

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ»  
(ТУСУР)



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе

Документ подписан электронной подписью

Сертификат: 1с6сfa0a-52a6-4f49-aef0-5584d3fd4820

Владелец: Троян Павел Ефимович

Действителен: с 19.01.2016 по 16.09.2019

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

**Численные методы**

Уровень образования: **высшее образование - бакалавриат**

Направление подготовки (специальность): **09.03.03 Прикладная информатика**

Направленность (профиль): **Прикладная информатика в экономике**

Форма обучения: **очная**

Факультет: **ФСУ, Факультет систем управления**

Кафедра: **АСУ, Кафедра автоматизированных систем управления**

Курс: **3**

Семестр: **5**

Учебный план набора 2014 года

Распределение рабочего времени

№	Виды учебной деятельности	5 семестр	Всего	Единицы
1	Лекции	36	36	часов
2	Практические занятия	36	36	часов
3	Всего аудиторных занятий	72	72	часов
4	Из них в интерактивной форме	12	12	часов
5	Самостоятельная работа	72	72	часов
6	Всего (без экзамена)	144	144	часов
7	Подготовка и сдача экзамена	36	36	часов
8	Общая трудоемкость	180	180	часов
		5.0	5.0	3.Е

Экзамен: 5 семестр

Томск 2016

### ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЙ

Рабочая программа составлена с учетом требований Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки (специальности) 09.03.03 Прикладная информатика, утвержденного 2015-03-12 года, рассмотрена и утверждена на заседании кафедры «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ года, протокол №\_\_\_\_\_.

Разработчики:

доцент каф. АСУ \_\_\_\_\_ Романенко В. В.

Заведующий обеспечивающей каф.  
АСУ

\_\_\_\_\_ Корилов А. М.

Рабочая программа согласована с факультетом, профилирующей и выпускающей кафедрами направления подготовки (специальности).

Декан ФСУ \_\_\_\_\_ Сенченко П. В.

Заведующий выпускающей каф.  
АСУ

\_\_\_\_\_ Корилов А. М.

Эксперты:

доцент каф. АСУ \_\_\_\_\_ Исакова А. И.

## 1. Цели и задачи дисциплины

### 1.1. Цели дисциплины

Целью дисциплины является изучение теоретических методов и освоение практических навыков в использовании численных методов при решении задач поиска нулей функций одной переменной, решения систем линейных и нелинейных уравнений, вычисления собственных чисел и собственных векторов матриц, обращения матриц, интерполирования функций, численного дифференцирования и интегрирования функций, решения дифференциальных и интегральных уравнений.

### 1.2. Задачи дисциплины

– Основной задачей изучения дисциплины является приобретение студентами прочных знаний и практических навыков в области, определяемой основной целью курса.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Численные методы» (Б1.В.ОД.5) относится к блоку 1 (вариативная часть).

Предшествующими дисциплинами, формирующими начальные знания, являются следующие дисциплины: Информатика и программирование, Математика, Основы алгоритмизации и языки программирования.

Последующими дисциплинами являются: .

## 3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

– ОПК-3 способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности;

– ПК-23 способностью применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач;

В результате изучения дисциплины студент должен:

– **знать** особенности математических вычислений, реализуемых на ЭВМ; теоретические основы численных методов, погрешности вычислений, устойчивость и сложность алгоритма (по памяти, по времени счета); численные методы линейной алгебры; решение нелинейных уравнений и систем; численное интегрирование и дифференцирование; методы приближения функции; методы решения дифференциальных уравнений; методы решения интегральных уравнений;

– **уметь** строить алгоритмы реализации численных методов решения прикладных задач; разрабатывать программы, реализующие численные методы

– **владеть** навыками применения базового инструментария численных методов для решения прикладных задач; методикой построения, анализа и применения численных моделей в профессиональной деятельности

## 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5.0 зачетных единицы и представлена в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Трудоемкость дисциплины

Виды учебной деятельности	Всего часов	Семестры
		5 семестр
Аудиторные занятия (всего)	72	72
Лекции	36	36
Практические занятия	36	36
Из них в интерактивной форме	12	12
Самостоятельная работа (всего)	72	72
Проработка лекционного материала	36	36
Подготовка к практическим занятиям, семинарам	36	36

Всего (без экзамена)	144	144
Подготовка и сдача экзамена	36	36
Общая трудоемкость час	180	180
Зачетные Единицы Трудоемкости	5.0	5.0

## 5. Содержание дисциплины

### 5.1. Разделы дисциплины и виды занятий

Разделы дисциплины и виды занятий приведены в таблице 5.1.

Таблица 5.1 – Разделы дисциплины и виды занятий

№	Названия разделов дисциплины	Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа	Всего часов (без экзамена)	Формируемые компетенции
1	Тема 1. Погрешности вычислений	1	0	1	2	ОПК-3, ПК-23
2	Тема 2. Корректность вычислительных задач и алгоритмов	1	0	1	2	ОПК-3, ПК-23
3	Тема 3. Приближенное решение нелинейных уравнений с одной переменной	5	4	9	18	ОПК-3, ПК-23
4	Тема 4. Численные методы решения задач линейной алгебры	6	4	10	20	ОПК-3, ПК-23
5	Тема 5. Вычисление собственных чисел и собственных векторов	4	8	12	24	ОПК-3, ПК-23
6	Тема 6. Решение систем нелинейных уравнений	2	0	2	4	ОПК-3, ПК-23
7	Тема 7. Приближение функций	7	12	19	38	ОПК-3, ПК-23
8	Тема 8. Численное дифференцирование функций	2	0	2	4	ОПК-3, ПК-23
9	Тема 9. Численное интегрирование функций	4	4	8	16	ОПК-3, ПК-23
10	Тема 10. Решение дифференциальных уравнений	3	4	7	14	ОПК-3, ПК-23
11	Тема 11. Интегральные уравнения	1	0	1	2	ОПК-3, ПК-23
	Итого	36	36	72	144	

## 5.2. Содержание разделов дисциплины (по лекциям)

Содержание разделов дисциплин (по лекциям) приведено в таблице 5.2.

Таблица 5.2 - Содержание разделов дисциплин (по лекциям)

Названия разделов	Содержание разделов дисциплины по лекциям	Трудоемкость, ч	Формируемые компетенции
5 семестр			
1 Тема 1. Погрешности вычислений	Источники погрешностей. Понятие приближенного числа. Абсолютная и относительная погрешности. Верные цифры числа. Связь относительной погрешности с количеством верных знаков числа. Погрешность суммы, разности, произведения, частного, степени. Общая формула для погрешности функции. Обратная задача теории погрешности	1	ОПК-3, ПК-23
	Итого	1	
2 Тема 2. Корректность вычислительных задач и алгоритмов	Постановка вычислительной задачи; обусловленность вычислительной задачи; корректность вычислительных алгоритмов; требования, предъявляемые к вычислительным алгоритмам	1	ОПК-3, ПК-23
	Итого	1	
3 Тема 3. Приближенное решение нелинейных уравнений с одной переменной	Локализация корней; обусловленность задачи вычисления корня. Методы нахождения корней: перебора, бисекции (метод дихотомии); метод Ньютона; модификации метода Ньютона (упрощенный метод Ньютона, хорд, секущих, метод Стефенсена); комбинированный метод; метод итераций. Обусловленность метода простой итерации и метода Ньютона; чувствительность к погрешностям	5	ОПК-3, ПК-23
	Итого	5	
4 Тема 4. Численные методы решения задач линейной алгебры	Постановка задачи. Нормы векторов и матриц; абсолютная и относительная погрешность векторов. Обусловленность задачи решения систем линейных алгебраических уравнений. Прямые методы решения СЛАУ: метод Гаусса (схема единственного деления, схема с выбором главного элемента по столбцу); связь метода Гаусса с LU-	6	ОПК-3, ПК-23

	<p>разложением матрицы. QR-алгоритм решения СЛАУ (метод вращений). Метод ортогонализации; метод Халецкого. Итерационные методы решения СЛАУ: метод простой итерации, метод Зейделя. Сходимость итерационных процессов. Погрешности итерационных процессов. Решение переопределенной СЛАУ методом наименьших квадратов. Вычисление определителей: метод Гаусса, метод Халецкого. Вычисление обратной матрицы</p>		
	Итого	6	
5 Тема 5. Вычисление собственных чисел и собственных векторов	<p>Постановка задачи. Преобразование подобия. Локализация собственных значений. Обусловленность задачи вычисления собственных значений и собственных векторов. Степенной метод вычисления максимального собственного числа. QR-алгоритм вычисления собственных чисел. Метод обратных итераций вычисления собственных векторов</p>	4	ОПК-3, ПК-23
	Итого	4	
6 Тема 6. Решение систем нелинейных уравнений	<p>Постановка задачи; локализация корней; корректность и обусловленность задачи. Метод Ньютона; модифицированный метод Ньютона; упрощенный метод Ньютона. Метод итерации. Условия сходимости метода итераций. Градиентный метод</p>	2	ОПК-3, ПК-23
	Итого	2	
7 Тема 7. Приближение функций	<p>Постановка задачи. Интерполяция обобщенными многочленами. Полиномиальная интерполяция, многочлен Лагранжа. Погрешность интерполяции. Минимизация погрешности. Интерполяционная формула Ньютона для равномерной сетки. Формула Ньютона для неравномерной сетки. Глобальная полиномиальная интерполяция. Чувствительность интерполяционного полинома к погрешностям входных данных. Интерполяция с помощью «скользящего» полинома. Кусочно-полиномиальная интерполяция. Преобразование Фурье, дискретное преобразование. Тригонометрическая интерполяция. Приближение</p>	7	ОПК-3, ПК-23

	сплайнами. Линейные, параболические, кубические сплайны. Ортогональные системы функций (показательные и тригонометрические функции)		
	Итого	7	
8 Тема 8. Численное дифференцирование функций	Постановка задачи. Простейшие формулы численного дифференцирования: вычисление первой производной, вычисление второй производной. Общий способ получения формул численного дифференцирования. Погрешности дифференцирования. Обусловленность формул численного дифференцирования	2	ОПК-3, ПК-23
	Итого	2	
9 Тема 9. Численное интегрирование функций	Понятие о квадратурных формулах. Формулы Ньютона-Котеса. Формулы трапеций, Симпсона, Гаусса, прямоугольников. Погрешность квадратурных формул. Обусловленность квадратурных формул. Правило Рунге оценки погрешности квадратурных формул	4	ОПК-3, ПК-23
	Итого	4	
10 Тема 10. Решение дифференциальных уравнений	Постановка задачи. Устойчивость решения задачи Коши: устойчивость на конечном отрезке, устойчивость по правой части. Численные методы решения задачи Коши (сетки и сеточные функции), дискретная задача Коши, явные и неявные методы, устойчивость). Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты, схемы 1, 2, 3 и 4 порядков точности. Решение систем дифференциальных уравнений. Решение уравнения n-го порядка	3	ОПК-3, ПК-23
	Итого	3	
11 Тема 11. Интегральные уравнения	Классификация линейных интегральных уравнений. Дискретизация интегрального уравнения второго рода. Решение интегральных уравнений 1-го рода. Регуляризация	1	ОПК-3, ПК-23
	Итого	1	
Итого за семестр		36	

### 5.3. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечивающими (предыдущими) и обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечивающими (предыдущими) и

обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами представ-лены в таблице 5.3.

Таблица 5.3 - Разделы дисциплины и междисциплинарные связи

№	Наименование дисциплин	№ разделов данной дисциплины, для которых необходимо изучение обеспечивающих и обеспечиваемых дисциплин										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Предшествующие дисциплины												
1	Информатика и программирование	+		+								
2	Математика	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
3	Основы алгоритмизации и языки программирования			+	+	+	+	+	+	+	+	+

#### 5.4. Соответствие компетенций, формируемых при изучении дисциплины, и видов занятий

Соответствие компетенций, формируемых при изучении дисциплины, и видов занятий представлено в таблице 5.4

Таблица 5. 4 – Соответствие компетенций и видов занятий, формируемых при изучении дисциплины

Компетенции	Виды занятий			Формы контроля
	Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа	
ОПК-3	+	+	+	Экзамен, Конспект самоподготовки, Защита отчета, Опрос на занятиях, Отчет по практике
ПК-23	+	+	+	Экзамен, Конспект самоподготовки, Защита отчета, Опрос на занятиях, Отчет по практике

#### 6. Интерактивные методы и формы организации обучения

Технологии интерактивного обучения при разных формах занятий в часах приведены в таблице 6.1

Таблица 6.1 – Технологии интерактивного обучения при разных формах занятий в часах

Методы	Интерактивные практические занятия	Интерактивн ые лекции	Всего
Работа в команде	4		4
Поисковый метод	2	2	4
Решение ситуационных задач	2	2	4
Итого	8	4	12



## 7. Лабораторный практикум

Не предусмотрено РУП

## 8. Практические занятия

Содержание практических работ приведено в таблице 8.1.

Таблица 8. 1 – Содержание практических работ

Названия разделов	Содержание практических занятий	Трудоемкость, ч	Формируемые компетенции
<b>5 семестр</b>			
3 Тема 3. Приближенное решение нелинейных уравнений с одной переменной	Нахождение нулей функций с одной переменной	4	ОПК-3, ПК-23
	Итого	4	
4 Тема 4. Численные методы решения задач линейной алгебры	Численные методы решения задач линейной алгебры	4	ОПК-3, ПК-23
	Итого	4	
5 Тема 5. Вычисление собственных чисел и собственных векторов	Численные методы поиска собственных чисел и векторов матриц	8	ОПК-3, ПК-23
	Итого	8	
7 Тема 7. Приближение функций	Методы приближения функций. Численное дифференцирование функций	12	ОПК-3, ПК-23
	Итого	12	
9 Тема 9. Численное интегрирование функций	Численное интегрирование	4	ОПК-3, ПК-23
	Итого	4	
10 Тема 10. Решение дифференциальных уравнений	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	4	ОПК-3, ПК-23
	Итого	4	
Итого за семестр		36	

## 9. Самостоятельная работа

Виды самостоятельной работы, трудоемкость и формируемые компетенции представлены в таблице 9.1.

Таблица 9.1 - Виды самостоятельной работы, трудоемкость и формируемые компетенции

Названия разделов	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость ч	Формируемые компетенции	Формы контроля
<b>5 семестр</b>				
1 Тема 1. Погрешности вычислений	Проработка лекционного материала	1	ОПК-3, ПК-23	Опрос на занятиях, Экзамен
	Итого	1		

2 Тема 2. Корректность вычислительных задач и алгоритмов	Проработка лекционного материала	1	ОПК-3, ПК-23	Опрос на занятиях, Экзамен
	Итого	1		
3 Тема 3. Приближенное решение нелинейных уравнений с одной переменной	Подготовка к практическим занятиям, семинарам	4	ОПК-3, ПК-23	Отчет по практике, Защита отчета, Конспект самоподготовки, Опрос на занятиях, Экзамен
	Проработка лекционного материала	5		
	Итого	9		
4 Тема 4. Численные методы решения задач линейной алгебры	Подготовка к практическим занятиям, семинарам	4	ОПК-3, ПК-23	Отчет по практике, Защита отчета, Конспект самоподготовки, Опрос на занятиях, Экзамен
	Проработка лекционного материала	6		
	Итого	10		
5 Тема 5. Вычисление собственных чисел и собственных векторов	Подготовка к практическим занятиям, семинарам	8	ОПК-3, ПК-23	Отчет по практике, Защита отчета, Конспект самоподготовки, Опрос на занятиях, Экзамен
	Проработка лекционного материала	4		
	Итого	12		
6 Тема 6. Решение систем нелинейных уравнений	Проработка лекционного материала	2	ОПК-3, ПК-23	Конспект самоподготовки, Опрос на занятиях, Экзамен
	Итого	2		
7 Тема 7. Приближение функций	Подготовка к практическим занятиям, семинарам	12	ОПК-3, ПК-23	Отчет по практике, Защита отчета, Конспект самоподготовки, Опрос на занятиях, Экзамен
	Проработка лекционного материала	7		
	Итого	19		
8 Тема 8. Численное дифференцирование функций	Проработка лекционного материала	2	ОПК-3, ПК-23	Конспект самоподготовки, Опрос на занятиях, Экзамен
	Итого	2		
9 Тема 9. Численное интегрирование функций	Подготовка к практическим занятиям, семинарам	4	ОПК-3, ПК-23	Отчет по практике, Защита отчета, Конспект самоподготовки, Опрос на занятиях, Экзамен
	Проработка лекционного материала	4		
	Итого	8		
10 Тема 10. Решение дифференциальных уравнений	Подготовка к практическим занятиям, семинарам	4	ОПК-3, ПК-23	Отчет по практике, Защита отчета, Конспект самоподготовки, Опрос на занятиях, Экзамен
	Проработка лекционного материала	3		
	Итого	7		

11 Тема 11. Интегральные уравнения	Проработка лекционного материала	1	ОПК-3, ПК-23	Конспект самоподготовки, Опрос на занятиях, Экзамен
	Итого	1		
Итого за семестр		72		
	Подготовка к экзамену	36		Экзамен
Итого		108		

### 9.1. Вопросы на проработку лекционного материала

1. Постановка задачи
2. Локализация корней
3. Корректность и обусловленность задачи
4. Метод Ньютона и его модификации
5. Метод итерации
6. Условия сходимости метода итераций
7. Градиентный метод
8. Преобразование подобия
9. Локализация собственных значений
10. Обусловленность задачи вычисления собственных значений и собственных векторов
11. Степенной метод вычисления максимального собственного числа
12. QR-алгоритм вычисления собственных чисел
13. Метод обратных итераций вычисления собственных векторов
14. Локализация корней
15. Обусловленность задачи вычисления корня
16. Методы нахождения корней
17. Обусловленность метода простой итерации и метода Ньютона
18. Чувствительность к погрешностям
19. Постановка вычислительной задачи
20. Обусловленность вычислительной задачи
21. Корректность вычислительных алгоритмов
22. Требования, предъявляемые к вычислительным алгоритмам
23. Простейшие формулы численного дифференцирования
24. Общий способ получения формул численного дифференцирования
25. Погрешности дифференцирования
26. Обусловленность формул численного дифференцирования
27. Понятие о квадратурных формулах
28. Формулы Ньютона-Котеса
29. Формулы трапеций, Симпсона, Гаусса, прямоугольников
30. Погрешность квадратурных формул
31. Обусловленность квадратурных формул
32. Правило Рунге оценки погрешности квадратурных формул
33. Источники погрешностей
34. Понятие приближенного числа
35. Абсолютная и относительная погрешности
36. Верные цифры числа
37. Связь относительной погрешности с количеством верных знаков числа
38. Погрешность суммы, разности, произведения, частного, степени
39. Общая формула для погрешности функции
40. Обратная задача теории погрешности
41. Классификация линейных интегральных уравнений
42. Дискретизация интегрального уравнения второго рода
43. Решение интегральных уравнений 1-го рода
44. Регуляризация
45. Нормы векторов и матриц

46. Абсолютная и относительная погрешность векторов
47. Обусловленность задачи решения систем линейных алгебраических уравнений
48. Прямые методы решения СЛАУ
49. Итерационные методы решения СЛАУ
50. Сходимость итерационных процессов
51. Погрешности итерационных процессов
52. Решение переопределенной СЛАУ методом наименьших квадратов
53. Вычисление определителей
54. Вычисление обратной матрицы
55. Устойчивость решения задачи Коши
56. Численные методы решения задачи Коши
57. Метод Эйлера
58. Метод Рунге-Кутты
59. Решение систем дифференциальных уравнений
60. Решение уравнения n-го порядка
61. Интерполяция обобщенными многочленами
62. Полиномиальная интерполяция
63. Погрешность интерполяции
64. Минимизация погрешности
65. Глобальная полиномиальная интерполяция
66. Чувствительность интерполяционного полинома к погрешностям входных данных
67. Интерполяция с помощью «скользящего» полинома
68. Кусочно-полиномиальная интерполяция
69. Преобразование Фурье, дискретное преобразование
70. Тригонометрическая интерполяция
71. Приближение сплайнами
72. Ортогональные системы функций

## 10. Курсовая работа

Не предусмотрено РУП

### 11. Рейтинговая система для оценки успеваемости студентов

#### 11.1. Балльные оценки для элементов контроля

Таблица 11.1 – Балльные оценки для элементов контроля

Элементы учебной деятельности	Максимальный балл на 1-ую КТ с начала семестра	Максимальный балл за период между 1КТ и 2КТ	Максимальный балл за период между 2КТ и на конец семестра	Всего за семестр
5 семестр				
Защита отчета	3	3	4	10
Конспект самоподготовки	2	2	2	6
Опрос на занятиях	8	8	8	24
Отчет по практике	10	10	10	30
Итого максимум за период	23	23	24	70
Экзамен				30
Нарастающим итогом	23	46	70	100

#### 11.2. Пересчет баллов в оценки за контрольные точки

Пересчет баллов в оценки за контрольные точки представлен в таблице 11.2.

Таблица 11. 2 – Пересчет баллов в оценки за контрольные точки

Баллы на дату контрольной точки	Оценка
≥ 90% от максимальной суммы баллов на дату КТ	5
От 70% до 89% от максимальной суммы баллов на дату КТ	4
От 60% до 69% от максимальной суммы баллов на дату КТ	3
< 60% от максимальной суммы баллов на дату КТ	2

### 11.3. Пересчет суммы баллов в традиционную и международную оценку

Пересчет суммы баллов в традиционную и международную оценку представлен в таблице 11.3.

Таблица 11. 3 – Пересчет суммы баллов в традиционную и международную оценку

Оценка (ГОС)	Итоговая сумма баллов, учитывает успешно сданный экзамен	Оценка (ECTS)
5 (отлично) (зачтено)	90 - 100	A (отлично)
4 (хорошо) (зачтено)	85 - 89	B (очень хорошо)
	75 - 84	C (хорошо)
	70 - 74	D (удовлетворительно)
65 - 69		
3 (удовлетворительно) (зачтено)	60 - 64	E (посредственно)
2 (неудовлетворительно) (не зачтено)	Ниже 60 баллов	F (неудовлетворительно)

## 12. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 12.1. Основная литература

1. Мицель А.А. Вычислительные методы. Учебное пособие. – Томск: В-Спектр, 2010. – 264 с. (50 экз.). (наличие в библиотеке ТУСУР - 50 экз.)
2. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. – 636 с. (наличие в библиотеке ТУСУР - 130 экз.)

### 12.2. Дополнительная литература

1. Мицель А.А. Практикум по численным методам. – Томск: ТУСУР, 2004. – 196 с. (наличие в библиотеке ТУСУР - 40 экз.)

### 12.3. Учебно-методическое пособие и программное обеспечение

1. Романенко В.В. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Вычислительная математика». – Томск: ТУСУР, 2010. – 106 с. [Электронный ресурс]. - [http://asu.tusur.ru/learning/bak230100/d18/b230100\\_d18\\_pract.doc](http://asu.tusur.ru/learning/bak230100/d18/b230100_d18_pract.doc)
2. Мицель А.А. Численные методы. Методические указания по самостоятельной работе студентов по специальности 010400.62 «Прикладная математика и информатика». – Томск: ТУСУР, 2016. – 10 с. [Электронный ресурс]. - [http://asu.tusur.ru/learning/bak010400/d31/b010400\\_d31\\_work.doc](http://asu.tusur.ru/learning/bak010400/d31/b010400_d31_work.doc)

### 12.4. Базы данных, информационно справочные и поисковые системы

1. <http://poiskknig.ru> – электронная библиотека учебников Мех-Мата МГУ, Москва.
2. <http://www.mathnet.ru.ru> – общероссийский математический портал.
3. <http://www.lib.mexmat.ru> – электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета.
4. <http://onlinelibrary.wiley.com> – научные журналы издательства Wiley&Sons.
5. <http://www.sciencedirect.com> – научные журналы издательства Elsevier.

### **13. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для проведения лекций по дисциплине используются персональный ПК с проектором. Практические занятия осуществляются в компьютерном классе с использованием программного обеспечения:

- Операционная система MS Windows.
- Среда разработки Microsoft Studio Express Edition 2008-2015.
- Среда разработки Borland Developer Studio 2006.
- Офисный пакет Microsoft Office.
- Пакет Mathsoft MathCAD.
- Пакет MathWorks MATLAB.

### **14. Фонд оценочных средств**

Фонд оценочных средств приведен в приложении 1.

### **15. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины**

Без рекомендаций.

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**

**«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ»  
(ТУСУР)**

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
\_\_\_\_\_ П. Е. Троян  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

**Численные методы**

Уровень образования: **высшее образование - бакалавриат**

Направление подготовки (специальность): **09.03.03 Прикладная информатика**

Направленность (профиль): **Прикладная информатика в экономике**

Форма обучения: **очная**

Факультет: **ФСУ, Факультет систем управления**

Кафедра: **АСУ, Кафедра автоматизированных систем управления**

Курс: **3**

Семестр: **5**

Учебный план набора 2014 года

Разработчики:

– доцент каф. АСУ Романенко В. В.

Экзамен: 5 семестр

Томск 2016

## 1. Введение

Фонд оценочных средств (ФОС) является приложением к рабочей программе дисциплины (практики) и представляет собой совокупность контрольно-измерительных материалов (типовые задачи (задания), контрольные работы, тесты и др.) и методов их использования, предназначенных для измерения уровня достижения студентом установленных результатов обучения.

ФОС по дисциплине (практике) используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов.

Перечень закрепленных за дисциплиной (практикой) компетенций приведен в таблице 1.

Таблица 1 – Перечень закрепленных за дисциплиной компетенций

Код	Формулировка компетенции	Этапы формирования компетенций
ПК-23	способностью применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач	Должен знать особенности математических вычислений, реализуемых на ЭВМ; теоретические основы численных методов, погрешности вычислений, устойчивость и сложность алгоритма (по памяти, по времени счета); численные методы линейной алгебры; решение нелинейных уравнений и систем; численное интегрирование и дифференцирование; методы приближения функции; методы решения дифференциальных уравнений; методы решения интегральных уравнений;; Должен уметь строить алгоритмы реализации численных методов решения прикладных задач; разрабатывать программы, реализующие численные методы ; Должен владеть навыками применения базового инструментария численных методов для решения прикладных задач; методикой построения, анализа и применения численных моделей в профессиональной деятельности ;
ОПК-3	способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности	

Общие характеристики показателей и критериев оценивания компетенций на всех этапах приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Общие характеристики показателей и критериев оценивания компетенций по этапам

Показатели и критерии	Знать	Уметь	Владеть
Отлично (высокий уровень)	Обладает фактическими и теоретическими знаниями в пределах изучаемой области с пониманием границ применимости	Обладает диапазоном практических умений, требуемых для развития творческих решений, абстрагирования проблем	Контролирует работу, проводит оценку, совершенствует действия работы
Хорошо (базовый уровень)	Знает факты, принципы, процессы, общие понятия в пределах изучаемой области	Обладает диапазоном практических умений, требуемых для решения определенных проблем в области исследования	Берет ответственность за завершение задач в исследовании, приспособливает свое поведение к обстоятельствам в



			решении проблем
Удовлетворительно (пороговый уровень)	Обладает базовыми общими знаниями	Обладает основными умениями, требуемыми для выполнения простых задач	Работает при прямом наблюдении

## 2 Реализация компетенций

### 2.1 Компетенция ПК-23

ПК-23: способностью применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач.

Для формирования компетенции необходимо осуществить ряд этапов. Этапы формирования компетенции, применяемые для этого виды занятий и используемые средства оценивания представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Этапы формирования компетенции и используемые средства оценивания

Состав	Знать	Уметь	Владеть
Содержание этапов	Особенности математических вычислений, реализуемых на ЭВМ. Теоретические основы численных методов, погрешности вычислений, устойчивости и сложности алгоритма.	Строить алгоритмы реализации численных методов решения прикладных задач. Использовать современный математический аппарат при реализации численных методов.	Навыками применения базового инструментария численных методов для решения прикладных задач. Методикой построения, анализа и применения численных моделей в профессиональной деятельности.
Виды занятий	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Интерактивные практические занятия;</li> <li>• Интерактивные лекции;</li> <li>• Практические занятия;</li> <li>• Лекции;</li> <li>• Самостоятельная работа;</li> <li>• Подготовка к экзамену;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Интерактивные практические занятия;</li> <li>• Интерактивные лекции;</li> <li>• Практические занятия;</li> <li>• Лекции;</li> <li>• Самостоятельная работа;</li> <li>• Подготовка к экзамену;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Интерактивные практические занятия;</li> <li>• Самостоятельная работа;</li> </ul>
Используемые средства оценивания	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Опрос на занятиях;</li> <li>• Экзамен;</li> <li>• Конспект самоподготовки;</li> <li>• Отчет по практике;</li> <li>• Экзамен;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Опрос на занятиях;</li> <li>• Экзамен;</li> <li>• Конспект самоподготовки;</li> <li>• Отчет по практике;</li> <li>• Экзамен;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Экзамен;</li> <li>• Отчет по практике;</li> <li>• Экзамен;</li> </ul>

Формулировка показателей и критериев оценивания данной компетенции приведена в таблице 4.

Таблица 4 – Показатели и критерии оценивания компетенции на этапах

Состав	Знать	Уметь	Владеть
Отлично (высокий уровень)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Знает все особенности математических</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Умеет эффективно строить алгоритмы реализации численных</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Свободно владеет навыками применения базового</li> </ul>

	<p>вычислений, реализуемых на ЭВМ;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Знает все теоретические положения численных методов, погрешности вычислений, устойчивости и сложности алгоритма;</li> </ul>	<p>методов решения прикладных задач любого уровня сложности;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Умеет использовать современный математический аппарат при реализации численных методов при разработке ПО любого уровня сложности;</li> </ul>	<p>инструментария численных методов для решения любых прикладных задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Методикой построения, анализа и применения численных моделей любого уровня сложности в профессиональной деятельности;</li> </ul>
Хорошо (базовый уровень)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Знает основные особенности математических вычислений, реализуемых на ЭВМ;</li> <li>• Знает основные теоретические положения численных методов, погрешности вычислений;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Умеет строить алгоритмы реализации численных методов решения прикладных задач среднего уровня сложности;</li> <li>• Частично умеет использовать современный математический аппарат при реализации численных методов при разработке ПО среднего уровня сложности;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• В достаточной степени владеет навыками применения базового инструментария численных методов для решения многих прикладных задач;</li> <li>• Методикой построения и применения численных моделей среднего уровня сложности в профессиональной деятельности;</li> </ul>
Удовлетворительно (пороговый уровень)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Знает лишь базовые особенности математических вычислений, реализуемых на ЭВМ;</li> <li>• Знает лишь базовые теоретические положения численных методов;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Умеет использовать готовые алгоритмы реализации численных методов решения простых прикладных задач;</li> <li>• Умеет использовать некоторые математические приемы реализации численных методов при разработке ПО простого уровня;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• На низком уровне владеет навыками применения базового инструментария численных методов для решения лишь небольшого числа прикладных задач;</li> <li>• Методикой применения численных моделей простого уровня в профессиональной деятельности;</li> </ul>

## 2.2 Компетенция ОПК-3

ОПК-3: способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

Для формирования компетенции необходимо осуществить ряд этапов. Этапы формирования компетенции, применяемые для этого виды занятий и используемые средства оценивания представлены в таблице 5.

Таблица 5 – Этапы формирования компетенции и используемые средства оценивания

Состав	Знать	Уметь	Владеть
Содержание этапов	численные методы линейной алгебры; решение нелинейных уравнений и систем;	Разрабатывать программы, реализующие численные методы	Основными приемами численного решения математических задач на современных языках

	численное интегрирование и дифференцирование; методы приближения функции; методы решения дифференциальных уравнений; методы решения интегральных уравнений.		программирования
Виды занятий	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Интерактивные практические занятия;</li> <li>• Интерактивные лекции;</li> <li>• Практические занятия;</li> <li>• Лекции;</li> <li>• Самостоятельная работа;</li> <li>• Подготовка к экзамену;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Интерактивные практические занятия;</li> <li>• Интерактивные лекции;</li> <li>• Практические занятия;</li> <li>• Лекции;</li> <li>• Самостоятельная работа;</li> <li>• Подготовка к экзамену;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Интерактивные практические занятия;</li> <li>• Самостоятельная работа;</li> </ul>
Используемые средства оценивания	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Опрос на занятиях;</li> <li>• Экзамен;</li> <li>• Конспект самоподготовки;</li> <li>• Отчет по практике;</li> <li>• Экзамен;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Опрос на занятиях;</li> <li>• Экзамен;</li> <li>• Конспект самоподготовки;</li> <li>• Отчет по практике;</li> <li>• Экзамен;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Экзамен;</li> <li>• Отчет по практике;</li> <li>• Экзамен;</li> </ul>

Формулировка показателей и критериев оценивания данной компетенции приведена в таблице 6.

Таблица 6 – Показатели и критерии оценивания компетенции на этапах

Состав	Знать	Уметь	Владеть
Отлично (высокий уровень)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Знает все изученные в рамках курса численные методы решения прикладных математических задач;</li> <li>• численные методы линейной алгебры;</li> <li>• решение нелинейных уравнений и систем;</li> <li>• численное интегрирование и дифференцирование;</li> <li>• методы приближения функции;</li> <li>• методы решения дифференциальных уравнений;</li> <li>• методы решения интегральных уравнений.;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Умеет эффективно разрабатывать программы любого уровня сложности, реализующие численные методы;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Свободно владеет приемами численного решения математических задач на современных языках программирования;</li> </ul>
Хорошо (базовый)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Знает основные</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Умеет разрабатывать</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• В достаточной</li> </ul>

уровень)	изученные в рамках курса численные методы решения прикладных математических задач: • численные методы линейной алгебры; • решение нелинейных уравнений и систем; • численное интегрирование и дифференцирование; • методы приближения функции.;	программы среднего уровня сложности, реализующие численные методы;	степени владеет основными приемами численного решения математических задач на современных языках программирования;
Удовлетворительно (пороговый уровень)	• Знает лишь базовые численные методы решения прикладных математических задач: • численные методы линейной алгебры; • численное интегрирование; • методы приближения функции.;	• Умеет разрабатывать простые программы, реализующие численные методы;	• На низком уровне владеет небольшим числом приемов численного решения математических задач на современных языках программирования;

### 3 Типовые контрольные задания

Для реализации вышеперечисленных задач обучения используются типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, в следующем составе.

#### 3.1 Вопросы на самоподготовку

- Постановка задачи
- Локализация корней
- Корректность и обусловленность задачи
- Метод Ньютона и его модификации
- Метод итерации
- Условия сходимости метода итераций
- Градиентный метод
- Преобразование подобия
- Локализация собственных значений
- Обусловленность задачи вычисления собственных значений и собственных векторов
- Степенной метод вычисления максимального собственного числа
- QR-алгоритм вычисления собственных чисел
- Метод обратных итераций вычисления собственных векторов
- Локализация корней
- Обусловленность задачи вычисления корня
- Методы нахождения корней
- Обусловленность метода простой итерации и метода Ньютона
- Чувствительность к погрешностям
- Простейшие формулы численного дифференцирования
- Общий способ получения формул численного дифференцирования
- Погрешности дифференцирования

- Обусловленность формул численного дифференцирования
- Понятие о квадратурных формулах
- Формулы Ньютона-Котеса
- Формулы трапеций, Симпсона, Гаусса, прямоугольников
- Погрешность квадратурных формул
- Обусловленность квадратурных формул
- Правило Рунге оценки погрешности квадратурных формул
- Классификация линейных интегральных уравнений
- Дискретизация интегрального уравнения второго рода
- Решение интегральных уравнений 1-го рода
- Регуляризация
- Нормы векторов и матриц
- Абсолютная и относительная погрешность векторов
- Обусловленность задачи решения систем линейных алгебраических уравнений
- Прямые методы решения СЛАУ
- Итерационные методы решения СЛАУ
- Сходимость итерационных процессов
- Погрешности итерационных процессов
- Решение переопределенной СЛАУ методом наименьших квадратов
- Вычисление определителей
- Вычисление обратной матрицы
- Устойчивость решения задачи Коши
- Численные методы решения задачи Коши
- Метод Эйлера
- Метод Рунге-Кутты
- Решение систем дифференциальных уравнений
- Решение уравнения  $n$ -го порядка
- Интерполяция обобщенными многочленами
- Полиномиальная интерполяция
- Погрешность интерполяции
- Минимизация погрешности
- Глобальная полиномиальная интерполяция
- Чувствительность интерполяционного полинома к погрешностям входных данных
- Интерполяция с помощью «скользящего» полинома
- Кусочно-полиномиальная интерполяция
- Преобразование Фурье, дискретное преобразование
- Тригонометрическая интерполяция
- Приближение сплайнами
- Ортогональные системы функций

### **3.2 Темы опросов на занятиях**

- Постановка задачи
- Локализация корней
- Корректность и обусловленность задачи
- Метод Ньютона и его модификации
- Метод итерации
- Условия сходимости метода итераций
- Градиентный метод
- Преобразование подобия
- Локализация собственных значений
- Обусловленность задачи вычисления собственных значений и собственных векторов

- Степенной метод вычисления максимального собственного числа
- QR-алгоритм вычисления собственных чисел
- Метод обратных итераций вычисления собственных векторов
- Локализация корней
- Обусловленность задачи вычисления корня
- Методы нахождения корней
- Обусловленность метода простой итерации и метода Ньютона
- Чувствительность к погрешностям
- Постановка вычислительной задачи
- Обусловленность вычислительной задачи
- Корректность вычислительных алгоритмов
- Требования, предъявляемые к вычислительным алгоритмам
- Простейшие формулы численного дифференцирования
- Общий способ получения формул численного дифференцирования
- Погрешности дифференцирования
- Обусловленность формул численного дифференцирования
- Понятие о квадратурных формулах
- Формулы Ньютона-Котеса
- Формулы трапеций, Симпсона, Гаусса, прямоугольников
- Погрешность квадратурных формул
- Обусловленность квадратурных формул
- Правило Рунге оценки погрешности квадратурных формул
- Источники погрешностей
- Понятие приближенного числа
- Абсолютная и относительная погрешности
- Верные цифры числа
- Связь относительной погрешности с количеством верных знаков числа
- Погрешность суммы, разности, произведения, частного, степени
- Общая формула для погрешности функции
- Обратная задача теории погрешности
- Классификация линейных интегральных уравнений
- Дискретизация интегрального уравнения второго рода
- Решение интегральных уравнений 1-го рода
- Регуляризация
- Нормы векторов и матриц
- Абсолютная и относительная погрешность векторов
- Обусловленность задачи решения систем линейных алгебраических уравнений
- Прямые методы решения СЛАУ
- Итерационные методы решения СЛАУ
- Сходимость итерационных процессов
- Погрешности итерационных процессов
- Решение переопределенной СЛАУ методом наименьших квадратов
- Вычисление определителей
- Вычисление обратной матрицы
- Устойчивость решения задачи Коши
- Численные методы решения задачи Коши
- Метод Эйлера
- Метод Рунге-Кутты
- Решение систем дифференциальных уравнений
- Решение уравнения  $n$ -го порядка

- Интерполяция обобщенными многочленами
- Полиномиальная интерполяция
- Погрешность интерполяции
- Минимизация погрешности
- Глобальная полиномиальная интерполяция
- Чувствительность интерполяционного полинома к погрешностям входных данных
- Интерполяция с помощью «скользящего» полинома
- Кусочно-полиномиальная интерполяция
- Преобразование Фурье, дискретное преобразование
- Тригонометрическая интерполяция
- Приближение сплайнами
- Ортогональные системы функций

### **3.3 Экзаменационные вопросы**

- Постановка задачи
- Локализация корней
- Корректность и обусловленность задачи
- Метод Ньютона и его модификации
- Метод итерации
- Условия сходимости метода итераций
- Градиентный метод
- Преобразование подобия
- Локализация собственных значений
- Обусловленность задачи вычисления собственных значений и собственных векторов
- Степенной метод вычисления максимального собственного числа
- QR-алгоритм вычисления собственных чисел
- Метод обратных итераций вычисления собственных векторов
- Локализация корней
- Обусловленность задачи вычисления корня
- Методы нахождения корней
- Обусловленность метода простой итерации и метода Ньютона
- Чувствительность к погрешностям
- Постановка вычислительной задачи
- Обусловленность вычислительной задачи
- Корректность вычислительных алгоритмов
- Требования, предъявляемые к вычислительным алгоритмам
- Простейшие формулы численного дифференцирования
- Общий способ получения формул численного дифференцирования
- Погрешности дифференцирования
- Обусловленность формул численного дифференцирования
- Понятие о квадратурных формулах
- Формулы Ньютона-Котеса
- Формулы трапеций, Симпсона, Гаусса, прямоугольников
- Погрешность квадратурных формул
- Обусловленность квадратурных формул
- Правило Рунге оценки погрешности квадратурных формул
- Источники погрешностей
- Понятие приближенного числа
- Абсолютная и относительная погрешности
- Верные цифры числа
- Связь относительной погрешности с количеством верных знаков числа

- Погрешность суммы, разности, произведения, частного, степени
- Общая формула для погрешности функции
- Обратная задача теории погрешности
- Классификация линейных интегральных уравнений
- Дискретизация интегрального уравнения второго рода
- Решение интегральных уравнений 1-го рода
- Регуляризация
- Нормы векторов и матриц
- Абсолютная и относительная погрешность векторов
- Обусловленность задачи решения систем линейных алгебраических уравнений
- Прямые методы решения СЛАУ
- Итерационные методы решения СЛАУ
- Сходимость итерационных процессов
- Погрешности итерационных процессов
- Решение переопределенной СЛАУ методом наименьших квадратов
- Вычисление определителей
- Вычисление обратной матрицы
- Устойчивость решения задачи Коши
- Численные методы решения задачи Коши
- Метод Эйлера
- Метод Рунге-Кутты
- Решение систем дифференциальных уравнений
- Решение уравнения n-го порядка
- Интерполяция обобщенными многочленами
- Полиномиальная интерполяция
- Погрешность интерполяции
- Минимизация погрешности
- Глобальная полиномиальная интерполяция
- Чувствительность интерполяционного полинома к погрешностям входных данных
- Интерполяция с помощью «скользящего» полинома
- Кусочно-полиномиальная интерполяция
- Преобразование Фурье, дискретное преобразование
- Тригонометрическая интерполяция
- Приближение сплайнами
- Ортогональные системы функций

### **3.4 Тематика практики**

- Нахождение нулей функций с одной переменной
- Численные методы решения задач линейной алгебры
- Численные методы поиска собственных чисел и векторов матриц
- Методы приближения функций. Численное дифференцирование функций
- Численное интегрирование
- Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений

### **4 Методические материалы**

Для обеспечения процесса обучения и решения задач обучения используются следующие материалы:

- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций, согласно п. 12 рабочей программы.

#### **4.1. Основная литература**

1. Мицель А.А. Вычислительные методы. Учебное пособие. – Томск: В-Спектр, 2010. –



264 с. (50 экз.). (наличие в библиотеке ТУСУР - 50 экз.)

2. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. – 636 с. (наличие в библиотеке ТУСУР - 130 экз.)

#### **4.2. Дополнительная литература**

1. Мицель А.А. Практикум по численным методам. – Томск: ТУСУР, 2004. – 196 с. (наличие в библиотеке ТУСУР - 40 экз.)

#### **4.3. Учебно-методическое пособие и программное обеспечение**

1. Романенко В.В. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Вычислительная математика». – Томск: ТУСУР, 2010. – 106 с. [Электронный ресурс]. - [http://asu.tusur.ru/learning/bak230100/d18/b230100\\_d18\\_pract.doc](http://asu.tusur.ru/learning/bak230100/d18/b230100_d18_pract.doc)

2. Мицель А.А. Численные методы. Методические указания по самостоятельной работе студентов по специальности 010400.62 «Прикладная математика и информатика». – Томск: ТУСУР, 2016. – 10 с. [Электронный ресурс]. - [http://asu.tusur.ru/learning/bak010400/d31/b010400\\_d31\\_work.doc](http://asu.tusur.ru/learning/bak010400/d31/b010400_d31_work.doc)

#### **4.4. Базы данных, информационно справочные и поисковые системы**

1. <http://poiskknig.ru> – электронная библиотека учебников Мех-Мата МГУ, Москва.
2. <http://www.mathnet.ru.ru> – общероссийский математический портал.
3. <http://www.lib.mexmat.ru> – электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета.
4. <http://onlinelibrary.wiley.com> – научные журналы издательства Wiley&Sons.
5. <http://www.sciencedirect.com> – научные журналы издательства Elsevier.