрольная работа №3. «Векторная алгебра» |
| 4 | Контрольная работа №4. «Линейный оператор» |
| 5 | Контрольная работа №5. «Прямая на плоскости. Плоскость» |

Темы индивидуальных заданий

| | |
|---|---|
| 1 | Индивидуальное задание по теме «Кривые второго порядка». |

БИБЛИОТЕКА ТУСУР



Согласована на портале № 15370

**Приложение к рабочей программе**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)

**УТВЕРЖДАЮ**
**Проректор по учебной работе**
_____ **П. Е. Троян**

«  » 2016 г.

# ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

**Уровень основной образовательной программы** академический бакалавриат

**Направление подготовки** 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи

**Профиль** Оптические системы и сети связи

**Форма обучения** очная

**Факультет** Радиотехнический (РТФ)

**Кафедра** Сверхвысокочастотной и квантовой радиотехники (СВЧ и КР)

**Курс** 1 **Семестр** 1

**Учебный план набора 2013, 2014, 2015 года.**

**Зачет** не предусмотрен **Диф. зачет** не предусмотрен

**Экзамен** 1 семестр

**Томск 2016**



Согласована на портале № 15370

# 1 Введение

Фонд оценочных средств (ФОС) является приложением к рабочей программе дисциплины и представляет собой совокупность контрольно-измерительных материалов (типовые задачи (задания), контрольные работы, тесты и др.) и методов их использования, предназначенных для измерения уровня достижения студентом установленных результатов обучения. ФОС по дисциплине (практике) используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов. Перечень закрепленных за дисциплиной компетенций приведен в таблице 1.

**Таблица 1 – Перечень закрепленных за дисциплиной компетенций**

| Код | Формулировка компетенции | Этапы формирования компетенции |
|---|---|---|
| **ОК-7** | способность к самоорганизации и самообразованию | **Должен знать** основные понятия линейной алгебры и аналитической геометрии; методы, способы и средства получения, хранения, переработки математической информации, принятые в линейной алгебре и аналитической геометрии, включая методы решения типовых задач линейной алгебры и аналитической геометрии.<br>**Должен уметь** применять методы, способы и средства получения, хранения, переработки математической информации, принятые в линейной алгебре и аналитической геометрии, для решения типовых задач, для освоения других дисциплин, предусмотренных учебным планом, и решения профессиональных задач. Пользоваться при необходимости математической литературой.<br>**Должен владеть** методами, способами и средствами получения, хранения, переработки математической информации, принятыми в линейной алгебре и аналитической геометрии, включая основные методы решения типовых задач; навыками самоорганизации и самообразования для изучения вопросов, касающихся линейной алгебры и аналитической геометрии. |
| **ОПК-3** | способность владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации | |

# 2 Реализация компетенций

## 1 Компетенция ОК-7

**ОК-7: способность к самоорганизации и самообразованию.**

Для формирования компетенции необходимо осуществить ряд этапов. Этапы формирования компетенции, применяемые для этого виды занятий и используемые средства оценивания представлены в таблице 2.



Согласована на портале № 15370

**Таблица 2 – Этапы формирования компетенции и используемые средства оценивания**

| Состав | Знать | Уметь | Владеть |
|---|---|---|---|
| **Содержание этапов** | Знает основные понятия линейной алгебры и аналитической геометрии; методы, способы и средства получения, хранения, переработки математической информации, принятые в линейной алгебре и аналитической геометрии, включая методы решения типовых задач линейной алгебры и аналитической геометрии. | Умеет применять методы, способы и средства получения, хранения, переработки математической информации, принятые в линейной алгебре и аналитической геометрии, для решения типовых задач, для освоения других дисциплин, предусмотренных учебным планом, и решения профессиональных задач. Пользоваться при необходимости математической литературой. | Владеет методами, способами и средствами получения, хранения, переработки математической информации, принятыми в линейной алгебре и аналитической геометрии, включая основные методы решения типовых задач; навыками самоорганизации и самообразования для изучения вопросов, касающихся линейной алгебры и аналитической геометрии. |
| **Виды занятий** | • Лекции;<br>• Практические занятия;<br>• Семинары;<br>• Групповые консультации;<br>• Самостоятельная работа студентов; | • Практические занятия;<br>• Групповые консультации;<br>• Выполнение домашнего задания;<br>• Самостоятельная работа студентов; | • Практические занятия;<br>• Групповые консультации;<br>• Выполнение индивидуального задания;<br>• Самостоятельная работа студентов; |



Согласована на портале № 15370

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Используемые средства оценивания** | • Тест;<br>• Сообщение на семинаре;<br>• Ответ на коллоквиуме;<br>• Контрольная работа;<br>• Экзамен; | • Контрольная работа;<br>• Оформление домашнего задания;<br>• Конспект материала, вынесенного на самостоятельную работу;<br>• Экзамен; | • Контрольная работа;<br>• Оформление и защита индивидуального задания;<br>• Экзамен. |

Общие характеристики показателей и критериев оценивания компетенции на всех этапах приведены в таблице 3.

**Таблица 3 – Общие характеристики показателей и критериев оценивания компетенции по этапам**

| **Показатели и критерии** | **Знать** | **Уметь** | **Владеть** |
|---|---|---|---|
| **Отлично (высокий уровень)** | Обладает системными и глубокими знаниями в пределах изучаемой дисциплины с пониманием границ применимости | Обладает диапазоном практических умений, требуемых для развития творческих решений, абстрагирования проблем | Контролирует выполняемую работу, проводит оценку выполненной работы, модифицирует этапы работы |
| **Хорошо (базовый уровень)** | Обладает знаниями основных понятий на уровне определений и взаимосвязей между ними в пределах изучаемой дисциплины | Обладает диапазоном практических умений, требуемых для решения типовых задач с элементами исследования | Оперирует основными методами решения задач и исследований |
| **Удовлетворительно (пороговый уровень)** | Обладает знаниями основных понятий на уровне названий и обозначений, алгоритмов решения типовых задач | Обладает основными умениями, требуемыми для выполнения простых типовых задач | Работает при прямом наблюдении и контроле |

Формулировка показателей и критериев оценивания данной компетенции приведена в таблице 4.



Согласована на портале № 15370

**Таблица 4 – Показатели и критерии оценивания компетенции на этапах**

| Показатели и критерии | Знать | Уметь | Владеть |
|---|---|---|---|
| **Отлично (высокий уровень)** | • раскрывает сущность математических понятий, проводит их характеристику;<br>• анализирует связи между различными математическими понятиями;<br>• обосновывает выбор математического метода, план, этапы решения задачи; | • свободно применяет методы решения задач в незнакомых ситуациях;<br>• умеет математически показать и аргументированно доказать положения изучаемой дисциплины; | • свободно оперирует методами изучаемой дисциплины;<br>• организует коллективное выполнение работы, затрагивающей изучаемую дисциплину;<br>• свободно владеет разными способами представления математической информации. |
| **Хорошо (базовый уровень)** | • дает определения основных понятий и приводит примеры их применения;<br>• понимает связи между различными понятиями;<br>• аргументирует выбор метода решения задачи;<br>• составляет план решения задачи; | • способен различить стандартные и новые ситуации при решении задач;<br>• умеет корректно выражать и аргументированно обосновывать положения изучаемой дисциплины; | • критически осмысливает полученные знания;<br>• способен работать в коллективе, задачи которого затрагивают изучаемую дисциплину; |



Согласована на портале № 15370

| Показатели и критерии | Знать | Уметь | Владеть |
|---|---|---|---|
| **Удовлетворительно (пороговый уровень)** | • воспроизводит основные факты, идеи;<br>• распознает основные математические объекты;<br>• знает алгоритмы решения типовых задач; | • умеет применять алгоритмы решения типовых задач на практике;<br>• умеет работать со справочной литературой;<br>• умеет оформлять результаты своей работы; | • поддерживает разговор на темы изучаемой дисциплины;<br>• владеет основной терминологией изучаемой дисциплины. |

## 2 Компетенция ОПК-3

**ОПК-3: способность владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации.**

Для формирования компетенции необходимо осуществить ряд этапов. Этапы формирования компетенции, применяемые для этого виды занятий и используемые средства оценивания представлены в таблице 5.

**Таблица 5 – Этапы формирования компетенции и используемые средства оценивания**

| Состав | Знать | Уметь | Владеть |
|---|---|---|---|
| **Содержание этапов** | Знает основные понятия линейной алгебры и аналитической геометрии; методы, способы и средства получения, хранения, переработки математической информации, принятые в линейной алгебре и аналитической геометрии, включая методы решения типовых задач линейной алгебры и аналитической геометрии. | Умеет применять методы, способы и средства получения, хранения, переработки математической информации, принятые в линейной алгебре и аналитической геометрии, для решения типовых задач, для освоения других дисциплин, предусмотренных учебным планом, и решения профессиональных задач. Пользоваться при необходимости математической литературой. | Владеет методами, способами и средствами получения, хранения, переработки математической информации, принятыми в линейной алгебре и аналитической геометрии, включая основные методы решения типовых задач; навыками самоорганизации и самообразования для изучения вопросов, касающихся линейной алгебры и аналитической геометрии. |



Согласована на портале № 15370

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Виды занятий** | • Лекции;<br>• Практические занятия;<br>• Семинары;<br>• Групповые консультации;<br>• Самостоятельная работа студентов; | • Практические занятия;<br>• Групповые консультации;<br>• Выполнение домашнего задания;<br>• Самостоятельная работа студентов; | • Практические занятия;<br>• Групповые консультации;<br>• Выполнение индивидуального задания;<br>• Самостоятельная работа студентов; |
| **Используемые средства оценивания** | • Тест;<br>• Сообщение на семинаре;<br>• Ответ на коллоквиуме;<br>• Контрольная работа;<br>• Экзамен; | • Контрольная работа;<br>• Оформление домашнего задания;<br>• Конспект материала, вынесенного на самостоятельную работу;<br>• Экзамен; | • Контрольная работа;<br>• Оформление и защита индивидуального задания;<br>• Экзамен. |



Согласована на портале № 15370

Общие характеристики показателей и критериев оценивания компетенции на всех этапах приведены в таблице 6.

**Таблица 6 – Общие характеристики показателей и критериев оценивания компетенции по этапам**

| **Показатели и критерии** | **Знать** | **Уметь** | **Владеть** |
|---|---|---|---|
| **Отлично (высокий уровень)** | Обладает системными и глубокими знаниями в пределах изучаемой дисциплины с пониманием границ применимости | Обладает диапазоном практических умений, требуемых для развития творческих решений, абстрагирования проблем | Контролирует выполняемую работу, проводит оценку выполненной работы, модифицирует этапы работы |
| **Хорошо (базовый уровень)** | Обладает знаниями основных понятий на уровне определений и взаимосвязей между ними в пределах изучаемой дисциплины | Обладает диапазоном практических умений, требуемых для решения типовых задач с элементами исследования | Оперирует основными методами решения задач и исследований |
| **Удовлетворительно (пороговый уровень)** | Обладает знаниями основных понятий на уровне названий и обозначений, алгоритмов решения типовых задач | Обладает основными умениями, требуемыми для выполнения простых типовых задач | Работает при прямом наблюдении и контроле |

Формулировка показателей и критериев оценивания данной компетенции приведена в таблице 7.



Согласована на портале № 15370

**Таблица 7 – Показатели и критерии оценивания компетенции на этапах**

| **Показатели и критерии** | **Знать** | **Уметь** | **Владеть** |
|---|---|---|---|
| **Отлично (высокий уровень)** | • раскрывает сущность математических понятий, проводит их характеристику;<br>• анализирует связи между различными математическими понятиями;<br>• обосновывает выбор математического метода, план, этапы решения задачи; | • свободно применяет методы решения задач в незнакомых ситуациях;<br>• умеет математически показать и аргументированно доказать положения изучаемой дисциплины; | • свободно оперирует методами изучаемой дисциплины;<br>• организует коллективное выполнение работы, затрагивающей изучаемую дисциплину;<br>• свободно владеет разными способами представления математической информации. |
| **Хорошо (базовый уровень)** | • дает определения основных понятий и приводит примеры их применения;<br>• понимает связи между различными понятиями;<br>• аргументирует выбор метода решения задачи;<br>• составляет план решения задачи; | • способен различить стандартные и новые ситуации при решении задач;<br>• умеет корректно выражать и аргументированно обосновывать положения изучаемой дисциплины; | • критически осмысливает полученные знания;<br>• способен работать в коллективе, задачи которого затрагивают изучаемую дисциплину; |



Согласована на портале № 15370

| Показатели и критерии | Знать | Уметь | Владеть |
|---|---|---|---|
| **Удовлетворительно (пороговый уровень)** | • воспроизводит основные факты, идеи;<br>• распознает основные математические объекты;<br>• знает алгоритмы решения типовых задач; | • умеет применять алгоритмы решения типовых задач на практике;<br>• умеет работать со справочной литературой;<br>• умеет оформлять результаты своей работы; | • поддерживает разговор на темы изучаемой дисциплины;<br>• владеет основной терминологией изучаемой дисциплины. |



Согласована на портале № 15370

## 3 Типовые контрольные задания

Для реализации вышеперечисленных задач обучения используются следующие материалы: типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, в составе:

**Тест**: итоговый тест по элементарным знаниям и практическим навыкам

1. Найдите все корни уравнения $(x+4)(x^2+6x+13)(x^2+8x+16)=0$ и проведите их характеристику.

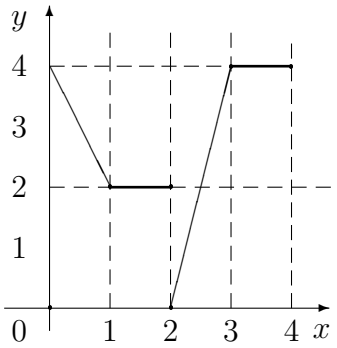
2. Запишите в тригонометрической и показательной формах число $z=\dfrac{1+\sqrt{3}\,i}{1+i}$.

3. Известно, что $\arg z=\pi-\operatorname{arctg}\dfrac{9}{2}$, $\operatorname{Im} z=9$. Запишите число $z$ в алгебраической форме.

4. Определите $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$, если $z=z_1+\bar{z}_1\cdot z_2$, $z_1=3+2i$, $z_2=1+i$.

---

5. На отрезке $[1,4]$ задана функция, график которой приведён на рисунке. Запишите аналитическое выражение этой функции.




6. Полярные координаты точки $A(-3,3)$ имеют вид ...

7. Уравнение $x^2+y^2+6x-10y=11$ определяет на плоскости ...

---

8. Найдите все собственные числа матрицы

$$A=\begin{bmatrix}5 & 2\\ 2 & 2\end{bmatrix}.$$

Для каждого собственного числа найдите отвечающий ему собственный вектор и сделайте проверку.

9. Линейный оператор $A: R_3 \to R_3$ действует по закону: $A[\mathbf{x}]=5\cdot\mathbf{x}$. Найдите матрицу этого оператора в базисе $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$.



Согласована на портале № 15370

10. Докажите, что вектор $\mathbf{c} = (3, -1)$ является собственным для матрицы $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -3 & -7 \end{bmatrix}$. Найдите отвечающее ему собственное число.

---

11. Проведите характеристику системы уравнений

$$\begin{cases} x_2 + 2x_3 = 0, \\ -x_1 + 3x_3 = 2, \\ 2x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$$

12. В системе уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 + 3x_5 = 0, \\ -x_2 - x_3 - x_4 + 4x_5 = 0, \\ x_3 - x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$

зависимыми неизвестными можно считать ... (Ответ обоснуйте).

13. Дана система уравнений

$$\begin{cases} x + 2y = 4, \\ 2x - 5y = 1. \end{cases}$$

Можно ли неизвестное $y$ найти по формулам Крамера? (Ответ обоснуйте). Если да, то запишите формулу Крамера для вычисления $y$ из данной системы уравнений.

14. Имеет ли система уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 + 3x_5 = 0, \\ -x_2 - x_3 - x_4 + 4x_5 = 0, \\ x_2 + 2x_3 - x_5 = 0 \end{cases}$$

нетривиальные решения? (Ответ обоснуйте). Если да, то укажите любое нетривиальное решение этой системы.

---

15. При каких значениях $\lambda$ векторы $\mathbf{a} = \lambda\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \lambda\mathbf{k}$ взаимно перпендикулярны?

16. Даны векторы $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = \mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{c} = 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$. Запишите выражения для:

1. $[\mathbf{a}, \mathbf{c}]$ 2. $(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$ 3. $(\mathbf{a}, \mathbf{c})$

17. Даны векторы $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}$, $\mathbf{b} = 3\mathbf{j}$. Подберите вектор $\mathbf{c}$ таким образом, чтобы $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ образовали правую тройку.

18. Какой угол образует вектор $\mathbf{a} = 4\mathbf{i} - 6\mathbf{k}$ с осью $OY$?

---

19. Вычислите $\begin{vmatrix} -5 & 0 & -11 & 2 \\ 3 & 5 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & -2 & 4 \\ -5 & 0 & -11 & 11 \end{vmatrix}$.



Согласована на портале № 15370

20. Даны матрицы

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \\ 9 & 7 & -5 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 0 \\ -1 & 7 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}.$$

Существуют ли матрицы $C = A \cdot B$, $D = B \cdot A$? Если да, то укажите размер $C$, $D$.

21. Матрицы $A$ и $B$ связаны соотношением $B = C \cdot A \cdot C^{-1}$. Выразите $A$ через $B$ и $C$.

22. Является ли матрица $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ обратной по отношению к матрице $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$.

---

**Контрольные работы** по темам:

1. Матрицы и определители. Линейная зависимость (независимость) систем векторов. Ранг матрицы;
2. Системы линейных алгебраических уравнений;
3. Алгебра геометрических векторов;
4. Линейный оператор;
5. Аналитическая геометрия.

*Демо-варианты контрольных работ.*

*Тема:* Матрицы и определители

**Вариант демо-1**

1(ДП1). Вычислить определитель

$$D = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 7 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & -1 \\ -3 & 0 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}.$$

2(491.РП). Решить матричное уравнение

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 6 & 10 \\ 7 & 21 \end{bmatrix}.$$

3. Даны векторы $\mathbf{a_1} = (1;1;2;0)$, $\mathbf{a_2} = (2;-3;-1;-5)$, $\mathbf{a_3} = (-4;2;-2;6)$, $\mathbf{a_4} = (3;-4;-1;7)$. Можно ли утверждать, что

а) вектор $\mathbf{a_3}$ линейно выражается через векторы $\mathbf{a_1}$ и $\mathbf{a_2}$?

б) вектор $\mathbf{a_4}$ линейно выражается через векторы $\mathbf{a_1}$ и $\mathbf{a_2}$?



Согласована на портале № 15370

### Вариант демо-2

1(225). Вычислить определитель

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 \\ 3 & 5 & -3 & 4 \\ 0 & 4 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}.$$

2. Решить систему уравнений матричным способом

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 5, \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 11, \\ 4x_2 - x_3 = 5. \end{cases}$$

3. Доказать, что третья строка матрицы

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 5 \\ 8 & 16 & 13 \end{bmatrix}$$

является линейной комбинацией первых двух.

### Вариант демо-3

1(0Б8). Вычислить определитель

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 4 \\ 6 & -13 & 15 & 18 \\ 3 & -6 & 9 & 21 \end{vmatrix}.$$

2(П79.РП). Решить матричное уравнение

$$X \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix} = 6 \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Являются ли строки матрицы $A$ линейно зависимыми?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 4 & 10 \end{bmatrix}.$$



Согласована на портале № 15370

*Тема:* Системы линейных алгебраических уравнений

## Вариант демо-1

1. Исследуйте и решите систему:

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = -3, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 3x_5 = -3, \\ -x_1 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 2, \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$$

2. Исследуйте и решите систему:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 0, \\ 14x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 0. \end{cases}$$

3. Докажите, что система имеет единственное решение. (3Т0). Неизвестное $x_4$ найдите по формулам Крамера.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 7x_3 - x_4 = 6, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 - 4x_3 - x_4 = 6, \\ x_1 + x_2 + 3x_4 = 3 \end{cases}$$

## Вариант демо-2

1. Исследуйте и решите систему:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + x_5 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 4x_5 = 0, \\ 2x_1 - 10x_2 + 6x_3 - 8x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$$

2. Исследуйте и решите систему:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + 2x_5 = -1. \end{cases}$$

3. Докажите, что система имеет единственное решение. (245). Неизвестное $x_3$ найдите по формулам Крамера.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 3, \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 7, \\ 4x_2 - x_3 + 3x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 3 \end{cases}$$



Согласована на портале № 15370

### Вариант демо-3

1. Исследуйте и решите систему:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 + x_5 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - 6x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 14x_4 + x_5 = 0, \\ 10x_1 + 3x_2 + 15x_3 - 7x_4 = 0. \end{cases}$$

2. Исследуйте и решите систему:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 - x_2 + 6x_3 - x_4 = 5. \end{cases}$$

3. Докажите, что система имеет единственное решение. (2Т8). Неизвестное $x_4$ найдите по формулам Крамера.

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 4, \\ 6x_1 - 13x_2 + 15x_3 + 18x_4 = 17, \\ 3x_1 - 6x_2 + 9x_3 + 21x_4 = 21 \end{cases}$$

*Тема:* Алгебра геометрических векторов

### Вариант демо-1

Дано $A(3;0;3)$, $B(5;2;2)$, $C(5;3;1)$, $D(-1;5;5)$. Найдите:

1. Угол (в градусах), образованный вектором $\mathbf{BC}$ с осью $OZ$;
2. $\text{Пр}_{\mathbf{AB}}\mathbf{CB}$;
3. Высоту пирамиды $ABCD$, опущенную из вершины $D$.

### Вариант демо-2

Дано $A(1;4;3)$, $B(3;0;-1)$, $C(3;1;-2)$, $D(1;-2;0)$. Найдите:

1. $\text{Пр}_{\mathbf{AB}}\mathbf{BC}$;
2. Угол (в градусах), образованный вектором $\mathbf{BC}$ с осью $OY$;
3. Высоту параллелепипеда, построенного на векторах $\mathbf{AD} + \mathbf{AC}$, $\mathbf{AB}$, $\mathbf{AD}$, если сторонами основания являются векторы $\mathbf{AB}$ и $\mathbf{AD}$.



Согласована на портале № 15370

### Вариант демо-3

Дано $A(3;4;4)$, $B(5;0;0)$, $C(5;1;-1)$, $D(3;-2;1)$. Найдите:

1. $\text{Пр}_{\mathbf{AB}}\mathbf{BC}$;
2. Высоту $\triangle ABC$, опущенную из вершины $D$;
3. $\left(\frac{1}{2}\mathbf{AB}, \mathbf{AD}, \frac{1}{3}\mathbf{CD}\right)$.

*Тема:* Линейный оператор

### Вариант демо-1

Линейный оператор $A$ действует в $R_3 \to R_3$ по закону

$$A[\mathbf{x}] = (4x_1 - 5x_2 + 2x_3, 5x_1 - 7x_2 + 3x_3, 6x_1 - 9x_2 + 4x_3),$$

где $\mathbf{x}(x_1, x_2, x_3)$ — произвольный вектор. (ТА1.РП). Найдите матрицу $A$ этого оператора в каноническом базисе. Найдите все собственные числа данного оператора. Для каждого собственного числа найдите по одному отвечающему ему собственному вектору. Выполните проверку.

### Вариант демо-2

Линейный оператор $A$ действует в $R_3 \to R_3$ по закону

$$A[\mathbf{x}] = (4x_1 - 2x_2 + 2x_3, 2x_2 + 2x_3, x_2 + x_3),$$

где $\mathbf{x}(x_1, x_2, x_3)$ — произвольный вектор из $R_3$. (492.РП). Найдите матрицу $A$ этого оператора в каноническом базисе. Найдите все собственные числа данного оператора. Для каждого собственного числа найдите по одному отвечающему ему собственному вектору. Выполните проверку.

### Вариант демо-3

Линейный оператор $A$ действует в $R_3 \to R_3$ по закону

$$A[\mathbf{x}] = (4x_1 + 5x_2 - 7x_3, -2x_2 + 4x_3, 3x_2 + 2x_3),$$

где $\mathbf{x}(x_1, x_2, x_3)$ — произвольный вектор. (Д13.РП). Найдите матрицу $A$ этого оператора в каноническом базисе. Найдите все собственные числа данного оператора. Для каждого собственного числа найдите по одному отвечающему ему собственному вектору. Выполните проверку.

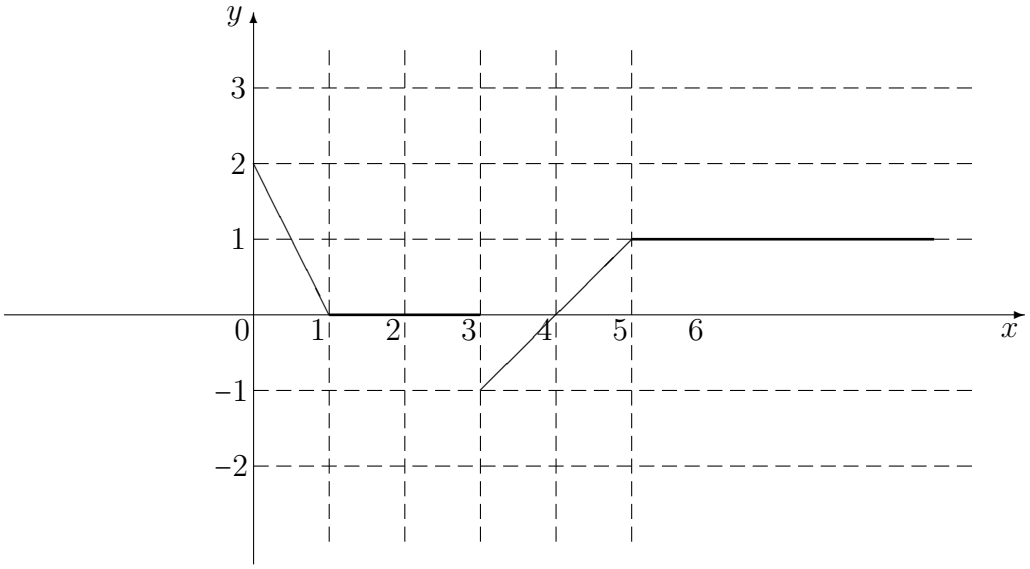


Согласована на портале № 15370

*Тема:* Аналитическая геометрия.

### Вариант демо-1

1. На промежутке $[0,+\infty)$ задана функция, график которой приведён на рисунке. Записать аналитическое выражение этой функции.




2. Определите, при каких значениях $a$ прямая $(a+2)x+(a^2-9)y+3a^2-8a+5=0$ параллельна оси абсцисс. В ответе укажите значения $a$ и уравнение прямой.

3. Найдите площадь треугольника, образованного прямой, проходящей через точки $M_1(6;4)$ и $M_2(-3;16)$, и координатными осями.

4. Запишите общее уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(0;-5;0)$ и $M_2(0;0;2)$ и перпендикулярной плоскости $x+5y+2z-10=0$. Постройте полученную плоскость.

5. Доказать, что прямые

$$L_1:\left\{\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-5}{4}\right. \quad \text{и} \quad L_2:\begin{cases} x=3t+7 \\ y=2t+2 \\ z=-2t+1 \end{cases}$$

лежат в одной плоскости и составить уравнение этой плоскости.

**Выполнение индивидуального задания** по теме: Кривые второго порядка.

### Вариант демо-1

1. Дана кривая $9x^2+25y^2-18x-150y+9=0$.

1. Доказать, что эта кривая — эллипс.



Согласована на портале № 15370

2(021.Б7). Найти координаты центра его симметрии.
3(631.Б7). Найти его большую и малую полуоси.
4(С91). Записать уравнение фокальной оси.
5. Построить данную кривую.

2. Дана кривая $x^2 - 10x + 2y + 25 = 0$.
1. Доказать, что данная кривая — парабола.
2(С11.Б7). Найти координаты её вершины.
3(221). Найти значение её параметра $p$.
4(СП1.Б7). Записать уравнение её оси симметрии.
5. Построить данную параболу.

3. Дана кривая $15x^2 - 20xy - 70x + 20y + 135 = 0$.
1. Доказать, что эта кривая — гипербола.
2(ПР1.Б7). Найти координаты её центра симметрии.
3(6Р1.Б7). Найти действительную и мнимую полуоси.
4(АП1.Б7). Записать общее уравнение фокальной оси.
5. Построить данную гиперболу.

**Темы лабораторных работ**: не предусмотрены.

**Темы для самостоятельной работы**:

1. Комплексные числа и действия над ними;
2. Математические структуры;
3. Евклидовы пространства;
4. Алгебра геометрических векторов.

**Темы курсового проекта**: не предусмотрен.

**Темы семинаров**:

1. Математические структуры;
2. Евклидовы пространства;
3. Алгебра геометрических векторов.

**Темы коллоквиума**:

1. Элементы теории линейных пространств. Матрицы, определители, системы линейных алгебраических уравнений;
2. Элементы векторной алгебры. Основы аналитической геометрии;
3. Функции в линейных пространствах;
4. Комплексные числа. Функции комплексного переменного.



Согласована на портале № 15370

**Темы домашних заданий**:

1. Элементы теории линейных пространств. Матрицы, определители, системы линейных алгебраических уравнений;
2. Элементы векторной алгебры. Основы аналитической геометрии;
3. Функции в линейных пространствах;
4. Комплексные числа. Функции комплексного переменного.

**Экзаменационные вопросы**:

1. Дайте определение матрицы размера $m \times n$. Как применяли матрицы в данном курсе?
2. Дайте определения квадратной, треугольной, диагональной, единичной и трапецеидальной матриц.
3. Какие матрицы называются согласованными по размерам?
4. Опишите операцию умножения матриц.
5. Сопоставьте матричные выражения $A \cdot B$ и $B \cdot A$.
6. Опишите операцию транспонирования матрицы.
7. Для каких матриц вводится понятие определителя? Как применяли определители в данном курсе?
8. В каких случаях удобно вычислять определитель по определению?
9. Опишите вычисление определителя порядка 2 по определению.
10. Опишите вычисление определителя порядка 3 по определению.
11. Сформулируйте свойства определителей.
12. Дайте определение минора $M_{ij}$. Сформулируйте теорему о связи минора и алгебраического дополнения.
13. Опишите вычисление определителя порядка $n$ методом разложения по элементам строки (столбца).
14. Дайте определение обратной матрицы. Как применяли обратную матрицу в данном курсе?
15. Какие матрицы имеют обратную? Как найти элемент $b_{ij}$ обратной матрицы?
16. Как найти матрицу $X$ из уравнения $A \cdot X = B$, если $\det A \neq 0$?
17. Как найти матрицу $X$ из уравнения $X \cdot A = B$, если $\det A \neq 0$?
18. Приведите примеры линейных пространств (с обоснованием).
19. Дайте определение базиса $n$-мерного линейного пространства.



Согласована на портале № 15370

20. Дайте определение координат вектора в линейном пространстве.

21. Теорема о сведении операций над векторами к операциям над их координатами.

22. Дайте определение минора порядка $m$ матрицы $A$.

23. Дайте определение ранга матрицы.

24. Дайте определение базисного минора, базисных строк и столбцов матрицы.

25. Сформулируйте теорему о базисном миноре.

26. Сформулируйте правила, позволяющие определить линейно зависимы строки (столбцы) матрицы или нет.

27. Сформулируйте правило, позволяющее определить, является ли данная строка матрицы линейной комбинацией других строк или нет.

28. Сформулируйте теорему о необходимых и достаточных условиях равенства нулю определителя.

29. Назовите преобразования матрицы, не меняющие её ранга.

30. Опишите практический способ отыскания ранга матрицы.

31. Дайте определение подпространства.

32. Какое линейное пространство называется евклидовым?

33. Какие два вектора из $E_n$ называются ортогональными?

34. Как строится матрица перехода от одного базиса к другому?

35. Запишите формулы, связывающие координаты одного и того же вектора в двух базисах (в матричной форме).

36. Укажите свойства матрицы перехода от одного ортонормированного базиса к другому.

37. Запишите формулы, связывающие координаты одного и того же вектора в двух ортонормированных базисах.

38. Какие формы записи систем линейных уравнений Вы знаете? Запишите систему в матричной форме.

39. Дайте определение решения системы.

40. Дайте определения совместных, несовместных, определенных и неопределенных систем.

41. Сформулируйте теорему о совместности произвольной системы линейных уравнений.

42. Какие две системы называются эквивалентными?

43. Однородные СЛАУ. Опишите особые свойства таких систем.

44. Для каких систем линейных уравнений применимо правило Крамера? Запишите формулы Крамера.



Согласована на портале № 15370

45. Как выяснить, что система является определенной или неопределенной?

46. Какие неизвестные системы называют свободными, а какие — зависимыми? Для каких систем возможна такая классификация?

47. Дайте определение общего и частного решений системы. Для каких систем вводятся эти понятия?

48. Сформулируйте две теоремы о существовании нетривиальных решений однородной системы.

49. Дайте определение фундаментальной системы решений однородной системы линейных уравнений. Сколько решений содержит ф.с.р.?

50. Характеристика и решение определённых систем.

51. Характеристика и решение неопределённых систем.

52. Характеристика и решение однородных систем.

53. Дайте определение геометрического вектора $\mathbf{AB}$, его модуля $|\mathbf{AB}|$ и нулевого вектора.

54. Как определяется операция сложения геометрических векторов $\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3 + \ldots + \mathbf{a}_n$?

55. Как определяется операция умножения вектора на число? Её геометрический смысл.

56. Дайте определение коллинеарных векторов. Как, зная координаты двух векторов, определить коллинеарны они или нет?

57. Какая система векторов называется компланарной?

58. Понятие декартовой системы координат. Как называют оси в декартовой системе координат (двумерный и трёхмерный случай)?

59. Понятие радиуса-вектора точки и координат точки. Как найти координаты вектора, зная координаты его конца и начала?

60. Как найти координаты середины отрезка $AB$ на плоскости и в трёхмерном пространстве?

61. Понятие проекции точки на ось и проекции вектора на ось. Чему равна проекция вектора $\mathbf{AB}$ на ось $\mathbf{e}$, если $(\mathbf{AB}\hat{,}\mathbf{e}) = \varphi$?

62. Дайте определение скалярного произведения геометрических векторов. Его свойства.

63. Как узнать, используя скалярное произведение, какой угол (прямой, тупой или острый) образуют векторы $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$?

64. Запишите формулы вычисления скалярного произведения $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$, если известны декартовы координаты векторов $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$?

65. Как, используя понятие скалярного произведения, найти длину вектора и расстояние между двумя точками?

66. Как найти $\mathrm{Пр}_{\mathbf{a}}\mathbf{b}$, $\cos(\mathbf{a}\hat{,}\mathbf{b})$?

67. Дайте определение направляющих косинусов вектора. Как их найти?



Согласована на портале № 15370

68. Понятие орта вектора. Как найти координаты орта вектора?

69. Понятие правой и левой связки двух векторов. Понятие левой и правой тройки векторов.

70. Дайте определение векторного произведения геометрических векторов $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$.

71. Свойства векторного произведения.

72. Геометрический смысл $|[\mathbf{a}, \mathbf{b}]|$.

73. Формула вычисления векторного произведения, если известны декартовы координаты векторов.

74. Как определить направление вектора $\mathbf{c} = [\mathbf{a}, \mathbf{b}]$, если направления векторов $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ известны?

75. Дайте определение смешанного произведения трех векторов.

76. Геометрический смысл $|(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})|$, и знака $(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$.

77. Как узнать компланарна тройка векторов ($\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$) или нет, используя понятие смешанного произведения?

78. Формула вычисления смешанного произведения векторов по их известным декартовым координатам.

79. Понятие функции $f : X \subseteq R_n \to Y \subseteq R_m$. Термины, связанные с понятием функции. Как называют множества $X$ и $Y$?

80. Охарактеризуйте четыре класса функций (в зависимости от значений $m$, $n$).

81. Определение линейного оператора $A : R_n \to R_m$.

82. Как строится матрица линейного оператора $A : R_n \to R_m$?

83. Как найти координаты вектора $A[\mathbf{x}]$, зная матрицу оператора $A : R_n \to R_m$?

84. Запишите матрицы линейных операторов $A : R_1 \to R_1$, $A : R_n \to R_1$, $A : R_1 \to R_n$, $A : R_n \to R_n$.

85. Дайте определение композиции двух линейных операторов. Как найти матрицу композиции двух линейных операторов?

86. Дайте определение собственных чисел и собственных векторов линейного оператора.

87. Запишите характеристическое уравнение матрицы $A$.

88. Опишите процесс отыскания собственных чисел матрицы $A$.

89. Опишите процесс отыскания собственных векторов матрицы $A$.

90. Запишите общий вид линейной формы для $R_n$ (в частности, при $n = 2$, $n = 3$). Матрица линейной формы.

91. Запишите общий вид квадратичной формы при $n = 2$, $n = 3$. Матрица квадратичной формы.

92. Дайте определение уравнения плоской кривой относительно декартовой системы координат. Какие кривые изучены в данном курсе?



Согласована на портале № 15370

93. Дайте определение окружности. Запишите уравнение окружности радиуса $R$ с центром в начале координат и в точке $(x_0, y_0)$.

94. Запишите параметрические уравнения окружности.

95. Охарактеризуйте и изобразите на рисунке прямые на плоскости, заданные неполными уравнениями: $x = 0$, $y = 0$, $x = C$, $y = C$, $Ax + By = 0$.

96. Запишите уравнение прямой, проходящей через две данные точки на плоскости.

97. Запишите уравнение прямой с угловым коэффициентом, охарактеризуйте его коэффициенты.

98. Как охарактеризовать взаимное расположение двух прямых

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0, \qquad A_2x + B_2y + C_2 = 0?$$

99. Как охарактеризовать взаимное расположение на плоскости двух прямых, если известны их направляющие векторы?

100. Понятие криволинейных координат. Назовите изученные системы криволинейных координат на плоскости и в пространстве.

101. Опишите полярную систему координат. Координатные линии полярной системы.

102. Запишите (получите) формулы, выражающие декартовы координаты точки через полярные.

103. Запишите формулы, выражающие полярные координаты точки через декартовы.

104. Дайте определение эллипса. Запишите каноническое уравнение эллипса. Объясните выбор декартовой системы координат. Изобразите эллипс на рисунке.

105. Дайте определение гиперболы. Запишите каноническое уравнение гиперболы. Изобразите гиперболу на рисунке.

106. Дайте определение параболы. Запишите каноническое уравнение параболы. Изобразите параболу на рисунке.

107. Опишите цилиндрическую систему координат. Координатные поверхности цилиндрической системы координат.

108. Запишите (получите) формулы, выражающие декартовы координаты точки через цилиндрические.

109. Опишите сферическую систему координат. Координатные поверхности сферической системы координат.

110. Запишите (получите) формулы, выражающие декартовы координаты точки через сферические.

111. Дайте определение уравнения поверхности относительно декартовой системы координат. Какие поверхности изучены в данном курсе?

112. Дайте определение сферы. Запишите уравнение сферы с центром в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ радиуса $R$.



Согласована на портале № 15370

113. Запишите неполные уравнения плоскостей. Как расположены плоскости, которые они определяют?

114. Метод сечений. Как его применяют для исследования поверхностей? Показать на примере.

115. Охарактеризуйте поверхности, задаваемые уравнениями вида $F(x, y) = 0$, $F(x, z) = 0$, $F(y, z) = 0$.

116. Запишите в векторной и координатной формах общее уравнение плоскости. Охарактеризуйте его коэффициенты.

117. Запишите в векторной и координатной формах уравнение плоскости по двум направляющим векторам и точке.

118. Как записать уравнение плоскости по трём точкам?

119. Как охарактеризовать взаимное расположение двух плоскостей?

120. Укажите способы задания кривой в пространстве.

121. Параметрические уравнения прямой в пространстве.

122. Общие уравнения прямой в пространстве. Как из них определить направляющий вектор прямой?

123. Запишите уравнения прямой по двум точкам в пространстве.

124. Как охарактеризовать взаимное расположение двух прямых в пространстве?

125. Множество комплексных чисел. Понятие комплексного числа. Мнимые числа.

126. Понятие корня многочлена. Количество корней многочлена степени $n$.

127. Разложение на множители многочлена степени n с вещественными коэффициентами. Характеристика корней этого многочлена.

128. Алгебраическая форма представления комплексных чисел. Как вводится операция сложения комплексных чисел?

129. Как вводятся операции умножения и деления комплексных чисел в алгебраической форме?

130. Комплексная плоскость. Изображение комплексных чисел в алгебраической форме на плоскости.

131. Сопряжённые комплексные числа в алгебраической и тригонометрической (показательной) формах.

132. Дайте определение модуля, главного значения аргумента и аргумента комплексного числа.

133. Как найти $|z|$, $\arg(z)$, если задано число $z$ в алгебраической форме?

134. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Как изобразить на плоскости комплексные числа в тригонометрической (показательной) формах?

135. Сформулируйте (докажите) теорему об умножении и делении комплексных чисел, записанных в тригонометрической и показательной формах.



Согласована на портале № 15370

136. Дайте определение $\sqrt[n]{z}$. Запишите формулу для отыскания $\sqrt[n]{z}$.

137. Приведите примеры кривых и фигур на комплексной плоскости (записать уравнения, изобразить на рисунке). Окружности на комплексной плоскости.

138. Опишите, как вводится символ $\infty$ на комплексной плоскости. Окрестность бесконечно удалённой точки (записать в виде неравенства, изобразить на рисунке).

139. Как вводится операция $e^z$ для комплексных значений $z$?

140. Дайте определение логарифма комплексного числа. Запишите (получите) формулу для его вычисления. Главное значение логарифма комплексного числа.

141. Как вводятся операции $\sin z$, $\cos z$, $\operatorname{tg} z$, $\operatorname{ctg} z$, $\operatorname{sh} z$, $\operatorname{ch} z$ для комплексных $z$?

142. Запишите формулы $\sin(ix)$, $\cos(ix)$ для действительных $x$. Как они получены?

143. Дайте определение функции комплексной переменной $z$. Покажите, что задание функции $f(z)$ сводится к заданию двух функций $U(x, y)$, $V(x, y)$ на каком-нибудь примере.

## 4 Методические материалы

Для обеспечения процесса обучения и решения задач обучения используются следующие материалы:
методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций, в составе согласно пункту 12 рабочей программы:

**Основная литература**


1. Бугров Я.С. Высшая математика: учебник для вузов: В 3 т. / Я.С. Бугров, С.М. Никольский; ред. В.А. Садовничий. Т. 1 : Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.- 8-е изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2006. - 284[4] с. (31 экз.)

2. Горлач Б.А.Линейная алгебра , учебное пособие, : 1-е изд., Изд-во:Лань, 2012г.,480с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=40423.

3. Курош А.Г.Курс высшей алгебры, учебник,19-е изд , Изд-во:Лань, 2013г.,432с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=527

4. Привалов И.И. Аналитическая геометрия: Учебник для вузов. 38-е изд., 2007г., 304с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=321

5. Магазинников Л.И. Высшая математика I. Практикум по линейной алгебре и аналитической геометрии: Учебное пособие / Л.И. Магазинников, А.Л. Магазинникова; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск: ТУСУР, 2007. - 163 с. (97 экз.)

6. Магазинникова А.Л., Магазинноков Л.И.,Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (Томск). - Электрон. текстовые дан. - Томск : [б. и.], 2010. - on-line, 176 с. http://edu.tusur.ru/training/publications/2244




Согласована на портале № 15370

**Дополнительная литература**

1. Гриншпон И.Э. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия (для экономических специальностей). Учебное пособие. / И.Э. Гриншпон, Л.А. Гутова, Л.И. Магазинников, А.Л. Магазинникова; Федеральное агентство по образованию, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск: ТУСУР, 2007. - 247 с. Экземпляры всего: 103 экз.

2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. – 5-е изд, - М.: Айрис-Пресс, 2007. - 602 с. (7 экз.)

**Практические занятия проводятся по учебным пособиям:**

1. Бугров Я.С. Высшая математика: учебник для вузов: В 3 т. / Я.С. Бугров, С.М. Никольский; ред. В.А. Садовничий. Т. 1 : Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.- 8-е изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2006. - 284[4] с. (31 экз.)

2. Магазинников Л.И. Высшая математика I. Практикум по линейной алгебре и аналитической геометрии: Учебное пособие / Л.И. Магазинников, А.Л. Магазинникова; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск: ТУСУР, 2007. - 163 с. (97 экз.)

3. Магазинникова А.Л., Магазинников Л.И.,Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (Томск). - Электрон. текстовые дан. - Томск : [б. и.], 2010. - on-line, 176 с. http://edu.tusur.ru/training/publications/2244

методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций, в составе:

**Задания на контрольные работы и индивидуальные задания приведены в каждом из следующих учебных пособий:**

1. Бугров Я.С. Высшая математика: учебник для вузов: В 3 т. / Я.С. Бугров, С.М. Никольский; ред. В.А. Садовничий. Т. 1 : Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.- 8-е изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2006. - 284[4] с. (31 экз.)

2. Магазинников Л.И. Высшая математика I. Практикум по линейной алгебре и аналитической геометрии: Учебное пособие / Л.И. Магазинников, А.Л. Магазинникова; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск: ТУСУР, 2007. - 163 с. (97 экз.)

3. Магазинникова А.Л., Магазинноков Л.И.,Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (Томск). - Электрон. текстовые дан. - Томск : [б. и.], 2010. - on-line, 176 с. http://edu.tusur.ru/training/publications/2244



Согласована на портале № 15370