

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**  
**«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ**  
**УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ»**  
**(ТУСУР)**



УТВЕРЖДАЮ  
Директор департамента образования

Документ подписан электронной подписью  
Сертификат: 1сбсfa0a-52a6-4f49-aef0-5584d3fd4820  
Владелец: Троян Павел Ефимович  
Действителен: с 19.01.2016 по 16.09.2019

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Методы оптимальных решений**

Уровень образования: **высшее образование - бакалавриат**  
Направление подготовки / специальность: **09.03.01 Информатика и вычислительная техника**  
Направленность (профиль) / специализация: **Системы автоматизированного проектирования**  
Форма обучения: **очная**  
Факультет: **ФВС, Факультет вычислительных систем**  
Кафедра: **КСУП, Кафедра компьютерных систем в управлении и проектировании**  
Курс: **3**  
Семестр: **6**  
Учебный план набора 2016 года

**Распределение рабочего времени**

№	Виды учебной деятельности	6 семестр	Всего	Единицы
1	Лекции	34	34	часов
2	Лабораторные работы	40	40	часов
3	Всего аудиторных занятий	74	74	часов
4	Самостоятельная работа	106	106	часов
5	Всего (без экзамена)	180	180	часов
6	Подготовка и сдача экзамена	36	36	часов
7	Общая трудоемкость	216	216	часов
		6.0	6.0	З.Е.

Экзамен: 6 семестр

Томск 2018

## ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

Рабочая программа дисциплины составлена с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки (специальности) 09.03.01 Информатика и вычислительная техника, утвержденного 12.01.2016 года, рассмотрена и одобрена на заседании кафедры КСУП «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ года, протокол № \_\_\_\_\_.

### Разработчики:

доцент каф. КСУП \_\_\_\_\_

В. В. Кибиткин

профессор КСУП \_\_\_\_\_

Ю. А. Шурыгин

Заведующий обеспечивающей каф.  
КСУП \_\_\_\_\_

Ю. А. Шурыгин

Рабочая программа дисциплины согласована с факультетом и выпускающей кафедрой:

Декан ФВС \_\_\_\_\_

Л. А. Козлова

Заведующий выпускающей каф.  
КСУП \_\_\_\_\_

Ю. А. Шурыгин

### Эксперты:

Профессор кафедры  
компьютерных систем в  
управлении и проектировании  
(КСУП) \_\_\_\_\_

В. М. Зюзьков

Доцент кафедры компьютерных  
систем в управлении и  
проектировании (КСУП) \_\_\_\_\_

Н. Ю. Хабибулина

## 1. Цели и задачи дисциплины

### 1.1. Цели дисциплины

Изучение методологии аналитического и численного решения задач оптимизации, обучение основам разработки алгоритмов и программ с помощью Matlab, анализу результатов и оценке погрешности.

### 1.2. Задачи дисциплины

- - Получить представление об основах теории оптимизации и способах решения типичных задач;
- - Усвоить многовариантность возможных подходов и научиться выбирать оптимальный;
- - Научиться анализировать полученные результаты и оценивать их точность;
- - Понимать роль аналитических и численных вычислений и их взаимосвязь.
- 

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Методы оптимальных решений» (Б1.В.ОД.3) относится к блоку 1 (вариативная часть).

Предшествующими дисциплинами, формирующими начальные знания, являются: Вычислительная математика, Дискретная математика, Иностранный язык, Информатика, Математика, Математическая логика и теория алгоритмов, Метрология и технические измерения, Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности, Программирование, Профессиональный английский язык, Русский язык и культура речи, Теория вероятностей и математическая статистика, Физика для информатики, Философия.

Последующими дисциплинами являются: Технология разработки программного обеспечения.

## 3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

- ОПК-2 Способность осваивать методики использования программных средств для решения практических задач.;
- ПК-3 Способность обосновывать принимаемые проектные решения, осуществлять постановку и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности.;

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

- **знать** теорию ошибок, основы методов условной и безусловной оптимизации, технику перехода от реальной проблемы к её абстрактному эквиваленту.
- **уметь** работать в среде Matlab, самостоятельно находить алгоритм оптимизации, разрабатывать компьютерные программы и анализировать результаты расчетов и полученную погрешность.
- **владеть** принципами и методами моделирования, а также техникой численного эксперимента и символьными вычислениями.

## 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6.0 зачетных единицы и представлена в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Трудоемкость дисциплины

Виды учебной деятельности	Всего часов	Семестры
		6 семестр
Аудиторные занятия (всего)	74	74
Лекции	34	34
Лабораторные работы	40	40
Самостоятельная работа (всего)	106	106
Оформление отчетов по лабораторным работам	36	36



эксперимента. Метод наименьших квадратов.	путем преобразования шкал		ПК-3
	Итого	4	
4 Аналитические и численные методы безусловной оптимизации функций многих переменных.	Матрица Гессе, квадратичные формы, условия безусловного экстремума, исследование точек экстремумов. Простейшие алгоритмы решения задач безусловной оптимизации. Примеры	6	ОПК-2, ПК-3
	Итого	6	
5 Аналитические методы условной оптимизации функций многих переменных.	Необходимые и достаточные условия условного экстремума. Функция Лагранжа, ограничения типа равенств, исследование точек на экстремум. Примеры	8	ОПК-2, ПК-3
	Итого	8	
6 Численные методы условной оптимизации	Методы градиентного спуска, симплекс-метод и др.	4	ОПК-2, ПК-3
	Итого	4	
7 Примеры применения Симплекс-метода и градиентного спуска.	Метод градиентного спуска, алгоритмы и способы реализации в среде Matlab	4	ОПК-2, ПК-3
	Итого	4	
Итого за семестр		34	

### 5.3. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечивающими (предыдущими) и обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечивающими (предыдущими) и обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами представлены в таблице 5.3.

Таблица 5.3 – Разделы дисциплины и междисциплинарные связи

Наименование дисциплин	№ разделов данной дисциплины, для которых необходимо изучение обеспечивающих и обеспечиваемых дисциплин						
	1	2	3	4	5	6	7
Предшествующие дисциплины							
1 Вычислительная математика	+	+	+	+	+	+	+
2 Дискретная математика			+	+		+	+
3 Иностранный язык		+	+	+	+		+
4 Информатика	+	+	+				
5 Математика	+	+	+	+	+	+	+
6 Математическая логика и теория алгоритмов	+	+		+	+	+	+
7 Метрология и технические измерения	+		+				
8 Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности	+			+	+	+	
9 Программирование		+	+	+	+	+	+
10 Профессиональный английский язык		+	+	+			

11 Русский язык и культура речи	+						
12 Теория вероятностей и математическая статистика	+	+		+	+		
13 Физика для информатики		+	+			+	
14 Философия	+	+	+				
Последующие дисциплины							
1 Технология разработки программного обеспечения		+	+	+			

#### 5.4. Соответствие компетенций, формируемых при изучении дисциплины, и видов занятий

Соответствие компетенций, формируемых при изучении дисциплины, и видов занятий представлено в таблице 5.4.

Таблица 5.4 – Соответствие компетенций, формируемых при изучении дисциплины, и видов занятий

Компетенции	Виды занятий			Формы контроля
	Лек.	Лаб. раб.	Сам. раб.	
ОПК-2	+	+	+	Домашнее задание, Отчет по лабораторной работе, Опрос на занятиях, Тест
ПК-3	+	+	+	Домашнее задание, Отчет по лабораторной работе, Опрос на занятиях, Тест

#### 6. Интерактивные методы и формы организации обучения

Не предусмотрено РУП.

#### 7. Лабораторные работы

Наименование лабораторных работ приведено в таблице 7.1.

Таблица 7.1 – Наименование лабораторных работ

Названия разделов	Наименование лабораторных работ	ОЕ	МК	ОС	М	БС	КО
6 семестр							
2 Условия оптимальности в задачах минимизации функций одной переменной.	Численное дифференцирование и интегрирование. Оценка погрешностей.	8					ОПК-2, ПК-3
	Итого	8					
3 Обработка данных эксперимента. Метод наименьших квадратов.	Метод наименьших квадратов. Алгоритм работы, освоение символьного метода средствами Matlab.	8					ОПК-2, ПК-3
	Итого	8					
4 Аналитические и численные методы безусловной оптимизации функций многих переменных.	Поиск экстремума функции одной переменной методом золотого сечения и дихотомии	8					ОПК-2, ПК-3
	Итого	8					
6 Численные методы условной оптимизации	Поиск экстремума функции двух переменных методом градиентного спуска	10					ОПК-2, ПК-3
	Итого	10					
7 Примеры применения	Поиск корней нелинейного уравнения методом	6					ОПК-2,

Симплекс-метода и градиентного спуска.	Ньютона и дихотомии		ПК-3
	Итого	6	
Итого за семестр		40	

### 8. Практические занятия (семинары)

Не предусмотрено РУП.

### 9. Самостоятельная работа

Виды самостоятельной работы, трудоемкость и формируемые компетенции представлены в таблице 9.1.

Таблица 9.1 – Виды самостоятельной работы, трудоемкость и формируемые компетенции

Названия разделов	Виды самостоятельной работы	трудоемкость, часы	формируемые компетенции	Формы контроля
<b>6 семестр</b>				
2 Условия оптимальности в задачах минимизации функций одной переменной.	Проработка лекционного материала	10	ОПК-2, ПК-3	Опрос на занятиях, Тест
	Проработка лекционного материала	10		
	Оформление отчетов по лабораторным работам	8		
	Итого	28		
3 Обработка данных эксперимента. Метод наименьших квадратов.	Проработка лекционного материала	10	ОПК-2, ПК-3	Домашнее задание, Тест
	Оформление отчетов по лабораторным работам	4		
	Итого	14		
4 Аналитические и численные методы безусловной оптимизации функций многих переменных.	Проработка лекционного материала	10	ОПК-2, ПК-3	Домашнее задание, Опрос на занятиях, Тест
	Оформление отчетов по лабораторным работам	8		
	Итого	18		
5 Аналитические методы условной оптимизации функций многих переменных.	Проработка лекционного материала	10	ОПК-2, ПК-3	Домашнее задание, Тест
	Итого	10		
6 Численные методы условной оптимизации	Проработка лекционного материала	12	ОПК-2, ПК-3	Домашнее задание, Тест
	Оформление отчетов по лабораторным работам	10		
	Итого	22		
7 Примеры применения Симплекс-метода и градиентного спуска.	Проработка лекционного материала	8	ОПК-2, ПК-3	Домашнее задание, Опрос на занятиях, Тест
	Оформление отчетов по лабораторным работам	6		
	Итого	14		
Итого за семестр		106		

	Подготовка и сдача экзамена	36		Экзамен
Итого		142		

### 10. Курсовой проект / курсовая работа

Не предусмотрено РУП.

### 11. Рейтинговая система для оценки успеваемости обучающихся

#### 11.1. Балльные оценки для элементов контроля

Таблица 11.1 – Балльные оценки для элементов контроля

Элементы учебной деятельности	Максимальный балл на 1-ую КТ с начала семестра	Максимальный балл за период между 1КТ и 2КТ	Максимальный балл за период между 2КТ и на конец семестра	Всего за семестр
6 семестр				
Домашнее задание	2	4	4	10
Опрос на занятиях	2	4	4	10
Отчет по лабораторной работе	8	16	16	40
Тест	2	4	4	10
Итого максимум за период	14	28	28	70
Экзамен				30
Нарастающим итогом	14	42	70	100

#### 11.2. Пересчет баллов в оценки за контрольные точки

Пересчет баллов в оценки за контрольные точки представлен в таблице 11.2.

Таблица 11.2 – Пересчет баллов в оценки за контрольные точки

Баллы на дату контрольной точки	Оценка
≥ 90% от максимальной суммы баллов на дату КТ	5
От 70% до 89% от максимальной суммы баллов на дату КТ	4
От 60% до 69% от максимальной суммы баллов на дату КТ	3
< 60% от максимальной суммы баллов на дату КТ	2

#### 11.3. Пересчет суммы баллов в традиционную и международную оценку

Пересчет суммы баллов в традиционную и международную оценку представлен в таблице 11.3.

Таблица 11.3 – Пересчет суммы баллов в традиционную и международную оценку

Оценка (ГОС)	Итоговая сумма баллов, учитывает успешно сданный экзамен	Оценка (ECTS)
5 (отлично) (зачтено)	90 - 100	A (отлично)
4 (хорошо) (зачтено)	85 - 89	B (очень хорошо)
	75 - 84	C (хорошо)
	70 - 74	D (удовлетворительно)
3 (удовлетворительно) (зачтено)	65 - 69	
	60 - 64	E (посредственно)



## 12. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 12.1. Основная литература

1. Пантелеев, А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.В. Пантелеев, Т.А. Летова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 512 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/67460>. — Загл. с экрана. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/67460> (дата обращения: 03.07.2018).

2. Андреева, Елена Аркадьевна. Вариационное исчисление и методы оптимизации : Учебное пособие для вузов. - М. : Высшая школа , 2006. - 583[1] с. ( 40 экз. ) (наличие в библиотеке ТУСУР - 40 экз.)

### 12.2. Дополнительная литература

1. Охорзин, В.А. Прикладная математика в системе MATHCAD [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.А. Охорзин. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/294>. — Загл. с экрана. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/294> (дата обращения: 03.07.2018).

2. Охорзин, В.А. Теория управления [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Охорзин, К.В. Сафонов. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/49470>. — Загл. с экрана. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/49470> (дата обращения: 03.07.2018).

3. Алексеев, В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.М. Алексеев, Э.М. Галеев, В.М. Тихомиров. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2011. — 256 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2097>. — Загл. с экрана. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2097> (дата обращения: 03.07.2018).

### 12.3. Учебно-методические пособия

#### 12.3.1. Обязательные учебно-методические пособия

1. Мудров, Анатолий Евстигнеевич. Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран и Паскаль : научное издание. - Томск : РАСКО . - Томск : РАСКО , 19911992. - 270, [2] с. ( 111 экз. ) (наличие в библиотеке ТУСУР - 111 экз.)

2. Шельмина, Елена Александровна. Параллельное программирование [Электр.ресурс] : методические указания по выполнению лабораторных работ и самостоятельной работы для студентов 230400.62 «Информационные системы и технологии» . - Томск , 2014 on-line ; 22 с. ( экз. ) [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://edu.tusur.ru/training/publications/3874> (дата обращения: 03.07.2018).

#### 12.3.2. Учебно-методические пособия для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Учебно-методические материалы для самостоятельной и аудиторной работы обучающихся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

##### Для лиц с нарушениями зрения:

- в форме электронного документа;
- в печатной форме увеличенным шрифтом.

##### Для лиц с нарушениями слуха:

- в форме электронного документа;
- в печатной форме.

##### Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в форме электронного документа;
- в печатной форме.

### 12.4. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. <https://lib.tusur.ru/ru/resursy/bazy-dannyh>

2. [http://www.kcup.tusur.ru/?module=mod\\_methodic](http://www.kcup.tusur.ru/?module=mod_methodic)
3. <https://lib.tusur.ru/ru/resursy/bazy-dannyh/uis-rossiya>
4. <https://elibrary.ru/defaultx.asp>
5. <http://www.tehnorma.ru/>

### **13. Материально-техническое обеспечение дисциплины и требуемое программное обеспечение**

#### **13.1. Общие требования к материально-техническому и программному обеспечению дисциплины**

##### **13.1.1. Материально-техническое и программное обеспечение для лекционных занятий**

Для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используется учебная аудитория с количеством посадочных мест не менее 22-24, оборудованная доской и стандартной учебной мебелью. Имеются демонстрационное оборудование и учебно-наглядные пособия, обеспечивающие тематические иллюстрации по лекционным разделам дисциплины.

##### **13.1.2. Материально-техническое и программное обеспечение для лабораторных работ**

###### **Лаборатория САПР**

учебная аудитория для проведения занятий практического типа, учебная аудитория для проведения занятий лабораторного типа, помещение для самостоятельной работы  
634034, Томская область, г. Томск, Вершинина улица, д. 74, 321 ауд.

Описание имеющегося оборудования:

- Интерактивная доска SmartBOARD;
- Монитор SVGA;
- Монитор 17,0" LG FLATRON L1750SQ SN (10 шт.);
- Проектор LG RD-DX 130;
- ПЭВМ - "PENTIUM-386" - 7;
- Системный блок Intel Celeron 2.93CHz KC-1 (2 шт.);
- Системный блок Intel Celeron 2.93CHz KC-3;
- Экран;
- Доска маркерная;
- Комплект специализированной учебной мебели;
- Рабочее место преподавателя.

Программное обеспечение:

- MatLab&SimulinkR2006b
- Mathcad 13,14
- Microsoft Visual Studio 2013 Professional
- OpenOffice 4
- Windows 10 Enterprise

##### **13.1.3. Материально-техническое и программное обеспечение для самостоятельной работы**

Для самостоятельной работы используются учебные аудитории (компьютерные классы), расположенные по адресам:

- 634050, Томская область, г. Томск, Ленина проспект, д. 40, 233 ауд.;
- 634045, Томская область, г. Томск, ул. Красноармейская, д. 146, 201 ауд.;
- 634034, Томская область, г. Томск, Вершинина улица, д. 47, 126 ауд.;
- 634034, Томская область, г. Томск, Вершинина улица, д. 74, 207 ауд.

Состав оборудования:

- учебная мебель;
- компьютеры класса не ниже ПЭВМ INTEL Celeron D336 2.8ГГц. - 5 шт.;
- компьютеры подключены к сети «Интернет» и обеспечивают доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

Перечень программного обеспечения:

- Microsoft Windows;
- OpenOffice;
- Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows;
- 7-Zip;
- Google Chrome.

### **13.2. Материально-техническое обеспечение дисциплины для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

Освоение дисциплины лицами с ограниченными возможностями здоровья и инвалидами осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.

При занятиях с обучающимися с **нарушениями слуха** предусмотрено использование звукоусиливающей аппаратуры, мультимедийных средств и других технических средств приема/передачи учебной информации в доступных формах, мобильной системы преподавания для обучающихся с инвалидностью, портативной индукционной системы. Учебная аудитория, в которой занимаются обучающиеся с нарушением слуха, оборудована компьютерной техникой, аудиотехникой, видеотехникой, электронной доской, мультимедийной системой.

При занятиях с обучающимися с **нарушениями зрениями** предусмотрено использование в лекционных и учебных аудиториях возможности просмотра удаленных объектов (например, текста на доске или слайда на экране) при помощи видеоувеличителей для комфортного просмотра.

При занятиях с обучающимися с **нарушениями опорно-двигательного аппарата** используются альтернативные устройства ввода информации и другие технические средства приема/передачи учебной информации в доступных формах, мобильной системы обучения для людей с инвалидностью.

## **14. Оценочные материалы и методические рекомендации по организации изучения дисциплины**

### **14.1. Содержание оценочных материалов и методические рекомендации**

Для оценки степени сформированности и уровня освоения закрепленных за дисциплиной компетенций используются оценочные материалы в составе:

#### **14.1.1. Тестовые задания**

1. Как называются точки, в которых первая производная функция одной переменной определена и равна нулю?

- стационарными точками функции;
- точками минимума;
- точками максимума;
- точками экстремума.

2. Какими являются точки, в окрестности которых первая производная функции одной переменной меняет знак "плюс" на знак "минус"?

- точками максимума функции;
- точками минимума функции;
- точками экстремума;
- среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

3. Какими являются точки, в окрестности которых первая производная функции одной переменной меняет знак "минус" на знак "плюс"?

- точками максимума функции;
- точками минимума функции;
- точками экстремума;
- среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

4. Если в стационарных точках функции одной переменной вторая производная определена и положительна, то:

- это точки максимума
- точки минимума

- точки перегиба
- среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

5. Градиентом функции многих переменных называется:

- вектор, компонентами которого являются частные производные этой функции;
- матрица, элементами которой являются частные производные второго порядка;
- скалярное произведение вектора, компонентами которого являются частные производные этой функции, на вектор произвольных приращений независимых переменных;
- среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

6. В стационарной точке функции многих переменных имеет место минимум, если в этой точке:

- все угловые миноры матрицы Гессе положительны;
- все угловые миноры матрицы Гессе отрицательны;
- угловые миноры матрицы Гессе меняют знак с плюса на минус;
- все угловые миноры матрицы Гессе равны нулю.

7. В стационарной точке функции многих переменных имеет место максимум, если в этой точке:

- угловые миноры матрицы Гессе, начиная с первого, отрицательного, меняют знак с минуса на плюс;

- все угловые миноры матрицы Гессе положительны;
- угловые миноры матрицы Гессе меняют знак с плюса на минус;
- все угловые миноры матрицы Гессе равны нулю.

8. Первой вариацией функции многих переменных называется:

- скалярное произведение градиента функции на вектор произвольных приращений независимых переменных;

- матрица, элементами которой являются частные производные второго порядка;
- вектор, компонентами которого являются частные производные этой функции;
- среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

9. Элементами матрицы Гессе являются функции многих переменных:

- частные производные второго порядка функции;
- частные производные первого порядка функции;
- координаты стационарных точек функции;
- среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

10. Для функции  $f(\vec{x}) = \frac{(x_1 - 3)^2}{4} + \frac{(x_2 - 2)^2}{9}$  в точке  $\vec{x} = \{3, 2\}$ :

- имеет место минимум, так как в этой точке угловые миноры матрицы  $[0.5 \ 0; \ 0 \ 2/9]$  положительны;

- определитель матрицы Гессе  $\det(0.5 \ 0; \ 0 \ 2/9) > 0$ ;
- значение функции в этой точке равно нулю;
- вторые смешанные производные равны нулю.

11. Для задачи на условный экстремум  $f(\vec{x}) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \rightarrow \text{extr}$ , при  $x_1 + x_2 = 2$  функция Лагранжа имеет вид:

- $L(\vec{x}, \vec{\lambda}) = \lambda_0 [(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2] + \lambda_1 (x_1 + x_2 - 2)$ ;
- $L(\vec{x}, \vec{\lambda}) = \lambda_0 [(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2] - 2\lambda_1$ ;
- $L(\vec{x}, \vec{\lambda}) = \lambda_0 [(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2] + \lambda_1 (x_1 + x_2)$ ;
- $L(\vec{x}, \vec{\lambda}) = \lambda_0 (x_1 - 1)^2 + \lambda_1 (x_2 - 1)^2 + \lambda_2 (x_1 + x_2 - 2)$ .

12. При решении задач на условный экстремум для функций многих переменных при наличии ограничений типа равенств методом неопределенных множителей Лагранжа, количество этих множителей:

- на единицу больше чем количество ограничений;
- равно количеству ограничений;

- равно количеству независимых переменных;
- меньше, чем количество ограничений.

13. Золотым сечением отрезка (a,b) называется деление этого отрезка некоторой точкой x так, что выполняется условие:

- $\frac{b-a}{b-x} = \frac{b-x}{x-a}$ ;
- $\frac{b-a}{b-x} = \frac{3}{2}$ ;
- $x = \frac{b-a-\delta}{2}$ ;

- среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

14. При решении методом неопределенных множителей Лагранжа задачи на условный экстремум  $f(\vec{x}) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \rightarrow \text{extr}$ , при  $x_1 + x_2 = 2$  координаты стационарных точек можно найти из решения системы уравнений:

- $$\begin{cases} 2(x_1 - 1) + \lambda_1 = 0, \\ 2(x_2 - 1) + \lambda_1 = 0, \\ \lambda_1(x_1 + x_2 - 2) = 0. \end{cases}$$

- $$\begin{cases} 2(x_1 - 1) + \lambda_1 = 0, \\ 2(x_2 - 1) + \lambda_1 = 0, \\ \lambda_1(x_1 + x_2) = 2. \end{cases}$$

- $$\begin{cases} 2(x_1 - 1) - \lambda_1 = 0, \\ 2(x_2 - 1) - \lambda_1 = 0, \\ \lambda_1(x_1 + x_2 - 2) = 0. \end{cases}$$

- среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

15. Классический метод решения задач на условный экстремум с ограничениями типа равенств заключается в том, что:

- из уравнений в системе ограничений столько переменных, сколько имеется ограничений, выражаются через оставшиеся переменные, после чего подстановкой этих выражений в целевую функцию задача сводится к задаче на безусловный экстремум;

- для решения применяют метод неопределенных множителей Лагранжа;
- для решения применяют метод штрафных функций;
- среди предложенных вариантов нет правильного ответа

16. Достаточное условие максимума функции многих переменных формулируется следующим образом:

- если в стационарной точке функции многих переменных вторая вариация функции меньше нуля, то это точка максимума;
- если в стационарной точке функции многих переменных вторая производная меньше нуля, то это точка максимума;
- если в стационарной точке функции многих переменных вторая вариация функции больше нуля, то это точка максимума;
- если в стационарной точке функции многих переменных вторая вариация функции равна нулю, то это точка максимума.

17. Вектор-градиент скалярной функции многих переменных указывает:

- направление наискорейшего роста функции;
- направление убывания функции;
- направление роста функции;

- среди предложенных вариантов нет правильного ответа.

18. Достаточное условие минимума функции многих переменных формулируется следующим образом:

- если в стационарной точке функции многих переменных вторая вариация функции больше нуля, то это точка минимума;

- если в стационарной точке функции многих переменных вторая производная больше нуля, то это точка минимума;

- если в стационарной точке функции многих переменных вторая вариация функции меньше нуля, то это точка минимума;

- если в стационарной точке функции многих переменных вторая вариация функции равна нулю, то это точка минимума.

#### 14.1.2. Экзаменационные вопросы

Билет 1.

1) Постановка задачи линейного программирования.

2) Принцип максимума Понтрягина. Применение принципа максимума на примере задачи о прямолинейном движении материальной точки.

Билет 2.

1) Функция Лагранжа в задачах минимизации функций многих переменных при наличии ограничений типа равенств.

2) Функция Гамильтона-Понтрягина, определение присоединенной системы для задачи оптимального управления, канонические уравнения.

Билет 3.

1) Условия трансверсальности в задачах оптимального управления.

2) Постановка задачи оптимального управления: основные понятия на примере задачи о прямолинейном движении материальной точки.

Билет 4.

1) Связь принципа максимума Понтрягина и классического вариационного исчисления.

2) Основы симплекс-метода решения задач линейного программирования на примере задачи: , при ограничениях вида

Билет 5.

1) Постановка задач оптимального управления: задачи со свободными концами, задачи с закрепленными концами, задачи с подвижными концами.

2) Выбор начальной угловой точки при решении задачи линейного программирования.

Билет 6.

1) Функция Гамильтона-Понтрягина.

2) Каноническая задача линейного программирования. Симплекс-таблица для некоторой угловой точки в задачах линейного программирования. Смысл основных величин в симплекс-таблице. Три варианта продолжения решения задачи линейного программирования в зависимости от значений коэффициентов в симплекс-таблице.

Билет 7.

1) Вариация, геометрическая интерпретация вариаций, основные свойства оператора варьирования, вариация сложной функции.

2) Каноническая задача линейного программирования. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования.

Билет 8.

1) Линейный и квадратичный функционалы. Условие стационарности функционала. Интегральный функционал, вариация интегрального функционала.

2) Понятие угловой точки, базиса, базисных и свободных переменных в задачах линейного программирования. Найти хотя бы одну угловую точку и её базис в задаче . (Ограничения заданы в виде ).

Билет 9.

1) Основная лемма вариационного исчисления. Условия стационарности интегрального функционала.

2) Основная задача линейного программирования. Геометрическая интерпретация

возможных вариантов решения для случая двух переменных.

Билет 10.

- 1) Вариационный принцип Ферма.
- 2) Сведение основной задачи линейного программирования к канонической задаче. Пример постановки транспортной задачи.

Билет 11.

- 1) Задача о брахистохроне.
- 2) Каноническая и основная задачи линейного программирования. Пример постановки задачи оптимального использования посевной площади.

Билет 12.

- 1) Понятие экстремума функции одного переменного. Необходимое условие экстремума функции одного переменного. «Подозрительные» на экстремум точки.
- 2) Общая постановка задачи линейного программирования. Пример постановки задачи оптимального планирования производства.

Билет 13.

- 1) Первое достаточное условие экстремума функции одного переменного.
- 2) Выпуклое программирование. Метод множителей Лагранжа: поиск седловой точки методом проекции градиента.

Билет 14.

- 1) Второе достаточное условие экстремума функции одного переменного. Исследование производных высших порядков.
- 2) Выпуклое программирование. Двойственная задача.

Билет 15.

- 1) Выпуклые функции одного переменного. Критерий выпуклости функций одного переменного. Исследование первой производной.
- 2) Выпуклое программирование. Теорема Куна-Таккера.

Билет 16.

- 1) Выпуклые функции одного переменного. Критерий выпуклости функций одного переменного. Исследование второй производной.
- 2) Выпуклые функции многих переменных. Необходимое и достаточное условие минимума гладких выпуклых функций, заданных на выпуклом множестве.

Билет 17.

- 1) Численные методы поиска экстремума функции одной переменной. Классический метод. Метод деления отрезка пополам.
- 2) Достаточное условие экстремума функций многих переменных для задач с ограничениями типа неравенств. (Метод множителей Лагранжа).

Билет 18.

- 1) Численные методы поиска экстремума функции одной переменной. Метод золотого сечения.
- 2) Метод множителей Лагранжа в задачах минимизации функций многих переменных с ограничениями типа равенств.

Билет 19.

- 1) Численные методы поиска экстремума функции одной переменной. Метод касательных.
- 2) Функция Лагранжа в задачах на условный экстремум функции многих переменных (с ограничениями типа равенств).

Билет 20.

- 1) Определение функции многих переменных. Первый и второй дифференциал функции многих переменных. Градиент функции.
- 2) Классический метод решения задач на условный экстремум функции многих переменных (с ограничениями типа равенств).

Билет 21.

- 1) Необходимое условие экстремума функции многих переменных.
- 2) Достаточное условие экстремума функции многих переменных.

Билет 22.

1) Достаточное условие экстремума функции одного переменного: исследование производных высших порядков.

2) Основные понятия теории оптимального управления: фазовые переменные, управление, функция цели, критерий оптимальности.

Билет 23.

1) Определение угловой точки в задачах линейного программирования.

2) Выпуклое программирование: принцип двойственности.

#### **14.1.3. Темы опросов на занятиях**

Задача оптимизации как задача оптимального расходования ограниченного объема ресурсов. Необходимые условия для постановки задачи оптимизации. Примеры.

Необходимые и достаточные условия экстремума функций одной переменной

Выпуклое программирование, основные определения, методы и особенности решения задач выпуклого программирования

Принцип двойственности. Сравнение алгоритмов решения задач оптимизации на основе принципа двойственности. Примеры

#### **14.1.4. Темы домашних заданий**

Найти производную функции из ее определения через предел и численно в некоторой точке

Найти определённый интеграл аналитически и численно методом Симпсона

Найти вручную параметры параболы для пяти экспериментальных точек методом наименьших квадратов

Выполнить вручную три итерации при поиске одномерного экстремума методами дихотомии и золотого сечения

Найти аналитически безусловный экстремум функции двух переменных и исследовать его

Найти аналитически условный экстремум функции двух переменных и исследовать его

Найти геометрически безусловный экстремум функции двух переменных

Найти геометрически условный экстремум функции двух переменных

Средствами Matlab:

Найти корни полинома третьей степени

Получить формулы для корней СЛАУ третьей степени

Разложить дробно-рациональную функцию в ряд Тейлора

#### **14.1.5. Темы лабораторных работ**

Метод наименьших квадратов. Алгоритм работы, освоение символьного метода средствами Matlab.

Численное дифференцирование и интегрирование. Оценка погрешностей.

Поиск экстремума функции одной переменной методом золотого сечения и дихотомии

Поиск экстремума функции двух переменных методом градиентного спуска

Поиск корней нелинейного уравнения методом Ньютона и дихотомии

### **14.2. Требования к оценочным материалам для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов предусмотрены дополнительные оценочные материалы, перечень которых указан в таблице 14.



Таблица 14 – Дополнительные материалы оценивания для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Категории обучающихся	Виды дополнительных оценочных материалов	Формы контроля и оценки результатов обучения
С нарушениями слуха	Тесты, письменные самостоятельные работы, вопросы к зачету, контрольные работы	Преимущественно письменная проверка
С нарушениями зрения	Собеседование по вопросам к зачету, опрос по терминам	Преимущественно устная проверка (индивидуально)
С нарушениями опорно-двигательного аппарата	Решение дистанционных тестов, контрольные работы, письменные самостоятельные работы, вопросы к зачету	Преимущественно дистанционными методами
С ограничениями по общемедицинским показаниям	Тесты, письменные самостоятельные работы, вопросы к зачету, контрольные работы, устные ответы	Преимущественно проверка методами исходя из состояния обучающегося на момент проверки

### **14.3. Методические рекомендации по оценочным материалам для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов предусматривается доступная форма предоставления заданий оценочных средств, а именно:

- в печатной форме;
- в печатной форме с увеличенным шрифтом;
- в форме электронного документа;
- методом чтения ассистентом задания вслух;
- предоставление задания с использованием сурдоперевода.

Лицам с ограниченными возможностями здоровья и инвалидам увеличивается время на подготовку ответов на контрольные вопросы. Для таких обучающихся предусматривается доступная форма предоставления ответов на задания, а именно:

- письменно на бумаге;
- набор ответов на компьютере;
- набор ответов с использованием услуг ассистента;
- представление ответов устно.

Процедура оценивания результатов обучения лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

#### **Для лиц с нарушениями зрения:**

- в форме электронного документа;
- в печатной форме увеличенным шрифтом.

#### **Для лиц с нарушениями слуха:**

- в форме электронного документа;
- в печатной форме.

#### **Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:**

- в форме электронного документа;
- в печатной форме.

При необходимости для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения может проводиться в несколько этапов.