

Договор № 9/14

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники



**УТВЕРЖДАЮ**

**Проректор по учебной работе**

Документ подписан электронной подписью  
Сертификат: 1c6cfa0a-52a6-4f49-aef0-5584d3fd4820  
Владелец: Троян Павел Ефимович  
Действителен: с 19.01.2016 по 16.09.2019

ИН

« 31 » 05 2016 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

Уровень основной образовательной программы бакалавриат

Направление подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика

Форма обучения очная

Факультет систем управления

Кафедра автоматизированных систем управления

Курс 2

Семестр 3, 4

Учебный план набора 2013 года и последующих лет

Распределение рабочего времени:

Виды учебной работы	Семестр 3	Семестр 4	Всего	Единицы
Лекции	36	18	54	часов
Лабораторные работы	–	–	–	часов
Практические занятия	36	36	72	часов
Курсовой проект/работа (КРС) (аудиторная)	–	–	–	часов
Всего аудиторных занятий	72	54	126	часов
Из них в интерактивной форме	10	10	20	часов
Самостоятельная работа студентов (СРС)	108	54	162	часов
Всего (без экзамена)	180	108	288	часов
Самостоятельная работа на подготовку и сдачу экзамена	–	36	36	часов
Общая трудоемкость	180	144	324	часов
(в зачетных единицах)	5	4	9	ЗЕТ
Форма отчетности	зачет	экзамен		

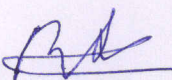
Зачёт 3 семестр

Экзамен 4 семестр

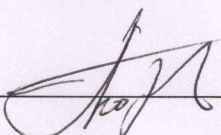
Томск 2016

Рабочая программа составлена с учетом требований Федерального Государственного<sup>2</sup>  
образовательного стандарта профессионального образования (ФГОС ПО) по направлению  
01.02.03 Прикладная математика и информатика (квалификация (степень) бакалавр),  
утвержденного Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации  
12.03.2015 №228, рассмотрена и утверждена на заседании кафедры «12» февраля 2016 г.,  
протокол № 5.

Разработчик,  
д.т.н., профессор каф. АСУ

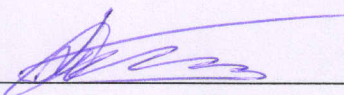
  
В.Г. Астафуров

Зав. обеспечивающей кафедрой,  
д.т.н., профессор

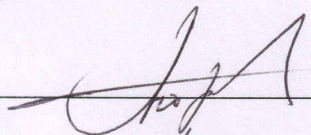
  
А.М. Корилов

Рабочая программа согласована с факультетом, профилирующей и выпускающей  
кафедрами специальностей

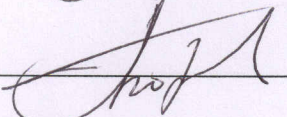
Декан ФСУ, к.т.н., доцент

  
П.В. Сенченко


Зав. профилирующей кафедрой,  
д.т.н., профессор каф. АСУ

  
А.М. Корилов

Зав. выпускающей кафедрой,  
д.т.н., профессор каф. АСУ

  
А.М. Корилов

**Эксперт:**  
Кафедра АСУ, доцент

  
А.И. Исакова

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» изучается в 3 и 4 семестрах и предусматривает чтение лекций и проведение практических занятий, получение различного рода консультаций.

**Целью дисциплины** является формирование у студентов научного представления о случайных событиях, величинах и случайных процессах, а также о методах их исследования.

Основной **задачей** дисциплины является усвоение методов количественной оценки характеристик случайных событий и величин, приобретение практических навыков и знаний для решения задач по теории вероятностей, случайным процессам и математической статистике.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к числу дисциплин профессионального цикла. Успешное овладение дисциплиной предполагает предварительные знания, полученные в предыдущих дисциплинах: «Математический анализ», «Дискретная математика». Знания, полученные студентами по этой дисциплине, будут использоваться при изучении курсов: «Математические модели обработки данных», «Компьютерное моделирование», «Исследование операций», «Методика планирования эксперимента»; при выполнении учебно-исследовательской и научно-исследовательской работы.

## 3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» направлен на формирование следующих компетенций:

### **общепрофессиональные компетенции (ОПК):**

- Выпускник должен обладать способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1);

### **профессиональные компетенции (ПК):**

- Выпускник должен обладать способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат (ПК-2).

**В результате изучения дисциплины студент должен:**

### **Знать:**

- основные дискретные и непрерывные распределения случайных величин и их свойства;
- смысл и постановку задач двух основных направлений математической статистики - испытания статистических гипотез и оценивания параметров распределений;
- основы методики применения статистических методов;
- методы статистического оценивания параметров распределений случайных величин и случайных процессов;
- основные методы статистической обработки экспериментальных, и имитационных данных, оценки их точности и надежности полученных результатов;
- основные понятия теории случайных процессов и их классификацию;

### **Уметь:**

- рассчитывать вероятности событий в типичных моделях, числовые характеристики одномерных и многомерных случайных величин по их распределениям, моменты и распределения функций случайных аргументов;
- применять методы статистического анализа выборочных данных и случайных процессов;
- интерпретировать результаты статистического анализа и использовать их при построении математических моделей.

### **Владеть:**

- основными приемами решения типовых задач теории вероятностей и математической статистики;
- практическими навыками численных расчетов оценок параметров распределений и случайных процессов;
- практическими навыками анализа выборочных данных.

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет **9** зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры	
		3	4
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	<b>126</b>	<b>72</b>	<b>54</b>
В том числе:	–		
Лекции	54	36	18
Лабораторные работы (ЛР)	–	–	–
Практические занятия (ПЗ)	72	36	36
Курсовой проект (работа) (аудиторная нагрузка)	–	–	–
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	<b>162</b>	<b>108</b>	<b>54</b>
В том числе:			
Курсовой проект (работа) (самостоятельная работа)	–	–	–
Расчетно-графические работы	12	12	–
Проработка лекционного материала	42	24	18
Подготовка к практическим занятиям	87	64	23
Самостоятельное изучение тем теоретической части	21	8	13
<b>Подготовка к экзамену</b>	<b>36</b>	–	<b>36</b>
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)		зачет	экзамен
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час</b>	<b>144</b>	<b>180</b>
	<b>зач. ед.</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
		<b>324</b>	<b>9</b>

#### 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 5.1. Разделы дисциплин и виды занятий

Таблица 5.1

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекции	Практич. занятия	Самост. работа студентов	Всего часов	Формируемые компетенции (ОК, ПК)
<b>3 семестр</b>						
1.1.	Введение	2	–	1	3	ОПК-1, ПК-2
1.2.	Случайные события	6	10	31	47	ОПК-1, ПК-2
1.3.	Одномерные случайные величины	8	8	20	36	ОПК-1, ПК-2
1.4.	Многомерные случайные величины	12	14	37	63	ОПК-1, ПК-2
1.5.	Предельные теоремы теории вероятностей	4	–	2	6	ОПК-1, ПК-2
1.6.	Математическая статистика, часть 1	4	4	17	25	ОПК-1, ПК-2
<b>4 семестр</b>						
2.1.	Математическая статистика, часть 2	10	24	30	84	ОПК-1, ПК-2
2.2.	Случайные процессы	8	12	24	60	ОПК-1, ПК-2

## 5.2. Содержание разделов дисциплины (по лекциям)

Таблица 5.2

№ раздела из табл. 5.1	Наименование разделов	Содержание разделов	Трудоемкость (час.)	Формируемые компетенции (ОК, ПК)
1	2	3	4	5
<b>3 семестр</b>				
1.1.	Введение	Предмет теории вероятностей. Виды случайных явлений: события, величины, процессы. Способы их изучения: аксиоматический и эмпирический подходы. Рекомендуемая литература.	2	ОПК-1, ПК-2
1.2.	Случайные события	Алгебра событий, пространство элементарных событий. Непосредственный подсчет вероятностей (классическое определение). Геометрическая вероятность. Аксиоматическое определение вероятности. Основные теоремы теории вероятностей: теорема сложения вероятностей, условная вероятность, теорема умножения вероятностей, формула полной вероятности, формула Байеса. Независимые испытания, схема Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли.	6	ОПК-1, ПК-2
1.3.	Одномерные случайные величины	Понятие случайной величины. Ряд распределения и функция распределения одномерной дискретной случайной величины. Распределение Пуассона. Функция распределения и плотность вероятности одномерной непрерывной случайной величины. Равномерное, нормальное, экспоненциальное и логнормальное распределения. Числовые характеристики одномерных случайных величин: начальные моменты, центральные моменты, математическое ожидание, дисперсия, коэффициент асимметрии, эксцесс, медиана, мода, квантили. Производящая функция.	8	ОПК-1, ПК-2

Продолжение таблицы 5.2

1	2	3	4	5
1.4.	Многомерные случайные величины	Понятие системы случайных величин. Матрица распределения двумерной дискретной случайной величины. Функция распределения системы случайных величин. Плотность распределения вероятностей. Условные законы распределения. Числовые характеристики двумерной случайной величины: кривые регрессии, условные дисперсии, ковариация, коэффициент корреляции. Энтропия, количество информации. Многомерный нормальный закон распределения. Комплексные случайные величины. Законы распределения функций от случайных величин (одномерный и многомерный случаи). Примеры определения законов распределения. Распределение функций от нормальных случайных величин: распределения Пирсона, Стюдента, Фишера. Характеристическая функция и ее свойства.	12	ОПК-1, ПК-2
1.5.	Предельные теоремы теории вероятностей	Значение предельных теорем. Сходимость по вероятности. Неравенство Чебышева. Теоремы Чебышева и Бернулли. Центральная предельная теорема. Роль нормального распределения в приложениях.	4	ОПК-1, ПК-2
1.6.	Математическая статистика, часть 1	Предмет математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Понятие выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон частот, гистограмма.	4	ОПК-1, ПК-2
<b>4 семестр</b>				
2.1.	Математическая статистика, часть 2	Точечные оценки и их свойства: несмещенность, состоятельность и эффективность. Неравенство Крамера-Рао. Оценка неизвестной вероятности. Методы нахождения точечных оценок: метод моментов, метод максимального правдоподобия, метод наименьших квадратов. Оценки математического ожидания и дисперсии нормальной случайной величины. Интервальное оценивание. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Линейные статистические модели. Метод наименьших квадратов при сглаживании результатов эксперимента. Проверка статистических гипотез. Проверка простой гипотезы против простой альтернативы: байесовское решение, Проверка простой гипотезы о параметре распределения нормальной случайной величины. Сложные гипотезы. Проверка гипотезы о законе распределения: критерии хи-квадрат и Колмогорова, принадлежность двух выборок к одному и тому же закону распределения.	10	ОПК-1, ПК-2

Продолжение таблицы 5.2

1	2	3	4	5
2.2.	Случайные процессы	Понятие случайного процесса. Корреляционная функция и энергетический спектр случайного процесса. Стационарные и нестационарные случайные процессы. Эргодические случайные процессы. Гауссовские и марковские случайные процессы. Спектральное разложение стационарного случайного процесса. Теорема Винера-Хинчена. Широкополосные и узкополосные случайные процессы, белый шум.	8	ОПК-1, ПК-2

### 5.3. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечивающими (предыдущими) и обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечивающих (предыдущих) дисциплин	№ № разделов данной дисциплины, для которых необходимо изучение обеспечивающих (предыдущих) дисциплин							
		1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	2.1	2.2
<b>Предшествующие дисциплины</b>									
1.	Математический анализ	+	+	+	+	+	+	+	+
2.	Дискретная математика		+	+					

№ п/п	Наименование последующих дисциплин	№ № разделов данной дисциплины, которые необходимы при изучении последующих дисциплин							
		1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	2.1	2.2
<b>Последующие дисциплины</b>									
1.	Математические модели обработки данных	+		+	+		+	+	
2.	Компьютерное моделирование			+	+	+	+	+	
3.	Исследование операций	+		+	+		+	+	+
4.	Методика планирования эксперимента	+		+	+		+	+	
5.	Учебно-исследовательская и научно-исследовательская работа		+	+	+	+	+	+	+

### 5.4. Соответствие компетенций, формируемых при изучении дисциплины, и видов занятий

Перечень компетенций	Виды занятий			Формы контроля (примеры)
	Л	ПрЗ	СРС	
ОПК-1	+	+	+	Опрос на лекции, контрольная работа, домашнее задание, тест
ПК-2	+	+	+	Опрос на лекции, контрольная работа, домашнее задание, тест

Л – лекция, ПрЗ – практические занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 6. МЕТОДЫ И ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ

Для успешного освоения дисциплины применяются различные образовательные технологии, которые обеспечивают достижение планируемых результатов обучения согласно основной образовательной программе, с учетом требований к объему занятий в интерактивной форме.

### Технологии интерактивного обучения при разных формах занятий

Методы \ Формы	Практические занятия (час)	Всего (час)
Презентации с использованием слайдов	3	3
Разминка	8	8
Коллективное решение творческих задач	5	5
Дискуссия	4	4
<b>Итого интерактивных занятий</b>	<b>20</b>	<b>20</b>

#### Примечание.

1. Презентации с использованием слайдов используются студентами на практических занятиях для обсуждения материалов тем, предложенных для самостоятельного изучения.
2. «Разминка» проводится в форме ответов на вопросы преподавателя для формирования у него общего представления об уровне владения актуальными для занятия знаниями студентами.
3. «Коллективное решение творческих задач» проводится на практических занятиях.
4. «Дискуссия» проводится на практических занятиях при сравнении различных методов решения задач (например, при сравнении эффективности различных методов точечных оценок моментов распределений случайной величины).

## 7. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ– не предусмотрен

## 8. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ (СЕМИНАРЫ)

Таблица 8.1

№ п/п	№ раздела дисциплины из табл. 5.1	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (час.)	ОК, ОПК
1	2	3	4	5
3 семестр				
1.	1.2	Соотношение между случайными событиями. Непосредственный подсчет вероятностей, геометрическая вероятность. Теоремы умножения и сложения вероятностей. Формулы полной вероятности и Байеса. Схема Бернулли. Асимптотические формулы в схеме Бернулли. Тест №1. Контрольная работа №1.	10	ОПК-1, ПК-2



Продолжение таблицы 8.1

1	2	3	4	5
2.	1.3	Ряд распределения дискретной случайной величины. Функция распределения и плотность распределения вероятностей одномерной случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия. Распределение Пуассона. Экспоненциальный и нормальный законы распределения. Обсуждение материалов тем, предложенных для самостоятельного изучения. Тест №2. Контрольная работа №2.	8	ОПК-1, ПК-2
3.	1.4	Функция распределения и плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Обсуждение материалов тем, предложенных для самостоятельного изучения. Тест №3. Контрольная работа №3	6	ОПК-1, ПК-2
4.	1.4	Функции от случайных величин. Характеристическая функция. Итоговое занятие по теории вероятностей. Контрольная работа №4.	8	ОПК-1, ПК-2
5.	1.6	Первичная обработка статистических данных: вариационный ряд, статистический ряд, полигон относительных частот, гистограмма. Зачет.	4	ОПК-1, ПК-2
4 семестр				
6.	2.1	Оценки параметров распределений, состоятельность, несмещенность и эффективность оценок. Метод моментов. Доверительные интервалы и их вычисление для параметров нормальных распределений. Вычисление оценок максимального правдоподобия. Статистическая проверка гипотез относительно параметров нормального распределения. Критерии согласия Пирсона и Колмогорова. Метод наименьших квадратов для простой линейной регрессии. Обсуждение материалов тем, предложенных для самостоятельного изучения.	24	ОПК-1, ПК-2
7.	2.2	Вероятностные характеристики случайных процессов: среднее, дисперсия, корреляционная функция. Стационарные случайные процессы. Энергетические характеристики случайных процессов. Спектральное разложение стационарных случайных процессов. Обсуждение материалов тем, предложенных для самостоятельного изучения.	12	ОПК-1, ПК-2

## 9. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Таблица 9.1

№ п/п	№ раздела дисциплины из табл. 5.1	Тематика самостоятельной работы	Трудоёмкость (час.)	Компетенции ОК, ОПК	Контроль выполнения работы
1	2	3	4	5	6
3 семестр					
1	1.1	Проработка лекционного материала.	1	ОПК-1, ПК-2	Проверка конспекта, опрос на практических занятиях
2	1.2	Проработка лекционного материала.	3	ОПК-1, ПК-2	Проверка конспекта, опрос на практических занятиях, проверка домашнего задания, контрольная работа, тест.
		Подготовка к практическим занятиям, тесту №1 и контрольной работе №1.	16		
		Выполнение расчетно-графической работы на тему «Случайные события».	12		
3	1.3	Проработка лекционного материала.	4	ОПК-1, ПК-2	Проверка конспекта, опрос на практических занятиях, проверка домашнего задания, контрольная работа, тест.
		Подготовка к практическим занятиям, тесту №2 и контрольной работе №2.	12		
		Самостоятельное изучение тем: «Гипергеометрический и геометрический законы распределения».	4		
4	1.4	Проработка лекционного материала.	5	ОПК-1, ПК-2	Проверка конспекта, опрос на практических занятиях, проверка домашнего задания, контрольная работа, тест.
		Подготовка к практическим занятиям, тесту №3 и контрольным работам №3 и №4.	28		
		Самостоятельное изучение темы: «Двумерное нормальное распределение, регрессия».	4		

Продолжение таблицы 9.1

1	2	3	4	5	6
5	1.5	Проработка лекционного материала.	2	ОПК-1, ПК-2	Проверка конспекта, опрос на практических занятиях, проверка домашнего задания, контрольная работа
6	1.6	Проработка лекционного материала и подготовка к зачету.	9	ОПК-1, ПК-2	Проверка конспекта, опрос на практических занятиях, проверка домашнего задания, зачет.
		Подготовка к практическим занятиям.	8		
4 семестр					
7	2.1	Проработка лекционного материала.	10	ОПК-1, ПК-2	Проверка конспекта, опрос на практических занятиях, проверка домашнего задания, контрольные работы.
		Подготовка к практическим занятиям.	13		
		Самостоятельное изучение тем: «Оценки максимального правдоподобия параметров нормального, экспоненциального, пуассоновского и биномиального распределений», «Интервальные оценки параметров нормального распределения».	7		
8	2.2	Проработка лекционного материала.	8	ОПК-1, ПК-2	Проверка конспекта, опрос на практических занятиях, проверка домашнего задания, контрольные работы.
		Подготовка к практическим занятиям.	10		
		Самостоятельное изучение тем: «Нормальный случайный процесс», «эргодические случайные процессы и их свойства», «белый шум».	6		
9	1.1–1.6, 2.1, 2.2	Подготовка и сдача экзамена.	36	ОПК-1, ПК-2	Оценка за экзамен.

**Примечание.** Подготовка к практическим занятиям включает в себя выполнение домашних заданий, темы которых совпадают с темами практических занятий (таблица 8.1).

**Темы контрольных работ:**

1. Случайные события.
2. Одномерные случайные величины;
3. Двумерные случайные величины

4. Итоговая работа по теории вероятностей.

***Темы тестов:***

1. Вероятность события;
2. Ряд распределения дискретной случайной величины;
3. Двумерная дискретная случайная величина.

***Темы для самостоятельного изучения:***

1. Гипергеометрический и геометрический законы распределения;
2. Двумерное нормальное распределение, регрессия;
3. Оценки максимального правдоподобия параметров нормального, экспоненциального, пуассоновского и биномиального распределений;
4. Интервальные оценки параметров нормального распределения;
5. Нормальный случайный процесс;
6. Эргодические случайные процессы и их свойства;
7. Случайный процесс типа «белого шума».

**10. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ – не предусмотрены**

## 11. БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СИСТЕМА

### Курс 2, семестр 3                      Контроль обучения – Зачет.

Максимальный семестровый рейтинг – **100 баллов.**

По дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» итоговой формой отчетности в 3 семестре является **зачет**, все 100 баллов входят в семестровую составляющую.

Текущий контроль изучения дисциплины включает в себя следующие элементы:

- контроль за усвоением материала – собеседования, контроль за выполнением домашних заданий на практических занятиях, проведение **4** контрольных работ;
- выполнение и защита индивидуального задания.

Для стимулирования планомерности работы студента в семестре в раскладку баллов введен компонент своевременности, который применяется только для студентов, своевременно отчитывающихся по предусмотренным элементам контроля (контрольные работы, индивидуальное задание).

На протяжении всего семестра текущая успеваемость **оценивается в баллах** нарастающим итогом. В таблице 11.1 содержится распределение баллов в течение 3-го семестра для дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика», завершающейся зачетом и содержащей 18 лекций (36 часов), 18 практических занятий (36 часов), расчетно-графическую работу и 4 контрольных работы. В таблице 11.3 представлен пересчет суммы баллов по 1-й и 2-й контрольным точкам в традиционную оценку.

Таблица 11.1 – Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» (**зачет**, лекции, практические занятия, расчетно-графическая работа, контрольные работы)

Элементы учебной деятельности	Максимальный балл на 1-ую контрольную точку с начала семестра	Максимальный балл за период между 1 КТ и 2 КТ	Максимальный балл за период между 2 КТ и на конец семестра	Всего за семестр
Посещение занятий	5	5	5	<b>15</b>
Выполнение расчетно-графической работы	10	–	–	<b>10</b>
Контрольные работы	6	6+5	10	<b>27</b>
Подготовка к практическим занятиям (выполнение домашних заданий, собеседования)	12	12	11	<b>35</b>
Компонент своевременности	7	3	3	<b>13</b>
<b>Итого максимум за период:</b>	<b>40</b>	<b>31</b>	<b>29</b>	<b>100</b>
<b>Нарастающим итогом</b>	<b>40</b>	<b>71</b>	<b>100</b>	

После окончания семестра студент, набравший менее 60 баллов, считается неуспевающим, не получившим зачет. **Студент, выполнивший все запланированные лабораторные работы и набравший сумму 60 и более баллов, получает зачет «автоматом».**

### Курс 2, семестр 4                      Контроль обучения – Экзамен.

Максимальный семестровый рейтинг – **100 баллов.**

По дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» проведение экзамена в 4-м семестре является **обязательным**. При этом балльная оценка в соотношении **70/30** рас-

пределяется на две составляющие: **семестровую** и **экзаменационную**. Т.е. **70 баллов** можно получить за текущую работу в семестре, а **30 баллов** – за ответы на экзамене.

На протяжении всего семестра текущая успеваемость **оценивается в баллах** нарастающим итогом. В таблице 11.2 содержится распределение баллов в течение 5-го семестра для дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика», завершающейся зачетом и содержащей 9 лекций (18 часов), 18 практических занятий (36 часов), 4 контрольных работы. В таблице 11.3 представлен пересчет суммы баллов по 1-й и 2-й контрольным точкам в традиционную оценку.

Таблица 11.2 – Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» (**экзамен**, лекции, практические занятия, контрольные работы)

Элементы учебной деятельности	Максимальный балл на 1-ую контрольную точку с начала семестра	Максимальный балл за период между 1 КТ и 2 КТ	Максимальный балл за период между 2 КТ и на конец семестра	Всего за семестр
Посещение занятий	4	4	4	<b>12</b>
Подготовка к практическим занятиям (выполнение домашних заданий, собеседования)	17	17	18	<b>52</b>
Компонент своевременности	2	2	2	<b>6</b>
<b>Итого максимум за период:</b>	<b>23</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>70</b>
<b>Сдача экзамена</b>				<b>30</b>
<b>Нарастающим итогом</b>	<b>23</b>	<b>46</b>	<b>70</b>	<b>100</b>

По результатам текущего контроля формируется допуск студента к итоговому контролю – экзамену по дисциплине. Экзамен осуществляется в форме опроса по теоретической части дисциплины. В составе суммы баллов, полученной студентом по дисциплине, заканчивающейся экзаменом, экзаменационная составляющая должна быть не менее 10 баллов. Методика выставления баллов за ответы на **экзамене** определяется, например, из расчета до **10 баллов** за каждый из **3 вопросов в билете**. При неудовлетворительной сдаче экзамена (<10 баллов) или неявке на экзамен экзаменационная составляющая приравнивается к нулю (0). Экзамен в этом случае считается не сданным и студент в установленном в ТУСУРе порядке обязан его пересдать.

Таблица 11.3 – Пересчет баллов в оценки за контрольные точки

Баллы на дату контрольной точки	Оценка
≥ 90 % от максимальной суммы баллов на дату КТ	5
От 70% до 89% от максимальной суммы баллов на дату КТ	4
От 60% до 69% от максимальной суммы баллов на дату КТ	3
< 60 % от максимальной суммы баллов на дату КТ	2

Преобразование суммы баллов в традиционную оценку и в международную буквенную оценку (таблица 11.4) происходит один раз в конце семестра только после подведения итогов изучения дисциплины, т. е. после успешной сдачи экзамена.

Таблица 11.4 – Пересчет суммы баллов в традиционную и международную оценку

Оценка (ГОС)	Итоговая сумма баллов, учитывает успешно сданный экзамен	Оценка (ECTS)
5 (отлично)	90 - 100	A (отлично)
4 (хорошо)	85 – 89	B (очень хорошо)
	75 – 84	C (хорошо)
	70 - 74	D (удовлетворительно)
3 (удовлетворительно)	65 – 69	E (посредственно)
	60 - 64	
2 (неудовлетворительно), (не зачтено)	Ниже 60 баллов	F (неудовлетворительно)

## 12. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 12.1 Основная литература

1. Высшая математика IV. Теория вероятностей: Учебное пособие / Магазинников Л. И. – 2012. 151 с. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/training/publications/2248> свободный.

### 12.2 Дополнительная литература

2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам. – М.: Айрис-Пресс, 2006. – 287 с. (48 экз. в библиотеке ТУСУР)

3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика/ Учебное пособие для вузов – М.: Высшая школа, 2003. – 480с. (34 экз. в библиотеке ТУСУР)

4. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Физматлит, 2002. – 496с. (50 экз. в библиотеке ТУСУР)

5. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие для вузов/ 7-е изд., доп. – М.: Высшая школа, 2003 – 406 с. (21 экз. в библиотеке ТУСУР)

6. Вентцель Е.С. Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей: Учебное пособие для вузов/ - 3-е изд., стереотип. – М.: Академия. –2005. – 439 с. (99 экз. в библиотеке ТУСУР)

7. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций (под ред. А.А. Свешникова), – М.: Наука, 1970. – 656с. (24 экз. в библиотеке ТУСУР)

### 12.3 Учебно-методические пособия и программное обеспечение

8. Астафуров В.Г. Теория вероятностей и математическая статистика: Методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе. Томск: ТУСУР, 2012. – 7 с. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://asu.tusur.ru/learning/010302/d32/010302-d32-work.doc> , свободный.

9. Колесникова С.И. Теория вероятностей и математическая статистика: Методические указания по выполнению практических работ. Томск: ТУСУР, 2012. – 28 с. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/880> свободный.

10. Колесникова С.И. Теория вероятностей и математическая статистика: Методические указания к самостоятельной работе студентов. Томск: ТУСУР, 2012. – 16 с. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://edu.tusur.ru/training/publications/881/> свободный.

11. Математические пакеты Mathcad и/или MatLab.

### 12.4 Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

<http://www.intuit.ru/>

<http://www.intuit.ru/department/se/devis/>

## 13. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для проведения лекций по дисциплине используются персональный ПК с проектором. Практические занятия проводятся в компьютерном классе с использованием математических пакетов Mathcad либо MatLab.

7/1

Приложение к рабочей программе

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

П. Е. Троян

« 8 » 09 2016 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ  
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Уровень основной образовательной программы бакалавриат

Направление подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика

Профиль(и) Математическое и программное обеспечение вычислительных комплексов и компьютерных сетей

Форма обучения очная

Факультет систем управления

Кафедра автоматизированных систем управления

Курс 2

Семестр 3, 4

Учебный план набора 2013 года

Зачет 3 семестр, экзамен 4 семестр

Томск 2016



## 1. ВВЕДЕНИЕ

Фонд оценочных средств (ФОС) является приложением к рабочей программе дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» и представляет собой совокупность контрольно-измерительных материалов ( типовые задачи ( задания), контрольные работы, тесты и др.) и методов их использования, предназначенных для измерения уровня достижения студентом установленных результатов обучения.

ФОС по дисциплине используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов.

Перечень закрепленных за дисциплиной «Теория вероятностей и математическая статистика» компетенций приведен в таблице 1.

**Таблица 1** – Перечень закрепленных за дисциплиной компетенций

Код	Формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции
1	2	3
ОПК-1	Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.	<p><b><u>Знать:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основные дискретные и непрерывные распределения случайных величин и их свойства;</li> <li>– смысл и постановку задач двух основных направлений математической статистики - испытания статистических гипотез и оценивания параметров распределений;</li> <li>– основы методики применения статистических методов для оценивания параметров распределений случайных величин и случайных процессов;</li> </ul>
ПК-2	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– основные методы статистической обработки экспериментальных и имитационных данных, оценки их точности и надежности полученных результатов;</li> <li>– основные понятия теории случайных процессов и их классификацию.</li> </ul> <p><b><u>Уметь:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– рассчитывать вероятности событий в типичных моделях, числовые характеристики одномерных и многомерных случайных, моменты и распределения функций случайных аргументов;</li> <li>– применять методы статистического анализа выборочных данных и случайных процессов;</li> <li>– интерпретировать результаты статистического анализа и использовать их при построении математических моделей.</li> </ul>

Продолжение таблицы 1

1	2	3
		<p><b><u>Владеть:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основными приемами решения типовых задач теории вероятностей и математической статистики;</li> <li>– практическими навыками анализа выборочных данных.</li> <li>– практическими навыками нахождения оценок параметров распределений случайных величин и случайных процессов.</li> </ul>

## 2. РЕАЛИЗАЦИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

### 2.1 Компетенция ОПК-1

**ОПК-1:** способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.

Этапы формирования компетенции, применяемые для этого виды занятий и используемые средства оценивания, представлены в таблице 2.1.1

**Таблица 2.1.1** – Этапы формирования компетенции и используемые средства оценивания

Состав	Знать	Уметь	Владеть
1	2	3	4
<b>Содержание этапов</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Знает базовые методы математической статистики оценивания параметров распределений случайных величин и случайных процессов;</li> <li>– Знает базовые методы статистической обработки экспериментальных и имитационных данных, оценки точности и надежности полученных результатов.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Умеет использовать базовые знания методов статистического анализа выборочных данных и случайных процессов;</li> <li>– Умеет интерпретировать результаты статистического анализа и использовать базовые знания при построении статистических моделей.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеет практическими навыками анализа выборочных данных;</li> <li>– Владеет практическими навыками нахождения оценок параметров распределений случайных величин и случайных процессов.</li> </ul>
<b>Виды занятий</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Лекции;</li> <li>– Практические занятия;</li> <li>– Групповые консультации.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Практические занятия;</li> <li>– Самостоятельная работа студентов.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Практические занятия;</li> <li>– Самостоятельная работа студентов</li> </ul>

Продолжение таблицы 2.1.1

1	2	3	4
<b>Используемые средства оценивания</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Конспект лекций</li> <li>– Тесты;</li> <li>– Контрольные работы;</li> <li>– Домашние задания;</li> <li>– Зачет и экзамен.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Результаты выполнение домашнего задания;</li> <li>– Контрольные работы;</li> <li>– Результаты защиты индивидуального задания;</li> <li>– Конспект и результаты обсуждения тем, предложенных для самостоятельного изучения;</li> <li>– Зачет и экзамен.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Результаты выполнения домашних и практических заданий;</li> <li>– Контрольные работы;</li> <li>– Конспект самостоятельной работы.</li> </ul>

Общие характеристики показателей и критериев оценивания компетенции на всех этапах приведены в таблице 2.1.2.

**Таблица 2.1.2** – Общие характеристики показателей и критериев оценивания компетенции по этапам

<b>Показатели и критерии</b>	<b>Знать</b>	<b>Уметь</b>	<b>Владеть</b>
<b>ОТЛИЧНО (высокий уровень)</b>	Обладает фактическими и теоретическими знаниями в пределах изучаемой области с пониманием границ применимости	Обладает диапазоном практических умений, требуемых для развития творческих решений, абстрагирования проблем	Контролирует работу, проводит оценку, совершенствует действия работы
<b>ХОРОШО (базовый уровень)</b>	Знает факты, принципы, процессы, общие понятия в пределах изучаемой области	Обладает диапазоном практических умений, требуемых для решения определенных проблем в области исследования	Берет ответственность за завершение задач в исследовании, приспосабливает свое поведение к обстоятельствам в решении проблем
<b>УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО (низкий уровень)</b>	Обладает низким уровнем общих знаний	Обладает умениями на низком уровне, которые не достаточны для выполнения даже простых задач	Работает только при прямом наблюдении

Формулировка показателей и критериев оценивания данной компетенции приведена в таблице 2.1.3.

Таблица 2.1.3 – Показатели и критерии оценивания компетенции на этапах

Показатели и критерии	Знать	Уметь	Владеть
<b>ОТЛИЧНО</b> (высокий уровень)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Глубоко понимает способы и ожидаемую эффективность результатов оценки параметров распределений случайных величин и случайных процессов;</li> <li>– Хорошо знает базовые методы статистической обработки экспериментальных и имитационных данных, оценки точности и надежности получаемых результатов.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Умеет свободно находить методы решения задач в незнакомых ситуациях;</li> <li>– Умеет использовать базовые знания методов статистического анализа выборочных данных и случайных процессов;</li> <li>– Умеет интерпретировать результаты статистического анализа и использовать базовые знания при построении математических моделей;</li> <li>– Умеет выбрать и аргументированно обосновывать метод и план решения поставленной задачи.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Хорошо владеет практическими навыками анализа выборочных данных;</li> <li>– Имеет хорошие практические навыки нахождения оценок параметров распределений случайных величин и случайных процессов.</li> <li>– Свободно владеет различными формами представления результатов статистической обработки выборочных данных и случайных процессов.</li> </ul>
<b>ХОРОШО</b> (базовый уровень)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Знает некоторые методы оценки параметров распределений случайных величин и случайных процессов;</li> <li>– Знает некоторые методы статистической обработки экспериментальных данных, оценки точности и надежности получаемых результатов.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Умеет использовать знания методов математической статистики;</li> <li>– Умеет корректно использовать результаты статистического анализ.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеет практическими навыками анализа выборочных данных;</li> <li>– Имеет навыки нахождения оценок параметров распределений случайных величин и случайных процессов.</li> <li>– Владеет некоторыми методами представления результатов статистического анализа.</li> </ul>
<b>УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО</b> (низкий уровень)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Имеет общие представления о математической статистике;</li> <li>– Знает общие представления о методах оценки параметров распределений случайных величин и случайных процессов.</li> </ul>	Некорректно применяет методы статистического анализа выборочных данных.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеет терминологией математической статистики;</li> <li>– Решает простейшие типовые задачи</li> </ul>

## 2.2 Компетенция ПК-2

**ПК-2:** способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.

Этапы формирования компетенции, применяемые для этого виды занятий и используемые средства оценивания, представлены в таблице 2.2.1.

**Таблица 2.2.1** – Этапы формирования компетенции и используемые средства оценивания

Состав	Знать	Уметь	Владеть
1	2	3	4
<b>Содержание этапов</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Знает основные дискретные и непрерывные распределения случайных величин и их свойства;</li> <li>– Знает смысл и постановку задач двух основных направлений математической статистики - испытания статистических гипотез и оценивания параметров распределений и случайных процессов;</li> <li>– Знает основные понятия теории случайных процессов и их классификацию.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Может понимать и рассчитывать вероятности событий в типичных моделях, находить числовые характеристики одномерных и многомерных случайных величин, моменты и распределения функций случайных аргументов.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеет основными навыками решения типовых задач теории вероятностей и математической статистики.</li> </ul>
<b>Виды занятий</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Лекции;</li> <li>– Практические занятия;</li> <li>– Групповые консультации.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Практические занятия;</li> <li>– Самостоятельная работа студентов.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Практические занятия;</li> <li>– Самостоятельная работа студентов</li> </ul>
<b>Используемые средства оценивания</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Конспект лекций</li> <li>– Тест;</li> <li>– Контрольная работа;</li> <li>– Домашние задания;</li> <li>– Зачет и экзамен.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Результаты выполнение домашнего задания;</li> <li>– Контрольная работа;</li> <li>– Результаты защиты индивидуального задания;</li> <li>– Конспект и результаты обсуждения тем, предложенных для самостоятельного изучения;</li> <li>– Зачет и экзамен.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Результаты выполнения домашних и практических заданий;</li> <li>– Контрольная работа;</li> <li>– Конспект самостоятельной работы.</li> </ul>

Общие характеристики показателей и критериев оценивания компетенции на всех этапах приведены в таблице 2.1.2.

Формулировка показателей и критериев оценивания данной компетенции приведена в таблице в таблице 2.2.2.

**Таблица 2.2.2** – Общие характеристики показателей и критериев оценивания компетенции по этапам

Показатели и критерии	Знать	Уметь	Владеть
<b>ОТЛИЧНО</b> (высокий уровень)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Хорошо знает основные дискретные и непрерывные распределения случайных величин и их свойства;</li> <li>– Хорошо знает и понимает суть и постановку задач двух основных направлений математической статистики - испытания статистических гипотез и оценивания параметров распределений и случайных процессов.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Хорошо владеет терминологией и умеет рассчитывать вероятности событий в типовых моделях, находить числовые характеристики одномерных и многомерных случайных величин, моменты и распределения функций случайных аргументов;</li> <li>– Умеет аргументованно обосновывать метод и план решения поставленной задачи.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Хорошо владеет теоретическими и практическими навыками решения типовых задач теории вероятностей и математической статистики.</li> <li>– Может хорошо представить и критически осмыслить результаты решения задач.</li> </ul>
<b>ХОРОШО</b> (базовый уровень)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Знает некоторые дискретные и непрерывные распределения случайных величин и их свойства;</li> <li>– Знает постановку задач двух основных направлений математической статистики - испытания статистических гипотез и оценивания параметров распределений и случайных процессов.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Умеет рассчитывать вероятности событий, может находить некоторые числовые характеристики одномерных и многомерных случайных величин.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеет теоретическими и практическими навыками решения некоторых типовых задач теории вероятностей и математической статистики.</li> </ul>
<b>УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО</b> (низкий уровень)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Имеет общие представления о теории вероятностей и знает основные определения и понятия;</li> <li>– Имеет общее представление об основных методах математической статистики.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Умеет корректно использовать терминологию и основные понятия теории вероятностей и математической статистики.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Плохо владеет теоретическими и практическими навыками решения некоторых типовых задач теории вероятностей и математической статистики.</li> </ul>

### 3. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Для реализации вышеперечисленных задач обучения используются следующие материалы: типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, в составе, приведенном ниже.

#### 3.1 Темы практических занятий

1. Соотношение между случайными событиями. Непосредственный подсчет вероятностей, геометрическая вероятность. Теоремы умножения и сложения вероятностей. Формулы полной вероятности и Байеса. Схема Бернулли. Асимптотические формулы в схеме Бернулли. Тест №1. Контрольная работа №1.
2. Ряд распределения дискретной случайной величины. Функция распределения и плотность распределения вероятностей одномерной случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия. Распределение Пуассона. Экспоненциальный и нормальный законы распределения. Обсуждение материалов тем, предложенных для самостоятельного изучения. Тест №2. Контрольная работа №2.
3. Функция распределения и плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Обсуждение материалов тем, предложенных для самостоятельного изучения. Тест №3. Контрольная работа №3.
4. Функции от случайных величин. Характеристическая функция. Итоговое занятие по теории вероятностей. Контрольная работа №4.
5. Первичная обработка статистических данных: вариационный ряд, статистический ряд, полигон относительных частот, гистограмма.
6. Оценки параметров распределений, состоятельность, несмещенность и эффективность оценок. Метод моментов. Доверительные интервалы и их вычисление для параметров нормальных распределений. Вычисление оценок максимального правдоподобия.
7. Статистическая проверка гипотез относительно параметров нормального распределения. Критерии согласия Пирсона и Колмогорова. Метод наименьших квадратов для простой линейной регрессии. Обсуждение материалов тем, предложенных для самостоятельного изучения.
8. Вероятностные характеристики случайных процессов: среднее, дисперсия, корреляционная функция. Стационарные случайные процессы. Энергетические характеристики случайных процессов. Спектральное разложение стационарных случайных процессов. Обсуждение материалов тем, предложенных для самостоятельного изучения.

#### 3.2 Примеры типовых тестов

Фамилия _____	Фамилия _____
1. Пространство элементарных исходов – это _____	1. . Событие – это _____
_____	_____
2. Невозможным называется событие, _____	2. Достоверным называется событие, _____
_____	_____
3. Сумма событий – это _____	3. Произведение событий – это _____
_____	_____
4. Произведению событий в ТВ соответствует _____ в АМ	4. Невозможному событию в ТВ соответствует _____ в АМ

<p>Фамилия _____</p> <p>1. Элементарный исход благоприятствует событию, если _____</p> <p>2. События называются несовместными, _____</p> <p>3. Противоположное событие – это _____</p> <p>4. Полному пространству элементарных исходов в ТВ соответствует _____ в АМ</p>	<p>Фамилия _____</p> <p>1. Пространство элементарных исходов – это _____</p> <p>2. Достоверным называется событие, _____</p> <p>3. Произведение событий – это _____</p> <p>4. Противоположному событию в ТВ соответствует _____ в АМ</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p>Фамилия _____</p> <p>1 Событие – это _____</p> <p>2. События называются несовместными, _____</p> <p>3. Сумма событий – это _____</p> <p>4. Произведению событий в ТВ соответствует _____ в АМ</p>	<p>Фамилия _____</p> <p>1. Элементарный исход благоприятствует событию, если _____</p> <p>2. Невозможным называется событие, _____</p> <p>3 Противоположное событие – это _____</p> <p>4. Сумме событий в ТВ соответствует _____ в АМ</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

### 3.3 Примеры типовых заданий для практических занятий и домашних работ

1. В результате испытаний случайная величина  $X$  приняла следующие значения:  
 $x_1 = 16, x_2 = 17, x_3 = 9, x_4 = 13, x_5 = 21, x_6 = 11, x_7 = 7, x_8 = 7, x_9 = 19, x_{10} = 5, x_{11} = 17, x_{12} = 5,$   
 $x_{13} = 20, x_{14} = 18, x_{15} = 11, x_{16} = 4, x_{17} = 6, x_{18} = 22, x_{19} = 21, x_{20} = 15, x_{21} = 15, x_{22} = 23,$   
 $x_{23} = 19, x_{24} = 25, x_{25} = 1.$

Разбив интервал  $(0;25)$  на пять разрядов одинаковой длины, построить гистограмму выборочных значений.

2. Случайная величина  $X$  имеет плотность распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 1-|x|, & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1, \end{cases}$$

Найти  $F(x)$ , вычислить  $F(-1/2), F(1/2)$ .



3. Случайная величина  $X$  распределена по нормальному закону с математическим ожиданием  $m_x = 10$ . Вероятность попадания  $X$  в интервал  $(-5; 25)$  равна 0.8. Найти среднеквадратическое отклонение  $\sigma_x$ .

4. Три стрелка выстрелили одновременно по одной цели, сделав по одному выстрелу каждый. Вероятности попадания для них соответственно равны 0.6, 0.7, 0.8. Для разрушения цели достаточно хотя бы одного попадания. Цель оказалась разрушенной. Найти вероятность того, при этом было два попадания.

5. Вероятность того, что деталь высшего сорта изготовлена на первом станке равна 0.4, а на втором – 0.5. На первом станке изготовили 2 детали, а на втором 3 детали. Найти вероятность, что хотя бы одна деталь не высшего сорта.

6. События:  $A$  – хотя бы один из трех проверяемых приборов бракованный,  $B$  – все приборы доброкачественные. Что означают события:  $A+B$  и  $AB$ ?

7. Имеется три ящика, содержащих по 10 деталей. В первом 8, втором 7 и третьем 9 стандартных деталей. Из каждого ящика берут по одной детали. Найти вероятность, что все три вынутые детали – стандартные.

### 3.4 Пример типовых заданий для контрольных работ

#### 3.4.1 Контрольная работа №1

Задача 1. Куб, все грани которого окрашены, распилен на 64 кубика одинакового размера, которые затем перемешаны. Найти вероятность того, что случайно извлеченный кубик имеет две окрашенные грани.

Задача 2. На стеллаже в случайном порядке стоит 10 книг, причем 4 из них по математике. Случайно взяли три книги. Найти вероятность того, что среди них окажется хотя бы одна по математике.

Задача 3. В коробке 20 лампочек, причем 4 из них рассчитаны на 220В, а 16 на 127В. Половина тех и других матовые. Случайно взяты 2 лампы. Найти вероятность того, что они разного напряжения и обе матовые.

Задача 4. В спартакиаде участвует 20 спортсменов: 12 лыжников и 8 конькобежцев. Вероятность выполнить норму лыжником равна 0,8, а конькобежцем – 0,4. Случайно вызвано 2 спортсмена. Найти вероятность того, что они оба выполняют норму. Ответ ввести в виде десятичной дроби, округлив её до тысячных.

#### 3.4.2 Контрольная работа №2

Задача 1. Производится 2 независимых выстрела по мишени. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,6. Случайные величины:  $Y$  – число попаданий,  $Z$  – число промахов,  $X = |Y - Z|$ .

Найти ( все ответы представить в виде десятичных дробей) :

ряд распределения  $X$  ( в ответ ввести сначала значения  $X$  в возрастающем порядке, а затем их вероятности);

функцию распределения  $F(x)$  ( в ответе указать значение  $F(1,5)$ );

математическое ожидание  $m_x$ ;

дисперсию  $D_x$ ;

вероятность  $P(1,5 \leq x \leq 2,5)$ .

Задача 2. Случайная величина  $X$  задана плотностью распределения вероятностей  $f(x) = Ae^{-2|x|}$

Найти (ответы вводить в виде десятичных дробей):

константу  $A$ ;

функцию распределения  $F(x)$  ( в ответе указать значение  $F(-1)$ ,  $F(+1)$ );

математическое ожидание  $m_x$ ;

дисперсию  $D_x$ ;

вероятность  $P(-1 \leq x \leq +1)$ .

### 3.4.3 Контрольная работа №3

Задача 1. Дана матрица распределения значений вероятностей системы (X, Y)

Y X	1	2	3
-1	0.13	0.25	0.16
1	0.2	0.16	0.1

Найти (ответы записать в виде десятичных дробей):

- 1.1 ряды распределения X и Y;
- 1.2 математическое ожидание  $m_x$ ;
- 1.3 математическое ожидание  $m_y$ ;
- 1.4 дисперсию  $D_x$ ;
- 1.5 дисперсию  $D_y$ ;
- 1.6 ковариацию  $Cov(x,y)$ ;
- 1.7 коэффициент корреляции  $r_{xy}$  (округлить до сотых);
- 1.8 Ряд распределения X, если  $Y = -1$ ;
- 1.9  $m_1[X/Y = -1]$  (округлить до 0,01).

Задача 2. Дана плотность распределения вероятностей системы (X, Y):

$$f(x,y) = \begin{cases} C & \text{в треугольнике } O(0,0), A(2,0), B(2,-3); \\ 0 & \text{в остальных точках.} \end{cases}$$

Найти:

- 2.1 Константу C;
- 2.2 плотности вероятностей  $f_1(x), f_2(y)$ ;
- 2.3 математическое ожидание  $m_x$ ;
- 2.4 математическое ожидание  $m_y$ ;
- 2.5 дисперсию  $D_x$ ;
- 2.6 дисперсию  $D_y$ ;
- 2.7  $m_1[Y/X=1]$ .

### 3.4.4 Контрольная работа №4

Задача 1. Дан ряд распределения случайной величины X.

X	1	1,5	2	2,5
P	0,1	0,3	0,4	0,2

Произведено 20 независимых измерений этой величины. Найти математическое ожидание числа измерений, результаты которых больше 1,5.

Задача 2. Система случайных величин распределена равномерно в треугольнике  $O(0,0), A(1,2), B(0,2)$ . Найти  $F(x,y)$ . В ответ ввести  $F(0,25;1), F(5;1)$  в виде обыкновенных дробей.

Задача 3. Случайная величина задана плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = 2 \cdot e^{-4|x|}$$

Найти её дисперсию.

Задача 4. Деталь, изготовленная автоматом, считается годной, если отклонение  $X$  её контролируемого размера от проектного не превышает 15мм. Величина  $X$  нормальна и  $m_1[X] = 0$ ,  $\sigma[x] = 10$ мм. Сколько процентов годных деталей изготавливает автомат. Ответ округлить до целых.

### 3.5 Темы для самостоятельной работы

1. Гипергеометрический и геометрический законы распределения;
2. Двумерное нормальное распределение, регрессия;
3. Оценки максимального правдоподобия параметров нормального, экспоненциального, пуассоновского и биномиального распределений;
4. Интервальные оценки параметров нормального распределения;
5. Нормальный случайный процесс;
6. Эргодические случайные процессы и их свойства;
7. Случайный процесс типа «белый шум».

### 3.6 Пример задания расчетно-графической работы «Случайные события»

Задача 1. Определить вероятность того, что номер первой встретившейся машины не содержит одинаковых цифр. Известно, что все номера четырехзначные, начиная с 0001, не повторяющиеся и равновозможные.

Задача 2. В квадрат с вершинами  $(0,0)$ ,  $(1,0)$ ,  $(0,1)$ ,  $(1,1)$  наудачу брошена точка  $M(X,Y)$ . Найти  $P(X \cdot Y < 1/2)$ .

Задача 3. В лотерее 50 билетов, из которых 10 выигрышных. Некто покупает 3 билета. Определить вероятность того, что он выиграет хотя бы на один билет.

Задача 4. В потоке из 100 студентов имеется 15 курящих, среди некурящих студентов 50 человек занимаются активно спортом. Вероятности заболеть гриппом во время сильной эпидемии равны: для курящих 0,5; для спортсменов 0,1; для остальных студентов 0,3. Определить вероятность того, что наудачу выбранный студент заболит гриппом во время эпидемии.

Задача 5. В условиях предыдущей задачи стало известно, что один из студентов данного потока заболел гриппом во время эпидемии. Определить вероятность того, что этот студент является курящим.

Задача 6. Завод отправил на базу 5000 доброкачественных изделий. Вероятность того, что в пути изделия повредятся равна 0,0002. Найти вероятность того, что на базу придет три негодных изделия.

### 3.7 Вопросы для подготовки к теоретическому зачету и экзамену по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

1. Понятие события. Пространство элементарных событий. Объединение, пересечение и разность событий.
2. Классическое определение вероятности. Геометрические вероятности. Аксиоматическое определение вероятности.
3. Условные вероятности, зависимые и независимые события. Формула умножения вероятностей. Правило сложения вероятностей.
4. Формула полной вероятности. Формула Байеса
5. Испытания Бернулли (биномиальное распределение). Предельные теоремы в схеме Бернулли.
6. Пуассоновский поток и распределение Пуассона.
7. Дискретная случайная величина. Ряд распределения. Функция распределения вероятностей непрерывной случайной величины и ее свойства.
8. Плотность распределения вероятностей и ее свойства. Числовые характеристики случайных величин (начальные и центральные моменты – среднее, дисперсия, коэффициенты асимметрии и эксцесса.
9. Закон распределения функции от случайной величины.

10. Математическое ожидание и дисперсия функции от случайных величин.
11. Двумерная дискретная случайная величина, матрица распределения.
12. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.
13. Плотность распределения вероятностей системы двух случайных величин и ее свойства.
14. Законы распределения отдельных случайных величин входящих в систему случайных величин. Условные законы распределения.
15. Числовые характеристики двумерной случайной величины: кривые регрессии, условные дисперсии, ковариация, коэффициент корреляции.
16. Условные математические ожидания и дисперсии системы двух случайных величин.
17. Соотношение понятий независимости и некоррелированности случайных величин.
18. Свойства дисперсии и коэффициента корреляции.
19. Среднее и дисперсия случайной величины имеющей биномиальное распределение.
20. Функциональные преобразования системы двух случайных величин.
21. Доказать, что  $m_1(aX+bY)=am_1(X)+bm_1(Y)$ . Среднее произведения двух случайных величин.
22. С помощью аппарата характеристических функций доказать, что сумма независимых нормальных случайных величин – нормальная случайная величина.
23. Понятие характеристической функции и ее свойства. Характеристическая функция пуассоновской случайной величины.
24. Среднее и дисперсия случайной величины распределенной по закону Пуассона (использовать характеристическую функцию  $g(v) = \exp(\lambda \Delta t (e^{iv} - 1))$ ).
25. Нормальное и показательное распределения.
26. Двумерное нормальное распределение.
27. Центральная предельная теорема.
28. Математическая статистика. Что это за дисциплина, с решением каких задач она связана?
29. Понятие выборки и формы ее записи. Группированный статистический ряд, полигон частот, гистограмма.
30. Эмпирическая функция распределения.
31. Понятие сходимости по вероятности последовательности случайных величин. Теорема Чебышева и следствия из нее.
32. Оценка неизвестных параметров закона распределения.
33. Понятие состоятельности, несмещенности и эффективности оценки.
34. Метод моментов. Оценки математического ожидания и дисперсии случайной величины. Их свойства.
35. Функция правдоподобия и оценка максимального правдоподобия. Приближенное решение уравнения правдоподобия.
36. Примеры применения метода максимума правдоподобия для оценки параметров распределения.
37. Метод наименьших квадратов оценки неизвестных параметров распределения.
38. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал.
39. Доверительный интервал для дисперсии нормальной случайной величины.
40. Задачи статистической проверки гипотез. Понятие гипотезы. Простые и сложные гипотезы.
41. Проверка простой гипотезы против простой альтернативы. Ошибки первого и второго рода.
42. Понятие критерия согласия. Критерии согласия Пирсона и Колмогорова.
43. Понятие случайного процесса. Классификация случайных процессов.
44. Основные характеристики случайного процесса: мат. ожидание, дисперсия, корреляционная и взаимная корреляционная функции, их свойства.

45. Понятие стационарного случайного процесса в широком и узком смысле. Эргодические случайные процессы.
46. Спектральное разложение стационарного случайного процесса. Теорема Винера-Хинчина.

#### **4. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ**

Для обеспечения процесса обучения и решения задач обучения используются следующие материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций, в составе:

1. Учебное пособие по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» приведено в рабочей программе в разделе 12.1 [1];
2. Дополнительная литература приведена в рабочей программе в разделе 12.2;
3. Методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе приведены в рабочей программе в разделе 12.3 [8, 9, 10].

##### **Основная литература**

1. Высшая математика IV. Теория вероятностей: Учебное пособие / Магазинников Л. И. – 2012. – 151 с. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/training/publications/2248> свободный.

##### **Дополнительная литература**

2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам. – М.: Айрис-Пресс, 2006. – 287 с. (51 экз. в библиотеке ТУСУР)
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика/ Учебное пособие для вузов – М.: Высшая школа, 2003. – 480с. (35 экз. в библиотеке ТУСУР)
4. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Физматлит, 2002. – 496с. (50 экз. в библиотеке ТУСУР)
5. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие для вузов/ 7-е изд., доп. – М.: Высшая школа, 2003 – 406 с. (21 экз. в библиотеке ТУСУР)
6. Вентцель Е.С. Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей: Учебное пособие для вузов/ - 3-е изд., стереотип. – М.: Академия. –2005. – 439 с. (99 экз. в библиотеке ТУСУР)
7. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций (под ред. А.А. Свешникова), – М.: Наука, 1970. – 656с. (30 экз. в библиотеке ТУСУР)

##### **Учебно-методические пособия и программное обеспечение**

8. Астафуров В.Г. Теория вероятностей и математическая статистика: Методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе. Томск: ТУСУР, 2012. – 7 с. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://asu.tusur.ru/learning/>, свободный.
9. Колесникова С.И. Теория вероятностей и математическая статистика: Методические указания по выполнению практических работ. Томск: ТУСУР, 2012. – 28 с. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://edu.tusur.ru/training/publications/880/> свободный.
10. Колесникова С.И. Теория вероятностей и математическая статистика: Методические указания к самостоятельной работе студентов. Томск: ТУСУР, 2012. – 16 с. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://edu.tusur.ru/training/publications/881/> свободный.