

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ»
(ТУСУР)

УТВЕРЖДАЮ
Директор департамента образования
_____ П. Е. Троян
«__» _____ 20__ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Теория вероятности и математическая статистика

Уровень образования: **высшее образование - бакалавриат**

Направление подготовки / специальность: **09.03.02 Информационные системы и технологии**

Направленность (профиль) / специализация: **Аналитические информационные системы**

Форма обучения: **очная**

Факультет: **ФВС, Факультет вычислительных систем**

Кафедра: **ЭМИС, Кафедра экономической математики, информатики и статистики**

Курс: **2**

Семестр: **4**

Учебный план набора 2017 года

Распределение рабочего времени

№	Виды учебной деятельности	4 семестр	Всего	Единицы
1	Лекции	34	34	часов
2	Практические занятия	34	34	часов
3	Всего аудиторных занятий	68	68	часов
4	Самостоятельная работа	76	76	часов
5	Всего (без экзамена)	144	144	часов
6	Подготовка и сдача экзамена	36	36	часов
7	Общая трудоемкость	180	180	часов
		5.0	5.0	З.Е.

Экзамен: 4 семестр

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Шелупанов А.А.
Должность: Ректор
Дата подписания: 23.08.2017
Уникальный программный ключ:
c53e145e-8b20-45aa-9347-a5e4dbb90e8d

Томск 2018

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

Рабочая программа дисциплины составлена с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки (специальности) 09.03.02 Информационные системы и технологии, утвержденного 12.03.2015 года, рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ЭМИС «__» _____ 20__ года, протокол №_____.

Разработчик:

профессор кафедры экономической
математики, информатики и статисти-
стики, ФВС, ТУСУР

_____ С. И. Колесникова

Заведующий обеспечивающей каф.
ЭМИС

_____ И. Г. Боровской

Рабочая программа дисциплины согласована с факультетом и выпускающей кафедрой:

Декан ФВС

_____ Л. А. Козлова

Заведующий выпускающей каф.
ЭМИС

_____ И. Г. Боровской

Эксперты:

Заведующий кафедрой экономиче-
ской математики, информатики и
статистики (ЭМИС)

_____ И. Г. Боровской

Доцент кафедры экономической
математики, информатики и статисти-
стики (ЭМИС)

_____ Е. А. Шельмина

1. Цели и задачи дисциплины

1.1. Цели дисциплины

- знакомство с основными достижениями о процессе построения и анализа математических моделей реальных процессов и явлений, учитывающих случайные факторы со статистически устойчивыми свойствами;
- усвоение фундаментальных понятий теории вероятностей и математической статистики;
- овладение способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования.

1.2. Задачи дисциплины

- 1) Освоить основной понятийный аппарат теории вероятностей и математической статистики.
- 2) Усвоить условия корректного применения методов теории вероятностей и математической статистики.
- 3) Овладеть способами решения простых вероятностных задач.
- 4) Усвоить основные модели и соответствующие программные средства обработки статистического материала.
- 5) Овладеть основными методами математической статистики для решения профессиональных задач.
-

2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Теория вероятности и математическая статистика» (Б1.Б.21) относится к блоку 1 (базовая часть).

Предшествующими дисциплинами, формирующими начальные знания, являются: Математика.

Последующими дисциплинами являются: Математические методы исследования систем.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

- ОПК-2 способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования;

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

- **знать** о основные понятия теории вероятности: аксиоматика теории вероятности, случайные события и основные теоремы теории вероятности; о методы описания и определения одно- и многомерных случайных величин; о предельные теоремы теории вероятности.
- **уметь** о вычислять вероятности случайных событий; о находить числовые характеристики случайных величин; о решать прикладные задачи на основе методов теории вероятности и математической статистики.
- **владеть** о методами решения вероятностных задач; о основными операциями над событиями и комбинаторными методами вычисления вероятности событий; о методами определения вероятностей сложных событий; о методами определения числовых характеристик случайных величин и функций от случайных величин; о методами точечного и интервального оценивания; о методами мышления: логическим, комбинаторно-вероятностным.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5.0 зачетных единицы и представлена в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Трудоемкость дисциплины

Виды учебной деятельности	Всего часов	Семестры
		4 семестр

Аудиторные занятия (всего)	68	68
Лекции	34	34
Практические занятия	34	34
Самостоятельная работа (всего)	76	76
Подготовка к практическим занятиям, семинарам	76	76
Всего (без экзамена)	144	144
Подготовка и сдача экзамена	36	36
Общая трудоемкость, ч	180	180
Зачетные Единицы	5.0	5.0

5. Содержание дисциплины

5.1. Разделы дисциплины и виды занятий

Разделы дисциплины и виды занятий приведены в таблице 5.1.

Таблица 5.1 – Разделы дисциплины и виды занятий

Названия разделов дисциплины	Лек., ч	Прак. зан., ч	Сам. раб., ч	Всего часов (без экзамена)	Формируемые компетенции
4 семестр					
1 Основы теории вероятностей. Случайные события	8	8	20	36	ОПК-2
2 Случайные величины. Распределение вероятностей	8	8	20	36	ОПК-2
3 Системы случайных величин	8	10	18	36	ОПК-2
4 Основные понятия математической статистики	10	8	18	36	ОПК-2
Итого за семестр	34	34	76	144	
Итого	34	34	76	144	

5.2. Содержание разделов дисциплины (по лекциям)

Содержание разделов дисциплин (по лекциям) приведено в таблице 5.2.

Таблица 5.2 – Содержание разделов дисциплин (по лекциям)

Названия разделов	Содержание разделов дисциплины по лекциям	Трудоемкость, ч	Формируемые компетенции
4 семестр			
1 Основы теории вероятностей. Случайные события	Сущность и условия применимости теории вероятностей. Употребление вероятностных методов в науке. Условия применимости вероятностных моделей. Основные понятия теории вероятностей.- Случайные события и способы их описания. Различные подходы к математической формализации случайности и вероятности. Основные моменты	8	ОПК-2

	<p>истории развития теории вероятностей. Аксиоматика А.Н.Колмогорова. Вероятностное пространство. Примеры вероятностных пространств. Конечные вероятностные пространства, алгебры событий, классическое определение вероятности. Условная вероятность. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые испытания Бернулли. Предельные теоремы. Вероятность отклонения частоты от постоянной вероятности в серии испытаний.</p>		
	Итого	8	
2 Случайные величины. Распределение вероятностей	<p>Случайные величины. Функции распределения случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия, ковариация Закон распределения вероятностей для функций от известных случайных величин. Случайные величины, связанные с испытаниями Бернулли. Биномиальное и геометрическое распределения. Плотность распределения. Моменты случайных величин. Независимость случайных величин. Непрерывные распределения: нормальное, показательное, равномерное. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел и его следствие. Центральная предельная теорема. Решения задач на применение ЦПТ.</p>	8	ОПК-2
	Итого	8	
3 Системы случайных величин	<p>Модели двумерных законов распределения вероятностей. Совместное распределение. Числовые характеристики составляющих. Условные распределения составляющих. Корреляционный момент, коэффициент корреляции и уравнение регрессии.</p>	8	ОПК-2
	Итого	8	
4 Основные понятия математической статистики	<p>Статистическая структура. Статистические решения. Выборка. Выборочные моменты, их асимптотические свойства. Порядковые статистики. Эмпирическая функция распределения. Выборочная медиана. Статистическое оценивание. Методы оценивания плотности распределения. Гистограмма. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Точечные оценки, несмещенность, состоятельность, оптимальность оценок. Функция правдоподобия. Эффективные оценки. Достаточные статистики. Критерий факторизации. Оценки максимального правдоподобия и их свойства. Метод моментов. Свойства оценок, полученных по методу моментов. Интервальное оценивание. Построение доверительных интервалов с помощью центральной случайной величины и распределения точечной оценки. Проверка статистических гипотез. Распределения, связанные с нормальным: распределения хи-квадрат, Стьюдента. Статистические выводы о параметрах нормального распределения. Критерии согласия хи-квадрат и</p>	10	ОПК-2

	Колмогорова. Линейная регрессионная модель.		
	Итого	10	
Итого за семестр		34	

5.3. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечивающими (предыдущими) и обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечивающими (предыдущими) и обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами представлены в таблице 5.3.

Таблица 5.3 – Разделы дисциплины и междисциплинарные связи

Наименование дисциплин	№ разделов данной дисциплины, для которых необходимо изучение обеспечивающих и обеспечиваемых дисциплин			
	1	2	3	4
Предшествующие дисциплины				
1 Математика	+	+	+	+
Последующие дисциплины				
1 Математические методы исследования систем			+	+

5.4. Соответствие компетенций, формируемых при изучении дисциплины, и видов занятий

Соответствие компетенций, формируемых при изучении дисциплины, и видов занятий представлено в таблице 5.4.

Таблица 5.4 – Соответствие компетенций, формируемых при изучении дисциплины, и видов занятий

Компетенции	Виды занятий			Формы контроля
	Лек.	Прак. зан.	Сам. раб.	
ОПК-2	+	+	+	Отчет по индивидуальному заданию, Экзамен, Опрос на занятиях, Тест

6. Интерактивные методы и формы организации обучения

Не предусмотрено РУП.

7. Лабораторные работы

Не предусмотрено РУП.

8. Практические занятия (семинары)

Наименование практических занятий (семинаров) приведено в таблице 8.1.

Таблица 8.1 – Наименование практических занятий (семинаров)

Названия разделов	Наименование практических занятий (семинаров)	Трудоемкость, ч	Формируемые компетенции
4 семестр			
1 Основы теории вероятностей. Случайные события	Операции над событиями. Произведение и сумма событий. Типы событий. Классическое определение вероятности, Классическое определение вероятности; геометрическое определение вероятно-	8	ОПК-2

	сти. Вероятность, аксиомы вероятности, конечно-мерные вероятностные пространства. Элементы комбинаторики. Основные теоремы теории вероятностей. Условные вероятности. Независимость событий. Формулы полной вероятности и Байеса. Схема независимых испытаний. Формулы Бернулли.		
	Итого	8	
2 Случайные величины. Распределение вероятностей	Биномиальное распределение и предельные теоремы. Распределения случайных величин: дискретные с.в. Числовые характеристики случайных величин. Распределения непрерывных случайных величин. Плотность распределения. Моменты случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия, ковариация и их свойства. Геометрическое распределение. Теорема Пуассона, оценка отклонения биномиальных вероятностей от пуассоновских. Непрерывные распределения: нормальное, показательное, равномерное. Закон больших чисел. ЦПТ	8	ОПК-2
	Итого	8	
3 Системы случайных величин	Функции от случайных величин. Системы случайных величин. Независимость, зависимость случайных величин. Условные плотности. Корреляционный момент, корреляция.	10	ОПК-2
	Итого	10	
4 Основные понятия математической статистики	Выборка. Интервальный вариационный ряд. Гистограмма. Выборочные моменты, их асимптотические свойства. Эмпирическая функция распределения, выборочные математическое ожидание, дисперсия, ковариация, мода, медиана. Методы оценивания плотности распределения. Точечные оценки. Функция правдоподобия. Оценки максимального правдоподобия и их свойства. Метод моментов. Свойства оценок, полученных по методу моментов. Интервальное оценивание. Построение доверительных интервалов с помощью центральной случайной величины и распределения точечной оценки. Статистическая гипотеза и процедура ее проверки	8	ОПК-2
	Итого	8	
Итого за семестр		34	

9. Самостоятельная работа

Виды самостоятельной работы, трудоемкость и формируемые компетенции представлены в таблице 9.1.

Таблица 9.1 – Виды самостоятельной работы, трудоемкость и формируемые компетенции

Названия разделов	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость, ч	Формируемые компетенции	Формы контроля
4 семестр				
1 Основы теории вероятностей. Случайные события	Подготовка к практическим занятиям, семинарам	20	ОПК-2	Тест, Экзамен
	Итого	20		
2 Случайные величины. Распределение вероятностей	Подготовка к практическим занятиям, семинарам	20	ОПК-2	Тест, Экзамен
	Итого	20		
3 Системы случайных величин	Подготовка к практическим занятиям, семинарам	18	ОПК-2	Тест, Экзамен
	Итого	18		
4 Основные понятия математической статистики	Подготовка к практическим занятиям, семинарам	18	ОПК-2	Тест, Экзамен
	Итого	18		
Итого за семестр		76		
	Подготовка и сдача экзамена	36		Экзамен
Итого		112		

10. Курсовая работа (проект)

Не предусмотрено РУП.

11. Рейтинговая система для оценки успеваемости обучающихся

11.1. Балльные оценки для элементов контроля

Таблица 11.1 – Балльные оценки для элементов контроля

Элементы учебной деятельности	Максимальный балл на 1-ую КТ с начала семестра	Максимальный балл за период между 1КТ и 2КТ	Максимальный балл за период между 2КТ и на конец семестра	Всего за семестр
4 семестр				
Опрос на занятиях	10	10	20	40
Отчет по индивидуальному заданию		10		10
Тест		20		20
Итого максимум за период	10	40	20	70
Экзамен				30

Нарастающим итогом	10	50	70	100
--------------------	----	----	----	-----

11.2. Пересчет баллов в оценки за контрольные точки

Пересчет баллов в оценки за контрольные точки представлен в таблице 11.2.

Таблица 11.2 – Пересчет баллов в оценки за контрольные точки

Баллы на дату контрольной точки	Оценка
$\geq 90\%$ от максимальной суммы баллов на дату КТ	5
От 70% до 89% от максимальной суммы баллов на дату КТ	4
От 60% до 69% от максимальной суммы баллов на дату КТ	3
$< 60\%$ от максимальной суммы баллов на дату КТ	2

11.3. Пересчет суммы баллов в традиционную и международную оценку

Пересчет суммы баллов в традиционную и международную оценку представлен в таблице 11.3.

Таблица 11.3 – Пересчет суммы баллов в традиционную и международную оценку

Оценка (ГОС)	Итоговая сумма баллов, учитывает успешно сданный экзамен	Оценка (ECTS)
5 (отлично) (зачтено)	90 - 100	A (отлично)
4 (хорошо) (зачтено)	85 - 89	B (очень хорошо)
	75 - 84	C (хорошо)
	70 - 74	D (удовлетворительно)
3 (удовлетворительно) (зачтено)	65 - 69	
	60 - 64	E (посредственно)
2 (неудовлетворительно) (не зачтено)	Ниже 60 баллов	F (неудовлетворительно)

12. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

12.1. Основная литература

1. Горлач, Б.А. Теория вероятностей и математическая статистика. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2013. — 320 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/4864#book_name, дата обращения: 10.06.2018.

12.2. Дополнительная литература

1. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей : Учебное пособие для вузов / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. - 6-е изд., стереотип. - М. : Академия, 2005. (наличие в библиотеке ТУСУР - 99 экз.)

2. В. Е. Гмурман Теория вероятностей и математическая статистика : Учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман ; Министерство образования и науки Российской Федерации. - 12-е изд., перераб. - М. : Высшее образование, 2006. – 478с. (наличие в библиотеке ТУСУР - 21 экз.)

12.3. Учебно-методические пособия

12.3.1. Обязательные учебно-методические пособия

1. Колесникова С.И. Высшая математика III. Основы теории вероятностей. Элементы математической статистики. Методическое пособие. Томск: ТУСУР, 2007.–106 с. (наличие в библиотеке ТУСУР - 54 экз.)

2. Теория вероятностей и математическая статистика: Методические указания по выполнению практических работ / Колесникова С. И. - 2012. 28 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://edu.tusur.ru/publications/880>, дата обращения: 10.06.2018.

3. Теория вероятностей и математическая статистика: Методические указания к самостоятельной работе студентов / Колесникова С. И. - 2012. 16 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа:

<http://edu.tusur.ru/publications/881>, дата обращения: 10.06.2018.

4. Анализ данных: Методические указания по самостоятельной работе / Колесникова С. И. - 2012. 18 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://edu.tusur.ru/publications/3053>, дата обращения: 10.06.2018.

5. Теория вероятностей и математическая статистика: Методические указания к самостоятельной работе / Колесникова С. И. - 2018. 35 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/7530>, дата обращения: 10.06.2018.

6. Теория вероятностей и математическая статистика: Методические указания к практическим занятиям / Колесникова С. И. - 2018. 35 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/7498>, дата обращения: 10.06.2018.

12.3.2. Учебно-методические пособия для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Учебно-методические материалы для самостоятельной и аудиторной работы обучающихся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

Для лиц с нарушениями зрения:

- в форме электронного документа;
- в печатной форме увеличенным шрифтом.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в форме электронного документа;
- в печатной форме.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в форме электронного документа;
- в печатной форме.

12.4. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. <http://www.intuit.ru/department/mathematics/ptams/lit.html>
2. [http://www.exponenta.ru/Теории вероятностей](http://www.exponenta.ru/Теории_вероятностей)
3. <http://www.math-portal.ru/ycebnikiteorver>
4. [http://www.MatBuro.ru/Учебник по теории вероятностей](http://www.MatBuro.ru/Учебник_по_теории_вероятностей)
5. <http://www.teorver-online.narod.ru>

13. Материально-техническое обеспечение дисциплины и требуемое программное обеспечение

13.1. Общие требования к материально-техническому и программному обеспечению дисциплины

13.1.1. Материально-техническое и программное обеспечение для лекционных занятий

Для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используется учебная аудитория с количеством посадочных мест не менее 22-24, оборудованная доской и стандартной учебной мебелью. Имеются демонстрационное оборудование и учебно-наглядные пособия, обеспечивающие тематические иллюстрации по лекционным разделам дисциплины.

13.1.2. Материально-техническое и программное обеспечение для практических занятий

Учебная лаборатория

учебная аудитория для проведения занятий практического типа, учебная аудитория для проведения занятий лабораторного типа, помещение для курсового проектирования (выполнения курсовых работ), помещение для проведения групповых и индивидуальных консультаций, помещение для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, помещение для самостоятельной работы

634034, Томская область, г. Томск, Вершинина улица, д. 74, 426 ауд.

Описание имеющегося оборудования:

- ПЭВМ (Intel Pentium, 2 Gb RAM) (12 шт.);

- Магнитомаркерная доска;
 - Видеопроектор;
 - Экран;
 - ПЭВМ (10 шт.);
 - Комплект специализированной учебной мебели;
 - Рабочее место преподавателя.
- Программное обеспечение:
- Microsoft Office 95

13.1.3. Материально-техническое и программное обеспечение для самостоятельной работы

Для самостоятельной работы используются учебные аудитории (компьютерные классы), расположенные по адресам:

- 634050, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 40, 233 ауд.;
- 634045, Томская область, г. Томск, ул. Красноармейская, д. 146, 201 ауд.;
- 634034, Томская область, г. Томск, Вершинина улица, д. 47, 126 ауд.;
- 634034, Томская область, г. Томск, Вершинина улица, д. 74, 207 ауд.

Состав оборудования:

- учебная мебель;
- компьютеры класса не ниже ПЭВМ INTEL Celeron D336 2.8ГГц. - 5 шт.;
- компьютеры подключены к сети «Интернет» и обеспечивают доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Перечень программного обеспечения:

- Microsoft Windows;
- OpenOffice;
- Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows;
- 7-Zip;
- Google Chrome.

13.2. Материально-техническое обеспечение дисциплины для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Освоение дисциплины лицами с ограниченными возможностями здоровья и инвалидами осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.

При занятиях с обучающимися **с нарушениями слуха** предусмотрено использование звукоусиливающей аппаратуры, мультимедийных средств и других технических средств приема/передачи учебной информации в доступных формах, мобильной системы преподавания для обучающихся с инвалидностью, портативной индукционной системы. Учебная аудитория, в которой занимаются обучающиеся с нарушением слуха, оборудована компьютерной техникой, аудиотехникой, видеотехникой, электронной доской, мультимедийной системой.

При занятиях с обучающимися **с нарушениями зрения** предусмотрено использование в лекционных и учебных аудиториях возможности просмотра удаленных объектов (например, текста на доске или слайда на экране) при помощи видеоувеличителей для комфортного просмотра.

При занятиях с обучающимися **с нарушениями опорно-двигательного аппарата** используются альтернативные устройства ввода информации и другие технические средства приема/передачи учебной информации в доступных формах, мобильной системы обучения для людей с инвалидностью.

14. Оценочные материалы и методические рекомендации по организации изучения дисциплины

14.1. Содержание оценочных материалов и методические рекомендации

Для оценки степени сформированности и уровня освоения закрепленных за дисциплиной компетенций используются оценочные материалы в составе:

14.1.1. Тестовые задания

1. В ящике имеются 4 белых и 7 черных шаров. Какова вероятность того, что наудачу вынутый шар окажется белым?
а) $1/4$; б) $4/11$; в) $4/7$
2. Бросаются два игральных кубика. Событие $C=$
а) достоверное;
б) возможное;
в) маловероятное;
г) невозможное.
3. Формула $P(A+B)=P(A)+P(B)$ служит для суммы двух
а) несовместных событий;
б) событий, образующих полную группу событий;
в) достоверных событий;
г) событий, подчиненных только биномиальному закону.
4. Формула $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$ служит для суммы двух
а) невозможных событий;
б) совместных событий;
в) зависимых событий;
г) событий, подчиненных только биномиальному закону.
5. В урне a белых, b черных, c красных шаров. Вероятность того, что из урны вынут белый или красный шар равна
а) $(a+c) \cdot (a+b)$;
б) $(a+b+c)/(b+c)$;
в) $(a+c)/(a+b+c)$;
г) $(ab)/(a+b+c)$.
6. Какое из следующих событий достоверное:
1) появление не более 18 очков при бросании трех игральных костей
2) попадание в мишень при трех выстрелах
3) появление 17 очков при бросании трех игральных костей
4) появление хотя бы одного «орла» при двукратном бросании монеты
7. Случайное событие — это событие, которое
1) может произойти или не произойти в данном испытании
2) происходит в каждом испытании
3) происходит один раз в серии испытаний
4) происходит очень редко
8. Полная группа событий — это
1) группа событий, вероятности которых равны между собой
2) группа событий, отдельные вероятности которых равны 1.
3) группа событий, когда в результате опыта неизбежно должно произойти хотя бы одно из них
4) группа совместных событий
9. Сумма двух событий — это
1) событие, состоящее в появлении одного или другого события, или обоих событий одновременно
2) событие, состоящее в одновременном появлении этих событий;
3) сумма вероятностей этих событий
4) событие, состоящее в появлении независимых событий;
10. Произведение двух событий — это
1) произведение вероятностей этих событий
2) событие, состоящее в одновременном появлении этих событий
3) мера возможности одновременного появления этих событий
4) событие, состоящее в появлении одного или другого события

11. Формула

$P(A)=P(A/H_1)P(H_1)+P(A/H_2)P(H_2)+\dots+P(A/H_n)P(H_n)$, где события H_1, H_2, \dots, H_n образуют полную группу событий, а событие A может произойти только с одним из них, представляет собой

- 1) закон больших чисел
- 2) формулу полной вероятности
- 3) формулу Байеса
- 4) правило суммы вероятностей

12. Число m_0 наступления события в серии из n испытаний называется наивероятнейшим, если

- 1) это число является наибольшим среди всех остальных;
- 2) оно соответствует наибольшей вероятности в данной серии испытаний
- 3) оно совпадает с числом испытаний n
- 4) событие, соответствующее этому числу, достоверно

13. Пусть в серии из n испытаний, в каждом из которых событие A появляется с вероятностью $p=1/2$, число испытаний достаточно велико. Тогда вероятность наступления события A ровно m раз удобнее считать по формуле

- 1) локальной теореме Лапласа
- 2) сложения вероятностей
- 3) умножения вероятностей
- 4) полной вероятности
- 5) по формуле закона трех сигм

14. Дан закон распределения дискретной случайной величины (ДСВ):

X 1 2 3

p 0,4 0,1 0,5 .

Математическое ожидание ДСВ равно:

- 1) $MX=2,1$;
- 2) $MX=2,4$;
- 3) $MX=1,8$;
- 4) $MX=2,3$.

15. Бросают 2 монеты. События A – «орел на первой монете» и B – «решка на второй монете» являются

- 1) совместными событиями
- 2) несовместными событиями
- 3) достоверными событиями
- 4) невозможными событиями

16. Страхуется 1200 автомобилей; считается, что каждый из них может попасть в аварию с вероятностью 0.08. Для вычисления вероятности того, что количество аварий среди всех застрахованных автомобилей не превзойдет 100, следует использовать

- 1) формулу Муавра-Лапласа
- 2) формулу нормального закона
- 3) формулу показательного закона
- 4) формулу умножения вероятностей

17. Мода вариационного ряда 1, 4, 4, 5, 6, 8, 9 равна...

- 1) 4
- 2) 1
- 3) 9
- 4) 5

18. По оценкам экспертов вероятности банкротства для двух предприятий, производящих разнотипную продукцию, равны 0,1 и 0,15. Тогда вероятность банкротства обоих предприятий одновременно равна...

- 1) 0,015
- 2) 0,25

3) 0,765

4) 0,15

19. К математическим методам решения задачи теоретического оценивания и практического прогнозирования по наблюдаемым данным относятся

1) Теория вероятности и математическая статистика

2) Дискретная математика

3) Любые инженерные методы

4) Теория управления

20. На тренировках занимаются 12 баскетболистов. Сколько может быть образовано тренером разных стартовых пятерок?

а) 792; б) 580; в) 120

14.1.2. Экзаменационные вопросы

1. Случайные события. Алгебра событий.

2. Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики в классической вероятностной схеме. Геометрические вероятности.

3. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятностей.

4. Вероятности суммы и произведения случайных событий.

5. Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

6. Независимые испытания. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Полиномиальная схема.

7. Предельные теоремы в схеме Бернулли. Локальная предельная теорема Муавра-Лапласа

8. Предельные теоремы в схеме Бернулли. Интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа.

9. Предельные теоремы в схеме Бернулли. Теорема Пуассона.

10. Понятие случайной величины. Дискретные случайные величины. Непрерывные случайные величины.

11. Закон распределения случайной величины, функция распределения вероятностей случайной величины. Ее свойства.

12. Плотность распределения вероятностей случайной величины. Ее свойства.

13. Числовые характеристики случайных величин, их свойства. Примеры.

14. Основные виды распределений дискретных и непрерывных случайных величин, их числовые характеристики. Подсчет вероятностей.

15. Гауссовская случайная величина, ее числовые характеристики. Вероятность попадания гауссовской случайной величины в заданный интервал. Правило «трех сигма».

16. Системы случайных величин. Функция распределения вероятностей системы двух случайных величин (двумерного случайного вектора), ее свойства.

17. Плотность распределения вероятностей системы двух случайных величин (двумерного случайного вектора), ее свойства.

18. Независимость нескольких случайных величин. Связь с коэффициентом корреляции.

19. Числовые характеристики системы случайных величин, их свойства.

20. Ковариация, коэффициент корреляции, их свойства. Двумерное нормальное (гауссовское) распределение.

21. Функции от случайных величин. Закон распределения функции от одной случайной величины.

22. Функции от случайных величин. Закон распределения функции от двух случайных величин.

23. Числовые характеристики функций от случайных величин, их свойства.

24. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел в форме Чебышева.

25. Следствия из закона больших чисел: теорема Бернулли, теорема Пуассона.

26. Центральная предельная теорема.

27. Основные задачи математической статистики. Описательная статистика. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма, полигон частот. Выборочные характеристики.

28. Задачи теории оценивания. Точечное оценивание. Свойства точечных оценок.

29. Оценки математического ожидания и дисперсии, их свойства.

30. Методы получения оценок: метод моментов. Пример.

31. Методы получения оценок: метод максимального правдоподобия. Свойства МП-оценок.
32. Интервальное (доверительное) оценивание. Доверительный интервал для математического ожидания генеральной совокупности выборки.
33. Доверительное оценивание параметров нормального распределения.

14.1.3. Темы индивидуальных заданий

РАЗДЕЛ 1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ.

Вариант 1.1

1. Подброшены три игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна десяти.
2. События A и B независимы. Вероятность наступления хотя бы одного из них равна 0,76, а ровно одного — 0,52. Найти $P\{A\}$ и $P\{B\}$, если $P\{A\} > P\{B\}$. В ответ записать сначала $P\{A\}$, а затем $P\{B\}$ в виде десятичной дроби.
3. Один аппарат обслуживает три конвейерные линии. Первая линия может требовать ремонта с вероятностью 0.25; вторая с вероятностью 0.28; а третья — 0.36. Найти вероятность того, что а) хотя бы одна линия потребует ремонта; б) не более двух линий потребует ремонта.
4. Имеется 10 ящиков с лампами. В двух из них — 8 матовых и 2 прозрачные, в трёх — 6 матовых и 4 прозрачных, в пяти — 5 матовых и 5 прозрачных. Из случайно взятого ящика извлекли две лампы. Они оказались матовыми. Найти вероятность того, что они извлечены из первой группы ящиков.
5. Завод отправил на контроль 700 изделий. В пути с вероятностью в 0.2 возможно повреждение изделия. Найти вероятность того, что в пути будет повреждено а) ровно 3 изделия; б) не менее трёх изделий.

Вариант 1.2

1. В урне находятся 10 шаров, из них 4 белых, остальные - чёрные. Последовательно, без возвращения извлекают два шара. Найти вероятность того, что оба шара будут белыми.
2. В партии, состоящей из 25 изделий, имеется пять бракованных. Из партии для контроля выбирается 7 изделий. Найти вероятность того, что среди отобранных будет а) три бракованных; б) хотя бы одно бракованное.
3. Производится стрельба из 4-х орудий по одной цели. Вероятность попадания первым орудием 0,6, вторым — 0,7, третьим — 0,8, четвертым — 0,5. Найти вероятность разрушения цели, если известно, что при одном попадании цель будет разрушена с вероятностью 0,1, при двух - 0,4, при трёх — 0,8, при четырех — 0,95. В результате одного залпа цель была разрушена. Найти вероятность того, что при этом было два попадания в цель.
4. В спартакиаде участвуют 30 спортсменов: 22 лыжника и 8 конькобежцев. Вероятность выполнить норму лыжником равна 0,8, а конькобежцем — 0,4. Случайно вызвано три спортсмена. Найти вероятность того, что они все выполняют норму.
5. Найти вероятность того, что среди 300 изделий окажется менее трех бракованных, если в среднем бракованные изделия составляют 1,5%.

Вариант 1.3

1. Бросаются две игральные кости. Найти вероятность того, что на двух костях выпадет число очков а) в сумме составляющее «пять», а разность будет равна «двум»? б) в сумме составляющее «шесть», при условии, что разность будет равна «двум»?
2. Студент знает 40 из 60 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает оба вопроса, содержащиеся в экзаменационном билете.
3. Игральная кость бросается шесть раз. Найти вероятность того, что число выпавших очков будет составлять строго возрастающие величины.
4. Из урны, содержавшей 4 белых и 7 черных шаров, один шар неизвестного цвета утерян. Найти вероятность извлечь наудачу из урны шар черного цвета.

5. Изделия некоторого предприятия содержат 5% брака. Найти вероятность того, что среди трех взятых наудачу изделий окажутся два бракованных.

Вариант 1.4

1. В урне 3 красных, 6 зеленых, 5 синих и 10 неокрашенных шаров. Наудачу извлекается три шара. Какова вероятность того, что все они окажутся окрашенными и все разных цветов?

2. В партии из десяти изделий три бракованных. Наудачу выбирают пять изделий. Какова вероятность того, что среди них не менее одного бракованных?

3. В ящике 9 красных и 7 синих пуговиц. Вынимаются наудачу две пуговицы. Найти вероятность того, что а) обе пуговицы одного цвета; б) разных цветов.

4. Имеется девять одинаковых урн, из которых в восьми находятся по 3 белых и 2 черных шара, а в одной – 4 белых и 2 черных шара. Из взятой наугад урны извлечен белый шар. Какова вероятность того, что шар извлечен из урны, содержащей 4 белых шаров?

5. Вероятность того, что покупателю потребуется обувь 45-го размера, равна 0,02. Найти вероятность того, что из пяти покупателей хотя бы одному потребуется обувь этого размера.

Вариант 1.5

1. 4 стрелка одновременно стреляют в одну мишень. Найти вероятность того, что а) в мишени будет только одна пробоина, если вероятности попадания в мишень для каждого из стрелков соответственно равны 0,4, 0,6, 0,3 и 0,7; б) хотя бы одна пробоина.

2. В урне два белых и шесть черных шаров. Наудачу вынимают два шара. Какова вероятность того, что а) шары разных цветов; б) шары одинаковых цветов?

3. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,7. Найти вероятность того, что в результате трех выстрелов будет не меньше одного попадания.

4. В тире имеется пять винтовок, вероятности попадания в цель из которых равны соответственно 0,5, 0,6, 0,7, 0,8 и 0,9. Найти вероятность а) попадания в цель из взятой наугад винтовки; б) была выбрана первая винтовка, если известно, что цель была поражена.

5. 10% изделий некоторого предприятия – продукция высшего сорта. Приобретено 5 изделий этого предприятия. Какова вероятность того, что не менее 2-х из них высшего сорта?

РАЗДЕЛ 2.: СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Вариант 2.1

1. Два стрелка делают по одному выстрелу в одну мишень. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,7, для второго – 0,6. X – число попаданий в мишень. Требуется для дискретной случайной величины X : а) построить ряд распределения; б) вычислить $M(X)$, $D(X)$ и $\sigma(X)$; в) найти вероятность $P(X < M(X))$; найти вероятность $P(0 < X < M(X))$;

2. Дана плотность распределения случайной величины X (методическое пособие СРС)

Найти: а) константу b ; функцию распределения $F(x)$, в ответ ввести $F(1/3)$; $F(1/2)$; в) MX ; г) DX ; д) $P(1/3 < X < 1/2)$.

3. Весы для тяжелых предметов считаются годными, если отклонение X от контрольного веса на более чувствительных весах не превышает 10 г. Величина X – нормально распределенная и $M(X)=0$, $D(X)=10$ г. Сколько процентов пригодных весов изготавливает завод?

Вариант 2.2

1. Из коробки, содержащей 3 синих и 5 красных карандаша, наудачу вынимают 3 карандаша. X – число синих карандашей среди вынутых. Требуется для дискретной случайной величины X : а) построить ряд распределения; б) вычислить $M(X)$, $D(X)$ и $\sigma(X)$; в) найти вероятность $P(X < M(X))$.

2. Задана плотность распределения вероятностей (методическое пособие СРС).

Найти: а) константу a ; б) функцию распределения $F(x)$, в ответ ввести значения $F(-1/2)$,

$F(1/2)$; в) $M(X)$; г) $D(X)$; д) $P(-1/2 < X < 1)$.

3. Компоненты изготавливаемого лекарства отвешиваются на весах, ошибка X которых распределена нормально, причём $M(X)=0$, $\sigma(X)=0.003$ г. Норма веса лекарства 0.02 г. Определить вероятность отбраковки лекарства, если максимально допустимый вес принятого к использованию лекарства 0.021 г.

Вариант 2.3

1. Игральная кость бросается до появления шестерки, но не более пяти раз. X – число бросаний кости. Требуется для дискретной случайной величины X : а) построить ряд распределения; б) вычислить $M(X)$, $D(X)$ и $\sigma(X)$; в) найти вероятность $P(X < M(X))$.

2. Задана плотность распределения вероятностей. Найти: а) константы a ; б) функцию распределения $F(x)$, в ответ ввести значения $F(-1/3)$, $F(1/3)$; в) $M(X)$; г) $D(X)$; д) $P(-1/2 < X < 0.7)$.

3. Изделие считается пригодным, если отклонение его размера от номинала не превышает по модулю 0.45 мм. Случайные отклонения X распределены нормально, причём $M(X)=0$, $\sigma(X)=0.5$ мм. Определить вероятность того, что случайно взятое изделие является пригодным.

РАЗДЕЛ 3: СИСТЕМЫ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Вариант 3.1

1 Две случайные величины имеют соответственно средние, равные 2 и 3, дисперсии, равные 16 и 25, а также коэффициент корреляции, равный 0,25. Найти среднее значение их произведения.

2 Пусть случайная величина X распределена равномерно в заданном интервале (a,b) с плотностью $f(x)=1/(b-a)$, вне этого интервала $f(x)=0$. Каков вид плотности $g(y)$ у новой случайной величины $Y=|X|$? Как эта плотность выглядит графически?

3 Случайные величины X и Y принимают значения из множеств $\{0,1,-1\}$ и $\{0,1,5\}$ соответственно. Вероятности различных сочетаний даются таблицей.

Определить: а) являются ли X и Y независимыми? коэффициент корреляции $r(X,Y)$? б) Найти законы распределения X и Y .

Вариант 3.2

1 Дана таблица совместного распределения двух СВ. Получить характеристики: 1) распределения составляющих X , Y ; 2) распределение СВ X при условии $Y=1$; коэффициент корреляции $r(X, Y)$.

2 (Закон распределения хи-квадрат). Если старая случайная величина X распределена по стандартному нормальному закону, то каков вид плотности $g(y)$ у новой случайной величины $Y=X^2$? Как эта плотность выглядит графически?

3 Случайная величина X равномерно распределена в интервале (a,b) . Найти плотность вероятности и функцию распределения случайной величины $Y=X^2$. $a=-5$, $b=5$.

Вариант 3.3

1 Две случайные величины имеют соответственно средние, равные -2 и 2, дисперсии, равные 1 и 5, а также коэффициент корреляции, равный 0,3. Найти среднее значение их произведения.

2 Пусть случайная величина X распределена равномерно в заданном интервале (a,b) с плотностью $f(x)=1/(b-a)$, вне этого интервала $f(x)=0$. Каков вид плотности $g(y)$ у новой случайной величины $Y=X^2$? Как эта плотность выглядит графически?

3 Случайные величины X и Y принимают значения из множеств $\{10,1,-1\}$ и $\{-10,1,5\}$ соответственно. Вероятности различных сочетаний даются таблицей. Определить: а) являются ли X и Y независимыми? коэффициент корреляции $r(X,Y)$? б) Найти законы распределения X и Y .

РАЗДЕЛ 4: НЕКОТОРЫЕ ПОНЯТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Вариант 4/1

Описательная статистика. Для выборочных данных выполнить обработку:

- а) найти выборочные значения среднего арифметического, моды, медианы;
- б) найти размах выборки, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение; проверить выполнение правила «3сигма»;
- в) оценить симметричность распределения;
- г) найти верхнюю и нижнюю выборочные квартили, пояснить их смысл;
- д) построить сгруппированный статистический ряд и гистограмму;
- е) найти модальный и медианный интервалы, сравнить середины этих интервалов со значениями моды и медианы, рассчитанными по выборке.

Измерены диаметры 40 металлических шариков, мм:

8.53 8.59 8.51 8.59 8.41 8.46 8.57
8.62 8.45 8.51 8.46 8.55 8.61 8.68
8.52 8.43 8.40 8.41 8.54 8.47 8.53
8.55 8.43 8.47 8.59 8.63 8.56 8.42
8.58 8.60 8.52 8.56 8.56 8.60 8.54
8.61 8.45 8.54 8.57 8.68

Вариант 4.2

Описательная статистика. Для выборочных данных выполнить обработку:

- а) найти выборочные значения среднего арифметического, моды, медианы;
- б) найти размах выборки, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение; проверить выполнение правила «3сигма»;
- в) оценить симметричность распределения;
- г) найти верхнюю и нижнюю выборочные квартили, пояснить их смысл;
- д) построить сгруппированный статистический ряд и гистограмму;
- е) найти модальный и медианный интервалы, сравнить середины этих интервалов со значениями моды и медианы, рассчитанными по выборке.

Измерена продолжительность работы 30 электрических лампочек, десятков часов:

51 56 69 31 56 49 51 53 74 51
63 48 53 51 64 50 59 84 55 82
55 72 70 54 51 77 98 62 73 55

Вариант 4.3

Описательная статистика. Для выборочных данных выполнить обработку:

- а) найти выборочные значения среднего арифметического, моды, медианы;
- б) найти размах выборки, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение; проверить выполнение правила «3сигма»;
- в) оценить симметричность распределения;
- г) найти верхнюю и нижнюю выборочные квартили, пояснить их смысл;
- д) построить сгруппированный статистический ряд и гистограмму;
- е) найти модальный и медианный интервалы, сравнить середины этих интервалов со значениями моды и медианы, рассчитанными по выборке.

Измерена скорость автомобиля на некотором участке дороги, км/час:

41.5 42.3 47.4 51.2 52.3 43.9

49.1 46.6 41.7 57.5 52.3 45.7
48.0 49.3 57.4 44.4 51.0 49.8
43.8 50.6 49.6 40.9 50.8 51.8
39.6 48.1 43.2 50.8 48.0 56.9

Вариант 4.4

Описательная статистика. Для выборочных данных выполнить обработку:

- а) найти выборочные значения среднего арифметического, моды, медианы;
- б) найти размах выборки, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение; проверить выполнение правила «Зсигма»;
- в) оценить симметричность распределения с помощью первого коэффициента Пирсона;
- г) найти верхнюю и нижнюю выборочные квартили, пояснить их смысл;
- д) построить сгруппированный статистический ряд и гистограмму;
- е) найти модальный и медианный интервалы, сравнить середины этих интервалов со значениями моды и медианы, рассчитанными по выборке.

Основные фонды 30 предприятий, млн руб.:

4.2 2.4 4.9 6.7 4.5 2.7 3.9 2.1 5.8 4.0
2.8 7.3 4.4 6.6 2.0 6.2 7.0 8.1 0.7 6.8
9.4 7.6 6.3 8.8 6.5 1.4 4.6 2.0 7.2 9.1

Вариант 4.5

Описательная статистика. Для выборочных данных выполнить обработку:

- а) найти выборочные значения среднего арифметического, моды, медианы;
- б) найти размах выборки, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение; проверить выполнение правила «Зсигма»;
- в) оценить симметричность распределения;
- г) найти верхнюю и нижнюю выборочные квартили, пояснить их смысл;
- д) построить сгруппированный статистический ряд и гистограмму;
- е) найти модальный и медианный интервалы, сравнить середины этих интервалов со значениями моды и медианы, рассчитанными по выборке.

Измерены длины 40 графитовых стержней для цанговых карандашей, см:

6.61 6.45 6.54 6.57 6.68 6.58 6.60 6.52 6.56
6.60 6.54 6.55 6.43 6.47 6.59 6.63 6.56 6.42
6.56 6.52 6.43 6.40 6.41 6.54 6.47 6.53 6.62
6.45 6.51 6.46 6.55 6.61 6.68 6.53 6.59 6.51
6.59 6.41 6.46 6.57

14.1.4. Темы опросов на занятиях

1. Элементы комбинаторики. Основные теоремы теории вероятностей. Условные вероятности. Независимость событий. Формулы полной вероятности и Байеса и их применение на практике.

Задача 1.1. Опыт – бросание игральной кости. Событие $A = \{\text{выпадение четного числа очков}\}$. Исходы опыта – выпадение того или иного числа очков. Очевидно, что шесть возможных исходов опыта образуют полную группу попарно несовместных равновероятных событий ($n=6$). Благоприятствуют событию A три исхода: выпадение 2-х, 3-х и 6-и очков ($m=3$). Следовательно, $P(A) = m/n = 3/6 = 1/2$.

Задача 1.2. Опыт состоит в бросании двух монет. Рассматриваются следующие события:
 $A = \{\text{герб на первой монете}\};$

$B = \{\text{цифра на первой монете}\};$
 $C = \{\text{герб на второй монете}\};$
 $D = \{\text{цифра на второй монете}\};$
 $E = \{\text{хотя бы один герб}\};$
 $F = \{\text{хотя бы одна цифра}\};$
 $G = \{\text{один герб и одна цифра}\};$
 $H = \{\text{ни одного герба}\};$
 $K = \{\text{два герба}\}.$ -

Определить, каким событиям этого списка равносильны следующие события:

- 1) $A + C$;
- 2) AC ;
- 3) EF ;
- 4) $G + E$;
- 5) GE ;
- 6) BD ;
- 7) $E + K$.

Задача 1.3. Зависимы или независимы: 1) несовместные события; 2) события, образующие полную группу; 3) равновозможные события?

2. Схема независимых испытаний. Формулы Бернулли. Биномиальное распределение и предельные теоремы.

1) Партия содержит 8 изделий первого сорта и 32 изделия второго сорта. Наудачу взято 5 изделий. Найти вероятность того, что среди них ровно 4 изделия одного сорта.

2) Два охотника одновременно стреляют в цель. Известно, что вероятность попадания для первого охотника равна 0,2, а для второго – 0,6. Произошло только одно попадание. Найти вероятность того, что промахнулся первый охотник.

3) Для прядения смешаны поровну белый и окрашенный хлопок. Какова вероятность среди пяти случайно выбранных волокон смеси обнаружить менее двух окрашенных?

4) Завод отправил на базу 5000 доброкачественных изделий. Вероятность повреждения в пути для каждого изделия равна 0,0002. Найти вероятность того, что будет повреждено не более трех изделий.

5) В урне 20 шаров, из них 3 черных. Наудачу взято 5 шаров. Найти вероятность того, что среди взятых шаров не более одного черного.

3. Распределения дискретных случайных величин.

Задача 3.1. Приобретено пять лотерейных билетов. Вероятность выигрыша по одному билету равна 0,05. X – число выигравших билетов. Требуется для дискретной случайной величины X : а) построить ряд распределения; б) вычислить $M(X)$, $D(X)$ и $\sigma(X)$; в) найти вероятность $P(X < M(X))$.

Задача 3.2. Даны значения независимых случайных величин x и y и их вероятности:

x 2 3 5 y 1 4

p 0,3 0,5 0,2 p 0,2 0,8

Найти распределения (значения и вероятности) случайной величины $z = x + y$. Вычислить среднее значение и дисперсию.

Задача 3.3. Случайная величина x равномерно распределена в интервале (a, b) . Найти плотность вероятности и функцию распределения случайной величины $h = x^2$. $a = -5$, $b = 5$.

4. Распределения непрерывных случайных величин. Плотность распределения. Моменты случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия, ковариация и их свойства. Непрерывные распределения: нормальное, показательное, равномерное.

Задача 4.1. Дана плотность распределения случайной величины X . Найти: параметр функции плотности; определить математическое ожидание и дисперсию случайной величины X , функ-

цию распределения $F(x)$ и вероятность $P(1 < X < 2)$. Исходные данные: $a=1.0$; $b=2.8$; $a_1=2.1$; $b_1=2.5$.

Задача 4.2. Случайная величина X – отклонение концентрации раствора от нормы – нормально распределенная, причём $M(X)=0$. Найти $\sigma(X)$, если известно, что $P(-0.01 < X < 0.01) = 0.3$.

Задача 4.3. Найти распределение СВ, если плотность вероятности СВ X имеет известный вид.

Задача 4.4. Чему равен коэффициент корреляции величин $ax+b$ и $ch+d$, где a, b, c, d - детерминированные константы, а x и h имеют коэффициент корреляции r ?

5. Порядковые статистики. Эмпирическая функция распределения. Выборочная медиана.

Задача 5.1. Дан ранжированный ряд: 23 23 24 24 25 25 25 27 28 в таблице 4.1 в первой строке. Найти: частоты, относительные частоты, накопленные частоты.

Задача 5.2. Распределение относительных частот появления признака задано табл. 4.2

x_i 0 1 2 1 4 5 6 7

n_i 0.05 0.161 0.175 0.1 0.2 0.05 0.018 0.025

Построить эмпирическую функцию распределения, используя накопленные частоты; найти моду, медиану и выборочные среднее и дисперсию.

14.1.5. Методические рекомендации

Самые доступные для понимания учебные пособия являются учебники В.Гмурмана; также см. авторское пособие С.Колесниковой; дополнительный материал см.

<https://lib.tusur.ru/ru/resursy/bazy-dannyh>

14.2. Требования к оценочным материалам для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов предусмотрены дополнительные оценочные материалы, перечень которых указан в таблице 14.

Таблица 14 – Дополнительные материалы оценивания для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Категории обучающихся	Виды дополнительных оценочных материалов	Формы контроля и оценки результатов обучения
С нарушениями слуха	Тесты, письменные самостоятельные работы, вопросы к зачету, контрольные работы	Преимущественно письменная проверка
С нарушениями зрения	Собеседование по вопросам к зачету, опрос по терминам	Преимущественно устная проверка (индивидуально)
С нарушениями опорно-двигательного аппарата	Решение дистанционных тестов, контрольные работы, письменные самостоятельные работы, вопросы к зачету	Преимущественно дистанционными методами
С ограничениями по общемедицинским показаниям	Тесты, письменные самостоятельные работы, вопросы к зачету, контрольные работы, устные ответы	Преимущественно проверка методами исходя из состояния обучающегося на момент проверки

14.3. Методические рекомендации по оценочным материалам для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов предусматривается доступная форма предоставления заданий оценочных средств, а именно:

- в печатной форме;
- в печатной форме с увеличенным шрифтом;

- в форме электронного документа;
- методом чтения ассистентом задания вслух;
- предоставление задания с использованием сурдоперевода.

Лицам с ограниченными возможностями здоровья и инвалидам увеличивается время на подготовку ответов на контрольные вопросы. Для таких обучающихся предусматривается доступная форма предоставления ответов на задания, а именно:

- письменно на бумаге;
- набор ответов на компьютере;
- набор ответов с использованием услуг ассистента;
- представление ответов устно.

Процедура оценивания результатов обучения лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в форме электронного документа;
- в печатной форме увеличенным шрифтом.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в форме электронного документа;
- в печатной форме.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в форме электронного документа;
- в печатной форме.

При необходимости для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения может проводиться в несколько этапов.