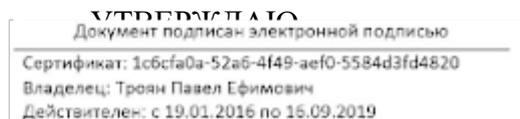


**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное бюджетное государственное образовательное учреждение высшего образования  
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И  
РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)



«\_\_» \_\_\_\_\_ 2016 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА**

Уровень основной образовательной программы **бакалавриат**  
Направление подготовки (специальность) **09.03.04 «Программная инженерия»**  
Форма обучения **очная**  
Факультет **систем управления (ФСУ)**  
Кафедра **автоматизации обработки информации (АОИ)**  
Курс **1** Семестр **2**

**Учебный план набора 2013 и 2014 года**

**Распределение рабочего времени**

Виды учебной работы	Семестр 2	Всего	Единицы
<b>1. Лекции</b>	<b>18</b>	<b>18</b>	<b>часов</b>
<b>2. Лабораторные работы</b>	не предусмотрено		
<b>3. Практические занятия</b>	<b>36</b>	<b>36</b>	<b>часов</b>
<b>4. Курсовой проект/работа (КРС)</b>	не предусмотрено		
<b>5. Всего аудиторных занятий</b>	<b>54</b>	<b>54</b>	<b>часов</b>
<b>6. Из них в интерактивной форме</b>	не предусмотрено		
<b>7. Самостоятельная работа студентов</b>	<b>54</b>	<b>54</b>	<b>часов</b>
<b>8. Всего (без экзамена)</b>	<b>108</b>	<b>108</b>	<b>часов</b>
<b>9. Самостоятельная работа на подготовку, сдачу экзамена</b>	<b>36</b>	<b>36</b>	<b>часов</b>
<b>10. Общая трудоемкость</b>	<b>144</b>	<b>144</b>	<b>часов</b>
<b>(в зачетных единицах)</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>ЗЕТ</b>

Экзамен — 2 семестр

Томск 2016

### Лист согласований

Рабочая программа для дисциплины «**Дискретная математика**» (**Б1.В.ОД.2**) составлена с учетом требований Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки бакалавра 09.03.04 «Программная инженерия», утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 12.03.2015 г. № 229, рассмотрена и утверждена на заседании кафедры « \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г., протокол № \_\_\_\_\_.

Разработчик: \_\_\_\_\_ Смыслова З.А.

Зав. кафедрой АОИ \_\_\_\_\_ Ехлаков Ю.П.

Рабочая программа согласована с факультетом, профилирующей и выпускающей кафедрами направления подготовки (специальности).

Декан ФСУ \_\_\_\_\_ Сенченко П.В.

Зав. профилирующей  
выпускающей кафедрой \_\_\_\_\_ Ехлаков Ю.П.

Методист кафедры АОИ \_\_\_\_\_ Коновалова Н.В.

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью дисциплины «Дискретная математика» является изучение понятий и методов дискретного моделирования, их взаимосвязи и развития, соответствующих методов расчёта и алгоритмов, а также применение их для решения научных и практических задач.

В задачи дисциплины «Дискретная математика» входят:

- развитие алгоритмического и логического мышления студентов,
- овладение методами исследования и решения задач,
- выработка у студентов умения самостоятельно расширять свои математические знания и проводить математический анализ прикладных ситуаций.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Дисциплина «Дискретная математика» (Б1.В.ОД.2) относится к вариативной части обязательных дисциплин для подготовки по направлению 09.03.04 «Программная инженерия». Для изучения курса математики необходимо твердое знание студентами базового курса математики средней школы, знакомство с разделами «Алгебра матриц», «Линейная алгебра», «Основы общей алгебры» дисциплины «Алгебра и геометрия», изучаемой в первом семестре.

Математический аппарат предмета «Дискретная математика» используется в дальнейшем при изучении дисциплин учебного плана, в учебно-исследовательской и научно-исследовательской работе.

## 3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины направлен на **формирование компетенции:**

- способность к формализации в своей предметной области с учетом ограничений используемых методов исследования (ПК-12).

В результате изучения дисциплины **студент должен:**

**знать:**

- основные понятия алгебры множеств,
- бинарные отношения и их свойства,
- отношения эквивалентности и порядка,
- основы теории упорядоченных множеств,
- основы реляционной алгебры,
- основные понятия теории графов,
- маршруты, циклы, связность,
- понятия изоморфизма и планарности графов,
- обходы графов, деревья, части графов,
- основные понятия комбинаторики,
- понятие группы, подстановки,
- рекуррентные соотношения;

**уметь:**

- работать с математической литературой;
- излагать материал в устной и письменной форме,
- применять модели дискретной математики для решения практических задач;

**владеть:**

- методами решения задач теории множеств, комбинаторного анализа, теории графов,
- методами доказательств и рассуждений, применяемых в дискретной математике;
- навыками подготовки отчетов, презентаций.

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 2
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	<b>54</b>	<b>54</b>
Лекции	18	18
Практические занятия (ПЗ)	36	36
<i>в том числе на ПЗ - Коллоквиумы (К)</i>	4	4
- Контрольные работы (КР)	4	4
<b>Самостоятельная работа (всего), в том числе:</b>	<b>54</b>	<b>54</b>
Изучение тем теорет. части, вынесенных для самост. проработки	11	11
Подготовка к тестовым опросам, проработка лекционного материала	9	9
Подготовка к практическим занятиям	11	11
Подготовка к коллоквиумам	8	8
Подготовка к контрольным работам	6	6
Выполнение индивидуальных заданий	9	9
Вид аттестации – экзамен	36	36
<b>Общая трудоемкость, ч</b>	<b>144</b>	<b>144</b>
Зачетные Единицы Трудоемкости	4	4

#### 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 5.1. Разделы дисциплины и виды занятий

Наименование раздела дисциплины	Лекции	Практические занятия.	Самостоятельная работа студента	Всего час. (без экзамена)	Формируемые компетенции (ОК, ПК)
1. Теория множеств	6	18	20	44	ПК-12
2. Теория графов	6	10	18	34	
3. Комбинаторика и алгебраические структуры	6	8	16	30	
<b>Итого</b>	<b>18</b>	<b>36</b>	<b>54</b>	<b>108</b>	

##### 5.2. Содержание разделов дисциплины (по лекциям)

Раздел дисциплины	Содержание разделов	Трудоемкость, ч	ОК, ПК
1. Теория множеств	Декартово произведение. Соответствия множеств. Виды соответствий. Отношения на множестве. Способы представления бинарных отношений. Операции над отношениями. Обратное отношение, композиция отношений. Свойства бинарных отношений.	2	ПК-12
	Отношения эквивалентности, классы эквивалентности. Теоремы о связи разбиения множества и отношения эквивалентности. Отношения порядка. Частично упорядоченные множества, максимальный и наибольший элементы упорядоченного множества. Диаграммы Хассе. Изоморфизм частично упорядоченных множеств.	2	
	Мощность множества как класс эквивалентности. Конечные и бесконечные множества. Свойства конечных множеств. Счетные множества и их свойства. Несчетные множества. Сравнение бесконечных множеств по мощности.	2	

2. Теория графов	Основные понятия теории графов. Различные формы представления графов. Связность графа. Изоморфизм графов. Понятие достижимости на графе, алгоритмы построения матрицы достижимости. Связность орграфа. Вершинные базы орграфа.	2	ПК-12
	Эйлеровы цепи и циклы. Теорема Эйлера. Алгоритм построения эйлеровой цепи (цикла). Цикломатическое число, его свойства. Графы без циклов. Свойства деревьев. Код дерева, теорема о количестве помеченных деревьев с $n$ вершинами. Остовное дерево. Теорема о количестве ребер, которые необходимо удалить для построения остова графа. Поиск в глубину на неорграфе.	2	
	Метрика графа. Диаметр, радиус, центр графа. Построение кратчайшего пути на неорграфе (волновой алгоритм). Построение кратчайшего пути на графе с взвешенными ребрами (алгоритм Дейкстры). Построение минимального остовного дерева для графа с взвешенными ребрами. Нахождение медианы орграфа.	2	
3. Комбинаторика и алгебраические структуры	Комбинаторика: основные принципы, типы выборок. Расчетные формулы. Биномиальные коэффициенты и их свойства. Бином Ньютона. Полиномиальная формула, свойства полиномиальных коэффициентов. Рекуррентные соотношения.	2	ПК-12
	Подстановки, композиция подстановок. Задача о беспорядках. Тип подстановки, количество подстановок данного типа. Разложение подстановки на непересекающиеся циклы, порядок подстановки.	2	
	Группа подстановок на множестве $\{1, \dots, n\}$ . Понятие подгруппы. Изоморфизм групп. Теорема Кэли. Метод Пойа. Группы вращений и группы симметрии (на плоскости и в пространстве).	2	
<b>Итого</b>		<b>18</b>	

### 5.3. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечивающими (предыдущими) дисциплинами и обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

Наименование обеспечивающих (предыдущих) дисциплин и обеспечиваемых (последующих) дисциплин	Разделы данной дисциплины, для которых необходимо изучение обеспечивающих (предыдущих) дисциплин		
	1	2	3
<b>Предыдущие дисциплины</b>			
1. Алгебра и геометрия (Б1.Б.11)		+	
<b>Параллельно изучаемые дисциплины</b>			
1. Информатика и программирование (Б1.Б.14)	+	+	+
2. Математический анализ (Б1.Б.10)	+		
<b>Последующие дисциплины</b>			
1. Теория вероятностей и математическая статистика (Б1.Б.13)	+	+	+
2. Исследование операций и теория принятия решений (Б1.Б.16)		+	+
3. Компьютерная графика (Б1.В.ОД.19)	+	+	+
4. Организация баз данных (Б1.В.ОД.11)	+		
5. Теория систем и системный анализ (Б1.В.ОД.6)	+	+	

### 5.4. Соответствие компетенций, формируемых при изучении дисциплины, и видов занятий

Перечень компетенций	Л			СРС	Формы контроля
	Л	ПЗ	СРС		
ПК-12	+	+	+		Опрос на занятии; проверка конспекта. Коллоквиум; контрольная работа. Презентация по теме СРС.
ПК-12		+	+		Отчет и защита ИЗ (в письменной и устной форме). Протокол работы в команде. Работа в экспертной группе. Рецензия на доклад. Работа в парах консультант-обучаемый.

Л – лекция; ПЗ – практические занятия; СРС – самостоятельная работа студента; ИЗ – индивидуальное задание

## 6. МЕТОДЫ И ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ

### Технологии интерактивного обучения при разных формах занятий

Методы организации обучения	Формы обучения		
	Л	ПЗ	СРС
1. Проблемная ситуация (с использованием опорных конспектов и мультимедийных презентаций)	+	–	–
2. Использование тестов, раздаточных материалов, рабочих тетрадей	+	+	
3. Работа в команде («мозговой штурм»)	–	+	–
4. Аукцион задач	–	+	–
5. Работа в группах (эксперт – группа)	–	+	–
6. Работа в парах (консультант – обучаемый)	–	+	+
7. Метод критического мышления	+	+	+

### 7. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ – не предусмотрено

### 8. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ (СЕМИНАРЫ)

Раздел дисциплины	Тематика практических занятий	Трудоемкость, ч	ОК, ПК
<b>1</b>	Алгебра множеств.	2	ПК-12
	Бинарные отношения.	2	
	Свойства бинарных отношений. Контрольная работа 1.	2	
	Отношения эквивалентности и порядка.	2	
	Частично упорядоченные множества.	2	
	Реляционная алгебра. Контрольная работа 2.	2	
	Мощность множества.	2	
	Обзорное занятие по теории множеств.	2	
	Коллоквиум 1 «Теория множеств»	2	
<b>2</b>	Орграфы и неорграфы. Различные способы представления графов.	2	ПК-12
	Понятие достижимости и связности. Задачи о циклах.	2	
	Обходы графов. Деревья. Контрольная работа 3.	2	
	Алгоритмы на графах с взвешенными ребрами.	2	
	Коллоквиум 2 «Теория графов»	2	
<b>3</b>	Комбинаторика. Типы выборок. Решение задач.	2	ПК-12
	Задачи о подстановках. Группы преобразований геометрических фигур.	2	
	Метод Пойа. Контрольная работа 4.	2	
	Рекуррентные соотношения в комбинаторике.	2	
<b>Итого</b>		<b>36</b>	

### 9. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Виды самостоятельной работы	Трудоемкость, ч				ОК, ПК	Контроль выполнения работы
	По разделам дисциплины			Всего по виду СРС		
	1	2	3			
1. Изучение тем теоретической части дисциплины, вынесенных для самостоятельной проработки:	4	3	4	<b>11</b>	ПК-12	<b>Конспект, презентация</b>
Самостоятельное изучение теоретического материала, подготовка конспекта, презентации по темам «Алгебра множеств», «Реляционная алгебра».	4					
Самостоятельное изучение теоретического материала, решение задач, подготовка конспекта, презентации по темам «Прикладные задачи теории графов», «Пустые и полные подграфы».		3				
Самостоятельное изучение теоретического материала, решение задач, подготовка конспекта, презентации по теме «Алгоритмы комбинаторики»			4			
2. Подготовка к тестовым опросам, проработка лекционного материала	4	3	2	<b>9</b>	ПК-12	Тесты

3. Подготовка к практическим занятиям	2	4	5	<b>11</b>	ПК-12	
Подготовка к ИЗ по теме «Алгоритмические вопросы теории графов» (программа)		2				Отчет, презентация
Подготовка к ИЗ по теме «Группы вращений и группы симметрии» (описание группы)			2			Отчет, презентация
Составление тезауруса по теме	2	2	3			Письменный отчет
4. Подготовка к коллоквиумам	4	4		<b>8</b>	ПК-12	
Подготовка к коллоквиуму 1 «Теория множеств»	4					Коллоквиум 1
Подготовка к коллоквиуму 2 «Теория графов»		4				Коллоквиум 2
5. Подготовка к контрольным работам (КР):	2	2	2	<b>6</b>	ПК-12	КР
Решение задач, подготовка к КР 1, 2	2					КР 1,2
Решение задач, подготовка к КР 3		2				КР 3
Решение задач, подготовка к КР 4			2			КР 4
6. Выполнение индивидуальных заданий (ИЗ) по темам	4	2	3	<b>9</b>	ПК-12	Отчет по ИЗ
«Алгебра множеств» (ИЗ 1)	1					Отчет, защита работы
«Бинарные отношения» (ИЗ 2)	2					
«Мощность множества» (ИЗ 3)	1					
«Теория графов» (ИЗ 4, 5)		2				
«Комбинаторика» (ИЗ 6)			3			
<b>Всего по разделу дисциплины</b>	<b>20</b>	<b>18</b>	<b>16</b>	<b>54</b>		
Подготовка к экзамену	16	10	10	<b>36</b>	ПК-12	Экзамен

## 10. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ – не предусмотрено

## 11. РЕЙТИНГОВАЯ СИСТЕМА ДЛЯ ОЦЕНКИ УСПЕВАЕМОСТИ СТУДЕНТОВ

### 11.1. Балльные оценки для элементов контроля

Рейтинговый балл студента начисляется за работу в семестре с учетом полноты, качества и срока выполнения следующих заданий:

- 1) индивидуальные задания – 6 заданий на общую сумму 23 балла;
- 2) контрольные работы – 4 работы на общую сумму 28 баллов;
- 3) тестовые опросы – 9 тестов на общую сумму 45 баллов;
- 4) коллоквиумы – 2 коллоквиума на общую сумму 20 баллов;
- 5) результаты групповой (командной) работы на практических занятиях – 12 баллов;
- 6) подготовка презентаций, конспектов, докладов – 12 баллов.

Общая сумма баллов в семестре – 140.

**Таблица 11.1** – Распределение рейтинговых баллов в течение семестра

Элементы контроля	Максимальный балл на 1-ую КТ с начала семестра	Максимальный балл за период между 1 КТ и 2 КТ	Макс. балл за период между 2 КТ и концом семестра	Всего
Индивидуальные задания	8	7	8	23
Контрольные работы	14	7	7	28
Тестовые опросы	17	15	13	45
Коллоквиумы		10	10	20
Групповая работа	3	3	6	12
Доклады, презентации	4	4	4	12
Итого максимум за период:	46	46	48	140
Суммарный итог	46	92	140	140

### 11.2. Условия выставления оценок

Студент допускается к экзамену, если он выполнил и защитил все шесть обязательных индивидуальных заданий.

Студенту, допущенному к экзамену, экзаменационная оценка может быть выставлена по рейтингу, если он набрал не менее 75% от максимальной суммы баллов.

Оценки за **контрольные точки** и экзаменационная оценка рассчитываются в процентах от максимальной суммы баллов, предложенных на дату контрольной точки (экзамена). Оценка «отлично» выставляется, если студент набрал не менее 90% баллов, «хорошо» - не менее 75% баллов, «удовлетворительно» - не менее 60%, «неудовлетворительно – менее 60% предложенных баллов.

**Таблица 11.2 – Пересчет суммы баллов в традиционную и международную оценку**

Оценка (ФГОС)	Итоговая сумма баллов (максимум 140)	Оценка (ECTS)
5 (отлично)	126 – 140	A (отлично)
4 (хорошо)	119 – 125	B (очень хорошо)
	105 – 118	C (хорошо)
3 (удовлетворительно)	91 – 104	D (удовлетворительно)
	84 – 90	E (посредственно)
2 (неудовлетворительно)	Менее 84 баллов	F (неудовлетворительно)

## 12. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 12.1. Основная литература

1. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов: учеб. пособие для вузов. – 2-е изд. - СПб.; М.; Нижний Новгород: Питер, 2007. – 363 с. В библиотеке ТУСУРа: аунл – 78 экз.

### 12.2. Дополнительная литература

1. Иванов Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы: учеб. пособие для вузов. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2003. – 288 с. В библиотеке ТУСУРа: аунл – 48 экз.

2. Шапорев С.Д. Дискретная математика. Курс лекций и практич. занятий: учеб. пособие для вузов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 396 с. В библиотеке ТУСУРа: аунл – 88 экз.

3. Хаггарти Р. Дискретная математика для программистов: учеб. пособие; пер. с англ. / ред. пер. С.А. Кулешов. – 2-е изд., доп. – М.: Техносфера, 2005. – 399 с. В библиотеке ТУСУРа: аунл – 31 экз.

### 12.3. Учебно-методические пособия и требуемое программное обеспечение

1. Смыслова З.А., Пермякова Н. В. Дискретная математика: метод. указания для выполнения практических работ для студентов спец-ти 230102 «Автоматизированные системы обработки информации и управления». – Томск: Томский гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники: кафедра АОИ, 2007. – 28 с. В библиотеке ТУСУРа: 55 экз.

2. Смыслова З.А. Алгебра множеств: метод. указания к практическим занятиям по дисциплине "Дискретная математика" для студентов по специальности 230102 «Автоматизированные системы обработки информации и управления. – Томск: Томский гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники: кафедра АОИ, 2010. – 17 с. [Электронный ресурс]: сайт кафедры АОИ. – URL: [http://aoi.tusur.ru/upload/methodical\\_materials/Praktikticheskie\\_zanjatija\\_DM\\_230102\\_file\\_\\_169\\_4717.pdf](http://aoi.tusur.ru/upload/methodical_materials/Praktikticheskie_zanjatija_DM_230102_file__169_4717.pdf)

3. Смыслова З.А. Методические указания для самостоятельной работы по дисциплине "Дискретная математика" для студентов спец-ти 230102-Автоматизированные системы обработки информации и управления. – Томск: Томский гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники, 2010. – 10 с. [Электронный ресурс]: сайт кафедры АОИ. – URL: [http://aoi.tusur.ru/upload/methodical\\_materials/Samostojatel'naja\\_rabota\\_po\\_DM\\_230102\\_file\\_\\_168\\_4936.pdf](http://aoi.tusur.ru/upload/methodical_materials/Samostojatel'naja_rabota_po_DM_230102_file__168_4936.pdf)

4. Смыслова З.А., Синчинова Л.И. Дискретная математика: метод. комплекс для организации самостоятельной работы студентов инженерных специальностей. – Томск: Томский гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники: кафедра АОИ, 2015. – 125 с. [Электронный ресурс]: сайт кафедры АОИ. – URL: [http://aoi.tusur.ru/upload/methodical\\_materials/DM\\_dlja\\_inzh\\_spec\\_\\_file\\_\\_433\\_8834.pdf](http://aoi.tusur.ru/upload/methodical_materials/DM_dlja_inzh_spec__file__433_8834.pdf)

Для организации самостоятельной работы студентов требуется свободный доступ в компьютерные классы с наличием программных систем

- Microsoft PowerPoint – для подготовки презентаций;
- MathCad – для выполнения расчетно-графических работ;
- C++ (Pascal) – для реализации алгоритмов на графах.

### 12.4. Необходимые базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

Образовательный портал университета (<http://edu.tusur.ru>, <http://lib.tusur.ru>); электронные информационно-справочные ресурсы вычислительных залов кафедры АОИ.

## 13. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Аудитории с мультимедийным оборудованием для проведения лекционных и практических занятий.

Приложение к рабочей программе  
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ  
И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)

**Кафедра автоматизации обработки информации (АОИ)**

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой АОИ

\_\_\_\_\_ Ю.П. Ехлаков

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2016 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ  
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ  
«ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА»  
для направления подготовки 09.03.04  
«Программная инженерия» (уровень бакалавриата)**

Томск 2016

Составитель:

ст. преподаватель каф. АОИ

\_\_\_\_\_ З.А.Смылова

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры АОИ «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.  
протокол № \_\_\_\_\_.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Фонд оценочных средств (ФОС) является приложением к рабочей программе дисциплины и представляет собой совокупность контрольно-измерительных материалов и методов их использования, предназначенных для измерения уровня достижения студентом установленных результатов обучения. ФОС используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов.

Перечень закрепленных за дисциплиной «Дискретная математика» компетенций приведен в таблице 1.1.

**Таблица 1.1 – Перечень закрепленных за дисциплиной компетенций**

Код	Формулировка компетенции	Компоненты компетенции
ПК-12	Способность к формализации в своей предметной области с учетом ограничений используемых методов исследования	Должен <b>знать</b> основные подходы к структурированию предметной области; Должен <b>уметь</b> строить формальные модели предметной области с учетом ограничений методов исследования; Должен <b>владеть</b> навыками структурирования и формализации предметной области

Уровни освоения компетенции и соответствующие оценки по результатам промежуточной аттестации приведены в таблице 1.2.

**Таблица 1.2 – Шкала оценивания уровня освоения компетенции**

Уровни освоения компетенции	Экзаменационная оценка / дифференцированный зачет	Зачет
Высокий	отлично	зачтено
Базовый	хорошо	зачтено
Пороговый	удовлетворительно	зачтено
Неудовлетворительный	неудовлетворительно	не зачтено

Обобщенная характеристика критериев оценивания всех компонент компетенции (знаний, умений и владения навыками) по уровням оценивания приведена в таблице 1.3.

**Таблица 1.3 – Обобщенная характеристика критериев оценивания компетенции по уровням**

Уровни оценивания	Обобщенные критерии оценивания компонент компетенции		
	Знать	Уметь	Владеть
<b>Отлично (высокий уровень)</b>	Обладает фактическими и теоретическими знаниями в пределах изучаемой области с пониманием границ применимости	Обладает диапазоном практических умений, требуемых для развития решений, абстрагирования проблем	Организует исследовательскую работу, проводит оценку, совершенствует действия
<b>Хорошо (базовый уровень)</b>	Знает факты, принципы, процессы, общие понятия в пределах изучаемой области	Обладает диапазоном практических умений, требуемых для решения определенных проблем в области исследования	Участствует в исследовании, приспособливает методы к обстоятельствам в решении проблем
<b>Удовлетворительно (пороговый уровень)</b>	Обладает базовыми общими знаниями	Обладает основными умениями, требуемыми для выполнения простых задач	Работает при прямом наблюдении

## 2. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

### 2.1. Компетенция ПК-12

**ПК-12:** способность к формализации в своей предметной области с учетом ограничений используемых методов исследования.

Компоненты компетенции, применяемые для этого виды занятий и используемые средства оценивания представлены в таблице 2.1.

**Таблица 1.1– Компоненты компетенции, виды занятий и используемые средства оценивания**

Компоненты	Знать	Уметь	Владеть
<b>Содержание компонент</b>	Должен знать: <ul style="list-style-type: none"><li>• основные понятия теории множеств;</li><li>• основные понятия теории графов;</li><li>• назначение основных алгоритмов теории графов;</li><li>• термины и методы решения задач комбинаторики;</li><li>• отдельные понятия алгебраических структур.</li></ul>	Должен уметь: <ul style="list-style-type: none"><li>• применять определения, теоремы и алгебраические законы при решении практических типовых задач;</li><li>• осуществлять правильную последовательность алгоритмического метода решения задачи;</li><li>• формализовать условие задачи и применить математически грамотную запись решения.</li></ul>	Должен владеть: <ul style="list-style-type: none"><li>• навыками анализа условия и решения задачи;</li><li>• навыками комплексного применения знаний и умений из различных разделов дисциплины</li><li>• навыками доказательств утверждений и теорем дискретной математики.</li></ul>
<b>Виды занятий</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Лекции;</li><li>• Самостоятельная работа студентов;</li><li>• Консультация.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Практические занятия;</li><li>• Самостоятельная работа студентов.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Практические занятия;</li><li>• Самостоятельная работа студентов.</li></ul>
<b>Используемые средства оценивания</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Тест;</li><li>• Опрос на занятии;</li><li>• Коллоквиум;</li><li>• Экзамен.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Отчет и защита индивидуального задания;</li><li>• Контрольная работа;</li><li>• Конспект самостоятельной работы;</li><li>• Экзамен.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Отчет и защита индивидуального задания;</li><li>• Коллоквиум;</li><li>• Защита творческого задания;</li><li>• Экзамен.</li></ul>

Формулировка критериев оценивания компонент компетенции по уровням освоения компетенции приведена в таблице 2.2.

Таблица 2.2 – Критерии оценивания компонент компетенции по уровням

Уровни оценивания	Критерии оценивания компонент компетенции		
	Знать	Уметь	Владеть
<b>Отлично (высокий уровень)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• знает основные понятия дискретной математики, излагает в корректной математической форме, поясняет на примерах;</li> <li>• знает основные методы доказательств и исследования свойств объектов дискретной математики;</li> <li>• знает назначение и суть алгоритмов теории графов и комбинаторики.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• способен самостоятельно выбрать метод решения, выделить этапы решения, определить их последовательность и реализовать решение задачи.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• способен творчески применить методы дискретной математики с учетом особенностей предметной области;</li> <li>• способен сравнить разные методы решения задачи и выбрать оптимальный.</li> </ul>
<b>Хорошо (базовый уровень)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• знает основные понятия дискретной математики, и может пояснить на типовых примерах;</li> <li>• знает основные методы решения задач и может пояснить их на примере решения типовых задач;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• применяет изученные методы при решении типовых задач;</li> <li>• способен формализовать условие задачи с помощью языка множеств, графов, отношений, комбинаторных объектов;</li> <li>• реализует методы решения типовых задач без помощи преподавателя.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• способен самостоятельно выбрать метод решения, выделить этапы решения, определить их последовательность и реализовать решение типовой задачи;</li> <li>• способен проанализировать полученный результат, выделить частные случаи и ограничения метода решения.</li> </ul>
<b>Удовлетворительно (пороговый уровень)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• способен выбрать из предложенных вариантов значение основных понятий теории множеств, теории графов, комбинаторики;</li> <li>• знает основные понятия, свойства, теоремы и способен их сформулировать словесно или в корректной математической форме.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• способен применять основные понятия, свойства, теоремы при решении простых задач;</li> <li>• способен пояснить решение простой задачи с использованием изучаемой терминологии.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• способен выполнять отдельные этапы решения задачи самостоятельно и составлять план решения под прямым наблюдением руководителя.</li> </ul>

### 3 ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Перечень контрольно-измерительных материалов (КИМ), используемых для оценивания компетенций, приведен в таблице 3.1.

**Таблица 3.1 – Перечень контрольно-измерительных материалов**

Вид КИМ	Тема	Компетенция
Тест	Алгебра множеств	ПК-12
	Соответствия множеств	
	Бинарные отношения	
	Отношения эквивалентности и порядка	
	Частично упорядоченные множества	
	Мощность множества	
	Основные понятия теории графов	
	Циклы, деревья, алгоритмы	
	Основные понятия комбинаторики	
Индивидуальное задание	Алгебра множеств	ПК-12
	Бинарные отношения	
	Основы теории графов	
	Циклы, деревья, метрика графа	
	Комбинаторика	
	Подстановки*)	
Контрольная работа	Алгебра множеств	ПК-12
	Бинарные отношения	
	Основы теории графов	
	Комбинаторика и алгебраические структуры	
Коллоквиум	Теория множеств	ПК-12
	Алгоритмы теории графов	
Творческое задание	Разработка алгоритма	ПК-12
	Описание группы преобразований	
Экзамен		ПК-12

\*) В учебных планах набора 2013 - 2015 гг - «Мощность множества»

#### *Примеры тестовых вопросов*

##### **Вопрос 1.**

Если  $X = \{1,2,3,4\}$ , то система множеств  $X_1 = \{1\}$ ,  $X_2 = \{2, 4\}$ ,  $X_3 = \{3\}$ ,  $X_4 = \{4\}$  является

- А) булеаном множества  $X$
- Б) разбиением множества  $X$
- В) покрытием множества  $X$
- Г) произвольной системой множеств

##### **Вопрос 2.**

ОТМЕТИТЬ **ВСЕ** СВОЙСТВА СООТВЕТСТВИЯ:

Область отправления соответствия  $X = [-1; 1]$ ; область прибытия  $Y = [-1; 1]$ ; формула соответствия  $y = x^2$ . Указанное соответствие является

- А) отображением

- Б) соответствием на множество  $Y$
- В) соответствием во множество  $Y$
- Г) функциональным соответствием
- Д) биекцией

**Вопрос 3.**

Отношение  $R$  на множестве  $X$  называется симметричным, если

- А) для любых  $x \in X$  выполняется  $xRx$
- Б) для любых  $x, y \in X$  из условия  $xRy$  следует  $yRx$
- В) для любых  $x, y, z \in X$  из условия  $(xRy$  и  $yRz)$  следует  $xRz$
- Г) для любых  $x, y \in X$  из условия  $(xRy$  и  $yRx)$  следует  $x=y$

**Вопрос 4.**

Всякое разбиение множества  $X$  порождает на этом множестве отношение

- А) тождественности
- Б) порядка
- В) строгого порядка
- Г) эквивалентности

**Вопрос 5.**

Любое конечное частично упорядоченное множество имеет

- А) ровно один наибольший элемент
- Б) не менее одного наибольшего элемента
- Г) не более одного наибольшего элемента

**Вопрос 6.**

Множество  $X = \mathbb{N} \cap [2;3]$  является

- А) конечным
- Б) счетным
- В) несчетным

**Вопрос 7.**

Если в орграфе 5 вершин и 6 дуг, то его матрица смежности  $A$  и матрица инцидентности  $B$  имеют размерность

- 1)  $A(6 \times 6)$ ,  $B(5 \times 5)$
- 2)  $A(6 \times 5)$ ,  $B(5 \times 6)$
- 3)  $A(5 \times 5)$ ,  $B(6 \times 5)$
- 4)  $A(5 \times 5)$ ,  $B(5 \times 6)$

**Вопрос 8.**

Диаметр графа  $K_6$  равен

- А) единице
- Б) двум
- В) трем
- Г) четырем
- Д) пяти
- Е) шести

**Вопрос 9.**

Подстановка  $\begin{pmatrix} 123456 \\ 234651 \end{pmatrix}$  является циклом длины

- А) один
- Б) два
- В) три
- Г) четыре
- Д) пять
- Е) шесть
- Ж) не является циклом

### Примеры индивидуальных заданий

#### Индивидуальное задание 1 «Алгебра множеств»

Задача 1.

Решить задачу, разметив диаграмму Эйлера-Венна.

Никто из участников чаепития не пришел с пустыми руками: Конфеты принесли 19 человек, печенье – 16, варенье – 15. С конфетами и вареньем пришли 10 человек, с вареньем и печеньем – пятеро, с печеньем и конфетами – семеро. Двое принесли все три вида сладостей. Сколько было участников?

Задача 2.

Задано универсальное множество  $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$  и множества  $X = \{5,6,7,8\}$ ,  $Y = \{1,3,5,6,8\}$ ,  $Z = \{1,2,5,7\}$ ..

- а) Выполнить действия  $\overline{X} \cap (Y \setminus Z)$
- б) Записать какое-либо разбиение множества  $Y$
- в) Записать какое-либо покрытие множества  $U$

Задача 3.

Записать булеан множества  $M = \{1,3,5,8\}$ , используя алгоритм двоичной нумерации подмножеств.

Задача 4.

Упростить выражение, используя законы и тождества алгебры множеств (указать порядок действий, перечислить используемые законы):  $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B) \cup A$

#### Индивидуальное задание 2 «Бинарные отношения»

Задача 1.

Соответствие  $F$  между множествами  $X = \{1,2,3,4,5\}$  и  $Y = \{12, 16\}$  определяется условием: пара  $(a, b) \in F \Leftrightarrow$  элемент  $b$  делится на  $a$ , для любых  $a \in X$ , для любых  $b \in Y$ .

Задание: а) найти область определения и множество значений соответствия; б) построить график (схему) соответствия; в) выяснить, является ли данное соответствие отображением, соответствием *на* множество  $Y$ , функциональным соответствием; биекцией.

Задача 2. На множестве  $X = \{1,2,3,4\}$  задано отношение

$R = \{ (1,2), (2,3), (1,4), (4,1), (2,1), (2,4), (3,2), (2,2), (4,3) \}$ .

- Задание: а) представить отношение в виде графа, схемы (диаграммы отношения) и матрицы; б) записать обратное отношение, найти его область определения и множество значений; в) выяснить, какими свойствами обладает отношение  $R$ .

Задача 3. Отношение  $R$  определено на множестве  $X$  всех прямых плоскости характеристическим свойством  $R = \{ (x,y) \mid \text{расстояние между прямыми } x \text{ и } y \text{ равно } 1 \}$ .

Задание: а) выяснить, какими свойствами обладает отношение  $R$ ; б) записать с помощью характеристического свойства отношения  $R^{-1}$ ,  $R \circ R$ ,  $R \circ R^{-1}$ ,  $R^{-1} \circ R^{-1}$ ,  $R^{-1} \circ R$ .

#### Индивидуальное задание 3 «Основы теории графов»

Даны ориентированный граф  $G_0$  и неориентированные графы  $G_1$  и  $G_2$

Задача 1. Записать различные формы представления графов  $G_0$  и  $G_1$  (матрица смежности, матрица инцидентности, список дуг(ребер), структура смежности).

Задача 2. Построить матрицу достижимости для графа  $G_0$  а) с помощью возведения в степень матрицы достижимости; б) с помощью алгоритма Уоршалла. Построить транзитивное замыкание графа  $G_0$ .

Задача 3. Определить число компонент сильной и слабой связности для орграфа  $G_0$ . Построить конденсацию графа  $G_0$ , найти все его вершинные базы.

Задача 4. Выяснить, изоморфны ли графы  $G_1$  и  $G_2$ , планарны ли они.

#### **Индивидуальное задание 4 «Циклы, деревья, метрика графа»**

Дан связный неориентированный граф  $G_1$ .

Задача 1. Для графа  $G_1$  определить цикломатическое число, построить базис из независимых циклов.

Задача 2. Построить остов графа  $G_1$  а) с помощью обхода графа «в глубину»; б) с помощью обхода графа «в ширину». Записать коды полученных деревьев.

Задача 3. Записать матрицу расстояний для графа  $G_1$ . Найти диаметр, радиус и центр графа.

Задача 4. Найти наибольшее внутренне устойчивое множество, клику, паросочетание графа  $G_1$ . Найти плотность и неплотность графа  $G_1$ . Найти хроматическое число и указать соответствующую раскраску графа.

#### **Индивидуальное задание 5 «Комбинаторика»**

Задача 1. У Ивана-царевича три коня, но пять седел. Сколько у него способов выбрать оседланного коня? Какое правило (суммы, произведения, включения-исключения) используется при решении задачи?

Задача 2. В колоде 32 карты. Сколькими способами можно выбрать пять карт так, что среди них окажутся две карты из пяти одинакового, а все остальные - разных номиналов?

Задача 3. В елочной гирлянде восемь лампочек: две желтых, три красных, три синих. Сколькими способами их можно расположить в гирлянде?

Задача 4. Сколько слов, состоящих из двух гласных и трех согласных можно составить из букв слова "пуговица"?

#### **Индивидуальное задание 5 «Подстановки»**

Задана подстановка  $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$

Задача 1. Разложить  $P$  в произведение независимых циклов, определить цикловый индекс подстановки.

Задача 2. Определить порядок подстановки  $P$ , найти ее 5, 31, 99 степень.

Задача 3. Определить тип подстановки и количество подстановок данного типа.

Задача 4. Построить подгруппу, порожденную данной подстановкой. Чему равен цикловый индекс построенной подгруппы?

#### **Примеры заданий контрольных работ**

##### **Контрольная работа 1 «Алгебра множеств»**

Задача 1. Аналогична задаче 2 из индивидуального задания 1.

Задача 2. Аналогична задаче 4 из индивидуального задания 1.

Задача 3. Задача на доказательство утверждений только на основе определений, без использования преобразований по законам алгебры множеств. Например: Доказать закон де Моргана, используя только определение равенства множеств и определения операций над множествами.

### **Контрольная работа 2 «Бинарные отношения»**

Задача 1. Аналогична задаче 2 из индивидуального задания 2.

Задача 2. Аналогична задаче 3 из индивидуального задания 2.

Задача 3. Дана диаграмма Хассе частично упорядоченного множества (чум). Укажите максимальный и минимальный элементы чум. Существуют ли в данном чум наибольший и наименьший элементы? Приведите хотя бы один пример пары несравнимых элементов.

### **Контрольная работа 3 «Основы теории графов»**

Задача 1. Дан ориентированный граф  $G_0$ . а) запишите его матрицу инцидентности и структуру смежности; б) найдите все компоненты сильной связности; в) найдите все вершинные базы.

Задача 2. Даны неориентированные графы  $G_1$  и  $G_2$ . Задание: а) запишите матрицу смежности и список ребер графа  $G_1$ ; б) сколько ребер нужно удалить для построения остова? в) постройте остов с помощью обхода «в ширину» и запишите его код; г) можно ли нарисовать этот граф, не отрывая руки от бумаги и не проходя ни по одному ребру дважды (обоснуйте ответ, сформулируйте соответствующую теорему)? д) изоморфны ли графы  $G_1$  и  $G_2$ ?

### **Контрольная работа 4 «Комбинаторика и алгебраические структуры»**

Задача 1, 2. Задачи 2, 4 из индивидуального задания 5

Задача 3. Дана подстановка  $P$ . Разложить ее в произведение независимых циклов, найти указанную степень подстановки.

Задача 4. Дано подмножество подстановок из  $S_n$ . Выяснить, образует ли данное подмножество подгруппу группы  $S_n$ .

### **Вопросы для подготовки к коллоквиумам**

#### **Коллоквиум 1 «Теория множеств»**

1. Множество, элемент; равенство, включение множеств; пустое множество, универсальное множество.
2. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна.
3. Разбиение, покрытие множества, булеан множества.
4. Законы алгебры множеств.
5. Отношения на множестве, область определения и область значений. График, граф, схема бинарного отношения.
6. Операции над отношениями. Обратное отношение, композиция отношений.
7. Свойства бинарных отношений, их иллюстрация на графах.
8. Отношения эквивалентности, классы эквивалентности, фактор-множество.
9. Теоремы (прямая и обратная) о связи разбиения множества и отношения эквивалентности.
10. Отношения порядка и строгого порядка. Частично упорядоченные множества. Диаграмма Хассе.
11. Максимальный (минимальный) элемент частично упорядоченного множества. Теорема о минимальном (максимальном) элементе.
12. Наибольший (наименьший) элемент частично упорядоченного множества. Теорема о наибольшем (наименьшем) элементе.
13. Изоморфизм ч.у.м. Теорема об изоморфизме ч.у.м. и подмножества его булеана.
14. Основные понятия реляционной алгебры. Совместимые отношения, операции над совместимыми отношениями. Операции селекции, проекции, соединения и их применение

15. Равномощные множества, классы эквивалентности равномощных множеств. Понятие мощности множества. Конечные и бесконечные множества.
16. Теоремы о конечных множествах: о мощности объединения непересекающихся множеств, о мощности произведения множеств, о мощности булеана, теорема включения-исключения для двух и для  $n$  множеств.
17. Счетные множества. Теоремы о подмножестве счетного множества, о подмножестве бесконечного множества, об объединении двух счетных множеств, об объединении счетного и бесконечного множества.
18. Несчетные множества. Теорема (Кантора) о мощности множества точек промежутка  $(0; 1)$ .
19. Теорема о мощности булеана бесконечного множества.
20. Сравнение бесконечных множеств по их мощности, теорема Кантора-Бернштейна.

## Коллоквиум 2 «Алгоритмы теории графов»

**Список алгоритмов**, для которых студент должен знать назначение алгоритма, уметь демонстрировать его на графе, объяснить его реализацию с помощью заданной формы представления графа.

1. Алгоритм Уоршалла.
2. Алгоритм Мальгранжа.
3. Алгоритм построения эйлеровой цепи.
4. Код дерева и восстановление дерева по коду.
5. Поиск в глубину.
6. Волновой алгоритм.
7. Алгоритм «ближайшего соседа».
8. «Жадный» алгоритм.
9. Алгоритм Дейкстры.
10. Алгоритм «обципывания» графа.

### Список задач для подготовки к коллоквиуму 2

Задача 1. Дан код дерева:  $C(T)=(3,5,6,5,7)$ .

- а) Сколько вершин имеет дерево?
- б) Как, не рисуя граф, определить количество вершин степени 2?
- в) Нарисуйте дерево и проверьте ответ.

Задача 2. Дана структура смежности графа  $G$ :

- а) Как, не рисуя граф, определить количество вершин степени 2?
- б) Нарисуйте граф и найдите степени всех вершин.
- в) Сколько ребер графа нужно удалить для построения его остова?
- г) Постройте остов графа с помощью поиска «в глубину» из вершины  $x_1$ .
- д) Запишите матрицу расстояний для компоненты связности графа  $G$ , включающей вершину  $x_1$ . Найдите ее диаметр, радиус и центр.

$x_1 : x_2, x_3, x_4, x_6;$ $x_2 : x_1, x_6;$ $x_3 : x_1;$ $x_4 : x_1, x_6;$ $x_5 : \emptyset;$ $x_6 : x_1, x_2, x_4;$
---

- е) Найдите плотность, неплотность и хроматическое число. Поясните, как определяются эти числа.
- ж) Найдите все наибольшие паросочетания графа  $G$ .
- з) Постройте дополнительный граф  $\bar{G}$  и выясните, является ли он планарным.

Задача 3. Для графа  $G$  дана матрица весов ребер

$$W = \begin{bmatrix} \infty & 6 & 4 & 2 & \infty & 3 \\ 6 & \infty & 7 & \infty & \infty & 5 \\ 4 & 7 & \infty & 4 & 2 & \infty \\ 2 & \infty & 4 & \infty & 3 & 1 \\ \infty & \infty & 2 & 3 & \infty & \infty \\ 3 & 5 & \infty & 1 & \infty & \infty \end{bmatrix}$$

Постройте остов минимального веса и укажите последовательность включения ребер с помощью  
а) алгоритма «ближайшего соседа»;  
б) «жадного» алгоритма.

Задача 4. Орграф  $G_0$  на множестве  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$  задан списком дуг и массивом весов дуг:

$$N = (x_1, x_1, x_3, x_4, x_4, x_4, x_5)$$

$$K = (x_3, x_4, x_4, x_1, x_2, x_5, x_2)$$

$$W = (2, 3, 1, 1, 6, 3, 2)$$

а) Как, не рисуя орграф, определить полустепени исхода всех вершин?

б) Нарисуйте орграф и найдите.  $\forall x \in X \quad p^+(x)$  и  $p^-(x)$

в) Найдите компоненты сильной связности и все вершинные базы орграфа.

г) С помощью алгоритма Дейкстры проведите разметку орграфа из вершины с максимальной полустепенью исхода. Какой смысл имеет метка каждой вершины?

д) Постройте подграф, порожденный множеством вершин  $X' = \{x_1, x_3, x_4\}$ , и найдите его медиану, если приоритеты вершин заданы:  $q(x_1) = 2$ ,  $q(x_3) = 1$ ,  $q(x_4) = 3$

### *Примеры творческих заданий*

#### **Задание 1. «Разработка алгоритма»**

Дан список ребер орграфа и количество его вершин. Требуется определить количество вершин с нулевой степенью исхода. Записать блок-диаграмму решения задачи, описать входные и выходные данные. Подготовить тестовые данные для проверки решения. Как ещё можно представить орграф для решения этой задачи? Какая форма представления орграфа требует наименьшей памяти? Для какой формы представления орграфа время работы будет наименьшим?

#### **Задание 2. «Группы преобразований»**

Описать группу вращений тетраэдра.

### *Порядок проведения экзамена*

#### **Пороговый уровень**

Оценочное средство - тест (12 вопросов по теории множеств, 6 вопросов по теории графов, 6 вопросов по комбинаторике). Время подготовки – 30 мин. Примеры вопросов теста приведены выше. Для получения оценки «удовлетворительно» студент должен ответить не менее, чем на 75% вопросов по каждому разделу.

#### **Базовый уровень**

Оценочное средство - контрольное задание (три задачи - по одной из каждого раздела дисциплины). Время подготовки – 45 мин. Примеры задач для контрольного задания приведены выше – это задачи из индивидуальных заданий и контрольных работ. Для получения оценки «хорошо» студент должен решить и объяснить решение не менее чем 75% задачи из каждого раздела.

#### **Повышенный уровень**

Оценка «отлично» выставляется в результате собеседования по одному из приведенных ниже вопросов. Время подготовки – 15 мин. Во время ответа студент должен показать не только знание

метода доказательства теоремы и алгоритм рассуждения, но и применить эти знания на примере, предложенном преподавателем или приведенном самостоятельно.

### Примеры вопросов теоретической части

1. Декартово произведение множеств. Каким законам подчиняется эта операция? Доказать теорему о мощности декартова произведения  $r$  конечных множеств
2. Теорема включения-исключения для  $r$  конечных множеств. Доказать для случая  $r = 2$ .
3. Счетные множества и их свойства. Доказать теорему об объединении счетного и произвольного бесконечного множества.
4. Понятие конечного множества. Доказать теорему о мощности булеана конечного множества.
5. Сформулировать и доказать теорему о мощности булеана бесконечного множества. Существует ли множество наибольшей мощности?
6. Несчетные множества. Сформулировать и доказать теорему о мощности множества точек промежутка  $(0; 1)$ . Сравнение бесконечных множеств по мощности.
7. Множество достижимости и контрдостижимости вершины орграфа. Алгоритмы построения множества достижимости с помощью матрицы смежности. Как найти сильные компоненты орграфа, если известна его матрица достижимости?
8. Связность орграфа (сильная, слабая, односторонняя). Конденсация орграфа. Вершинные базы. Доказать, что конденсация орграфа не имеет контуров.
9. Цикломатическое число. Сформулировать и доказать его свойства. Построение базиса из независимых циклов.
10. Эйлеровы цепи и циклы. Сформулировать и доказать теорему Эйлера. Алгоритм построения эйлеровой цепи.
11. Графы без циклов. Сформулировать и доказать свойства деревьев. Код дерева. Теорема о количестве помеченных деревьев
12. Остов неорграфа. Сколько ребер необходимо удалить для построения остова (доказать теорему). Алгоритм построения остова на основе поиска в глубину.
13. Понятие клики и внутренне устойчивого множества. Плотность и неплотность графа. Дополнительный граф. Алгоритм построения наибольшего ВУМ для графа, заданного матрицей смежности.
14. Алгоритм Дейкстры. Описать последовательность разметки графа, пользуясь матрицей весов. Привести пример.
15. Паросочетания. Чередующиеся цепи. Теорема о наибольшем паросочетании. Алгоритм построения наибольшего паросочетания в двудольном графе.
16. Биномиальные коэффициенты и их свойства. Доказать свойство Паскаля.
17. Подстановки. Композиция подстановок. Циклы. Доказать теорему о разложении подстановки на непересекающиеся циклы.
18. Порядок и тип подстановки. Доказать теорему о порядке подстановки, разложенной на непересекающиеся циклы. Сформулировать теорему о количестве подстановок данного типа.
19. Группа подстановок. Утверждения о нейтральном и симметричном элементах группы (доказать). Примеры групп. Показать, что группа вращений правильного треугольника является подгруппой его группы симметрии.
20. Изоморфизм групп. Доказать утверждения об образах нейтрального и симметричного элементов.