

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)



**УТВЕРЖДАЮ:**

Документ подписан электронной подписью

Сертификат: 1с6сfa0a-52a6-4f49-aef0-5584d3fd4820

Владелец: Троян Павел Ефимович

Действителен: с 19.01.2016 по 16.09.2019

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Линейная алгебра и аналитическая геометрия**

Уровень основной образовательной программы бакалавриат

Направление(я) подготовки (специальность) 11.03.01 «Радиотехника»

Профиль(и) «Радиотехнические средства передачи, приема и обработки сигналов»

Форма обучения очно-заочная

Факультет ЗиВФ (заочный и вечерний факультет)

Кафедра СВЧ и КР(сверхвысокочастотной и квантовой радиотехники)

Курс 1

Семестр 1

Учебный план набора 2013г. и последующих лет

Распределение рабочего времени:

№	Виды учебной работы	Семестр 1	Семестр 2	Семестр 3	Семестр 4	Семестр 5	Семестр 6	Семестр 7	Семестр 8	Всего	Единицы
1	Лекции	28								28	часов
2	Лабораторные работы										часов
3	Практические занятия	28								28	часов
4	Курсовой проект/работа (КРС) (аудиторная)										часов
5	Всего аудиторных занятий (Сумма 1-4)	56								56	часов
6	Из них в интерактивной форме	12								12	часов
7	Самостоятельная работа студентов (СРС)	124								124	часов
8	Всего (без экзамена) (Сумма 5,7)	180								180	часов
9	Самост. работа на подготовку, сдачу экзамена	36								36	часов
10	Общая трудоемкость (Сумма 8,9)	216								216	часов
	(в зачетных единицах)	6								6	ЗЕТ

Зачет не предусмотрен

Диф. зачет не предусмотрен

Экзамен 1 семестр

Томск 2017

**Лист согласований**

Рабочая программа составлена с учетом требований Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки (специальности) 11.03.01 «Радиотехника», утвержденного 06.03.2015г., №179

рассмотрена и утверждена на заседании кафедры 5 октября 2017 г., протокол № 296.

Разработчик: зав. обеспечивающей кафедрой математики \_\_\_\_\_ А.Л. Магазинникова

Зав. обеспечивающей кафедрой математики \_\_\_\_\_ А.Л. Магазинникова

Рабочая программа согласована с факультетом, профилирующей и выпускающей кафедрами направления подготовки (специальности).

Декан ЗиВФ \_\_\_\_\_ И.В. Осипов

Зав. профилирующей кафедрой СВЧиКР \_\_\_\_\_ С.Н. Шарангович

Зав. выпускающей кафедрой СВЧиКР \_\_\_\_\_ С.Н. Шарангович

Эксперты:

профессор кафедры математики ТУСУР \_\_\_\_\_ А.А. Ельцов

профессор кафедры СВЧиКР ТУСУР \_\_\_\_\_ А.Е.Мандель.

**1. Цели и задачи дисциплины:** целью курса является изучение основных математических понятий и методов решения задач линейной алгебры и аналитической геометрии. В задачи курса входят: овладение методами исследования математических задач, развитие логического и алгоритмического мышления студентов, выработка у студентов умения работать с математической литературой.

**2. Место дисциплины в структуре ОПОП: линейная алгебра и геометрия** относится к базовой части дисциплин Б1.Б.5.1.. Для изучения курса необходимо твердое знание студентами базового курса математики средней школы. Линейная алгебра и геометрия призвана дать студентам знания и навыки, которые будут использоваться при изучении дисциплин профессионального цикла, в учебно-исследовательской и научно-исследовательской работе.

**3. Требования к результатам освоения дисциплины:**

процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-2-« Выпускник должен обладать способностью выявлять естественно-научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат»

В результате изучения дисциплины студент должен:

**знать** основы линейной алгебры и аналитической геометрии, соответствующий математический аппарат;

**уметь:** применять знания в области линейной алгебры и аналитической геометрии, соответствующий математический аппарат для решения типовых задач, для освоения других дисциплин, предусмотренных учебным планом, и решения профессиональных задач;

**владеть:** основными методами решения задач линейной алгебры и аналитической геометрии и соответствующим математическим аппаратом;

#### 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		1	2	3	
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	56	56			
В том числе:					
Лекции	28	28			
Лабораторные работы (ЛР)					
Практические занятия (ПЗ)	28	28			
Семинары (С)					
Коллоквиумы (К)	2	2			
Курсовой проект/(работа) (аудиторная нагрузка)					
<i>Другие виды аудиторной работы</i>					
Контрольные работы	4	4			
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	124	124			
В том числе:					
Курсовой проект (работа) (самостоятельная работа)					
Расчетно-графические работы					
Реферат					
<i>Другие виды самостоятельной работы</i>					
Подготовка к практическим занятиям	80	80			
Подготовка к контрольным работам	26	26			
Подготовка к коллоквиуму	18	18			
Вид промежуточной аттестации -экзамен	36	36			
Общая трудоемкость час	216	216			
Зачетные Единицы Трудоемкости	6	6			

## 5. Содержание дисциплины

### 5.1. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекции	Лаборат. занятия	Практич. занятия	Курсовой П/Р (КРС)	Самост. работа студента	Всего час. (без экзама)	Формируемые компетенции (ОК, ПК)
1.	Элементы теории линейных пространств. Матрицы, определители, системы линейных алгебраических уравнений	10		10		38	58	ОПК-2
2.	Элементы векторной алгебры. Основы аналитической геометрии.	10		10		38	58	ОПК-2
3.	Функции в линейных пространствах	6		4		30	40	ОПК-2
4.	Комплексные числа. Функции комплексного переменного	2		4		18	24	ОПК-2
	ВСЕГО	28		28		124	180	

### 5.2. Содержание разделов дисциплины (по лекциям)

№ п/п	Наименование разделов	Содержание разделов	Трудоемкость (час.)	Формируемые компетенции (ОК, ПК)
1.	Элементы теории линейных пространств. Матрицы, определители, системы линейных алгебраических уравнений	Матрицы и операции над ними. Определитель. Решение матричных уравнений. Линейная зависимость систем векторов. Размерность линейного пространства, базис и координаты. Системы линейных алгебраических уравнений. Совместность и определенность системы уравнений. Решение определенных систем: матричный метод, метод Крамера, метод Гаусса. Решение неопределенных систем. Решение однородных систем уравнений.	10	ОПК-2
2.	Элементы векторной алгебры. Основы аналитической геометрии.	Пространство геометрических векторов и его подпространства. Проекция вектора на ось. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Полярная система координат. Уравнение линии на плоскости. Прямая на плоскости как линия первого порядка. невырожденные кривые второго порядка на плоскости. Уравнение поверхности в пространстве. Плоскость в пространстве как поверхность первого порядка. Прямая в пространстве. Строение невырожденных поверхностей второго порядка в пространстве. Цилиндрическая и сферическая системы координат.	10	ОПК-2
3.	Функции в линейных пространствах.	Понятие функции (оператора) в линейных пространствах. Классификация функций в зависимости от размерности пространств. Элементарные свойства функций. Линейный оператор и его матрица. Собственные числа и векторы линейного оператора (матрицы). Линейные и квадратичные формы.	6	ОПК-2
4.	Комплексные числа. Функции комплексного переменного	Множество комплексных чисел. Формы представления комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Функции комплексного переменного, их представление в алгебраической и показательной формах.	2	ОПК-2

### 5.3. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечивающими (предыдущими) и обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечивающих (предыдущих) и обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов данной дисциплины из табл.5.1, для которых необходимо изучение обеспечивающих (предыдущих) и обеспечиваемых (последующих) дисциплин		
		1	2	3
<b>Предшествующие дисциплины</b>				
		+	+	+
<b>Последующие дисциплины</b>				
1	Основы функционального анализа	+	+	+
2	Дискретная математика	+	+	+
3	Теория вероятностей и математическая статистика	+	+	+
4	Физика	+	+	+
5	Информационные технологии	+	+	+
6	Инженерная и компьютерная графика	+	+	+
7	Основы теории электрических цепей	+	+	+
8	Метрология и радиоизмерения	+	+	+
9	Электроника	+	+	+
10	Схемотехника аналоговых электронных устройств	+	+	+
11	Радиоавтоматика	+	+	+
12	Цифровая обработка сигналов	+	+	+
13	Радиотехнические цепи и сигналы	+	+	+
14	Электродинамика и распространение радиоволн	+	+	+
15	Многоканальные цифровые системы передачи	+	+	+
16	Космические системы связи	+	+	+
17	Прикладные математические методы в радиотехнике	+	+	+
18	Математическое моделирование устройств радиоэлектронных систем	+	+	+

### 5.4. Соответствие компетенций, формируемых при изучении дисциплины, и видов занятий

Перечень компетенций	Виды занятий					Формы контроля
	Л	Лаб	Пр.	КР/КП	СРС	
ОПК-2	+		+		+	Опрос на лекции, на практическом занятии. Коллоквиум. Контрольная работа. Экзамен.

Л – лекция, Пр – практические и семинарские занятия, Лаб – лабораторные работы, КР/КП – курсовая работа/проект, СРС – самостоятельная работа студента

## 6. Методы и формы организации обучения

### Технологии интерактивного обучения при разных формах занятий в часах

Методы \ Формы	Лекции (час)	Практические/семинарские занятия (час)	Всего
Обсуждение материала в ходе мультимедийных презентаций	4		4
Работа в группах		2	2
Выступление в роли обучающего		3	3
Метод мозгового штурма		3	3
Итого интерактивных занятий	4	8	12

## 7. Лабораторный практикум не предусмотрено

## 8. Практические занятия (семинары)

№ п/п	№ раздела дисциплины из табл. 5.1	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (час.)	Компетенции (ОК, ПК)
1.	1.	Матрицы и операции над ними. Определитель. Решение матричных уравнений. Линейная зависимость систем векторов. Ранг матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений. Характеристика систем. Решение определенных систем: матричный метод, метод Крамера, метод Гаусса. Решение неопределенных систем. Решение однородных систем уравнений.	10	ОПК-2
2.	2.	Алгебра геометрических векторов. Операции над геометрическими векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Прямая на плоскости. Кривые второго порядка. Плоскость и прямая в пространстве. Полярная система координат.	10	ОПК-2
3.	3.	Линейный оператор и его матрица. Собственные числа и векторы линейного оператора (матрицы). Линейные и квадратичные формы.	4	ОПК-2
4.	4.	Множество комплексных чисел. Формы представления комплексных чисел. комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Функции комплексного переменного, их представление в алгебраической и показательной формах.	4	ОПК-2

## 9. Самостоятельная работа

№ п/п	№ раздела дисциплины из табл. 5.1	Тематика самостоятельной работы (детализация)	Трудоемкость (час.)	Компетенции ОК, ПК	Контроль выполнения работы
1.	1.	Изучение теоретического материала, решение задач. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка к контрольной работе. Темы: Элементы теории линейных пространств. Матрицы, определители, системы линейных алгебраических уравнений	38	ОПК-2	Опрос на лекции, практическом занятии. Коллоквиум. Контрольные работы. Экзамен.
2.	2.	Изучение теоретического материала, решение задач. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка к контрольной работе. Темы: Элементы векторной алгебры. Основы аналитической геометрии.	38	ОПК-2	Опрос на лекции, практическом занятии. Коллоквиум. Индивидуальное задание. Контрольная работа. Экзамен.
3.	3.	Изучение теоретического материала, решение задач. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка к коллоквиуму. Темы: Линейный оператор и его матрица. Собственные числа и векторы линейного оператора (матрицы). Линейные и квадратичные формы.	30	ОПК-2	Опрос на лекции, практическом занятии. Контрольная работа. Экзамен.
4.	4.	Изучение теоретического материала, решение задач. Подготовка к практическим занятиям. Темы: Множество комплексных чисел. Формы представления комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Функции комплексного переменного, их представление в алгебраической и показательной формах.	18	ОПК-2	Опрос на лекции, практическом занятии. Экзамен.
5.		Подготовка и сдача экзамена	36		Оценка на экзамене

## 10. Примерная тематика курсовых проектов (работ) не предусмотрено



## 11. Рейтинговая система для оценки успеваемости студентов

Таблица 11.1 Балльные оценки для элементов контроля.

	Максимальный балл на 1 к.т.	Максимальный балл между 1 и 2 к.т.	Максимальный балл между 2 -й к.т. и на конец семестра	Всего за семестр
Контрольные работы, тесты.	10	22	18	50
Коллоквиум.	5	5		10
Работа на практических занятиях			10	10
Итого максимум за период:	15	27	28	70
Сдача экзамена (максимум)				30
Нарастающим итогом:	15	42	70	100

Таблица 11.2 Пересчет баллов в оценки за контрольные точки

Баллы на дату контрольной точки	Оценка
≥ 90 % от максимальной суммы баллов на дату КТ	5
От 70% до 89% от максимальной суммы баллов на дату КТ	4
От 50% до 69% от максимальной суммы баллов на дату КТ	3
< 50 % от максимальной суммы баллов на дату КТ	2

Таблица 11.3 Пересчет суммы баллов в традиционную и международную оценку

Оценка (ГОС)	Итоговая сумма баллов (учитывает успешно сданный экзамен)	Оценка (ECTS)
5 (отлично) (зачтено)	90 - 100	A (отлично)
4 (хорошо) (зачтено)	85 – 89	B (очень хорошо)
	75 – 84	C (хорошо)
	70 - 74	D (удовлетворительно)
3 (удовлетворительно) (зачтено)	65 – 69	
	50 - 64	E (посредственно)
2 (неудовлетворительно), (не зачтено)	Ниже 50 баллов	F (неудовлетворительно)

## 12. Учебно-методические материалы по дисциплине.

### 12.1 Основная литература.

1. Бугров Я.С. Высшая математика: учебник для вузов: В 3 т. / Я.С. Бугров, С.М. Никольский; ред. В.А. Садовничий. Т. 1 : Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.- 8-е изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2006. - 284[4] с. (31 экз.)

2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры, учебник, 19-е изд., Изд-во:Лань, 2013г., 432с.

<https://e.lanbook.com/book/527>

4. Привалов И.И. Аналитическая геометрия: Учебник для вузов. 38-е изд., 2010г., 304с.

<https://e.lanbook.com/book/321>

5. Магазинников Л.И. Высшая математика I. Практикум по линейной алгебре и аналитической геометрии: Учебное пособие / Л.И. Магазинников, А.Л. Магазинникова; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск: ТУСУР, 2007. - 163 с. (97 экз.)

6. Магазинникова А.Л., Магазинников Л.И., Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (Томск). - Электрон. текстовые дан. - Томск : [б. и.], 2010. - on-line, 176 с.

<http://edu.tusur.ru/training/publications/2244>

## 12.2 Дополнительная литература.

1. Гриншпон И.Э. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия (для экономических специальностей). Учебное пособие. / И.Э. Гриншпон, Л.А. Гугова, Л.И. Магазинников, А.Л. Магазинникова; Федеральное агентство по образованию, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск: ТУСУР, 2007. - 247 с. **Экземпляры всего: 103 экз.**

2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. – 5-е изд, - М.: Айрис-Пресс, 2007. - 602 с. (7 экз.)

## 12.3. Учебно-методические пособия и требуемое программное обеспечение.

### Практические занятия проводятся по учебным пособиям:

1. Магазинников Л.И. Высшая математика I. Практикум по линейной алгебре и аналитической геометрии: Учебное пособие / Л.И. Магазинников, А.Л. Магазинникова; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск: ТУСУР, 2007. - 163 с. 97 экз. (рекомендовано для самостоятельной работы)

2. Магазинникова А.Л., Магазинников Л.И., Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (Томск). - Электрон. текстовые дан. - Томск : [б. и.], 2010. - on-line, 176 с. (рекомендовано для самостоятельной работы)

<http://edu.tusur.ru/training/publications/2244>

### Задания на контрольные работы и индивидуальные задания приведены в каждом из следующих учебных пособий:

1. Бугров Я.С. Высшая математика: учебник для вузов: В 3 т. / Я.С. Бугров, С.М. Никольский; ред. В.А. Садовничий. Т. 1 : Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.- 8-е изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2006. - 284[4] с. (31 экз.)

2. Магазинников Л.И. Высшая математика I. Практикум по линейной алгебре и аналитической геометрии: Учебное пособие / Л.И. Магазинников, А.Л. Магазинникова; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск: ТУСУР, 2007. - 163 с. (97 экз.)

3. Магазинникова А.Л., Магазинников Л.И., Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (Томск). - Электрон. текстовые дан. - Томск : [б. и.], 2010. - on-line, 176 с.

<http://edu.tusur.ru/training/publications/2244>

### 12.3.2 Учебно-методические пособия для лиц с ограниченными возможностями здоровья

Учебно-методические материалы для самостоятельной и аудиторной работы обучающихся из числа инвалидов предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

#### Для лиц с нарушениями зрения:

- в форме электронного документа;
- в печатной форме увеличенным шрифтом.

#### Для лиц с нарушениями слуха:

- в форме электронного документа;
- в печатной форме.

#### Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в форме электронного документа;
- в печатной форме.

### 12.4. Базы данных, информационно справочные и поисковые системы:

Образовательный портал университета (<https://edu.tusur.ru>), электронный каталог библиотеки (<http://lib.tusur.ru>), электронная библиотечная система «Лань» (<http://e.lanbook.com>) система дистан-

ционного образования MOODLE (методические материалы: текстовые, аудио и видеофайлы, индивидуальные задания, тесты и т.д.)

Ссылки с сайта кафедры на математические ресурсы и он-лайн тренажёры.

### **13. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

#### **13.1. Общие требования к материально-техническому обеспечению дисциплины**

##### *13.1.1. Материально-техническое обеспечение для лекционных занятий*

Для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используется учебная аудитория с количеством посадочных мест не менее 90, оборудованная доской, компьютером, проектором и стандартной учебной мебелью. Имеются наглядные пособия в виде презентаций по лекционным разделам дисциплины.

##### *13.1.2. Материально-техническое обеспечение для практических занятий*

Для проведения практических (семинарских) занятий используется учебная аудитория с количеством посадочных мест не менее 30, оборудованная доской, стандартной учебной мебелью. Для внедрения элементов электронного обучения необходимы минимум 1 компьютер на 2 студента, Mathcad, Octave или MatLAB.

##### *13.1.3. Материально-техническое обеспечение для самостоятельной работы*

Для самостоятельной работы используется учебная аудитория, с количеством посадочных мест не менее 30, оборудованная доской, стандартной учебной мебелью. Для внедрения элементов электронного обучения необходимы минимум 1 компьютер на 2 студента, Mathcad, Octave или MatLAB.

#### **13.2 Материально-техническое обеспечение дисциплины для лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Освоение дисциплины лицами с ОВЗ осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.

При обучении студентов **с нарушениями слуха** предусмотрено использование звукоусиливающей аппаратуры, мультимедийных средств и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных формах для студентов с нарушениями слуха, мобильной системы обучения для студентов с инвалидностью, портативной индукционной системы. Учебная аудитория, в которой обучаются студенты с нарушением слуха, оборудована компьютерной техникой, аудиотехникой, видеотехникой, электронной доской, мультимедийной системой.

При обучении студентов **с нарушениями зрениями** предусмотрено использование в лекционных и учебных аудиториях возможности просмотра удаленных объектов (например, текста на доске или слайда на экране) при помощи видеоувеличителей для удаленного просмотра.

При обучении студентов **с нарушениями опорно-двигательного аппарата** используются альтернативные устройства ввода информации и другие технические средства приема-передачи учебной информации в доступных формах для студентов с нарушениями опорно-двигательного аппарата, мобильной системы обучения для людей с инвалидностью.

## **14. Фонд оценочных средств**

### **14.1 Основные требования к фонду оценочных средств и методические рекомендации**

Фонд оценочных средств и типовые контрольные задания, используемые для оценки сформированности и освоения закрепленных за дисциплиной компетенций при проведении текущей, промежуточной аттестации по дисциплине приведен в приложении к рабочей программе

## 14.2 Требования к фонду оценочных средств для лиц с ограниченными возможностями здоровья

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья предусмотрены дополнительные оценочные средства, перечень которых указан в таблице.

Категории студентов	Виды дополнительных оценочных средств	Формы контроля и оценки результатов обучения
С нарушениями слуха	Тесты, письменные самостоятельные работы, вопросы к зачету, контрольные работы	Преимущественно письменная проверка
С нарушениями зрения	Собеседование по вопросам к зачету, опрос по терминам	Преимущественно устная проверка (индивидуально)
С нарушениями опорно-двигательного аппарата	Решение дистанционных тестов, контрольные работы, письменные самостоятельные работы, вопросы к зачету	Преимущественно дистанционными методами
С ограничениями по общемедицинским показаниям	Тесты, письменные самостоятельные работы, вопросы к зачету, контрольные работы, устные ответы	Преимущественно проверка методами, исходя из состояния обучающегося на момент проверки

## 14.3 Методические рекомендации по оценочным средствам для лиц с ограниченными возможностями здоровья

Для студентов с ОВЗ предусматривается доступная форма предоставления заданий оценочных средств, а именно:

- в печатной форме;
- в печатной форме с увеличенным шрифтом;
- в форме электронного документа;
- методом чтения ассистентом задания вслух;
- предоставление задания с использованием сурдоперевода.

Студентам с инвалидностью увеличивается время на подготовку ответов на контрольные вопросы. Для таких студентов предусматривается доступная форма предоставления ответов на задания, а именно:

- письменно на бумаге;
- набор ответов на компьютере;
- набор ответов с использованием услуг ассистента;
- представление ответов устно.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

**Для лиц с нарушениями зрения:**

- в форме электронного документа;
- в печатной форме увеличенным шрифтом.

**Для лиц с нарушениями слуха:**

- в форме электронного документа;
- в печатной форме.

**Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:**

- в форме электронного документа;
- в печатной форме.

При необходимости для обучающихся с инвалидностью процедура оценивания результатов обучения может проводиться в несколько этапов.

## Приложение к рабочей программе

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ  
И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)

**УТВЕРЖДАЮ**  
**Проректор по учебной работе**  
\_\_\_\_\_ **П. Е. Троян**  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2017 г.

### ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

#### Линейная алгебра и аналитическая геометрия

**Уровень основной образовательной программы** бакалавриат

**Направление(я) подготовки (специальность)** 11.03.01 «Радиотехника»

**Профиль(и)** «Радиотехнические средства передачи, приема и обработки сигналов»

**Форма обучения** очно-заочная

**Факультет** ЗиВФ (заочный и вечерний факультет)

**Кафедра** СВЧиКР (сверхвысокочастотной и квантовой радиотехники)

**Курс** 1

**Семестр** 1

**Экзамен** 1 семестр

Учебный план набора 2013 года и последующих лет

Разработчик:

– зав. каф. математики Магазинникова А. Л.

## 1 Введение

Фонд оценочных средств (ФОС) является приложением к рабочей программе дисциплины и представляет собой совокупность контрольно-измерительных материалов (типовые задачи (задания), контрольные работы, тесты и др.) и методов их использования, предназначенных для измерения уровня достижения студентом установленных результатов обучения. ФОС по дисциплине (практике) используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов. Перечень закрепленных за дисциплиной компетенций приведен в таблице 1.

Таблица 1 – Перечень закрепленных за дисциплиной компетенций

Код	Формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции
ОПК-2	способность выявлять естественно-научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат	<b>Должен знать</b> основы линейной алгебры и аналитической геометрии, соответствующий математический аппарат. <b>Должен уметь</b> применять знания в области линейной алгебры и аналитической геометрии, соответствующий математический аппарат для решения типовых задач, для освоения других дисциплин, предусмотренных учебным планом, и решения профессиональных задач. <b>Должен владеть</b> основными методами решения задач линейной алгебры и аналитической геометрии и соответствующим математическим аппаратом.

## 2 Реализация компетенций

### 1 Компетенция ОПК-2

**ОПК-2:** способность выявлять естественно-научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат.

Для формирования компетенции необходимо осуществить ряд этапов. Этапы формирования компетенции, применяемые для этого виды занятий и используемые средства оценивания представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Этапы формирования компетенции и используемые средства оценивания

Состав	Знать	Уметь	Владеть
<b>Содержание этапов</b>	Знает основы линейной алгебры и аналитической геометрии, соответствующий математический аппарат.	Умеет применять знания в области линейной алгебры и аналитической геометрии, соответствующий математический аппарат для решения типовых задач, для освоения других дисциплин, предусмотренных учебным планом, и решения профессиональных задач.	Владеет основными методами решения задач линейной алгебры и аналитической геометрии и соответствующим математическим аппаратом.
<b>Виды занятий</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Лекции;</li> <li>• Практические занятия;</li> <li>• Семинары;</li> <li>• Групповые консультации;</li> <li>• Самостоятельная работа студентов;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Практические занятия;</li> <li>• Групповые консультации;</li> <li>• Выполнение домашнего задания;</li> <li>• Самостоятельная работа студентов;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Практические занятия;</li> <li>• Групповые консультации;</li> <li>• Выполнение индивидуального задания;</li> <li>• Самостоятельная работа студентов;</li> </ul>
<b>Используемые средства оценивания</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Тест;</li> <li>• Сообщение на семинаре;</li> <li>• Ответ на коллоквиуме;</li> <li>• Контрольная работа;</li> <li>• Экзамен;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Контрольная работа;</li> <li>• Оформление домашнего задания;</li> <li>• Конспект материала, вынесенного на самостоятельную работу;</li> <li>• Экзамен;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Контрольная работа;</li> <li>• Оформление и защита индивидуального задания;</li> <li>• Экзамен.</li> </ul>

Общие характеристики показателей и критериев оценивания компетенции на всех этапах приведены в таблице 3.

**Таблица 3 – Общие характеристики показателей и критериев оценивания компетенции по этапам**

<b>Показатели и критерии</b>	<b>Знать</b>	<b>Уметь</b>	<b>Владеть</b>
<b>Отлично (высокий уровень)</b>	Обладает системными и глубокими знаниями в пределах изучаемой дисциплины с пониманием границ применимости	Обладает диапазоном практических умений, требуемых для развития творческих решений, абстрагирования проблем	Контролирует выполняемую работу, проводит оценку выполненной работы, модифицирует этапы работы
<b>Хорошо (базовый уровень)</b>	Обладает знаниями основных понятий на уровне определений и взаимосвязей между ними в пределах изучаемой дисциплины	Обладает диапазоном практических умений, требуемых для решения типовых задач с элементами исследования	Оперировать основными методами решения задач и исследований
<b>Удовлетворительно (пороговый уровень)</b>	Обладает знаниями основных понятий на уровне названий и обозначений, алгоритмов решения типовых задач	Обладает основными умениями, требуемыми для выполнения простых типовых задач	Работает при прямом наблюдении и контроле

Формулировка показателей и критериев оценивания данной компетенции приведена в таблице 4.



Таблица 4 – Показатели и критерии оценивания компетенции на этапах

Показатели и критерии	Знать	Уметь	Владеть
<b>Отлично (высокий уровень)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● раскрывает сущность математических понятий, проводит их характеристику;</li> <li>● анализирует связи между различными математическими понятиями;</li> <li>● обосновывает выбор математического метода, план, этапы решения задачи;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● свободно применяет методы решения задач в незнакомых ситуациях;</li> <li>● умеет математически показать и аргументированно доказать положения изучаемой дисциплины;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● свободно оперирует методами изучаемой дисциплины;</li> <li>● организует коллективное выполнение работы, затрагивающей изучаемую дисциплину;</li> <li>● свободно владеет разными способами представления математической информации.</li> </ul>
<b>Хорошо (базовый уровень)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● дает определения основных понятий и приводит примеры их применения;</li> <li>● понимает связи между различными понятиями;</li> <li>● аргументирует выбор метода решения задачи;</li> <li>● составляет план решения задачи;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● способен различить стандартные и новые ситуации при решении задач;</li> <li>● умеет корректно выражать и аргументированно обосновывать положения изучаемой дисциплины;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● критически осмысливает полученные знания;</li> <li>● способен работать в коллективе, задачи которого затрагивают изучаемую дисциплину;</li> </ul>

Показатели и критерии	Знать	Уметь	Владеть
Удовлетворительно (пороговый уровень)	<ul style="list-style-type: none"> <li>● воспроизводит основные факты, идеи;</li> <li>● распознает основные математические объекты;</li> <li>● знает алгоритмы решения типовых задач;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● умеет применять алгоритмы решения типовых задач на практике;</li> <li>● умеет работать со справочной литературой;</li> <li>● умеет оформлять результаты своей работы;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● поддерживает разговор на темы изучаемой дисциплины;</li> <li>● владеет основной терминологией изучаемой дисциплины.</li> </ul>

### 3 Типовые контрольные задания

Для реализации вышеперечисленных задач обучения используются следующие материалы: типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, в составе:

**Тест:** итоговый тест по элементарным знаниям и практическим навыкам

1. Найдите все корни уравнения  $(x + 4)(x^2 + 6x + 13)(x^2 + 8x + 16) = 0$  и проведите их характеристику.

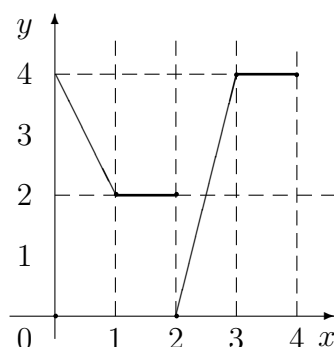
2. Запишите в тригонометрической и показательной формах число  $z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{1 + i}$ .

3. Известно, что  $\arg z = \pi - \arctg \frac{9}{2}$ ,  $\operatorname{Im} z = 9$ . Запишите число  $z$  в алгебраической форме.

4. Определите  $\operatorname{Re} z$ ,  $\operatorname{Im} z$ , если  $z = z_1 + \bar{z}_1 \cdot z_2$ ,  $z_1 = 3 + 2i$ ,  $z_2 = 1 + i$ .

---

5. На отрезке  $[1, 4]$  задана функция, график которой приведён на рисунке. Запишите аналитическое выражение этой функции.



6. Полярные координаты точки  $A(-3, 3)$  имеют вид ...

7. Уравнение  $x^2 + y^2 + 6x - 10y = 11$  определяет на плоскости ...

---

8. Найдите все собственные числа матрицы

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Для каждого собственного числа найдите отвечающий ему собственный вектор и сделайте проверку.

9. Линейный оператор  $A : R_3 \rightarrow R_3$  действует по закону:  $A[\mathbf{x}] = 5 \cdot \mathbf{x}$ . Найдите матрицу этого оператора в базисе  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ .

10. Докажите, что вектор  $\mathbf{c} = (3, -1)$  является собственным для матрицы  $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -3 & -7 \end{bmatrix}$ .  
Найдите отвечающее ему собственное число.

---

11. Проведите характеристику системы уравнений

$$\begin{cases} x_2 + 2x_3 = 0, \\ -x_1 + 3x_3 = 2, \\ 2x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$$

12. В системе уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 + 3x_5 = 0, \\ -x_2 - x_3 - x_4 + 4x_5 = 0, \\ x_3 - x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$

зависимыми неизвестными можно считать ... (Ответ обоснуйте).

13. Дана система уравнений

$$\begin{cases} x + 2y = 4, \\ 2x - 5y = 1. \end{cases}$$

Можно ли неизвестное  $y$  найти по формулам Крамера? (Ответ обоснуйте). Если да, то запишите формулу Крамера для вычисления  $y$  из данной системы уравнений.

14. Имеет ли система уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 + 3x_5 = 0, \\ -x_2 - x_3 - x_4 + 4x_5 = 0, \\ x_2 + 2x_3 - x_5 = 0 \end{cases}$$

нетривиальные решения? (Ответ обоснуйте). Если да, то укажите любое нетривиальное решение этой системы.

---

15. При каких значениях  $\lambda$  векторы  $\mathbf{a} = \lambda\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \lambda\mathbf{k}$  взаимно перпендикулярны?

16. Даны векторы  $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$ ,  $\mathbf{b} = \mathbf{j} + \mathbf{k}$ ,  $\mathbf{c} = 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$ . Запишите выражения для:

1.  $[\mathbf{a}, \mathbf{c}]$       2.  $(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$       3.  $(\mathbf{a}, \mathbf{c})$

17. Даны векторы  $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}$ ,  $\mathbf{b} = 3\mathbf{j}$ . Подберите вектор  $\mathbf{c}$  таким образом, чтобы  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  образовали правую тройку.

18. Какой угол образует вектор  $\mathbf{a} = 4\mathbf{i} - 6\mathbf{k}$  с осью  $OY$ ?

---

19. Вычислите  $\begin{vmatrix} -5 & 0 & -11 & 2 \\ 3 & 5 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & -2 & 4 \\ -5 & 0 & -11 & 11 \end{vmatrix}$ .

---

20. Даны матрицы

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \\ 9 & 7 & -5 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 0 \\ -1 & 7 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}.$$

Существуют ли матрицы  $C = A \cdot B$ ,  $D = B \cdot A$ ? Если да, то укажите размер  $C$ ,  $D$ .

21. Матрицы  $A$  и  $B$  связаны соотношением  $B = C \cdot A \cdot C^{-1}$ . Выразите  $A$  через  $B$  и  $C$ .

22. Является ли матрица  $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  обратной по отношению к матрице  $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ .

---

**Контрольные работы по темам:**

1. Матрицы и определители. Линейная зависимость (независимость) систем векторов. Ранг матрицы;
2. Системы линейных алгебраических уравнений;
3. Алгебра геометрических векторов;
4. Линейный оператор;
5. Аналитическая геометрия.

*Демо-варианты контрольных работ.*

*Тема:* Матрицы и определители

### Вариант демо-1

1(ДП1). Вычислить определитель

$$D = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 7 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & -1 \\ -3 & 0 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}.$$

2(491.РП). Решить матричное уравнение

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 6 & 10 \\ 7 & 21 \end{bmatrix}.$$

3. Даны векторы  $\mathbf{a}_1 = (1; 1; 2; 0)$ ,  $\mathbf{a}_2 = (2; -3; -1; -5)$ ,  $\mathbf{a}_3 = (-4; 2; -2; 6)$ ,  $\mathbf{a}_4 = (3; -4; -1; 7)$ .

Можно ли утверждать, что

- а) вектор  $\mathbf{a}_3$  линейно выражается через векторы  $\mathbf{a}_1$  и  $\mathbf{a}_2$ ?
- б) вектор  $\mathbf{a}_4$  линейно выражается через векторы  $\mathbf{a}_1$  и  $\mathbf{a}_2$ ?

### Вариант демо-2

1(225). Вычислить определитель

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 \\ 3 & 5 & -3 & 4 \\ 0 & 4 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}.$$

2. Решить систему уравнений матричным способом

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 5, \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 11, \\ 4x_2 - x_3 = 5. \end{cases}$$

3. Доказать, что третья строка матрицы

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 5 \\ 8 & 16 & 13 \end{bmatrix}$$

является линейной комбинацией первых двух.

### Вариант демо-3

1(0Б8). Вычислить определитель

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 4 \\ 6 & -13 & 15 & 18 \\ 3 & -6 & 9 & 21 \end{vmatrix}.$$

2(П79.РП). Решить матричное уравнение

$$X \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix} = 6 \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Являются ли строки матрицы  $A$  линейно зависимыми?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 4 & 10 \end{bmatrix}.$$

**Вариант демо-1**

1. Исследуйте и решите систему:

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = -3, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 3x_5 = -3, \\ -x_1 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 2, \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$$

2. Исследуйте и решите систему:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 0, \\ 14x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 0. \end{cases}$$

3. Докажите, что система имеет единственное решение. (3Т0). Неизвестное  $x_4$  найдите по формулам Крамера.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 7x_3 - x_4 = 6, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 - 4x_3 - x_4 = 6, \\ x_1 + x_2 + 3x_4 = 3 \end{cases}$$

**Вариант демо-2**

1. Исследуйте и решите систему:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + x_5 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 4x_5 = 0, \\ 2x_1 - 10x_2 + 6x_3 - 8x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$$

2. Исследуйте и решите систему:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + 2x_5 = -1. \end{cases}$$

3. Докажите, что система имеет единственное решение. (245). Неизвестное  $x_3$  найдите по формулам Крамера.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 3, \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 7, \\ 4x_2 - x_3 + 3x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 3 \end{cases}$$

### Вариант демо-3

1. Исследуйте и решите систему:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 + x_5 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - 6x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 14x_4 + x_5 = 0, \\ 10x_1 + 3x_2 + 15x_3 - 7x_4 = 0. \end{cases}$$

2. Исследуйте и решите систему:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 - x_2 + 6x_3 - x_4 = 5. \end{cases}$$

3. Докажите, что система имеет единственное решение. (2Т8). Неизвестное  $x_4$  найдите по формулам Крамера.

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 4, \\ 6x_1 - 13x_2 + 15x_3 + 18x_4 = 17, \\ 3x_1 - 6x_2 + 9x_3 + 21x_4 = 21 \end{cases}$$

*Тема:* Алгебра геометрических векторов

### Вариант демо-1

Дано  $A(3; 0; 3)$ ,  $B(5; 2; 2)$ ,  $C(5; 3; 1)$ ,  $D(-1; 5; 5)$ . Найдите:

1. Угол (в градусах), образованный вектором  $\mathbf{BC}$  с осью  $OZ$ ;
2.  $\text{Pr}_{\mathbf{AB}}\mathbf{CB}$ ;
3. Высоту пирамиды  $ABCD$ , опущенную из вершины  $D$ .

### Вариант демо-2

Дано  $A(1; 4; 3)$ ,  $B(3; 0; -1)$ ,  $C(3; 1; -2)$ ,  $D(1; -2; 0)$ . Найдите:

1.  $\text{Pr}_{\mathbf{AB}}\mathbf{BC}$ ;
2. Угол (в градусах), образованный вектором  $\mathbf{BC}$  с осью  $OY$ ;
3. Высоту параллелепипеда, построенного на векторах  $\mathbf{AD} + \mathbf{AC}$ ,  $\mathbf{AB}$ ,  $\mathbf{AD}$ , если сторонами основания являются векторы  $\mathbf{AB}$  и  $\mathbf{AD}$ .



### Вариант демо-3

Дано  $A(3; 4; 4)$ ,  $B(5; 0; 0)$ ,  $C(5; 1; -1)$ ,  $D(3; -2; 1)$ . Найдите:

1.  $\text{Pr}_{\mathbf{AB}}\mathbf{BC}$ ;
2. Высоту  $\triangle ABC$ , опущенную из вершины  $D$ ;
3.  $\left(\frac{1}{2}\mathbf{AB}, \mathbf{AD}, \frac{1}{3}\mathbf{CD}\right)$ .

Тема: Линейный оператор

### Вариант демо-1

Линейный оператор  $A$  действует в  $R_3 \rightarrow R_3$  по закону

$$A[\mathbf{x}] = (4x_1 - 5x_2 + 2x_3, 5x_1 - 7x_2 + 3x_3, 6x_1 - 9x_2 + 4x_3),$$

где  $\mathbf{x}(x_1, x_2, x_3)$  — произвольный вектор. (ТА1.РП). Найдите матрицу  $A$  этого оператора в каноническом базисе. Найдите все собственные числа данного оператора. Для каждого собственного числа найдите по одному отвечающему ему собственному вектору. Выполните проверку.

### Вариант демо-2

Линейный оператор  $A$  действует в  $R_3 \rightarrow R_3$  по закону

$$A[\mathbf{x}] = (4x_1 - 2x_2 + 2x_3, 2x_2 + 2x_3, x_2 + x_3),$$

где  $\mathbf{x}(x_1, x_2, x_3)$  — произвольный вектор из  $R_3$ . (492.РП). Найдите матрицу  $A$  этого оператора в каноническом базисе. Найдите все собственные числа данного оператора. Для каждого собственного числа найдите по одному отвечающему ему собственному вектору. Выполните проверку.

### Вариант демо-3

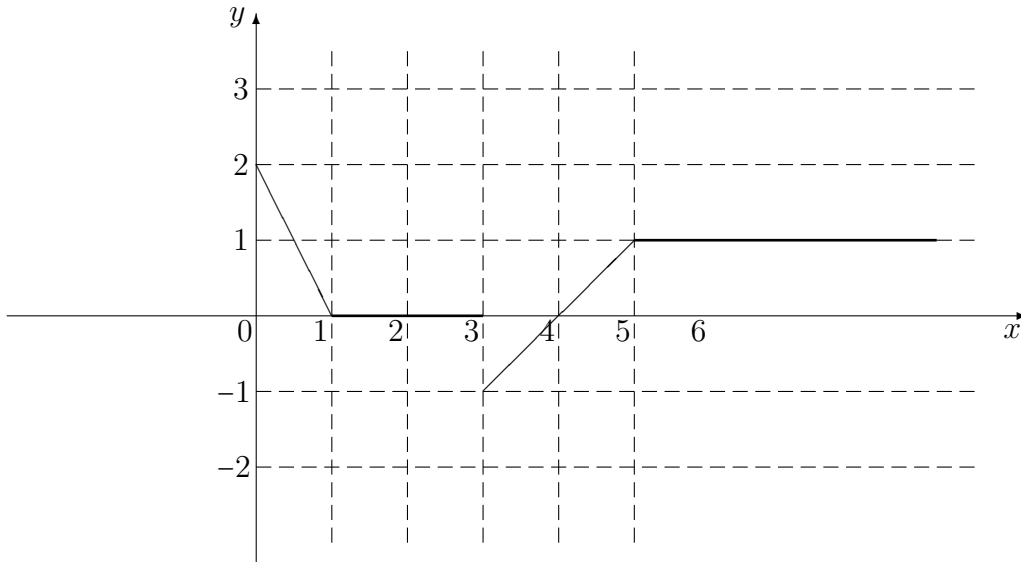
Линейный оператор  $A$  действует в  $R_3 \rightarrow R_3$  по закону

$$A[\mathbf{x}] = (4x_1 + 5x_2 - 7x_3, -2x_2 + 4x_3, 3x_2 + 2x_3),$$

где  $\mathbf{x}(x_1, x_2, x_3)$  — произвольный вектор. (Д13.РП). Найдите матрицу  $A$  этого оператора в каноническом базисе. Найдите все собственные числа данного оператора. Для каждого собственного числа найдите по одному отвечающему ему собственному вектору. Выполните проверку.

Вариант демо-1

1. На промежутке  $[0, +\infty)$  задана функция, график которой приведён на рисунке. Записать аналитическое выражение этой функции.



2. Определите, при каких значениях  $a$  прямая  $(a + 2)x + (a^2 - 9)y + 3a^2 - 8a + 5 = 0$  параллельна оси абсцисс. В ответе укажите значения  $a$  и уравнение прямой.

3. Найдите площадь треугольника, образованного прямой, проходящей через точки  $M_1(6; 4)$  и  $M_2(-3; 16)$ , и координатными осями.

4. Запишите общее уравнение плоскости, проходящей через точки  $M_1(0; -5; 0)$  и  $M_2(0; 0; 2)$  и перпендикулярной плоскости  $x + 5y + 2z - 10 = 0$ . Постройте полученную плоскость.

5. Доказать, что прямые

$$L_1 : \left\{ \begin{array}{l} \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{4} \end{array} \right. \quad \text{и} \quad L_2 : \left\{ \begin{array}{l} x = 3t + 7 \\ y = 2t + 2 \\ z = -2t + 1 \end{array} \right.$$

лежат в одной плоскости и составить уравнение этой плоскости.

**Выполнение индивидуального задания по теме: Кривые второго порядка.**

Вариант демо-1

1. Дана кривая  $9x^2 + 25y^2 - 18x - 150y + 9 = 0$ .

1. Доказать, что эта кривая — эллипс.

- 2(021.Б7). Найти координаты центра его симметрии.  
 3(631.Б7). Найти его большую и малую полуоси.  
 4(С91). Записать уравнение фокальной оси.  
 5. Построить данную кривую.
2. Дана кривая  $x^2 - 10x + 2y + 25 = 0$ .
- Доказать, что данная кривая — парабола.
  - (С11.Б7). Найти координаты её вершины.
  - (221). Найти значение её параметра  $p$ .
  - (СП1.Б7). Записать уравнение её оси симметрии.
  - Построить данную параболу.
3. Дана кривая  $15x^2 - 20xy - 70x + 20y + 135 = 0$ .
- Доказать, что эта кривая — гипербола.
  - (ПР1.Б7). Найти координаты её центра симметрии.
  - (6Р1.Б7). Найти действительную и мнимую полуоси.
  - (АП1.Б7). Записать общее уравнение фокальной оси.
  - Построить данную гиперболу.

**Темы лабораторных работ:** не предусмотрены.

**Темы для самостоятельной работы:**

- Комплексные числа и действия над ними;
- Математические структуры;
- Евклидовы пространства;
- Алгебра геометрических векторов.

**Темы курсового проекта:** не предусмотрен.

**Экзаменационные вопросы:**

- Дайте определение матрицы размера  $m \times n$ . Как применяли матрицы в данном курсе?
- Дайте определения квадратной, треугольной, диагональной, единичной и трапецидальной матриц.
- Какие матрицы называются согласованными по размерам?
- Опишите операцию умножения матриц.
- Сопоставьте матричные выражения  $A \cdot B$  и  $B \cdot A$ .
- Опишите операцию транспонирования матрицы.
- Для каких матриц вводится понятие определителя? Как применяли определители в данном курсе?

8. В каких случаях удобно вычислять определитель по определению?
9. Опишите вычисление определителя порядка 2 по определению.
10. Опишите вычисление определителя порядка 3 по определению.
11. Сформулируйте свойства определителей.
12. Дайте определение минора  $M_{ij}$ . Сформулируйте теорему о связи минора и алгебраического дополнения.
13. Опишите вычисление определителя порядка  $n$  методом разложения по элементам строки (столбца).
14. Дайте определение обратной матрицы. Как применяли обратную матрицу в данном курсе?
15. Какие матрицы имеют обратную? Как найти элемент  $b_{ij}$  обратной матрицы?
16. Как найти матрицу  $X$  из уравнения  $A \cdot X = B$ , если  $\det A \neq 0$ ?
17. Как найти матрицу  $X$  из уравнения  $X \cdot A = B$ , если  $\det A \neq 0$ ?
18. Приведите примеры линейных пространств (с обоснованием).
19. Дайте определение базиса  $n$ -мерного линейного пространства.
20. Дайте определение координат вектора в линейном пространстве.
21. Теорема о сведении операций над векторами к операциям над их координатами.
22. Дайте определение минора порядка  $m$  матрицы  $A$ .
23. Дайте определение ранга матрицы.
24. Дайте определение базисного минора, базисных строк и столбцов матрицы.
25. Сформулируйте теорему о базисном миноре.
26. Сформулируйте правила, позволяющие определить линейно зависимы строки (столбцы) матрицы или нет.
27. Сформулируйте правило, позволяющее определить, является ли данная строка матрицы линейной комбинацией других строк или нет.
28. Сформулируйте теорему о необходимых и достаточных условиях равенства нулю определителя.
29. Назовите преобразования матрицы, не меняющие её ранга.
30. Опишите практический способ отыскания ранга матрицы.
31. Дайте определение подпространства.
32. Какое линейное пространство называется евклидовым?
33. Какие два вектора из  $E_n$  называются ортогональными?

34. Как строится матрица перехода от одного базиса к другому?
35. Запишите формулы, связывающие координаты одного и того же вектора в двух базисах (в матричной форме).
36. Укажите свойства матрицы перехода от одного ортонормированного базиса к другому.
37. Запишите формулы, связывающие координаты одного и того же вектора в двух ортонормированных базисах.
38. Какие формы записи систем линейных уравнений Вы знаете? Запишите систему в матричной форме.
39. Дайте определение решения системы.
40. Дайте определения совместных, несовместных, определенных и неопределенных систем.
41. Сформулируйте теорему о совместности произвольной системы линейных уравнений.
42. Какие две системы называются эквивалентными?
43. Однородные СЛАУ. Опишите особые свойства таких систем.
44. Для каких систем линейных уравнений применимо правило Крамера? Запишите формулы Крамера.
45. Как выяснить, что система является определенной или неопределенной?
46. Какие неизвестные системы называют свободными, а какие — зависимыми? Для каких систем возможна такая классификация?
47. Дайте определение общего и частного решений системы. Для каких систем вводятся эти понятия?
48. Сформулируйте две теоремы о существовании нетривиальных решений однородной системы.
49. Дайте определение фундаментальной системы решений однородной системы линейных уравнений. Сколько решений содержит ф.с.р.?
50. Характеристика и решение определённых систем.
51. Характеристика и решение неопределённых систем.
52. Характеристика и решение однородных систем.
53. Дайте определение геометрического вектора  $\mathbf{AB}$ , его модуля  $|\mathbf{AB}|$  и нулевого вектора.
54. Как определяется операция сложения геометрических векторов  $\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2$ ,  $\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3 + \dots + \mathbf{a}_n$ ?
55. Как определяется операция умножения вектора на число? Её геометрический смысл.
56. Дайте определение коллинеарных векторов. Как, зная координаты двух векторов, определить коллинеарны они или нет?
57. Какая система векторов называется компланарной?

58. Понятие декартовой системы координат. Как называют оси в декартовой системе координат (двумерный и трёхмерный случай)?
59. Понятие радиуса-вектора точки и координат точки. Как найти координаты вектора, зная координаты его конца и начала?
60. Как найти координаты середины отрезка  $AB$  на плоскости и в трёхмерном пространстве?
61. Понятие проекции точки на ось и проекции вектора на ось. Чему равна проекция вектора  $\mathbf{AB}$  на ось  $\mathbf{e}$ , если  $(\mathbf{AB}, \hat{\mathbf{e}}) = \varphi$ ?
62. Дайте определение скалярного произведения геометрических векторов. Его свойства.
63. Как узнать, используя скалярное произведение, какой угол (прямой, тупой или острый) образуют векторы  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ ?
64. Запишите формулы вычисления скалярного произведения  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ , если известны декартовы координаты векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ ?
65. Как, используя понятие скалярного произведения, найти длину вектора и расстояние между двумя точками?
66. Как найти  $\text{Pr}_{\mathbf{a}}\mathbf{b}$ ,  $\cos(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ ?
67. Дайте определение направляющих косинусов вектора. Как их найти?
68. Понятие орта вектора. Как найти координаты орта вектора?
69. Понятие правой и левой связки двух векторов. Понятие левой и правой тройки векторов.
70. Дайте определение векторного произведения геометрических векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ .
71. Свойства векторного произведения.
72. Геометрический смысл  $|\mathbf{[a, b]}|$ .
73. Формула вычисления векторного произведения, если известны декартовы координаты векторов.
74. Как определить направление вектора  $\mathbf{c} = \mathbf{[a, b]}$ , если направления векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  известны?
75. Дайте определение смешанного произведения трех векторов.
76. Геометрический смысл  $|\mathbf{(a, b, c)}|$ , и знака  $\mathbf{(a, b, c)}$ .
77. Как узнать компланарна тройка векторов  $(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$  или нет, используя понятие смешанного произведения?
78. Формула вычисления смешанного произведения векторов по их известным декартовым координатам.
79. Понятие функции  $f : X \subseteq R_n \rightarrow Y \subseteq R_m$ . Термины, связанные с понятием функции. Как называют множества  $X$  и  $Y$ ?
80. Охарактеризуйте четыре класса функций (в зависимости от значений  $m, n$ ).

81. Определение линейного оператора  $A : R_n \rightarrow R_m$ .
82. Как строится матрица линейного оператора  $A : R_n \rightarrow R_m$ ?
83. Как найти координаты вектора  $A[\mathbf{x}]$ , зная матрицу оператора  $A : R_n \rightarrow R_m$ ?
84. Запишите матрицы линейных операторов  $A : R_1 \rightarrow R_1$ ,  $A : R_n \rightarrow R_1$ ,  $A : R_1 \rightarrow R_n$ ,  $A : R_n \rightarrow R_n$ .
85. Дайте определение композиции двух линейных операторов. Как найти матрицу композиции двух линейных операторов?
86. Дайте определение собственных чисел и собственных векторов линейного оператора.
87. Запишите характеристическое уравнение матрицы  $A$ .
88. Опишите процесс отыскания собственных чисел матрицы  $A$ .
89. Опишите процесс отыскания собственных векторов матрицы  $A$ .
90. Запишите общий вид линейной формы для  $R_n$  (в частности, при  $n = 2$ ,  $n = 3$ ). Матрица линейной формы.
91. Запишите общий вид квадратичной формы при  $n = 2$ ,  $n = 3$ . Матрица квадратичной формы.
92. Дайте определение уравнения плоской кривой относительно декартовой системы координат. Какие кривые изучены в данном курсе?
93. Дайте определение окружности. Запишите уравнение окружности радиуса  $R$  с центром в начале координат и в точке  $(x_0, y_0)$ .
94. Запишите параметрические уравнения окружности.
95. Охарактеризуйте и изобразите на рисунке прямые на плоскости, заданные неполными уравнениями:  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $x = C$ ,  $y = C$ ,  $Ax + By = 0$ .
96. Запишите уравнение прямой, проходящей через две данные точки на плоскости.
97. Запишите уравнение прямой с угловым коэффициентом, охарактеризуйте его коэффициенты.
98. Как охарактеризовать взаимное расположение двух прямых
- $$A_1x + B_1y + C_1 = 0, \quad A_2x + B_2y + C_2 = 0?$$
99. Как охарактеризовать взаимное расположение на плоскости двух прямых, если известны их направляющие векторы?
100. Понятие криволинейных координат. Назовите изученные системы криволинейных координат на плоскости и в пространстве.
101. Опишите полярную систему координат. Координатные линии полярной системы.
102. Запишите (получите) формулы, выражающие декартовы координаты точки через полярные.
103. Запишите формулы, выражающие полярные координаты точки через декартовы.

104. Дайте определение эллипса. Запишите каноническое уравнение эллипса. Объясните выбор декартовой системы координат. Изобразите эллипс на рисунке.
105. Дайте определение гиперболы. Запишите каноническое уравнение гиперболы. Изобразите гиперболу на рисунке.
106. Дайте определение параболы. Запишите каноническое уравнение параболы. Изобразите параболу на рисунке.
107. Опишите цилиндрическую систему координат. Координатные поверхности цилиндрической системы координат.
108. Запишите (получите) формулы, выражающие декартовы координаты точки через цилиндрические.
109. Опишите сферическую систему координат. Координатные поверхности сферической системы координат.
110. Запишите (получите) формулы, выражающие декартовы координаты точки через сферические.
111. Дайте определение уравнения поверхности относительно декартовой системы координат. Какие поверхности изучены в данном курсе?
112. Дайте определение сферы. Запишите уравнение сферы с центром в точке  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  радиуса  $R$ .
113. Запишите неполные уравнения плоскостей. Как расположены плоскости, которые они определяют?
114. Метод сечений. Как его применяют для исследования поверхностей? Показать на примере.
115. Охарактеризуйте поверхности, задаваемые уравнениями вида  $F(x, y) = 0$ ,  $F(x, z) = 0$ ,  $F(y, z) = 0$ .
116. Запишите в векторной и координатной формах общее уравнение плоскости. Охарактеризуйте его коэффициенты.
117. Запишите в векторной и координатной формах уравнение плоскости по двум направляющим векторам и точке.
118. Как записать уравнение плоскости по трём точкам?
119. Как охарактеризовать взаимное расположение двух плоскостей?
120. Укажите способы задания кривой в пространстве.
121. Параметрические уравнения прямой в пространстве.
122. Общие уравнения прямой в пространстве. Как из них определить направляющий вектор прямой?
123. Запишите уравнения прямой по двум точкам в пространстве.
124. Как охарактеризовать взаимное расположение двух прямых в пространстве?



125. Множество комплексных чисел. Понятие комплексного числа. Мнимые числа.
126. Понятие корня многочлена. Количество корней многочлена степени  $n$ .
127. Разложение на множители многочлена степени  $n$  с вещественными коэффициентами. Характеристика корней этого многочлена.
128. Алгебраическая форма представления комплексных чисел. Как вводится операция сложения комплексных чисел?
129. Как вводятся операции умножения и деления комплексных чисел в алгебраической форме?
130. Комплексная плоскость. Изображение комплексных чисел в алгебраической форме на плоскости.
131. Сопряжённые комплексные числа в алгебраической и тригонометрической (показательной) формах.
132. Дайте определение модуля, главного значения аргумента и аргумента комплексного числа.
133. Как найти  $|z|$ ,  $\arg(z)$ , если задано число  $z$  в алгебраической форме?
134. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Как изобразить на плоскости комплексные числа в тригонометрической (показательной) формах?
135. Сформулируйте (докажите) теорему об умножении и делении комплексных чисел, записанных в тригонометрической и показательной формах.
136. Дайте определение  $\sqrt[n]{z}$ . Запишите формулу для отыскания  $\sqrt[n]{z}$ .
137. Приведите примеры кривых и фигур на комплексной плоскости (записать уравнения, изобразить на рисунке). Окружности на комплексной плоскости.
138. Опишите, как вводится символ  $\infty$  на комплексной плоскости. Окрестность бесконечно удалённой точки (записать в виде неравенства, изобразить на рисунке).
139. Как вводится операция  $e^z$  для комплексных значений  $z$ ?
140. Дайте определение логарифма комплексного числа. Запишите (получите) формулу для его вычисления. Главное значение логарифма комплексного числа.
141. Как вводятся операции  $\sin z$ ,  $\cos z$ ,  $\operatorname{tg} z$ ,  $\operatorname{ctg} z$ ,  $\operatorname{sh} z$ ,  $\operatorname{ch} z$  для комплексных  $z$ ?
142. Запишите формулы  $\sin(ix)$ ,  $\cos(ix)$  для действительных  $x$ . Как они получены?
143. Дайте определение функции комплексной переменной  $z$ . Покажите, что задание функции  $f(z)$  сводится к заданию двух функций  $U(x, y)$ ,  $V(x, y)$  на каком-нибудь примере.

### **Темы семинаров:**

1. Математические структуры;
2. Евклидовы пространства;
3. Алгебра геометрических векторов.

### **Темы коллоквиума:**

1. Элементы теории линейных пространств. Матрицы, определители, системы линейных алгебраических уравнений;
2. Элементы векторной алгебры. Основы аналитической геометрии;
3. Функции в линейных пространствах;
4. Комплексные числа. Функции комплексного переменного.

### **Темы домашних заданий:**

1. Элементы теории линейных пространств. Матрицы, определители, системы линейных алгебраических уравнений;
2. Элементы векторной алгебры. Основы аналитической геометрии;
3. Функции в линейных пространствах;
4. Комплексные числа. Функции комплексного переменного.

## **4 Методические материалы**

Для обеспечения процесса обучения и решения задач обучения используются следующие материалы:

методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций, в составе согласно пункту 12 рабочей программы:

### **Основная литература**

1. Бугров Я.С. Высшая математика: учебник для вузов: В 3 т. / Я.С. Бугров, С.М. Никольский; ред. В.А. Садовничий. Т. 1 : Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.- 8-е изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2006. - 284[4] с. (31 экз.)
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры, учебник, 19-е изд., Изд-во:Лань, 2013г., 432с.  
<https://e.lanbook.com/book/527>
3. Привалов И.И. Аналитическая геометрия: Учебник для вузов. 38-е изд., 2007г., 304с.  
<https://e.lanbook.com/book/321>

- Магазинников Л.И. Высшая математика I. Практикум по линейной алгебре и аналитической геометрии: Учебное пособие / Л.И. Магазинников, А.Л. Магазинникова; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск: ТУСУР, 2007. - 163 с. (97 экз.)
- Магазинникова А.Л., Магазинников Л.И., Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (Томск). - Электрон. текстовые дан. - Томск : [б. и.], 2010. - on-line, 176 с. <http://edu.tusur.ru/training/publications/2244>

### **Дополнительная литература**

- Гриншпон И.Э. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия (для экономических специальностей). Учебное пособие. / И.Э. Гриншпон, Л.А. Гутова, Л.И. Магазинников, А.Л. Магазинникова; Федеральное агентство по образованию, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск: ТУСУР, 2007. - 247 с. Экземпляры всего: 103 экз.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. – 5-е изд, - М.: Айрис-Пресс, 2007. - 602 с. (7 экз.)

### **Практические занятия проводятся по учебным пособиям:**

- Бугров Я.С. Высшая математика: учебник для вузов: В 3 т. / Я.С. Бугров, С.М. Никольский; ред. В.А. Садовничий. Т. 1 : Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.- 8-е изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2006. - 284[4] с. (31 экз.)
- Магазинников Л.И. Высшая математика I. Практикум по линейной алгебре и аналитической геометрии: Учебное пособие / Л.И. Магазинников, А.Л. Магазинникова; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск: ТУСУР, 2007. - 163 с. (97 экз.)
- Магазинникова А.Л., Магазинников Л.И., Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (Томск). - Электрон. текстовые дан. - Томск : [б. и.], 2010. - on-line, 176 с. <http://edu.tusur.ru/training/publications/2244>

методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций, в составе:

### **Задания на контрольные работы и индивидуальные задания приведены в каждом из следующих учебных пособий:**

- Бугров Я.С. Высшая математика: учебник для вузов: В 3 т. / Я.С. Бугров, С.М. Никольский; ред. В.А. Садовничий. Т. 1 : Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.- 8-е изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2006. - 284[4] с. (рекомендовано для самостоятельной работы) (31 экз.)
- Магазинников Л.И. Высшая математика I. Практикум по линейной алгебре и аналитической геометрии: Учебное пособие / Л.И. Магазинников, А.Л. Магазинникова; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. - Томск: ТУСУР, 2007. - 163 с. (рекомендовано для самостоятельной работы) (97 экз.)

3. Магазинникова А.Л., Магазинников Л.И., Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (Томск). - Электрон. текстовые дан. - Томск : [б. и.], 2010. - on-line, 176 с.(рекомендовано для самостоятельной работы) <http://edu.tusur.ru/training/publications/2244>

### **Учебно-методические пособия для лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Учебно-методические материалы для самостоятельной и аудиторной работы обучающихся из числа инвалидов предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

#### **Для лиц с нарушениями зрения:**

- в форме электронного документа;
- в печатной форме увеличенным шрифтом.

#### **Для лиц с нарушениями слуха:**

- в форме электронного документа;
- в печатной форме.

#### **Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:**

- в форме электронного документа;
- в печатной форме.

#### *Базы данных, информационно справочные и поисковые системы:*

Образовательный портал университета (<https://edu.tusur.ru>), электронный каталог библиотеки (<http://lib.tusur.ru>), электронная библиотечная система «Лань» (<http://e.lanbook.com>) система дистанционного образования MOODLE (методические материалы: текстовые, аудио и видеофайлы, инди-видуальные задания, тесты и т.д.)

Ссылки с сайта кафедры на математические ресурсы и он-лайн тренажёры.